

En el video de la semana se estipula que

11/10/21

$$\underbrace{\dot{x} \partial_x A_x + \dot{y} \partial_y A_x + \dot{z} \partial_z A_x}_{\text{aquí debería ser}} = \dot{\vec{r}} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \vec{A} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (\dot{\vec{r}} \cdot \vec{A})$$

aquí debería ser

$$\dot{x} \partial_x A_x + \dot{y} \partial_y A_y + \dot{z} \partial_z A_z$$

Hubo error de dedo. Debería ser

$$\frac{\partial}{\partial x} (\dot{\vec{r}} \cdot \vec{A})$$

Ahora, vemos que esto es cierto pues

$$\underbrace{\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial q_j}}_{\text{Traza de la semana}} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial q_j} (\dot{q}_i A_i) = \dot{q}_i \frac{\partial}{\partial q_j} A_i \longrightarrow (\dot{x} \partial_x) f = \partial_x (\dot{x} f) \longrightarrow \dot{\vec{r}} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \vec{A} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (\dot{\vec{r}} \cdot \vec{A})$$

También se dijo que $\frac{d}{dt} A_x = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{x}} (\vec{A} \cdot \dot{\vec{r}}) \right)$

Pues probar esto hay que ver que $A_x = \frac{\partial}{\partial \dot{x}} (\vec{A} \cdot \dot{\vec{r}})$

$$\text{Vemos que } \frac{\partial}{\partial \dot{x}} (\vec{A} \cdot \dot{\vec{r}}) = \left(\frac{\partial}{\partial \dot{x}} \vec{A} \right) \cdot \dot{\vec{r}} + \vec{A} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \dot{x}} \dot{\vec{r}} \right) \text{ ya que } \vec{A} = \vec{A}(\vec{r}, t) \Rightarrow \frac{\partial \vec{A}}{\partial \dot{q}_i} = \vec{0} \rightarrow \text{pues } \frac{\partial q_i}{\partial \dot{q}_j} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial \dot{x}} (\vec{A} \cdot \dot{\vec{r}}) = \vec{A} \cdot \left(\frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{x}}, \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{x}}, \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{x}} \right) \text{ pues } \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial \dot{q}_j} = \delta_{ij}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial \dot{x}} (\vec{A} \cdot \dot{\vec{r}}) = \vec{A} \cdot \hat{e}_x = A_x$$

$$\therefore \frac{d}{dt} (A_x) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{x}} (\vec{A} \cdot \dot{\vec{r}}) \right)$$