



POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

Solutionnaire

Contrôle périodique 3

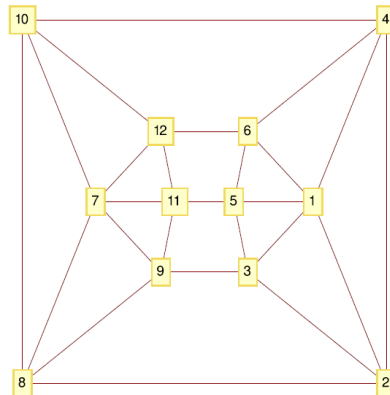
LOG1810

Sigle du cours

Sigle et titre du cours		Groupe	Trimestre
LOG1810 Structures discrètes		Tous	Automne 2023
Professeur		Local	Téléphone
Aurel Randolph, Chargé de cours Lévis Thériault, Coordonnateur			
Jour	Date	Durée	Heures
Samedi	25 novembre 2023	1h	10h30-11h30
Documentation		Calculatrice	
<input type="checkbox"/> Aucune <input checked="" type="checkbox"/> Toute <input checked="" type="checkbox"/> Voir directives particulières		<input type="checkbox"/> Aucune <input type="checkbox"/> Toutes <input checked="" type="checkbox"/> Non programmable (AEP)	Les appareils électroniques personnels sont interdits.

Question 1 (2.5 points)

Le graphe ci-dessous est-il hamiltonien ? Si oui, donnez un exemple de circuit.

**Réponse :**

- Oui, le graphe est hamiltonien.
- Exemple de circuit hamiltonien : **10 – 4 – 2 – 1 – 6 – 5 – 3 – 9 – 11 – 12 – 7 – 8 – 10.**

Question 2 (4 points)

Un groupe de personnes est tel que :

- chaque personne est membre d'exactly deux associations,
- chaque association comprend exactement trois membres,
- deux associations quelconques ont toujours exactement un membre en commun.

Combien y a-t-il d'associations ? Justifiez votre réponse.

Réponse :

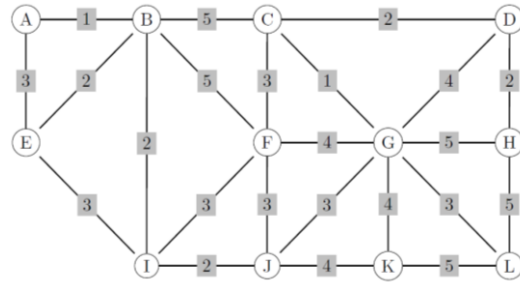
- Le problème peut être représenté par un graphe. Chaque personne étant membre d'exactly deux associations alors, les associations sont les sommets et les arcs les personnes.
- Si deux associations quelconques ont toujours exactement un membre en commun alors, chaque association est reliée à chacune des autres associations. Tous les sommets sont adjacents l'un à l'autre. En conséquence, si n est le nombre de sommets (associations), le degré de chaque sommet est $n - 1$.
- Si chaque association comprend exactement trois membres alors le degré de chaque sommet est 3.

On a donc $n - 1 = 3$, soit $n=4$.

Il y a 4 associations.

Question 3 (5.5 points)

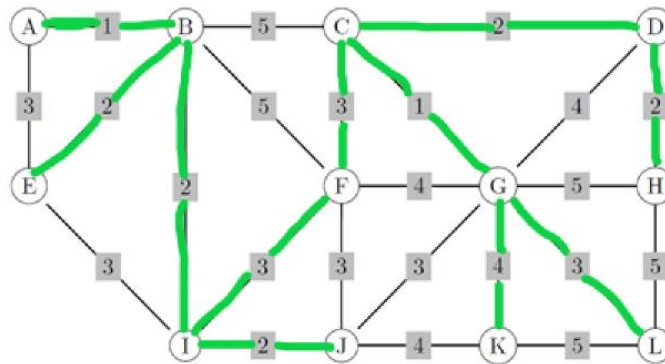
Soit le graphe suivant. Trouvez l'arbre de recouvrement de poids minimal en appliquant l'algorithme de Prim. Vous devez présenter toutes les étapes de votre réponse.



Réponse :

Méthode : Prim

1. Choisir un arc de coût minimal et l'ajouter à l'arbre en construction ;
2. Ajouter de manière itérative un arc à l'arbre en construction, lorsque :
 - is est incident à un sommet déjà présent dans l'arbre en construction ;
 - il présente un coût minimal parmi les arcs incidents à un sommet déjà présent dans l'arbre en construction ;
 - il n'ajoute pas de cycle.
3. Arrêter après l'ajout de $(n-1) = 11$ arcs, avec $n = 12$ le nombre de sommets dans le graphe initial.
4. À titre illustratif, un ordre d'ajout des arcs est le suivant :
AB (1) – BE (2) – BI (2) – IJ (2) – IF (3) – CF (3) – CG (1) – CD (2) – DH (2) – GL (3) – GK (4).



Question 4 (3 points)

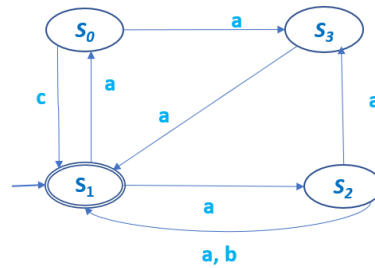
Un groupe de 31 personnes se réunit chaque jour autour d'une table ronde. Combien de jours peuvent-ils se réunir si l'on souhaite que personne n'ait deux fois le même voisin et que l'on dispose d'une table de 31 places ? Justifiez votre réponse.

Réponse :

Pour une personne donnée, il s'agit de former le nombre maximal de paires en considérant les 30 autres personnes. Autrement dit, chaque jour on prend au hasard 2 personnes parmi celles qui n'ont pas encore été voisines de la personne considérée. Il faut donc $30/2$ paires. D'où 15 jours.

Question 5 (5 points)

Soit l'alphabet $I = \{a, b, c\}$. Construisez un automate fini déterministe équivalent à l'automate suivant. Détaillez toutes les étapes de votre démarche.

**Réponse :**

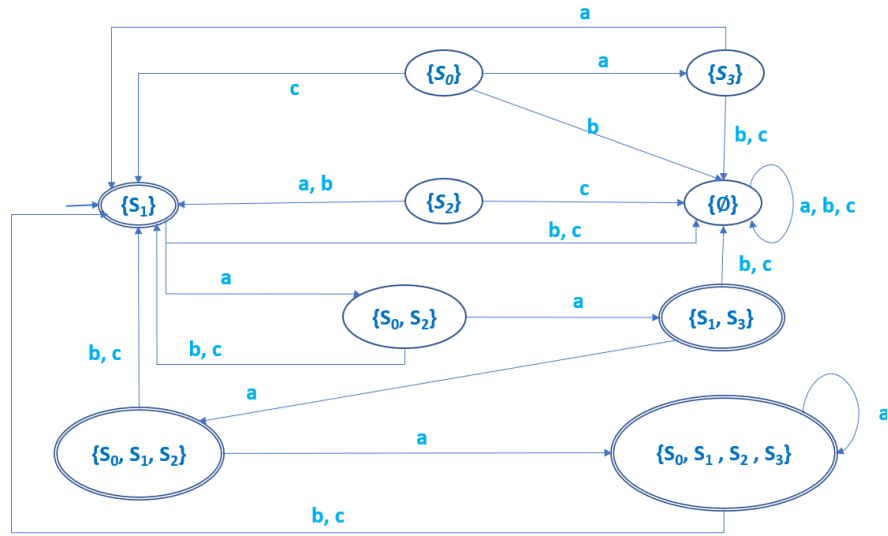
La table d'états-transition de l'automate initial est la suivante. Les états initiaux et finaux sont marqués des signes \rightarrow et \leftarrow , respectivement.

États	Entrées		
	a	b	c
$\rightarrow \leftarrow \{S_1\}$	$\{S_0, S_2\}$	\emptyset	\emptyset
$\{S_0\}$	$\{S_3\}$	\emptyset	$\{S_1\}$
$\{S_2\}$	$\{S_1\}$	$\{S_1\}$	\emptyset
$\{S_3\}$	$\{S_1\}$	\emptyset	\emptyset

La table d'états-transition de l'automate fini déterministe est la suivante. Les états initiaux et finaux sont marqués des signes \rightarrow et \leftarrow , respectivement.

États	Entrées		
	a	b	c
$\rightarrow \leftarrow \{S_1\}$	$\{S_0, S_2\}$	\emptyset	\emptyset
$\{S_0\}$	$\{S_3\}$	\emptyset	$\{S_1\}$
$\{S_2\}$	$\{S_1\}$	$\{S_1\}$	\emptyset
$\{S_3\}$	$\{S_1\}$	\emptyset	\emptyset
$\{S_0, S_2\}$	$\{S_1, S_3\}$	$\{S_1\}$	$\{S_1\}$
$\leftarrow \{S_1, S_3\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	\emptyset	\emptyset
$\leftarrow \{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_1\}$	$\{S_1\}$
$\leftarrow \{S_0, S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_0, S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_1\}$	$\{S_1\}$

Automate fini déterministe



La table d'états-transition de l'automate fini déterministe émondé est la suivante. Les états initiaux et finaux sont marqués des signes \rightarrow et \leftarrow , respectivement.

États	Entrées		
	a	b	c
$\rightarrow \leftarrow \{S_1\}$	$\{S_0, S_2\}$	\emptyset	\emptyset
$\{S_0, S_2\}$	$\{S_1, S_3\}$	$\{S_1\}$	$\{S_1\}$
$\leftarrow \{S_1, S_3\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	\emptyset	\emptyset
$\leftarrow \{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_1\}$	$\{S_1\}$
$\leftarrow \{S_0, S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_0, S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_1\}$	$\{S_1\}$

Automate fini déterministe émondé

