Mecánica de Newton

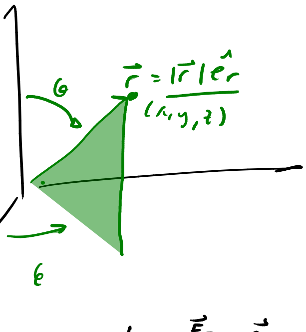
↳ Vectores ⟶ $\underline{\vec{r}} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z = r\hat{e}_r$

⟶ $\vec{r} \equiv$ Posición $\quad \boxed{\vec{r} = \vec{r}(t)}$ ⟶ Determinista

⟶ Basta con conocer las condiciones iniciales

$\dot{\vec{r}} \equiv$ velocidad, $|\dot{\vec{r}}| =$ rapidez

$\ddot{\vec{r}} \equiv$ aceleraciones



$\underline{\underline{\vec{r}}}$ obedece una ecuación diferencial ⟶ $\underline{\vec{F} = \dot{\vec{p}} = \frac{d}{dt}\vec{p} = \frac{d}{dt}(m\dot{\vec{r}})}$ ↗ $m = cte$ $\quad \underline{\vec{F} = m\vec{a}}$

Ec. diferencial ordinaria de 2ª orden

↳ 2 constantes de integración

Ejemplo: Partícula libre ($\vec{F} = \vec{0}$)

Primera integración

$\dot{\vec{p}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} \equiv \vec{p}_0$ ⟶ Base cartesiana → $p_x(t) = p_{0x}$

$p_y(t) = p_{0y}$

$p_z(t) = p_{0z}$

↳ ctes para que se cumpla que $\dot{\vec{p}} = \vec{0} \Leftrightarrow \int \dot{\vec{p}}\, dt = 0$

Segunda integración (sup $m \equiv cte$)

$\underline{\vec{r}(t_0)}$, $\vec{r}(t_0 + \Delta t)$

$p_x(t) = m\dot{x}(t) = p_{0x} \Rightarrow \dot{x}(t) = \frac{p_{0x}}{m}$

$\Rightarrow x(t) = \int_{t_0}^{t} \frac{p_{0x}}{m}\, dt = \frac{p_{0x}}{m}(t - t_0)$

$= \frac{p_{0x}}{m} t - \underbrace{\left(\frac{p_{0x}}{m} t_0\right)}_{x_0}$

y lo mismo se vale para $y(t)$, $z(t)$

En el formalismo de Newton, el sistema está cadificado en $\underline{\underline{\vec{r}(t)}}$

Esto es lo que estamos buscando

↳ Recordemos que cumple con $\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\dot{\vec{r}})$

Leyes de Newton

1.- Ley de la inercia

"Todo objeto permanece en $\underline{\text{movimiento constante}}$ (a velocidad) en $\underline{\text{ausencia de}}$ $\underline{\text{fuerzas externas}}$".

↳ Estado inercial

1) ⟶ ↳ Si se cumple esta ley, estamos en un sistema ref. inercial.

2ª Ley de Newton: $\underbrace{\vec{F} = \dot{\vec{p}}}$

↳ Solo es válido en sistemas de ref. inerciales ✓

↳ Si no hay "constricciones" ✗

Fuerza Total

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\dot{\vec{r}})$$

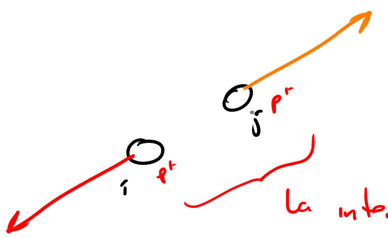
Propiedad propia (intrínseca) de la partícula

Agentes ajenos a la partícula

1 Partícula y agentes externos

3ra Ley de Newton: Acción - Reacción

$\rightarrow \vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$; $i, j \in \mathbb{N}$



↳ 2 cuerpo

F (quien la siente) (quien ejerce)

La interacción entre dos objetos distintos.

$\vec{F} = \dot{\vec{p}}$ → Ecuaciones constitutivas → Modelos de fenómenos físicos

"de qué está hecho algo"

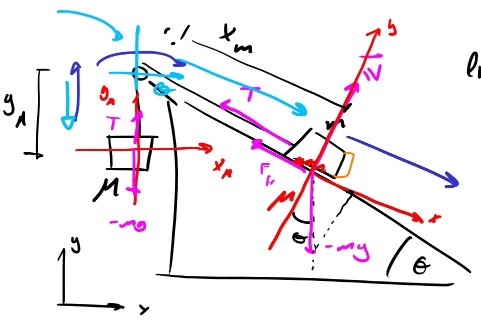
Función dieléctrica (ejemplo)

$\boxed{\varepsilon(\omega)}$ → supera cierta interacción / Corroborar experimentalmente → Ley de Gravitación Universal de Newton

Hace el experimento

$\vec{F} = \mu \vec{N}$

$\vec{F} = G\frac{Mm}{r^2}\hat{e}_r$



Long. de cuerda es constante

cuerda no se estira

$\rightarrow l = y_M + x_m$

$$0 = \ddot{y}_M + \ddot{x}_m$$

$\ddot{y}_M = -A$, $\ddot{x}_m = a$

1.- Especificar marco de ref. y las coordenadas

Diagrama de cuerpo libre

2.- Escribir la 2ª ley de Newton

Plantear las ecuaciones de movimiento

3.- Resolver las ecuaciones de movimiento

$M: \vec{F} = M\vec{A}$ $\qquad$ $m: \vec{F} = m\vec{a}$

$-Mg + T = MA$ ⟷ $x: -T - F_{fr} + mg\sin\theta = ma$ $\qquad$ $F_{fr} = \mu N = \mu mg\cos\theta$

$y: N - mg\cos\theta = 0$

$-A + a = 0$

$\Rightarrow a = A$

$-Mg + T = ma$ (1) , $-T - \mu mg\cos\theta + mg\sin\theta = ma$ (2) $\Rightarrow$ $T - ma = Mg$

$-T - ma = mg(\mu\cos\theta - \sin\theta)$

De (1), (2)

Resolvemos T, $a = a(\theta, g) = $ cte en el tiempo

$F = ma = $ cte en tiempo

↳ "caída libre"

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -m \\ -1 & -m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Mg \\ mg(\mu\cos\theta - \sin\theta) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} T \\ a \end{pmatrix} = \frac{1}{-m - (-1)(-m)}\begin{pmatrix} -m & m \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Mg \\ mg(\mu\cos\theta - \sin\theta) \end{pmatrix}$$

Repasemos lo que hemos hecho:

1.- Diagrama de cuerpo libre
- Establecer las coordenadas y su origen
- Identificar las fuerzas

2.- Escribir las ecuaciones de movimiento
- 2da Ley de Newton
- Ecuaciones constitutivas
- ¿Hay otras ecuaciones para resolver el sistema?
  - Constricciones geométricas

"Metidas a mano"

$l = dist(M) + dist(m) = -y_A + x_a \equiv cte$

Derivando dos veces $0 = -A + a \Rightarrow \underline{A = a}$

Fuerza Normal

3 - Resolver las ecuaciones diferenciales → Matemáticas

Física

$\vec{F}_{fr} = -\mu N \dfrac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$

$\vec{F}_{fv} = -\gamma m \vec{v}$

$\vec{F}_{cv} = -\gamma m v^2 \hat{v}$