Classification

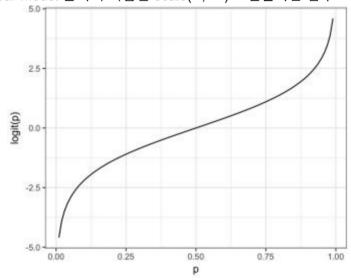
- 주어진 상황이 어느 라벨(class)에 해당하는지와 해당할 확률을 예측하는 것.
- 일반적으로 각 클래스에 해당할 확률을 예측한 후, 확룔이 가장 높은 클래스로 분류함

Logistic Regression

• 연속형 숫자가 아닌 이진 타입/binary 타입인 데이터를 분석하기 위한 multi linear regression

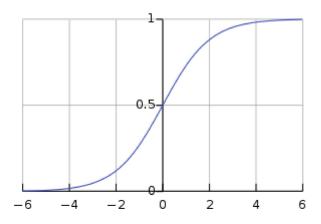
logistic Response Function / Logit

• 확률의 (0, 1) scale을, linear model 분석의 적합한 scale(∞, -∞)로 변환하는 함수



- logistic regression은 (∞, -∞)의 값을 계산하며, 이를 inverse logit / logistic response function에 적용하여 주어진 데이터의 label이 '1'일 확률인 p를 구함
- sigmoid function / logistic function을 적용하며, 형태는 아래와 같음 ~ (1)

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad g(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} \qquad p = \frac{1}{1 + e^{-\left(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_q x_q\right)}}$$



- 위 p에 대한 식을 일반적인 multiple linear model 형태로 변환하기 위해 odds 개념 적용
- odds: 실패 확률에 대한 성공 확률의 비 / 성공 확률이 실패 확률보다 몇 배 높은지 표현할 수 있음
 예) 어떤 사건의 성공 확률이 75%(0.75)면 실패 확률은 25%(0.25)이고 이때의 odds는 0.75/0.25 = 3.0

즉 odds의 계산식을 성공 확률 p로 표현하면 ~ (2)

$$Odds(Y = 1) = \frac{p}{1 - p}$$

역으로 p를 odds를 사용하여 표현하면

$$p = \frac{\text{Odds}}{1 + \text{Odds}}$$

(1)의 p를 (2)에 대입하면 ~ (3)

$$\begin{aligned} Odds &= \frac{p}{1-p} = \frac{\frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1x_1+\ldots+\beta_1x_1)}}}{1-\frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1x_1+\ldots+\beta_1x_1)}}} \\ &= \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1x_1+\ldots+\beta_1x_1)}} = \frac{1}{e^{-(\beta_0+\beta_1x_1+\ldots+\beta_1x_1)}} = e^{\beta_0+\beta_1x_1+\ldots+\beta_1x_1} \end{aligned}$$

식 (3)의 양변에 로그를 취하면, multiple linear regression 모델의 형태가 됨 => logistic regression

log (Odds(Y = 1)) =
$$\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_q x_q$$

즉 기존 multiple linear regression 형태의 logistic regression 모델을 실행하면, 결과값은 성공확룔 p의 logit 변환값(log odds 값)을 반환. p는 모델 수행 결과에 inverse logit 함수를 적용하여 구할 수 있음

p에는 cut-off / threshold를 두어, 이상이면 label은 '1' 그렇지 않으면 '0'으로 결정 (defalut threshold = 0.5)

In []:

데이터셋 분석

In []:

sklearn을 사용하여 logistic regression 구현

Prediction Values from Logistic Regression

$$\hat{Y} = \log \left(\text{Odds}(Y = 1) \right) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_q x_q$$

$$p = \frac{1}{1 + e^{-\left(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_q x_q\right)}} \qquad \hat{p} = \frac{1}{1 + e^{-\hat{Y}}}$$

In []:

sklearn 모델의 logistic regression에서 predict 사용시 반환하는 값

Logistic regression에서 회귀계수의 의미

- logistic regression에서 계수는 해당 변수의 odds ratio에 log를 취한 값을 의미함
- odds ratio: 0dds 간 비율
 (binary factor variable X에 대한 odds ratio 예시)

odds ratio =
$$\frac{\text{Odds}(Y = 1 \mid X = 1)}{\text{Odds}(Y = 1 \mid X = 0)}$$

: (X=1일 때 Y=1일 Odds) / (X=0일 때 Y=1일 Odds) -> X=0일 때와 비교하여 X=1일 때 Y=1인 경우가 몇배더 증가하는지

- 즉, 변수 Age의 계수가 2.3이라면, 나이 단위가 증가하면 어린 것보다 구매할 확률이 9.97(np.exp(2.3)) 정도 높아진다고 해석할 수 있음
- 계수의 양수/음수 여부로. 변수와 성공확률이 양의 상관관계 / 음의 상관관계를 가지는지 알 수 있음

Logistic Regression 모델 및 변수 평가

In []:

statsmodels 패키지를 사용하여 모델을 구성하는 변수의 coef 평가

Evaluationg Classification Models

혼동행렬 confusion matrix

		Predicted condition	
	Total population = P + N	Positive (PP)	Negative (PN)
Actual condition	Positive (P)	True positive (TP)	False negative (FN)
	Negative (N)	False positive (FP)	True negative (TN)

- 두가지 선택에 대해, 더 가치있다고 판단하는 일을 positive(1)로 취급함 환자에 대한 Cancer/Non-Cancer - Cancer(1), Non-Cancer(0) 기기에 대한 고장/정상 - 고장(1), 정상(0)
- 일반적으로 (1) case는 (0) case보다 적어, 모두 (0)으로 판단해도 정확도가 높은 경우 존재
- 그러나 (1)을 (1)로 제대로 판별하는게 더 중요한 상황이 많으므로 여러 지표를 고려해야 함

$$Precision = rac{TP}{TP+FP}$$
 $Recall, Sensitivity = rac{TP}{TP+FN}$ $Specificity = rac{TN}{TN+FP}$ $Accuracy = rac{TP+TN}{TP+TN+FP+FN}$

- 정밀도(precision, Positive Predictable Value): 모델이 양성으로 평가한 것 중 실제 양성의 비율
- 재현율(recall), 민감도(sensitivity): 실제 양성 중 모델이 양성으로 평가한 비율
- 특이도(specificity, True Negativity Rate): 실제 음성 중 모델이 음성으로 평가한 비율
- 정확도(accuracy): 전체 중 모델이 올바르게 평가한 비율
- 민감도. 특이도는 bio, medical 분야에서 / 정밀도, 재현율은 기계 학습, 딥러닝 모델 평가 지표로 주로 사용

In []:

```
# confusion matrix 연산 (coding, sklearn, dmba)
# dmba 설치 명령어: conda install -c conda-forge dmba
```

ROC Curve

- sensitivity와 specificity는. 하나가 증가하면 다른 하나는 감소하는 상충 관계를 가짐 (이상적인 모델은 sensitivity와 specificity가 모두 높음)
- 둘의 관계를 2차원 그래프로 나타낸 것을 "Receiver Operating Characteristics curve(ROC curve)"라고 함
- 일반적으로, 우상향 그래프 모양을 위해 x축은 1-specificity, y축은 sensitivity 값을 가짐

In []:

sklearn을 사용하여 ROC Curve 그리기

AUC (Area Under ROC Curve)

- 그림으로 표현되는 ROC Curve를 점수 형태로 표현하기 위해 사용
- AUC = ROC Curve 아래 넓이(~1)
- AUC가 클수록 모델의 분류 성능이 좋다고 판단하며, 모델이 완전히 랜덤으로 분류할 때(학습이 되지 않았을 때) AUC 기댓값은 0.5임

In []:

sklearn을 사용하여 AUC 계산하기