POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

LOG2810

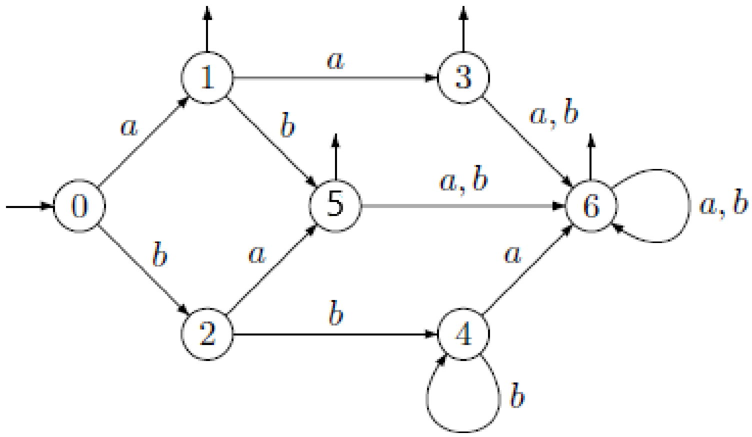
STRUCTURES DISCRÈTES

TD 12 : **MODÉLISATION COMPUTATIONNELLE**

É2022

SOLUTIONNAIRE

Exercice 1. Donnez la grammaire ***G*** qui génère le langage reconnu par l'automate suivant. Vous devez préciser l'alphabet ***V***, l'ensemble des symboles terminaux ***T***, l'axiome ***S***, et l'ensemble des règles de production ***P***.



Réponse :

Soit les symboles non terminaux associés aux états comme suit :

- État 0 : Symbole non terminal S, axiome de la grammaire
- État 1 : Symbole non terminal A
- État 2 : Symbole non terminal B
- État 3 : Symbole non terminal C
- État 4 : Symbole non terminal D
- État 5 : Symbole non terminal E
- État 6 : Symbole non terminal F

Nous avons les ensembles suivants : ***N*** = {S, A, B, C, D, E, F}, ***T*** = {a, b}, ***V*** = {a, b, S, A, B, C, D, E, F}.

Les productions de ***P*** sont :

S → a | aA | bB
A → a | aC | b | bE
B → a | aE | bD
C → a | b | aF | bF
D → a | aF | bD
E → a | b | aF | bF
F → a | b | aF | bF

Exercice 2. Soit les grammaires ***G*** = *(V, T, S, P)* où ***V*** = *{a, b, S, A, B, C, D, E}*, ***T*** = *{a, b}*. ***S*** est l'axiome, ***P*** l'ensemble des règles de production suivantes.

S → ACaB
Ca → aaC
CB → DB | E
aD → Da
AD → AC
aE → Ea
AE→ Ɛ

Quel est le type de la grammaire ***G*** ? Justifiez votre réponse.

Réponse : Elle est de type 0.

- Elle n'est pas de type 3, car aucune production de P n'est de la forme $w_1 \rightarrow a \mid aH$ ou de la forme $S \rightarrow \varepsilon$, a étant un symbole terminal et H un symbole non terminal.
- Elle n'est pas de type 2 du fait de la présence de la production $Ca \rightarrow aaC$ dont la partie gauche n'est pas un symbole non terminal, mais un mot. Il en est de même pour :

$$CB \rightarrow DB \mid E$$
$$aD \rightarrow Da$$
$$AD \rightarrow AC$$
$$aE \rightarrow Ea$$
$$AE \rightarrow \varepsilon$$

- Elle n'est pas de type 1, car la production $CB \rightarrow E$ est tel que $l(CB) > l(E)$.

Exercice 3. Soit le langage $L = \{(a + b)^* ba^*\}$ construit sur l'alphabet $X = \{a, b\}$. Proposez une grammaire $G = (V, T, S, P)$ qui engendre le langage L. Vous devez préciser V, T, et P.

Réponse :

Note : Plusieurs solutions sont possibles. Celle qui est proposée ici n'est qu'une solution parmi tant d'autres.

- G = (V, T, S, P)
- V = {a, b, S, A}
- T = {a, b}
- P est constitué des productions suivantes :

$$S \rightarrow aS \mid bS \mid bA \mid b$$
$$A \rightarrow aA \mid a$$

Exercice 4. Soit les grammaires $G = (V, T, S, P)$ où $V = \{a, b, S\}$, $T = \{a, b\}$. S est l'axiome, P est l'ensembles de règles de production.

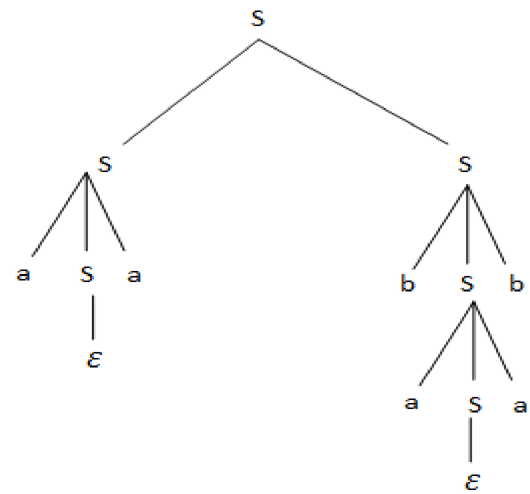
$$P = \{S \rightarrow aSa \mid bSb \mid SS \mid \varepsilon\}$$

Montrez que ***aabaab*** $\in$ ***L(G)***.

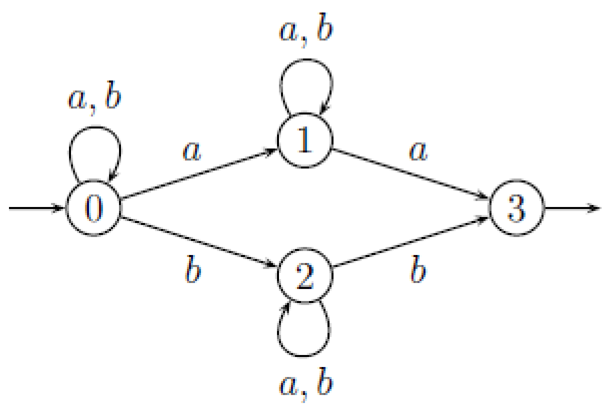
Réponse :
Il existe plusieurs façons de faire la preuve. On propose ici la dérivation (chaîne de dérivation ou arbre de dérivation)

- Dérivation
- Arbre de dérivation

S → SS
S → aSaS (car S → aSa)
S → aaS (car S → ε)
S → aabSb (car S → *bSb*)
S → aabaSab (car S → aSa)
S → aabaab (car S → ε)



Exercice 5. Déterminisez l'automate suivant.

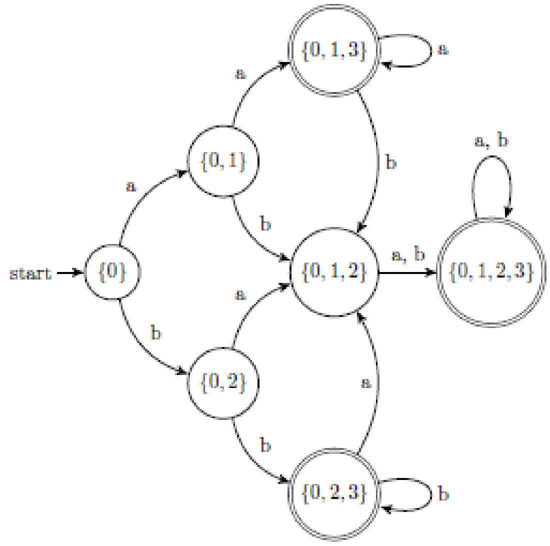


<u>Réponse :</u>

- Table d'états-transition

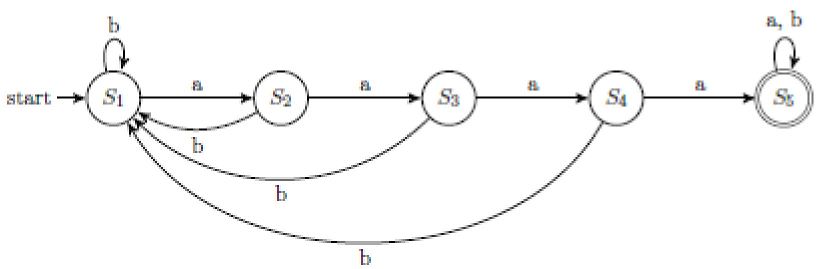
États	Entrée	
	a	b
0	{0, 1}	{0, 2}
{0, 1}	{0, 1, 3}	{0, 1, 2}
{0, 2}	{0, 1, 2}	{0, 2, 3}
{0, 1, 3}	{0, 1, 3}	{0, 1, 2}
{0, 1, 2}	{0, 1, 2, 3}	{0, 1, 2, 3}
{0, 2, 3}	{0, 1, 2}	{0, 2, 3}
{0, 1, 2, 3}	{0, 1, 2, 3}	{0, 1, 2, 3}

- États finaux : {0, 1, 3}, {0, 2, 3}, {0, 1, 2, 3}.
- Automate



Exercice 6. Construisez un automate fini à 5 états au plus qui accepte les mots sur ***{a, b}**** qui contiennent au moins une fois la sous-chaîne ***aaaa***.

Réponse :



Exercice 7 (facultatif). On considère l'alphabet ***V*** = *{a, b}* et les langages $\boldsymbol{L_1}$ et $\boldsymbol{L_2}$.

$\boldsymbol{L_1 = \{ab, bab\}}$ et $\boldsymbol{L_2 = \{a, ab, bbc, ca\}}$

a. Déterminez $L_1.L_2$

Réponse :

$L_1.L_2$ = *{aba, abab, abbbc, abca, baba, babab, babbbc, babca}*

b. Déterminez L_1^3

Réponse :

$L_1^3 = \{(ab + bab)^3\}$

L_1^3 = *{ababab, abbabab, babab ab, babbabab, ababbab, abbabbab, bababbab, babbababbab}*

c. Déterminez L_2^*

Réponse :

$L_2^* = \{(a + ab + bbc + ca)^*\}$