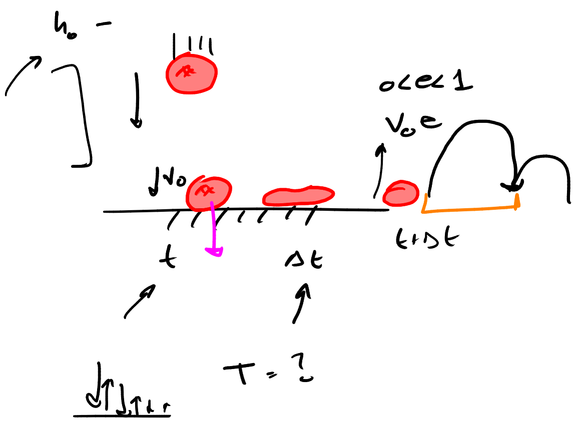
Colisión inelástica



$$\left\{\begin{array}{l} P(t) = -mV_0 \\ P(t+\Delta t) = +mV_0 e \end{array}\right] h_0$$

$$\left.\begin{array}{l} P(t') = -mV_0 e \\ P(t'+\Delta t) = +m(V_0 e)e \end{array}\right] h_2$$

$$\left.\begin{array}{l} P(t'') = -mV_0 e^2 \\ P(t''+\Delta t) = +mV_0 e^3 \end{array}\right] h_3$$

$$h_n = \overset{V_0 e^n}{V_n}\, \Delta t_n - \tfrac{1}{2} g \Delta t_n^2 = 0$$

$$\Delta t_n \underbrace{\left(V_n - \tfrac{1}{2} g \Delta t_n\right)}_{} = 0$$

$$\Delta t_n = \frac{V_n 2}{g} = 2\frac{V_0 e^n}{g}$$

$$T = \sum_{n=0} \Delta t_n = \frac{2V_0}{g}\overbrace{\left(1+e+e^2+e^3+\dots+e^n\right)}^{0<e<1}$$

Serie geométrica

$$S_n = 1+e^1+e^2+e^3+\dots+e^n$$

$$eS_n = \underbrace{e+e^2+\dots+e^n}+e^{n+1}\underbrace{+1}-1$$

$$eS_n = S_n + e^{n+1} - 1$$

$$eS_n - S_n = S_n(e-1) = e^{n+1}-1$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{e^{n+1}-1}{e-1}$$

$$\Rightarrow T = \underbrace{\frac{2V_0}{g}\,\frac{e^{n+1}-1}{e-1}}_{} \xrightarrow[n\to\infty]{} \underbrace{\frac{2V_0}{g}\,\frac{1}{1-e}}_{}$$

$$\sqrt{2gh_0} = V_0$$

$$T = 2\sqrt{\frac{2h_0}{g}}\,\frac{e^{n+1}-1}{e-1}$$

Transferencia de momento lineal

Ejemplo:

Se le cedió momento lineal

Suponiendo que el agua es una colección de gotas

$$\Delta \vec{P}_{gota} = \int_{\Delta t \text{ de colisión}} \vec{F}\, dt = m(\cancel{\vec{V}_f} - \vec{V}_i) = -m\vec{V}_i$$

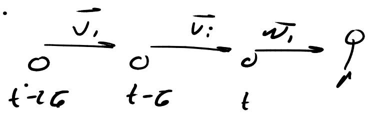
0 porque chocó con nosotros

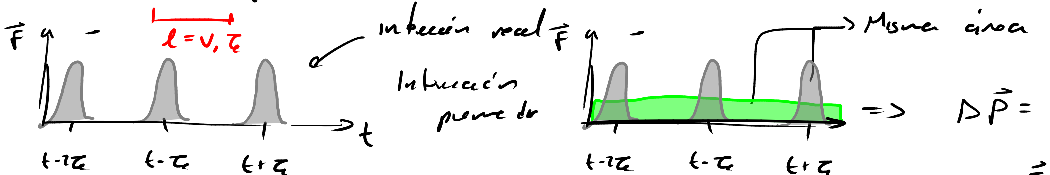
y por 3ra ley de Newton $\vec{F}_{gota-yo} = -\vec{F}_{yo-gota}$

$$\Rightarrow \Delta \vec{P}_{yo} = -\Delta \vec{P}_{gota} = m\vec{V}_i$$

1D

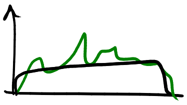
Entonces imaginemos que tenemos bolitas pegándonos en un tiempo τ cada una

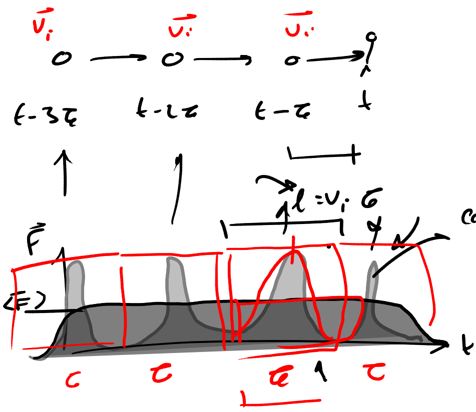




$$\Rightarrow \Delta \vec{P} = \langle \vec{F} \rangle \tau = m\vec{v}_i$$

$$\Rightarrow \langle \vec{F} \rangle = \frac{m\vec{v}_i}{\tau} = \frac{m}{\ell} v_i^2\, \hat{v}_i$$





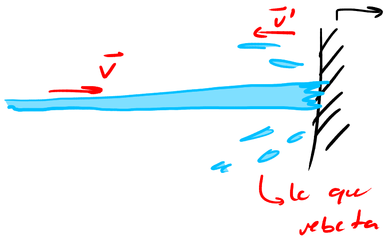
→ 1 [illegible]

$$\Delta \vec{P} = \langle F \rangle \tau = m\vec{v}_i \Rightarrow \langle \vec{F} \rangle = \frac{m \vec{v}_i}{\tau} = \boxed{\frac{m}{\ell}} v_i^2 \hat{v}_i$$

λ = Densidad lineal de masa

→ $\lambda = \frac{kg}{m}$ → $\sigma = \frac{kg}{m^2}$ → $\rho = \frac{kg}{m^3}$

→ Momento transferido a una superficie



Suponemos que $\lambda = m/\ell$

→ ¿Cuál es la tasa de llegada de las partículas?

Suponen que $\underbrace{\Delta m}_{\text{las que llegan}} = \overbrace{N}^{\text{\# de gotas que llegan a la pared}} m$ (Totales)

$N = \underbrace{\frac{v}{\ell}}_{\text{tasa de llegada}} \Delta t$ = intervalo en el que mido

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{v}{\ell} m \Delta t$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t \to 0} \frac{dm}{dt} = \frac{v}{\ell} m = \frac{m}{\ell} v = \lambda v$$

→ Tasa de llegada de las partículas, no del momento

Como no se acumula agua en la pared $\underbrace{\lambda' v'}_{\text{Tasa de salida}} = \underbrace{\lambda v}_{\text{tasa de llegada}}$

Entonces en la pared $\vec{F}_{tot} = \vec{F}_{llegada} + \vec{F}_{salida} = \underbrace{\frac{d\vec{p}}{dt}}_{\text{llega}} - \underbrace{\frac{d\vec{p}'}{dt}}_{\text{3ra ley, del que sale}}$

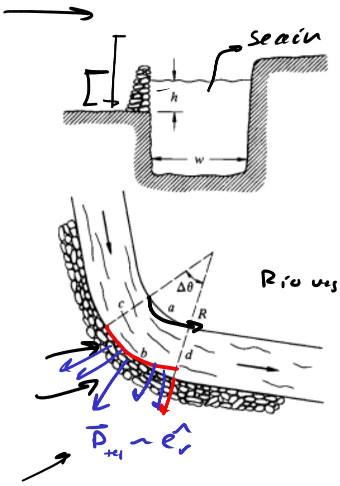
$$\Rightarrow \vec{F}_{tot} = \lambda v^2 - \lambda'(v')^2 = \lambda v^2 - (\lambda' v')v' = \lambda v(v + v')$$

Casos límite

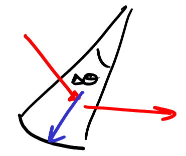
- Absorción del golpe $\Rightarrow v' = 0 \Rightarrow F_{tot} = \lambda v^2$
- Reflexión total $\Rightarrow v' = v \Rightarrow F_{tot} = 2\lambda v^2$

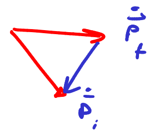
$$1 < \frac{F}{\lambda v^2} < 2$$

Notamos que $\vec{F} = \dot{\vec{P}}_{llegada} + \dot{\vec{P}}_{salida} = \dot{\vec{P}}_i - \dot{\vec{P}}_f$ → Es una expresión general en 3D



$\frac{F}{A}$





$1 < \alpha < 2$

$$|\dot{\vec{P}}| = \dot{P}\,\Delta\theta = \alpha\,\underbrace{\lambda}_{m/l} v^2\,\Delta\theta = \alpha\,\underbrace{A}_{hw}\rho\,\Delta\theta\, v^2$$

sección transversal

$\lambda = \frac{m}{l}$

$\sigma = \frac{m}{l^2}$

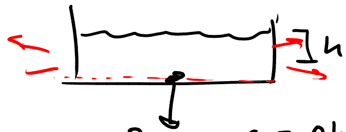
$$P = \frac{F}{A_{\Delta\theta}} = \frac{\dot{P}\,\Delta\theta}{R\,\Delta\theta\, h}$$

$$\boxed{P = \frac{\alpha\rho v^2 \cancel{h} w \cancel{\Delta\theta}}{R\cancel{\Delta\theta}\cancel{h}}}$$

Presión dinámica

$\rho = \frac{m}{l}\frac{1}{A} = \lambda/A$

Presión estática
→ Principio de Pascal



$-mg = \rho h g$

$$\frac{P_{din}}{P_{est}} = \frac{\cancel{\rho} v^2 w}{R}\,\frac{1}{\cancel{\rho} g h}\,\alpha = \alpha\,\underbrace{\frac{w}{h}}_{\text{cauce}}\,\frac{1}{g}\left(\frac{v^2}{R}\right)$$

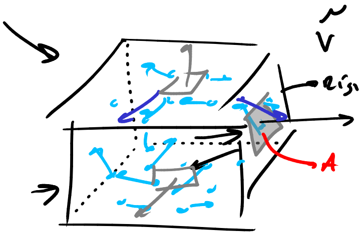
aceleración centrípeta

$$\boxed{P_{din} \approx 20\%\ P_{est}}$$

→ Aplicación en la termo

N partículas adentro de V

10^{23} partículas$/cm^3$



$\Delta P_x = 2mv_x$

$$\frac{dP_x}{dt} = \left(\text{tasa de llegada de las partículas en la dirección } x\right) \times \left(\text{momento de una partícula}\right)$$

$$\left(\frac{N}{V}A\langle v_x\rangle\frac{1}{\cancel{2}}\right)\left(\cancel{2}m\langle v_x\rangle\right)$$

$PV = nRT$
$= Nk_BT$

$$P^{(i)} = \frac{dP_x}{dt}\frac{1}{A} = \left(\frac{N}{V}\right)m\langle v_i\rangle^2 \qquad i = x, y, z$$

$$\langle v^2\rangle = \underbrace{\langle v_x^2\rangle + \langle v_y^2\rangle + \langle v_z^2\rangle}\rangle = 3\langle v_i\rangle^2$$

$$P = \sum_i^3 P^{(i)} = \left(\frac{N}{V}\right)m\,\underbrace{\left(\langle v_x\rangle^2 + \langle v_y\rangle^2 + \langle v_z\rangle^2\right)}_{\langle\vec v\cdot\vec v\rangle} = \left(\frac{N}{V}\right)m\,\frac{\langle v_i\rangle^2}{3}\,\frac{2}{2}$$

Energía interna

$$VP = \frac{2}{3}\left(\frac{N}{V}\right)\underbrace{\frac{1}{2}m\langle v_i\rangle^2} = \frac{2}{3}N\underline{E} = Nk_BT$$

$$\boxed{\frac{2}{3}E = k_BT}$$

Gas ideal

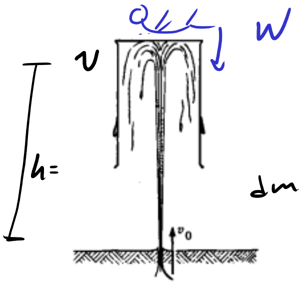
Teorema de equipartición

$x^2 \to \frac{3}{2}k_BT$

$$E = \frac{1}{V}\int \underbrace{\rho(\vec r)}\, E\, dv$$

↳ Distribución de masa

Reflexión total del agua por el mismo



$\to h_{max}$?

por abs. $\quad 1 < \frac{\Delta p}{\Delta t} < 2 \to$ rel.

$dm/dt = cte$

Queremos situación de equilibrio

$\vec{F}_T = \vec{F}_{agua}$, $\vec{W} = \vec{0} \Rightarrow F = W$

$P(t) = \frac{dm}{dt} \overset{\text{interacción}}{\tau} v$, $\quad P(t+\Delta t) = -\frac{dm}{dt}\tau v$

$\frac{\Delta P}{\tau} = -2 \frac{dm}{dt} v = \dot{P}_{agua} = -\dot{P}_{yo}$

y de h

$a = -g$

$v(t) = v_0 - gt$

$y(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = h$

$t = \frac{v_0}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 - \frac{2h}{g}}$

$\to v(t) = v_0 - v_0 \mp g\sqrt{\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 - \frac{2h}{g^2}}$

$v = \pm\sqrt{v_0^2 - 2h}$

$2\frac{dm}{dt} v = 2\frac{dm}{dt}\sqrt{v_0^2 - 2h} = W$