



**POLYTECHNIQUE  
MONTREAL**

UNIVERSITÉ  
D'INGÉNIERIE

**LOG1810**

STRUCTURES DISCRÈTES

## TD 1 : LOGIQUE PROPOSITIONNELLE

E2025

### Directives pour la remise :

- Répondez directement sur ce document papier
- La remise est individuelle, mais le travail en équipe est encouragé, avec un maximum de **3 étudiants par équipe**.
- La remise se fait à la fin de la séance de TD.
- **Aucun retard ne sera accepté.**
- Nous nous réservons le droit de refuser la remise d'étudiants arrivant au TD avec plus d'une heure de retard.
- Le non-respect des consignes entraînera automatiquement la note de 0 pour ce TD.

### Identification

Veillez inscrire votre section, nom, prénom et matricule ainsi que les noms des collègues avec lesquels vous avez collaboré pour le TD

**Section :**

**Nom :**

**Prénom :**

**Matricule :**

**Collègues :**

## Exercice 1 :

### a) Traduction en langage naturel

Considérez les facteurs suivants pouvant influencer la réussite ou l'échec d'un étudiant dans un cours :

- $A$  : L'étudiant assiste à plus de 80% des cours.
- $T$  : L'étudiant remet tous les travaux pratiques (TPs) à temps.
- $M$  : La moyenne des notes des TPs de l'étudiant est supérieure à 60%.
- $E$  : L'étudiant obtient une note supérieure à 50% à l'examen final.
- $P$  : L'étudiant réussit le cours (note finale  $\geq 50\%$ ).
- $S$  : L'étudiant suit les séances de tutorat supplémentaires.
- $D$  : L'étudiant déclare avoir des difficultés importantes dans le cours.
- $C$  : Le cours est considéré comme particulièrement difficile cette année.

Traduisez les expressions logiques suivantes en langage naturel, décrivant des règles ou des constats liés à la réussite :

1.  $((A \wedge T \wedge M) \vee (S \wedge E)) \rightarrow P$

2.  $\neg P \leftrightarrow (\neg E \wedge (\neg M \vee \neg T \vee C))$

3.  $(D \wedge C) \rightarrow (S \wedge \neg M)$

4.  $A \rightarrow (T \rightarrow (M \rightarrow (E \rightarrow P)))$

5.  $(P \oplus D) \vee (\neg A \wedge \neg T \wedge \neg M \wedge \neg E \wedge \neg P)$

6.  $C \leftrightarrow (\neg M \wedge \neg E \wedge (D \vee S))$

**b) Traduction en logique propositionnelle**

Considérez les propositions suivantes relatives aux élections fédérales canadiennes et au Bloc Québécois :

- $B$  : Le Bloc Québécois remporte plus de 50% des sièges au Québec.
- $M$  : Un parti fédéraliste forme un gouvernement majoritaire à Ottawa.
- $Q$  : Le Québec obtient des pouvoirs accrus ou une reconnaissance spéciale durant le mandat.
- $F$  : Les relations entre le Québec et le gouvernement fédéral sont tendues.
- $S$  : Le Bloc Québécois soutient activement le gouvernement minoritaire en place (le cas échéant).
- $E$  : Une élection fédérale anticipée est déclenchée.
- $P$  : Le chef du Bloc Québécois se déclare satisfait des gains politiques pour le Québec à la fin du mandat.
- $I$  : Le Bloc Québécois est considéré comme ayant une influence déterminante sur les politiques fédérales.

Traduisez les descriptions de situations ou règles politiques suivantes en logiques propositionnelle :

1. Pour que le Québec obtienne des pouvoirs accrus, il est nécessaire que le Bloc remporte plus de 50% des sièges au Québec et qu'aucun parti fédéraliste ne forme de gouvernement majoritaire.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
2. Une élection fédérale anticipée est déclenchée si et seulement si les relations sont tendues et le Bloc ne soutient pas le gouvernement minoritaire, ou si un gouvernement majoritaire est formé mais que les relations sont néanmoins tendues.

3. Si le Bloc ne remporte pas plus de 50% des sièges ou si un gouvernement majoritaire est formé, alors les relations fédérales-provinciales sont tendues et le Bloc n'est pas considéré comme ayant une influence déterminante.
4. Il n'est pas vrai que le Bloc soutient activement le gouvernement et que les relations sont tendues.
5. Le chef du Bloc se déclare satisfait seulement si le Bloc a remporté plus de 50% des sièges au Québec alors qu'aucun gouvernement majoritaire n'était formé à Ottawa.
6. Soit le Bloc est influent et les relations ne sont pas tendues, soit une élection anticipée est déclenchée.

## Exercice 2 :

Pour chacun des énoncés conditionnels suivants, liés aux chances des Canadiens de Montréal de participer aux séries éliminatoires, formulez en langage naturel et logique propositionnel :

- i) La réciproque
  - ii) La contraposée
  - iii) L'inverse
- 
1. Si les Canadiens gagnent au moins 7 de leurs 10 derniers matchs et soit leur différentiel de buts est positif, soit leur avantage numérique clique à plus de 20%, alors ils se qualifient pour les séries à moins que les Red Wings ne gagnent tous leurs matchs restants et que les Penguins n'obtiennent au moins 15 points sur une possibilité de 20.

2. Que les Canadiens affrontent les Maple Leafs au premier tour n'est envisageable que si, d'une part, soit ils ont achevé la saison régulière en troisième position de leur division tandis que les Leafs s'emparaient de la deuxième place, soit ils ont fini quatrième pendant que les Leafs dominaient la première, et d'autre part qu'aucune des deux formations n'ait obtenu son billet via une wild-card.

3. Le directeur général effectue une transaction majeure avant la date limite seulement si l'équipe est à moins de 5 points d'une place en séries et qu'un joueur clé est blessé pour le reste de la saison, ou si l'équipe est hors de la course aux séries et qu'il cherche à obtenir des choix au repêchage pour l'avenir.



**Exercice 3 :**

Dites si cette expression s'agit d'une tautologie, contradiction ou contingence en justifiant votre réponse en utilisant les deux méthodes demandées.

**Expression :**  $((p \oplus q) \wedge (q \leftrightarrow r)) \rightarrow \neg(p \leftrightarrow r)$

a) **Dérivation**

**b) Table de Vérité**

## Exercice 4 :

Cinq serveurs (S1, S2, S3, S4, S5) dans un centre de données sont surveillés. Chaque serveur peut être soit **Actif** (A), soit **Inactif** (I). Au moment de l'observation, on sait qu'**exactement trois** serveurs sont actifs.

**Propositions :** Soit  $a_i$  la proposition "Le serveur Si est Actif" (pour  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ).

**Règles de fonctionnement observées :**

1. Si S1 est Actif, alors S3 est Inactif. ( $a_1 \rightarrow \neg a_3$ )
2. Si S2 est Actif, alors S4 est Actif. ( $a_2 \rightarrow a_4$ )
3. S5 est Actif si et seulement si S1 est Actif. ( $a_5 \leftrightarrow a_1$ )
4. Si S3 est Inactif, alors S2 est Actif. ( $\neg a_3 \rightarrow a_2$ )
5. Au moins un des serveurs S4 ou S5 est Inactif. ( $\neg a_4 \vee \neg a_5$ )

Déterminez l'état (Actif ou Inactif) de chaque serveur. Justifiez votre raisonnement étape par étape, en montrant comment les règles et la condition initiale permettent d'éliminer les possibilités et d'arriver à une conclusion unique.

*Indice : Commencez par supposer une valeur de vérité pour  $a_1$  et déduisez les conséquences.*



## Exercice 5 (facultatif) :

Un algorithme d'allocation d'actifs détermine si une allocation est considérée comme **Agressive** (Aggressive = Vrai) si une condition  $C$  est satisfaite. Cette condition dépend de plusieurs facteurs : Âge  $< 40$  ans (A), Tolérance au Risque Élevée (R), Marché Boursier Haussier (M), Taux d'Intérêt Bas (I), Besoin de Liquidités à Court Terme (L), Objectif Principal = Croissance (G).

La condition initiale  $C$  est définie par l'expression (conçue pour se simplifier) :

$$C \equiv [((M \wedge I) \leftrightarrow (\neg L \oplus G)) \rightarrow (A \vee R)] \wedge [(\neg((M \wedge I) \leftrightarrow (\neg L \oplus G))) \rightarrow (A \vee R)]$$

En utilisant les lois d'équivalence logique, simplifiez l'expression  $C$  autant que possible. Montrez chaque étape de votre dérivation et nommez les lois utilisées. L'objectif n'est pas nécessairement d'atteindre une forme normale spécifique, mais plutôt l'expression la plus courte et intelligible possible décrivant quand l'allocation est optimale.



## Feuille supplémentaire