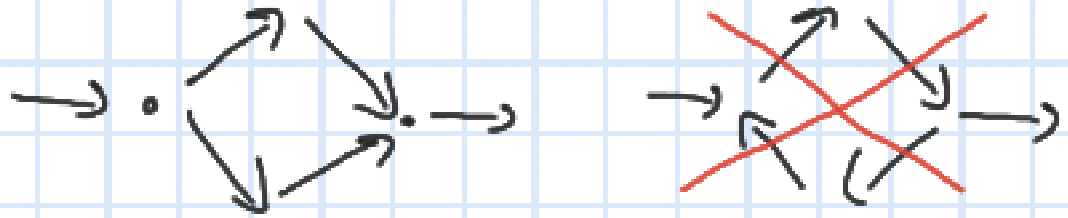
ASD - Wykład 10

Kolokwium - progi złożoności

- złożoność wzorcowa +2.5pkt | +1pkt
- złożoność akceptowalna +1.5pkt | +3pkt

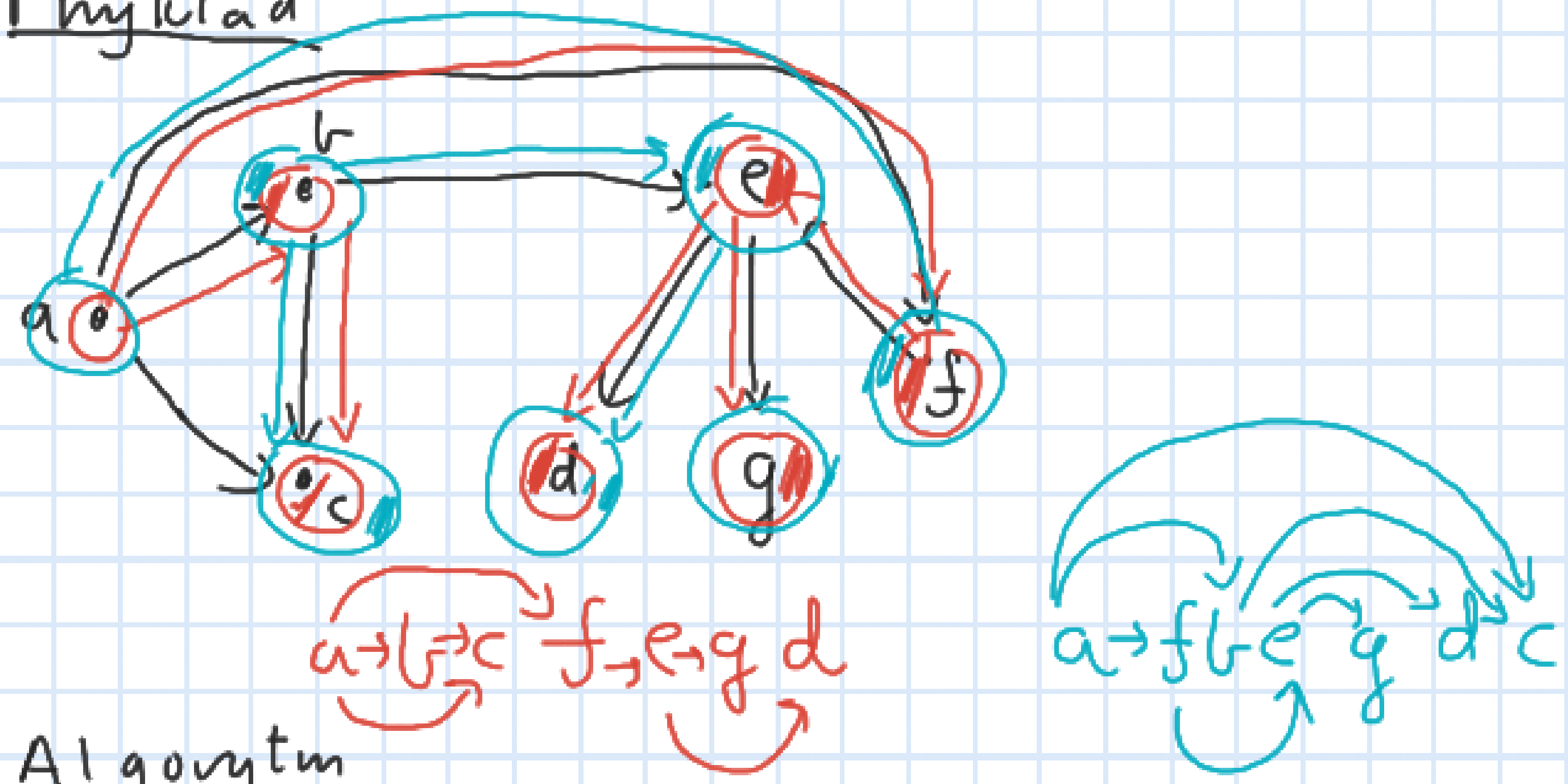
Sortowanie topologiczne

dag - directed acyclic graph



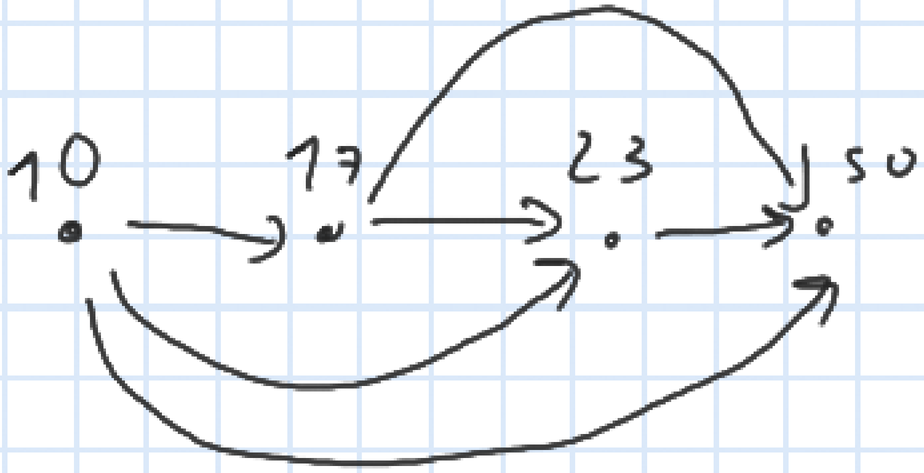
Sortowanie topologiczne dag'u - ułożenie wierzchołków tak, żeby wszystkie krawędzie wskazywały "z lewa na prawo"

Przykład



Algorytm

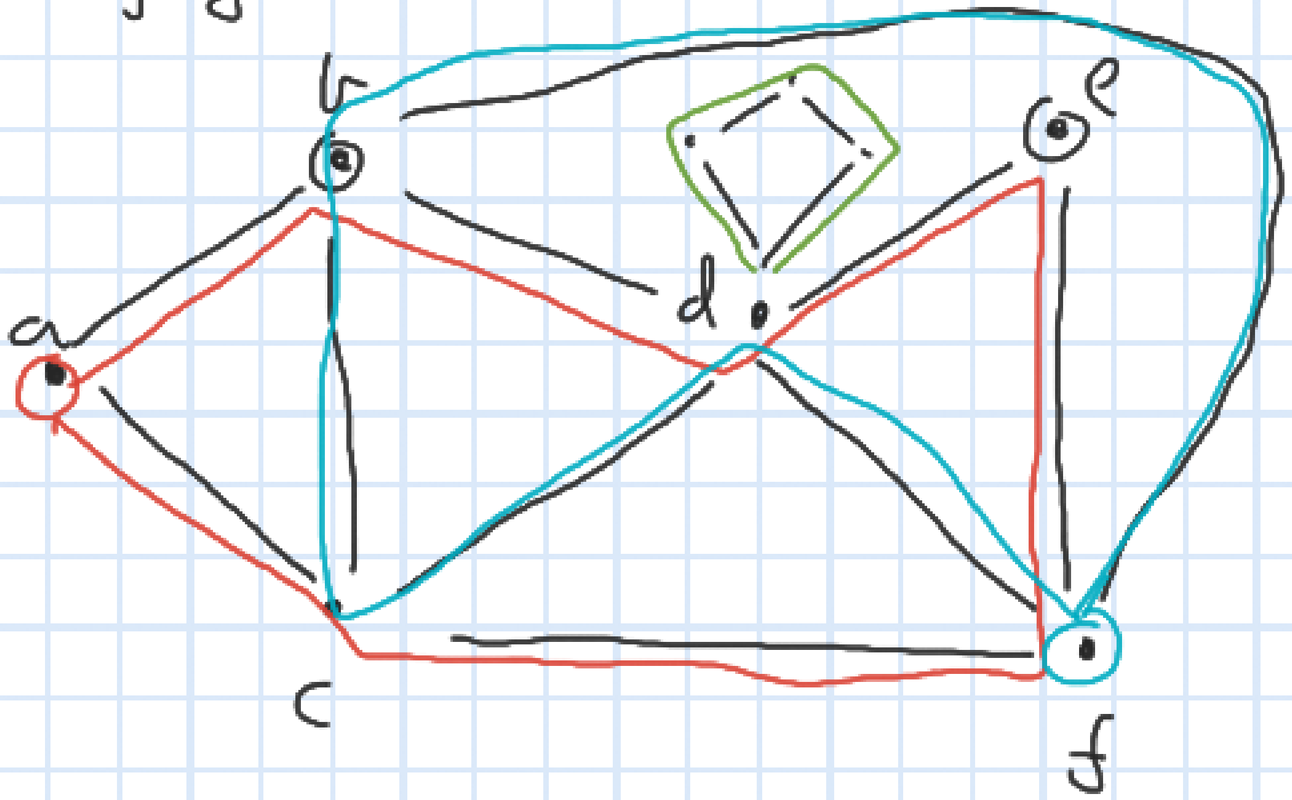
- uruchomić DFS
- po przetworzeniu wierzchołka dopisać go na początek listy



Cykl Eulera

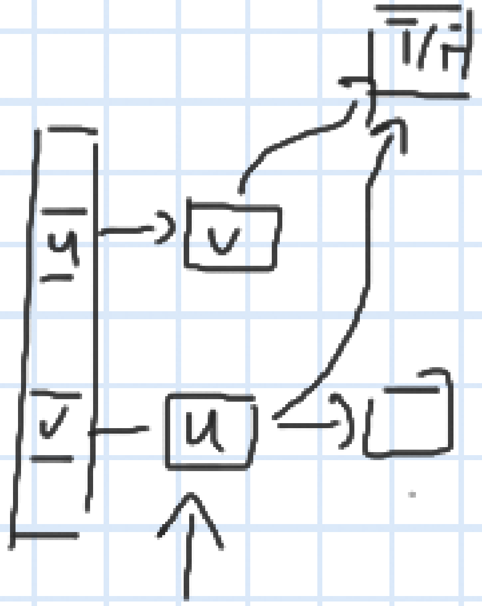
def Cykl Eulera to cykl, który przechodzi przez wszystkie krawędzie, odwiedzając każdy dokładnie raz

tw Spójny graf nieskierowany posiada cykl Eulera wtw. gdy każdy jego wierzchołek ma stopień parzysty

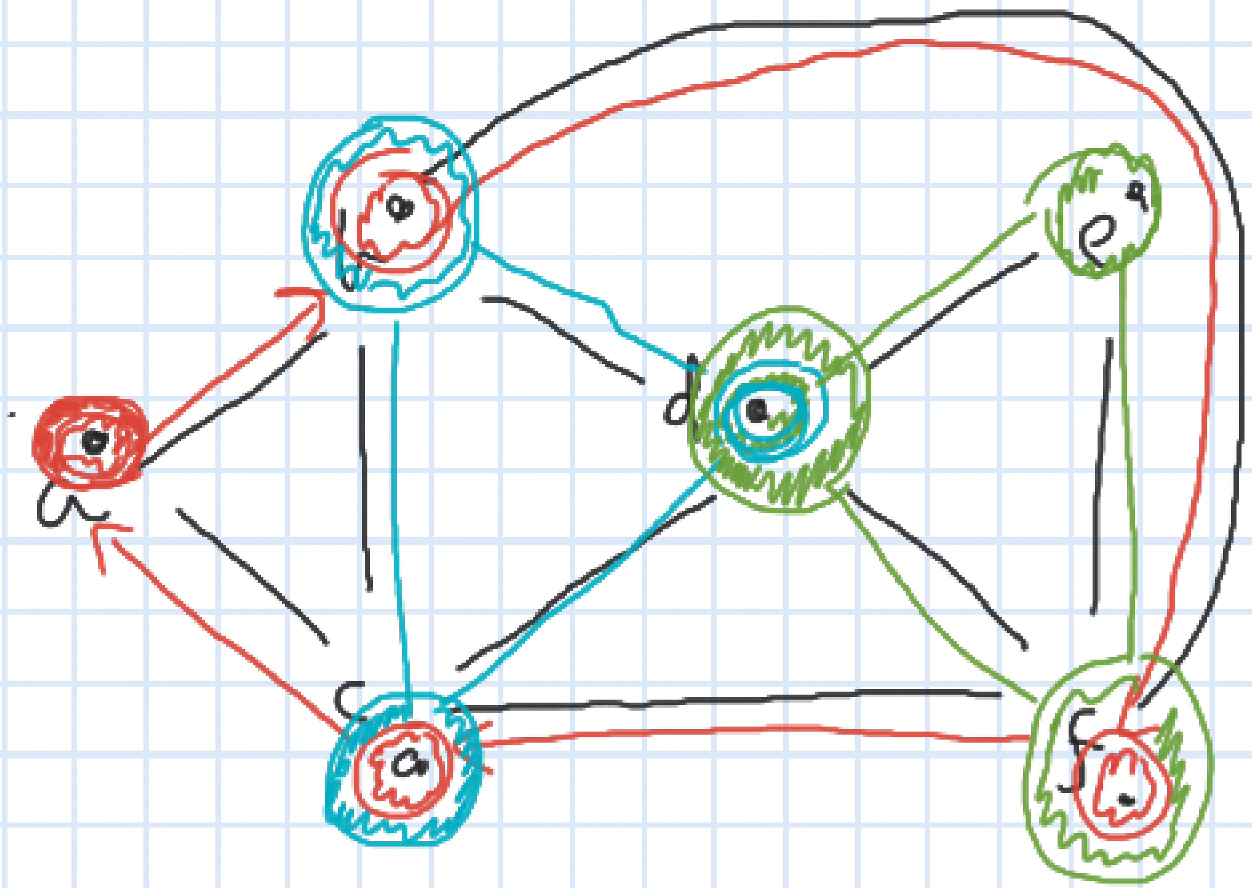


Algorytm

- wykonujemy DFS, nie stosując pola visited, ale usuwając krawędzie po których przeszliśmy
- po przetworzeniu wierzchołka dopisujemy go na początku tworzonego cyklu



$O(V+E)$

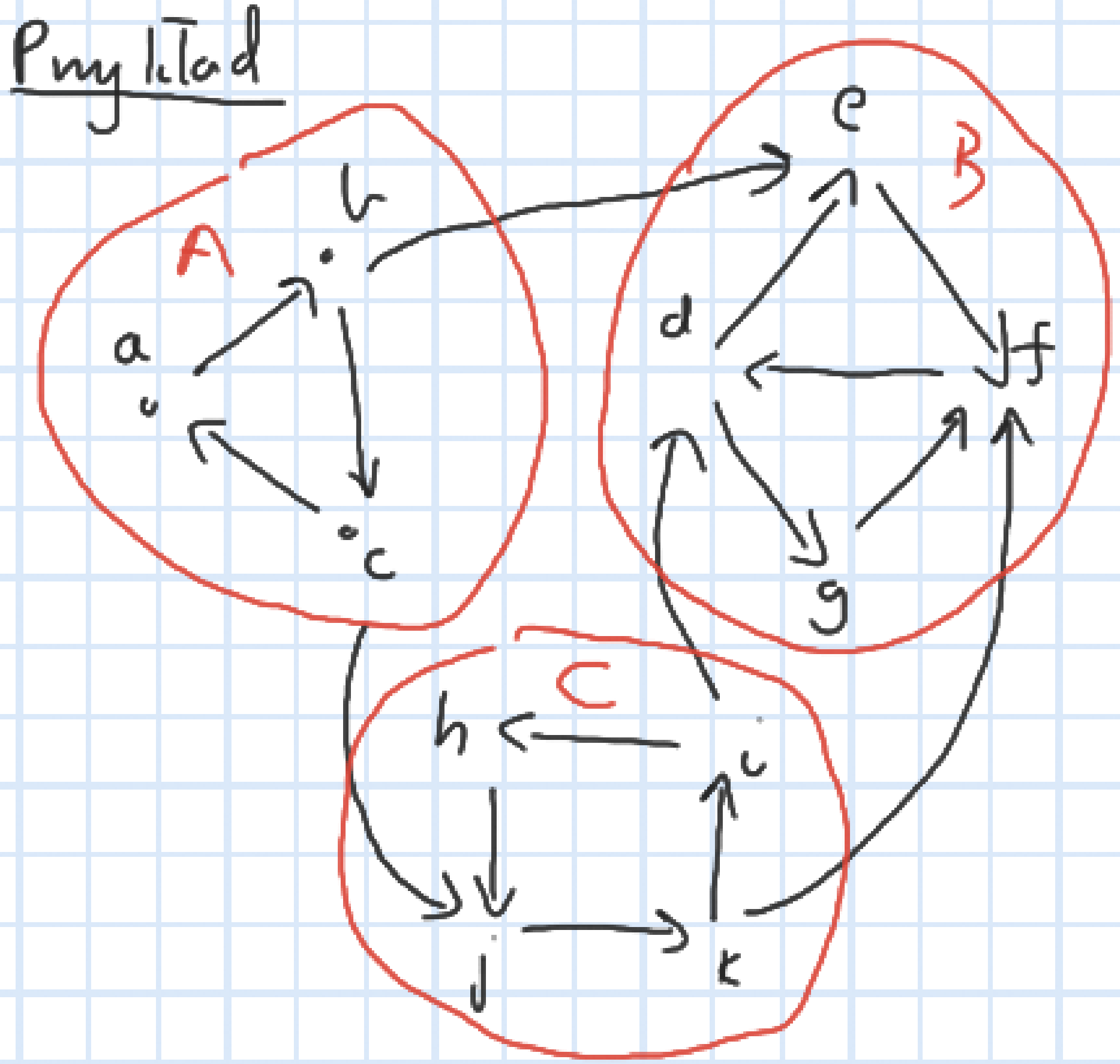


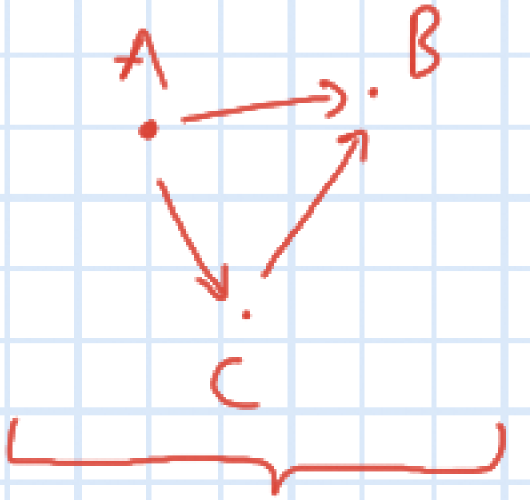
a b f c b d e f d c a

Silnie spójne składowe

<u>def</u> Niech $G=(V,E)$ będzie grafem skierowanym. Mówimy, że $u,v \in V$ należą do tej samej silnie spójnej składowej jeśli istnieją ścieżki skierowane z u do v oraz z v do u

<u>Przykład</u>



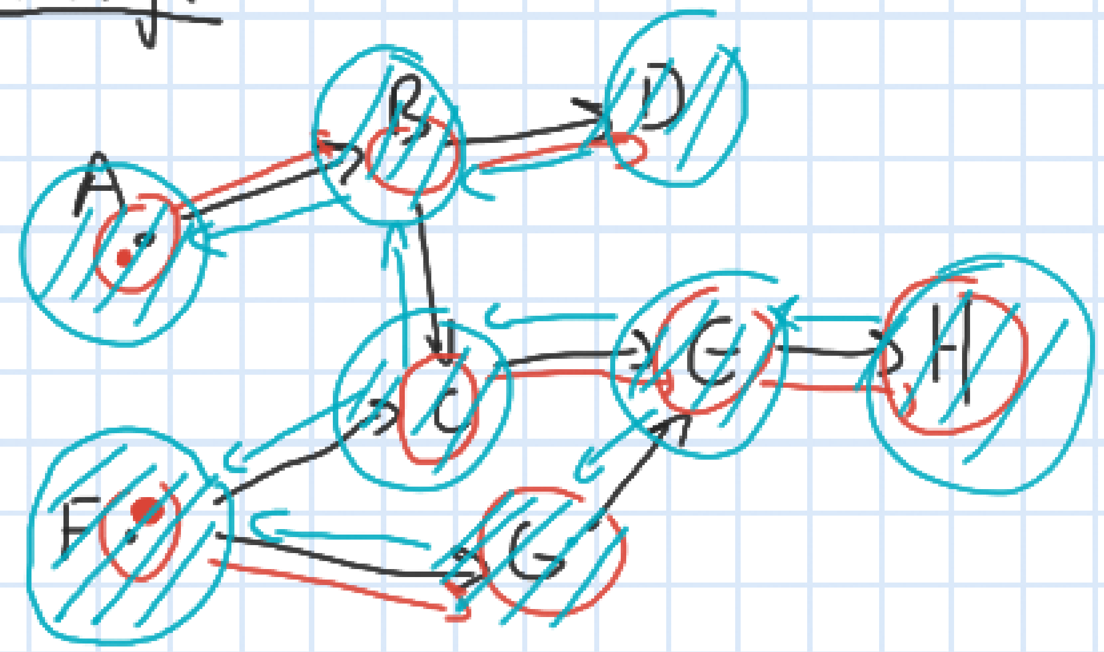


graf silnie spójnych składowych — dag

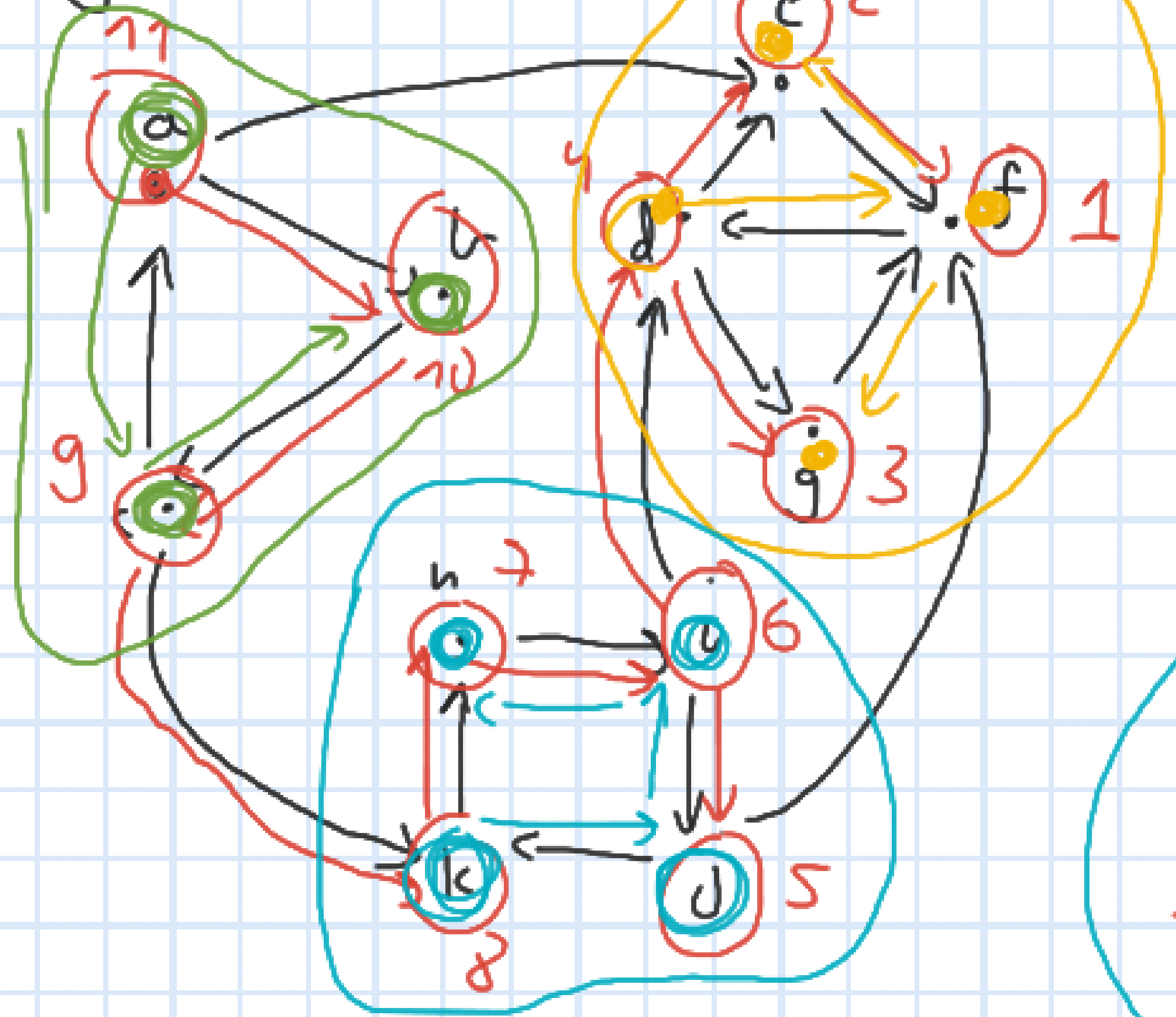
Algorytm

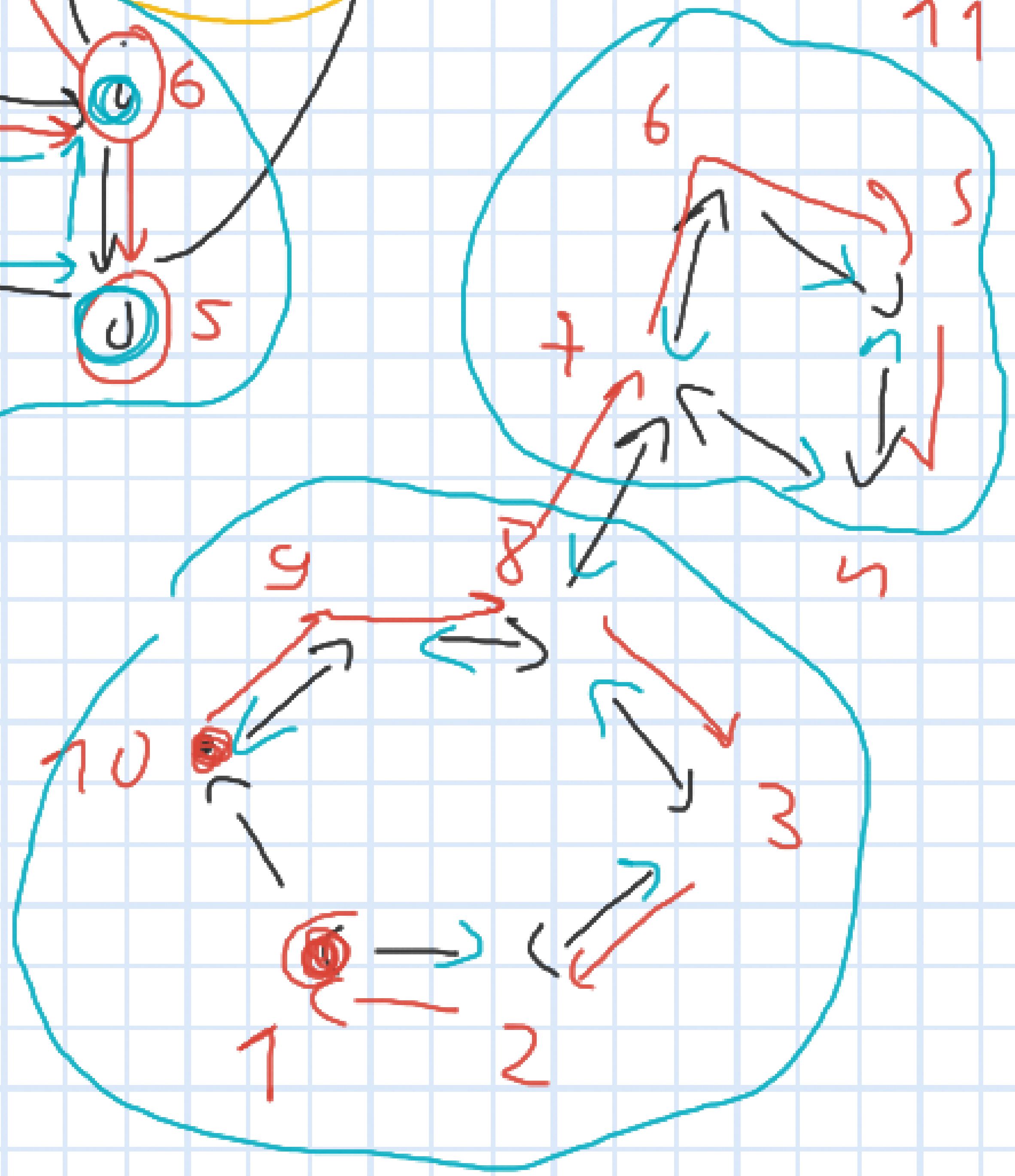
1. Wykonaj DFS na grafie G, zapamiętując czasy przetworzenia
2. Odwróć kierunek wszystkich krawędzi
3. Wykonaj kolejny DFS, w kolejności malejących (zapamiętanych) czasów przetworzenia

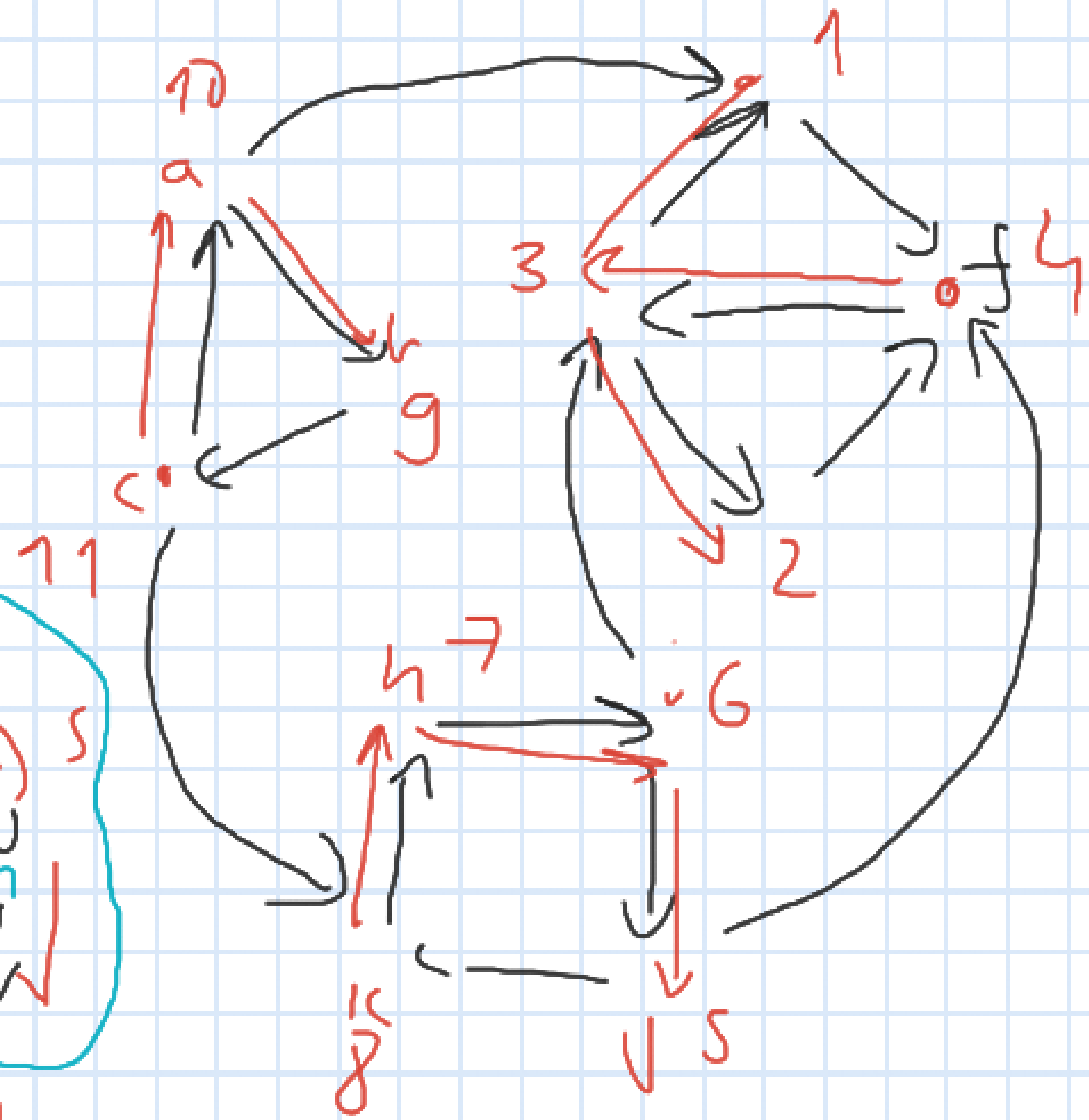
<u>Intuicja</u>



Punkt d







Mosty w grafach nieskierowanych

def Krawędź w spójnym grafie nieskierowanym jest mostem jeśli jej usunięcie rozspójnia graf

tw Krawędź e jest mostem wtw. gdy nie leży na żadnym cyklu prostym w grafie

Dowód

e jest mostem $\Rightarrow$ e nie leży na cyklu (gdyby leżała to usunięcie nie rozspójniałoby grafu)

e nie leży na żadnym cyklu $\Rightarrow$ $e = \{u, v\}$ jest mostem, bo usunięcie e powoduje, że nie ma ścieżki z u do v

Algorytm

① wykonaj DFS, dla każdego wierzchołka v zapamiętując czas odwiedzenia $d(v)$

② dla każdego wierzchołka oblicz:

$$low(v) = \min\Big(d(v),\ \min_{\substack{u \text{ - mamy krawędź} \\ \text{wsteczną z } v \text{ do } u}} d(u),\ \min_{\substack{w \text{ - dziecko } v \\ \text{w drzewie DFS}}} low(w) \Big)$$

③ Mosty to krawędzie

$$\{v, p(v)\} \quad \text{gdzie} \quad d(v) = low(v)$$

rodzic v w DFSie

d(v)
low(v)