



**POLYTECHNIQUE  
MONTREAL**

UNIVERSITÉ  
D'INGÉNIERIE

**LOG2810**  
**STRUCTURES DISCRÈTES**

## TD 1 : LOGIQUE PROPOSITIONNELLE H2022

### **SOLUTIONNAIRE**

#### **Directives pour la remise :**

- La remise est individuelle, mais le travail en équipe est encouragé.
- La remise est individuelle se fait à la fin de la séance de TD.
- Répondez directement sur ce document Word (docx). Dans l'intérêt de l'équité pour tous les étudiants, vous devez modifier le fichier Word. Modifiez le fichier **EXCLUT** le fait d'intégrer des scans de rédaction manuscrite ou d'y écrire avec un styler.
- Lorsque vous avez terminé, générez un PDF avec le nom sous le format :  
***Matricule-TDNuméro.pdf*** (exemple : 1234567-TD1.pdf).
- Téléversez votre fichier PDF dans la boîte de remise située dans la Zone TDs de la page Moodle du cours.
- Choisissez la boîte de remise qui correspond à votre section de TD.
- **Aucun retard et aucune remise par courriel ne seront acceptés.**
- **Le non-respect des consignes entraînera automatiquement la note 0 pour ce TD.**

**Exercice 1.** Sami vous raconte ce qu'il a mangé hier. Il vous dit : « j'ai mangé du poulet ou du riz. Je prends toujours un soda quand je mange du quinoa, mais hier je n'ai bu ni soda, ni thé ».

Vous savez que Sami ne dit jamais la vérité. Tout ce qu'il dit est toujours faux. Qu'est ce qu'il a mangé hier ? Justifiez votre réponse en utilisant des variables propositionnelles  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  et  $T$  définies comme suit :

$P$  : « Sami a mangé du poulet »

$R$  : « Sami a mangé du riz »

$Q$  : « Sami a mangé du quinoa »

$S$  : « Sami a bu du soda »

$T$  : « Sami a bu du thé »

Réponse :

Les énoncés de Sami se traduisent comme suit :

- $P \vee R$
- $Q \rightarrow S$
- $\neg S \wedge \neg T$

Sachant que tout ce que Sami dit est faux, il faut admettre la négation de ses énoncés pour vrai.

- $\neg P \wedge \neg R$
- $Q \wedge \neg S$
- $S \vee T$

Ainsi,  $P$  est fausse,  $R$  est fausse,  $Q$  est vraie,  $S$  est fausse et  $T$  est vraie (car  $S$  est Fausse alors que  $S \vee T$  est vraie). En conclusion, Sami a mangé du quinoa et bu du thé.

**Exercice 2.** Soit les propositions suivantes :

- $P$  : « Gustave fait du ski »
- $Q$  : « Gustave porte une tuque »
- $R$  : « Gustave porte des lunettes de ski »

Traduisez en français les propositions suivantes :

a)  $\neg(P \wedge \neg Q)$

Réponse :

Il est faux que Gustave fasse du ski sans porter de tuque.

b)  $P \wedge Q \wedge \neg R$

Réponse :

Gustave fait du ski et porte une tuque mais ne porte pas de lunettes.

c)  $\neg P \wedge \neg Q \wedge R$

Réponse :

Gustave ne fait pas de ski et ne porte pas de tuque mais porte des lunettes

**Exercice 3.** Soit l'énoncé : "Si tu gagnes, tu reçois un prix".

Parmi les énoncés ci-dessous, lesquels sont équivalents à cette implication et lesquels sont équivalents à sa réciproque ? Justifiez votre réponse.

L'énoncé : "Si tu gagnes, tu reçois un prix" se traduit par :  $G \rightarrow R$

a) Tu gagnes ou tu ne reçois pas un prix.

Réponse :

$G \vee \neg R \equiv R \rightarrow G$ . C'est la réciproque.

b) Tu ne gagnes pas ou tu reçois un prix.

Réponse :

$\neg G \vee R \equiv G \rightarrow R$ . C'est l'implication.

c) Tu recevras un prix quand tu gagnes.

Réponse :

$(R \text{ quand } G) \equiv G \rightarrow R$ . C'est l'implication.

d) Tu gagneras et recevras un prix.

Réponse :

$G \wedge R$ . Ce n'est équivalent ni à l'implication, ni à la réciproque.

e) Tu gagneras si tu reçois un prix.

Réponse :

$(G \text{ si } R) \equiv R \rightarrow G$ . C'est la réciproque.

f) C'est nécessaire pour toi de gagner pour recevoir un prix.

Réponse :

$(G \text{ nécessaire pour } R) \equiv R \rightarrow G$ . C'est la réciproque.

g) C'est suffisant de gagner pour recevoir un prix.

Réponse :

$(G \text{ suffisant pour } R) \equiv G \rightarrow R$ . C'est l'implication.

h) À moins que tu gagnes, tu ne reçois pas un prix.

Réponse :

(Non R à moins que G)  $\equiv (\neg G) \rightarrow (\neg R) \equiv R \rightarrow G$ . C'est la réciproque.

i) Si tu as reçu un prix, ça veut dire que tu as gagné

Réponse :

(R donc G)  $\equiv R \rightarrow G$ . C'est la réciproque.

j) Tu gagneras si et seulement si tu reçois un prix

Réponse :

(R  $\leftrightarrow$  G)  $\equiv (R \rightarrow G) \wedge (G \rightarrow R)$ . Ce n'est équivalent ni à l'implication, ni à la réciproque.

**Exercice 4.** Soit la proposition suivante :  $P \wedge \neg (Q \vee (P \wedge \neg Q))$ .

En dérivant la proposition, dites s'il s'agit d'une tautologie ou d'une contradiction. Justifiez chaque étape de votre réponse.

Réponse :

$P \wedge \neg (Q \vee (P \wedge \neg Q))$	
$\equiv P \wedge (\neg Q \wedge \neg (P \wedge \neg Q))$	De Morgan
$\equiv P \wedge (\neg Q \wedge (\neg P \vee Q))$	De Morgan
$\equiv (P \wedge \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q)$	Associativité de $\wedge$
$\equiv \neg (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q)$	De Morgan
$\equiv \neg R \wedge R$ avec $R \equiv (\neg P \vee Q)$	
C'est donc une contradiction.	