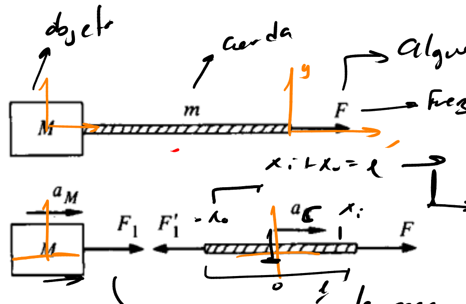
25/10/21

Fuerza de tensión

↳ En el caso ideal, sólo transmiten la fuerza

↳ Cuerdas de masa despreciable



→ algun jalado → Fuerza externa → $\vec{F}=(M+m)\vec{a}$

como si la cuerda y el cabo fueran masa puntual

$x_i + x_0 = \ell \rightarrow \ddot{x}_i - \ddot{x}_0 = 0$

Vamos a ver qué le pasa a la cuerda y al cabo por separado

$\rightarrow M\vec{a}_M = \vec{F}_1 = \sum \vec{F}$ $\qquad$ $\vec{F}_1' + \vec{F} = \sum \vec{F} = m\vec{a}_s \leftarrow$

$Ma_M = F_1$ $\qquad$ $-F_1' + F = ma_c \Rightarrow$

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_1' \rightarrow 3^{ra}$ ley $\rightarrow F_1 = F_1'$

$F_1 = Ma_M = F - ma_c = F_1' \rightarrow F = Ma_M + ma_c = (M+m)a$

Pero es razonable suponer que $a_m = a_s = a$ Se mueven juntos

↳ Si la cuerda no se extiende o deforma

$\Rightarrow F = (M+m)a$ $\longrightarrow$ si $m \ll M$

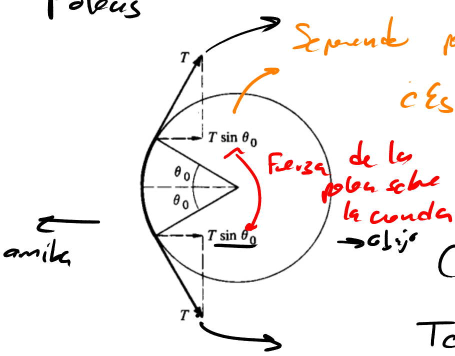
↳ 1g ↳ 10 kg $\Rightarrow M+m \simeq M$

$F \simeq Ma \rightarrow$ Como si toda la fuerza se transmitiera a la Masa.

$F_1 = a_M M = aM = \frac{M}{M+m}F$ $\longrightarrow F_1 = \frac{M}{M+m}F \simeq \frac{M}{M}F = F \rightarrow F_1 \simeq F$

$-F_1' + F = ma = -\frac{M}{M+m}F + F = F\left(1 - \frac{M}{M+m}\right) = F\left(\frac{m}{M+m}\right) \simeq 0 \leftarrow$

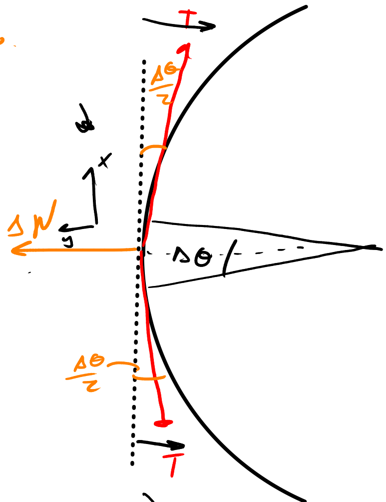
Poleas



Siguiendo por compuntos, suponemos este resultado.

¿Es cierto?

↳ Haciendo zoom en el centro



Como están en equilibrio $\vec{a}=\vec{0}$

$T\cos\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) - T\cos\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) = 0 \longrightarrow \sum F_x$

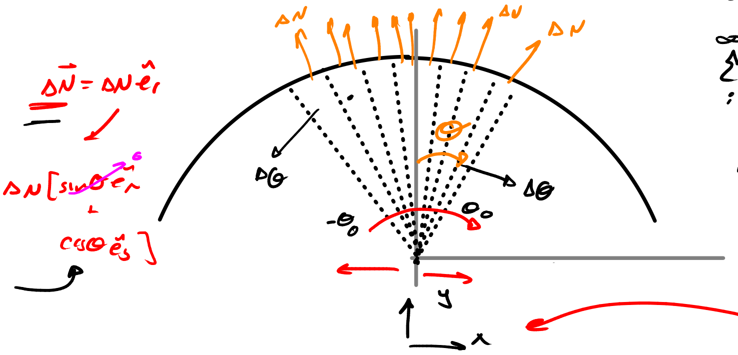
$-T\sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) - T\sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) + \Delta N = 0 \longrightarrow \sum F_y$

aprox → $\Delta N, \Delta\theta \ll 1$

$\Delta N \simeq T\Delta\theta$

$\Delta N = 2T\sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) \simeq 2T\frac{\Delta\theta}{2} = T\Delta\theta$ $\qquad$ $\sin x = x - \frac{1}{6}x^3 + \dots$ Taylor

y esto ocurre para cada cachito dentro de $-\theta_0$ y θ_0



$\vec{\Delta N} = \Delta N \hat{e}_r$

$\Delta N[\sin\theta \hat{e}_x$, $\cos\theta \hat{e}_y]$

$\sum_i^{\infty} \Delta N_i = \sum T\Delta\theta\cos\theta = \sum_i T\cos\theta_i\Delta\theta_i \rightarrow$ Suma de Riemann

$\Delta N \to 0$ $\qquad$ $\Delta\theta_i \to 0$

$\int dN = N = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} T\cos\theta\, d\theta = T\sin\theta \Big|_{-\theta_0}^{\theta_0}$

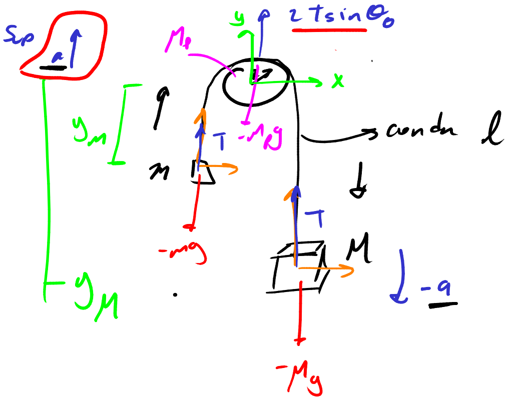
$= T\sin\theta_0 - T\sin(-\theta)$

$\vec{N} = -2T\sin\theta\,\hat{e}_y \leftarrow N = 2T\sin\theta_0$

↳ Fuerza de la polea sobre la cuerda

¿Y el caso ideal? $\longrightarrow$ Si son pequeñas y poco pesadas, podemos considerar que solo transmiten fuerza

Máquina de Atwood



No hay fuerzas en x

$$m:\ T - mg = ma \quad (1)$$
$$M:\ T - Mg = -Ma \quad (2)$$
$\Big\}$ 2 ecs / 2 inc. (T, a)

$$P:\ 2T\sin\theta_0 - M_p g = 0$$ $\longrightarrow$ No me da información ¿Para qué la pongo?

$$(1)+(2) \longrightarrow 2T - g(M+m) = a(-M+m)$$
$$(1)-(2) \longrightarrow g(-m+M) = (M+m)a$$
$$\hookrightarrow a = g\,\frac{M-m}{m+M}$$

$M<m \rightarrow a<0$

Suponemos $a_1 = a$
$a_2 = -a$
$\Rightarrow a_1 = -a_2$

¿Por qué?

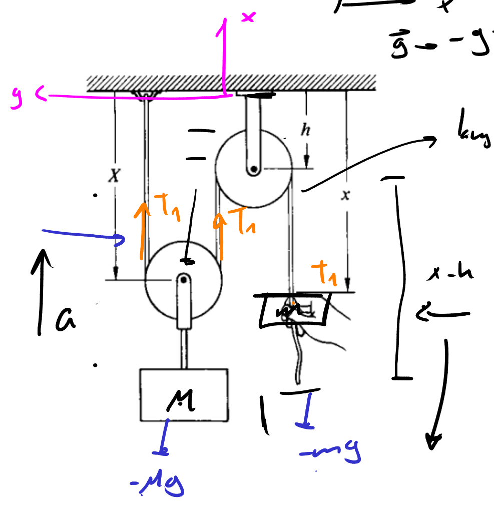
$$\ell = y_1 + \pi R + y_2$$
$$\Rightarrow -y_1 = \pi R - \ell + y_2 \longrightarrow \frac{d^2}{dt^2}(-y_1) = \frac{d^2}{dt^2}(\pi R - \ell + y_2) = \frac{d^2}{dt^2} y_2$$
$$-a_1 = a_2 = -a$$

$$T = \frac{a(-M+m) + g(M+m)}{2}$$
$$= \frac{g}{2}\left[\frac{(M-m)(-M+m)}{M+m} + \frac{(M+m)^2}{M+m}\right]$$
$$= \frac{g}{2(M+m)}\left[-(M-m)^2 + (M+m)^2\right] = g\,\frac{Mm}{M+m} = g\mu$$

$$\boxed{\frac{1}{\mu} = \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M}\right)}$$

y, x

$$\vec{g} = -g\hat{e}_z$$



long. hilo. $\ell = X + (x-h) + (X-h)$

$$\Rightarrow 0 = \ddot{X} + \ddot{x} + \ddot{X} \Rightarrow \ddot{X}\,2 = -\ddot{x} = a$$
$$\ddot{x} = -a, \quad \ddot{X} = \frac{a}{2}$$

$$M:\ 2T - Mg = M\ddot{X} = M\frac{a}{2} \quad \cdots (1)$$
$$m:\ T - mg = m\ddot{x} = -ma \quad \cdots (2)$$

$$\underbrace{T = M\frac{a}{4} + \frac{Mg}{2}}_{(1)} = mg - am \Rightarrow a\left(\frac{M}{4} + m\right) = g\left(m - \frac{M}{2}\right)$$
$$a\left(\frac{M+4m}{\cancel{4}2}\right) = g\left(\frac{2m-M}{\cancel{2}}\right)$$
$$a = g\left(\frac{2m-M}{4m+M}\right) < 0$$

$$T = g\left(m - \frac{2m-M}{4m+M}\,m\right) = g\left(\frac{4m^2 + \cancel{Mm} - 2m^2 - \cancel{Mm}}{4m+m}\right) = \frac{g\,2m^2}{(4m+M)} > 0$$

$\longrightarrow \ddot{x} = a = \{\ \}$ ← check

¿Cómo se plantean los problemas?

1.- Identificar a los cuerpos donde actúan fuerzas

↳ Pensarlos como masas <u>puntuales</u>

2.- Identificar las fuerzas que actúan sobre mis masas puntuales

↳ Diagrama de cuerpo libre

3.- Plantear las ecs. de movimiento → (2da y 3a) → Marco de referencia inercial ¿ el origen de mis coordenadas.

$\underline{\sum \vec{F}} = m\vec{a}$ → P/c partícula puntual

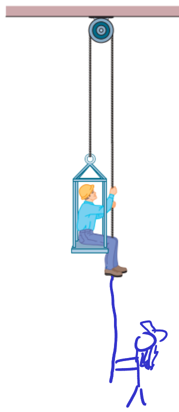
¿Hay modelos para algunas fuerzas? → $-k\vec{r}$; $\vec{F}_{fr} = -\frac{\vec{v}}{v}\mu \vec{N}$

4.- ¿Hay relación entre las aceleraciones de cada objeto?

$\ell \to \ddot{\ell} = \ddot{\ell}(\ddot{\vec{r}}_i)$

5.- Resolver el sistema

Ejercicios



M = Masa del obrero más las del carro

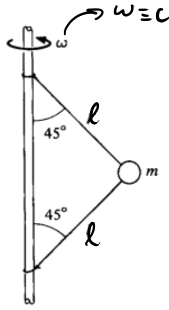
a) Si $\dot{y}$ = cte , F?

b) si $\ddot{y}$ = cte, F?

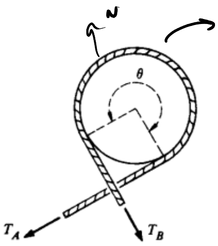
Su compañera de abajo va a jalar ahora.

c) $\dot{y}$ = cte, F?

d) $\ddot{y}$ = cte, F?



¿Cuál es la tensión de la cuerda de arriba?

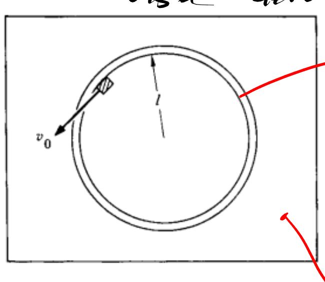


coeficiente de fricción : μ

$T_B \ll T_A$

P.D: $T_B = T_A\, e^{-\mu\theta}$

Vista aerea

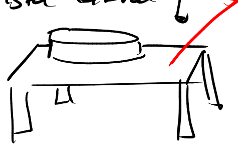


anillo

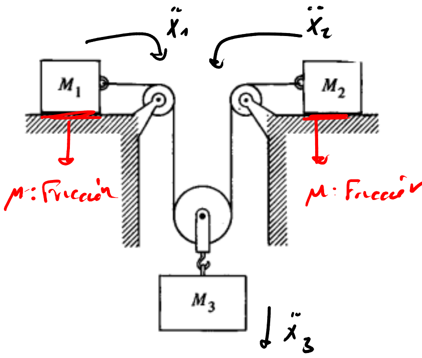
Fricción entre el anillo y la mesa

Mesa sin fricción

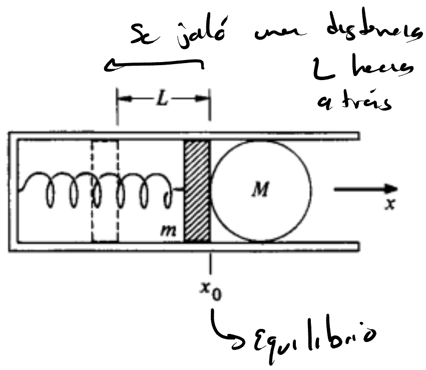
Vista lateral



- Plantea las ecuaciones de movimiento
- Resuélvelas

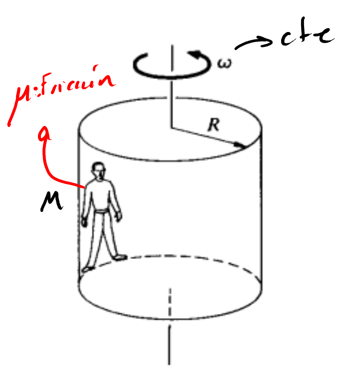


$\downarrow \vec{g}$ ¿Cuál es la tensión de la cuerda?



- ¿Cuál es la velocidad de la esfera al tiempo t?
- ¿Cuándo dejan de estar en contacto la esfera y el resorte?

¿Cuál es la velocidad máxima que alcanza el pistón?



¿Por qué debe haber fricción para que no te caigas?

¿ω mínimo para que no te caigas?