Exercice 1 (15 points)

Soit A un ensemble. On définit sur A deux relations R_1 et R_2.

$$A = \{a, b, c, d\}$$

On considère que A contient toutes les initiales (en minuscule) des prénoms des étudiants, dont les initiales sont a, b, c et d d'une section du cours LOG2810 qui habitent les résidences universitaires. Plusieurs étudiants ont une même initiale. Par exemple, Alain, Armelle et Aurel ont la même initiale **a**.

a) (2,5 points) De combien de façons peut-on former un groupe de travail de 7 étudiants en se basant sur les initiales qui sont dans A ? Par exemple, un groupe pourrait être composé de 3 étudiants ayant **a** comme initiale, 2 étudiants ayant **b** comme initiale, 1 étudiant ayant **c** comme initiale et 1 étudiant ayant **d** comme initiale. Détaillez votre réponse.

Réponse

b) (1,5 points) En supposant que les collisions sont tolérées, combien d'entrées aurait une table de hachage permettant de stocker les différentes clés associées aux initiales des membres d'un groupe? Considérant que la table ASCII est utilisée pour la représentation numérique des lettres, le **a** vaut 97, le **b** vaut 98, le **c** vaut 99 et le **d** vaut 100. Par exemple, pour le groupe contenant les initiales **aaabbcd**, la valeur numérique est 97+97+97+98+98+99+100=686. Donnez l'opération en arithmétique modulaire permettant de localiser l'emplacement de chaque groupe dans la table de hachage. Détaillez votre réponse.

Réponse

c) (2 points) Donnez la négation de la proposition suivante :

$$\forall (x, y) \in A^2, \neg(x\, R_1\, y) \leftrightarrow (x\, R_2\, y)$$

Réponse

d) (2,5 points) En considérant la proposition suivante :

$$\forall (x, y) \in A^2, \neg(x\, R_1\, y) \leftrightarrow (x\, R_2\, y)$$

Montrez que R_1 est le complément de R_2 dans A^2, c'est-à-dire que :

$$(R_1 \cup R_2 = A^2)\ et\ (R_1 \cap R_2 = \emptyset)$$

Réponse

e) (2,5 points) Donnez la fermeture transitive de $\boldsymbol{R_1}$, sachant que :

$$R_1 = \{(a,b),(a,c),(c,b),(d,c),(b,a),(c,d),(c,a),(b,c)\}$$

Écrivez seulement l'ensemble des éléments manquants pour avoir la fermeture transitive de la relation $\boldsymbol{R_1}$.

Réponse

f) (1 point) Construisez le graphe G de $\boldsymbol{R_1}$.

Réponse

g) (3 points) Combien y a-t-il de chemins de longueur **au plus égales à 3**, allant du sommet **b** au sommet **c** ?

Réponse

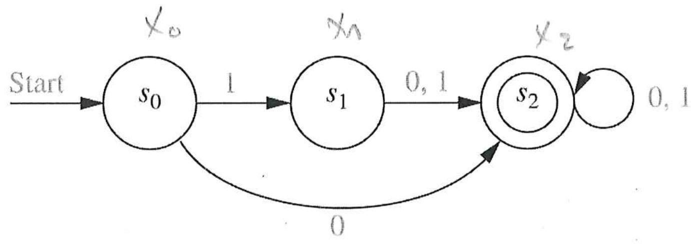
Exercice 2 (1,5 points)

Soit G la grammaire avec $V = \{a, b, c, S\}$, $T = \{a, b, c\}$, le symbole de départ S et les productions : $S \rightarrow abS$, $S \rightarrow bcS$, $S \rightarrow bbS$, $S \rightarrow a$ et $S \rightarrow cb$. Construisez l'arbre de dérivation pour : **bcabbbbbcb**

Réponse

Exercice 3 (1,5 points)

Soit l'automate fini déterministe suivant :

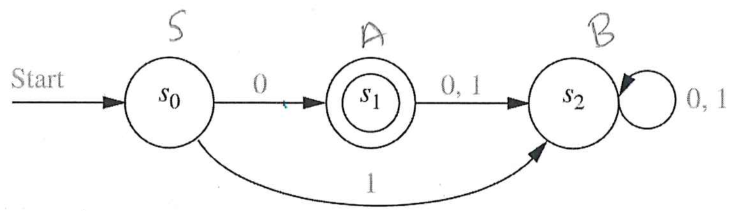


Déterminez l'expression régulière en utilisant le lemme d'Arden.

Réponse

Exercice 4 (0,75 point)

Construisez une grammaire régulière $G = (V, T, S, P)$ qui génère le langage reconnu par l'automate fini suivant :



Réponse

Exercice 5 (1,25 points)

Soit T la machine de Turing définie par ces quintuples :

(s0, 0, s1, 0, R)

(s0, 1, s1, 0, L)

(s0, B, s1, 1, R)

(s1, 0, s2, 1, R)

(s1, 1, s1, 1, R)

(s1, B, s2, 0, R)

(s2, B, s3, 0, R)

Si T est exécutée sur le ruban suivant, en commençant à la position initiale, quel est le ruban final lorsque T s'arrête ?

... B B 0 0 B 0 0 B ...

Réponse