Bab 1
Medan Listrik & Hukum Gauss

Bab 1 Medan Listrik & Hukum Gauss

1.1 Muatan Listrik dan Hukum Coulomb

Capaian pembelajaran

Mampu memahami **penyebab** suatu **objek bermuatan**

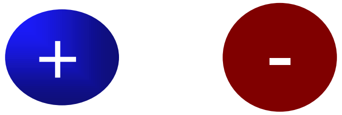
Mampu menggunakan persamaan **Hukum Coulomb** untuk memprediksi **pengaruh perubahan jumlah muatan** atau **jarak pemisah** terhadap **gaya elektrostatik**

Mampu menggunakan persamaan **Hukum Coulomb** untuk **menyelesaikan** secara aljabar **besaran** yang tidak diketahui (**F, d, Q_1, atau Q_2**) dalam suatu persoalan fisika

Muatan Listrik

Listrik statis

Ada 2 jenis muatan.



Sifat muatan

- muatan sejenis saling tolak menolak
- muatan tak-sejenis saling tarik menarik
- muatan dapat bergerak tetapi besar muatan konstan

“Hukum” kekekalan muatan: Untuk sistem yang terisolasi, total muatan sistem selalu konstan

Gejala kelistrikan → zaman Yunani kuno

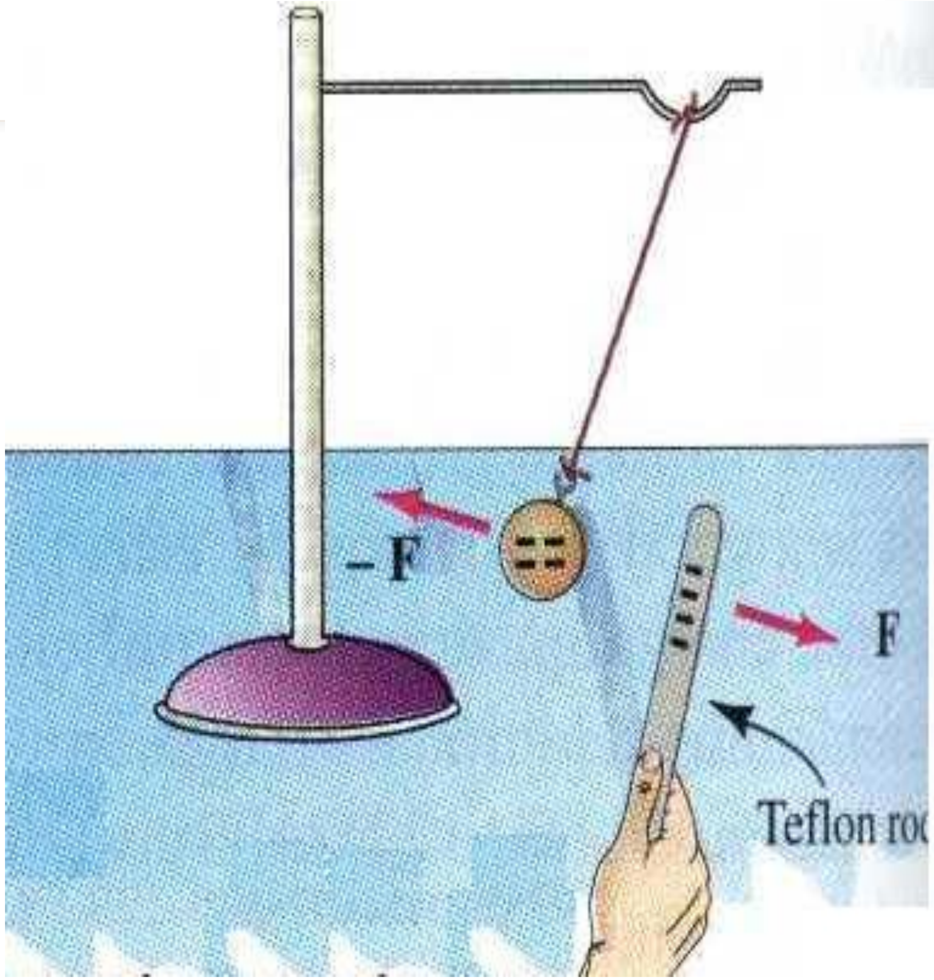
Plastik digosok bulu

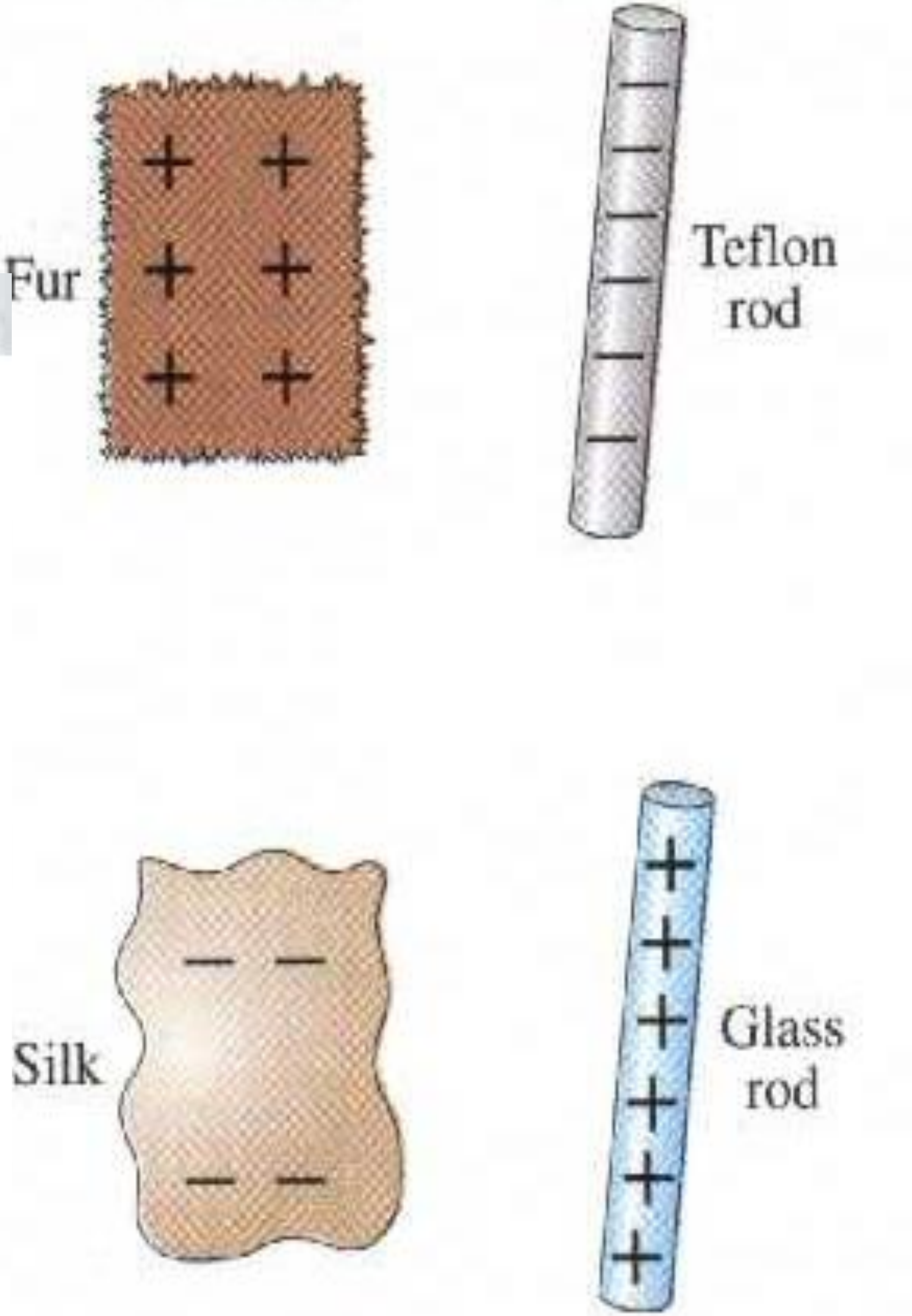
Gelas **digosok** sutera

menarik benda ringan

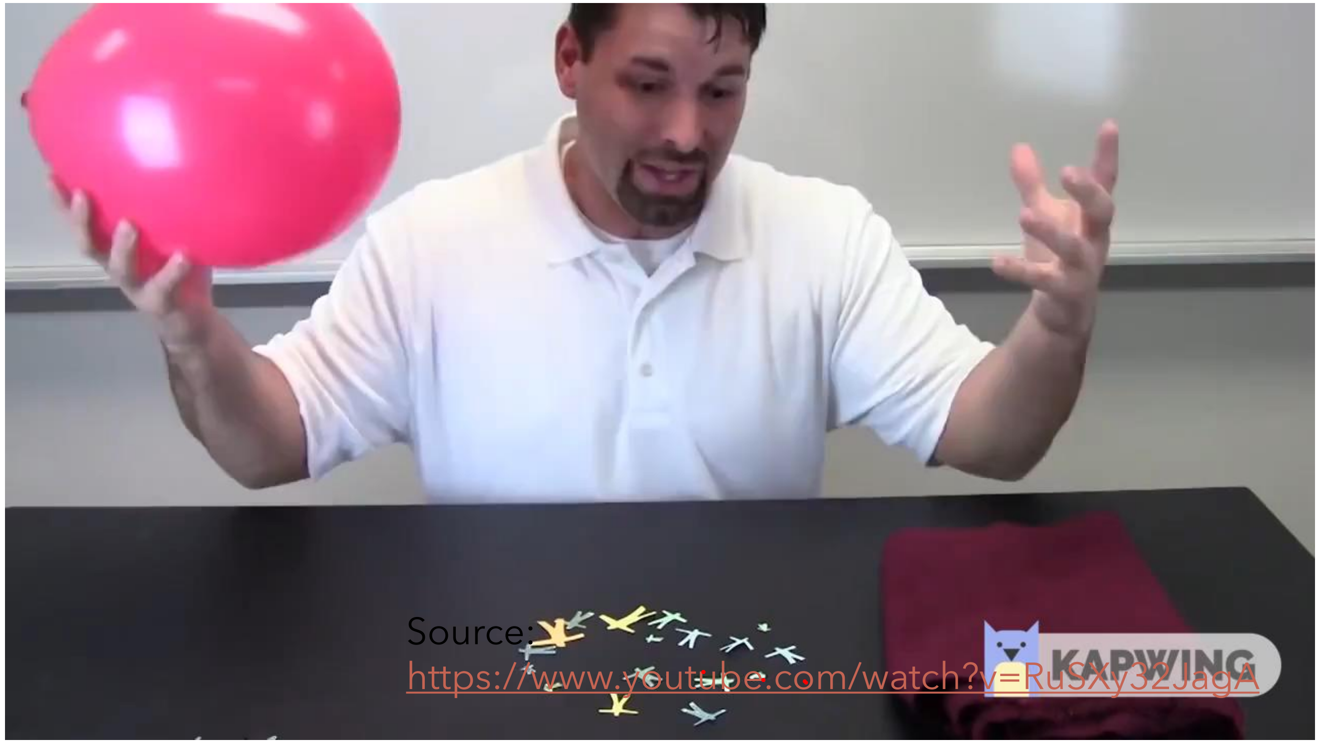
Benda bermuatan listrik

Muatan listrik akan muncul ketika dua buah benda non-logam digosokkan satu sama lain


-F
F
Teflon ro


Fur
Teflon rod
Silk
Glass rod

Listrik Statis



Source: https://www.youtube.com/watch?v=RuSXy32JagA

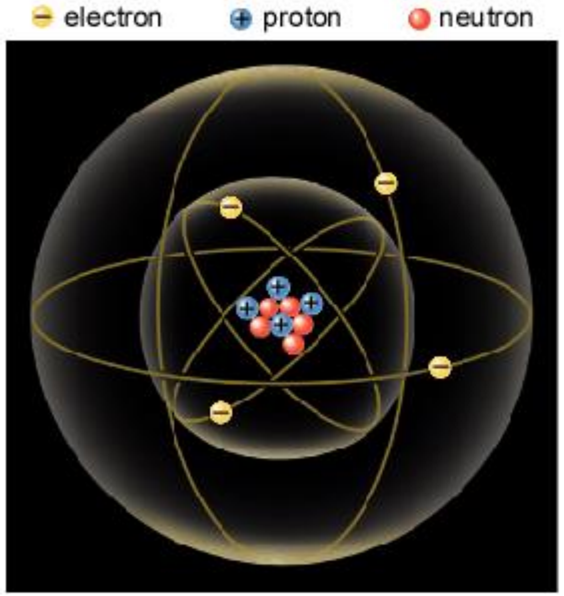
<u>Deret Tribolistrik</u>

- Seluloid
- Sulfur
- Karet
- Tembaga
- Kayu
- Kapas
- Kulit manusia
- Sutra
- Bulu kucing
- Wol
- Gelas
- Bulu kelinci

Mudah menarik elektron

Muatan Listrik (q)

- $|e| = 1.6 \times 10^{-19}$ C
- Electron: $q = -e$
- Proton: $q = +e$



Model Atom

Atomic Particle	Charge	Mass
Electron (-)	-1.6×10^{-19} C	9.11×10^{-31} Kg
Proton (+)	$+1.6 \times 10^{-19}$ C	1.673×10^{-27} Kg
Neutron	0	1.675×10^{-27} Kg

Coulomb (C) adalah jumlah **muatan yang mengalir** melalui suatu penampang kawat dalam waktu **satu detik** bila besarnya arus dalam kawat **satu ampere**.

Satuan dasar muatan listrik **e** :

$$\boxed{e = 1{,}6 \text{ x } 10^{-19}\ C}$$

Dua jenis material berdasarkan kemudahan gerak muatan

Konduktor

Material yang memungkinkan pergerakan bebas muatan, e.g. Logam

Isolator

Material yang tidak memungkinkan pergerakan bebas muatan, e.g. karet dan kaca

Superkonduktor

Semimetal

Semikonduktor

Hukum Coulomb

Hukum Coulomb menjelaskan peristiwa tarik-menarik atau tolak-menolak antara benda-benda bermuatan dan mengkuantisasi besarnya gaya elektrostatik (*F*):

- Sebanding dengan hasil kali muatan-muatan pada objek, $|q_1 q_2|$
- Berbanding terbalik dengan kuadrat jarak pemisah antar muatan, r^2

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Coulomb in 1785

***k* merupakan konstanta elektrostatis** dan memiliki besar **8.988 x 10^9 Nm^2/C^2**

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$ dengan $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\, C^2/N\cdot m^2$. **(Permitivitas ruang hampa)**

Hukum Coulomb

Gaya yang dilakukan oleh satu muatan titik pada muatan titik lainnya bekerja sepanjang garis yang menghubungkan kedua muatan tersebut.

Besarnya gaya Coulomb berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antara kedua muatan dan berbanding lurus dg hasil kali muatan.

GAYA LISTRIK/ GAYA COULOMB (*F*)

Gaya listrik/ Coulomb merupakan besaran **Vektor**

Sehingga Hukum Coulomb dinyatakan sebagai:

$$\boxed{\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{12}}$$

merupakan gaya pada muatan 1 karena muatan 2

$$q_1 \xleftarrow[\hat{r}_{12}]{\hspace{6em}} q_2$$

$\hat{r}_{12}$ **adalah *vektor satuan* dengan arah dari muatan 2 menuju muatan 1**

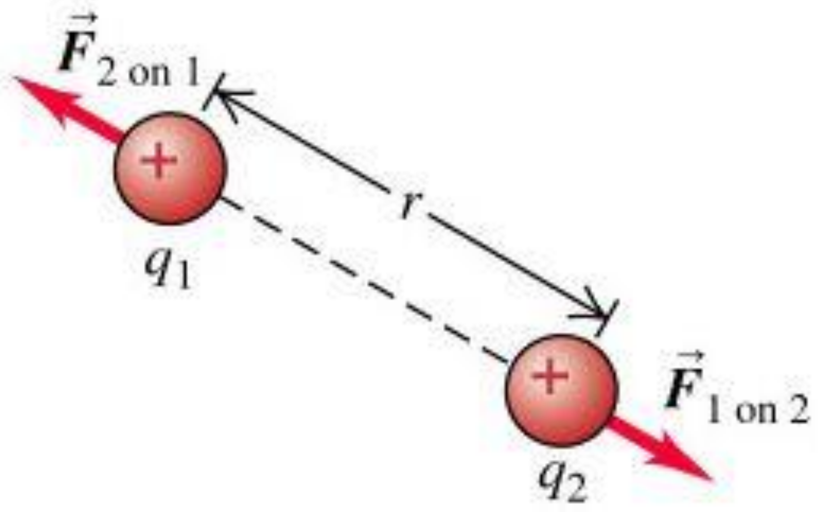
Arah gaya bisa paralel atau anti-paralel terhadap vektor satuan ini tergantung pada tanda relatif muatan

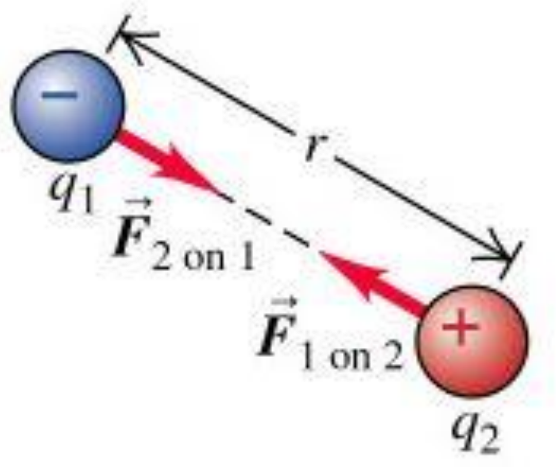
Gaya listrik

Gaya yang bekerja pada setiap objek bermuatan *sama besar* - tetapi *berlawanan arah*

$$\left|\vec{F}_{12}\right| = \left|\vec{F}_{21}\right|$$

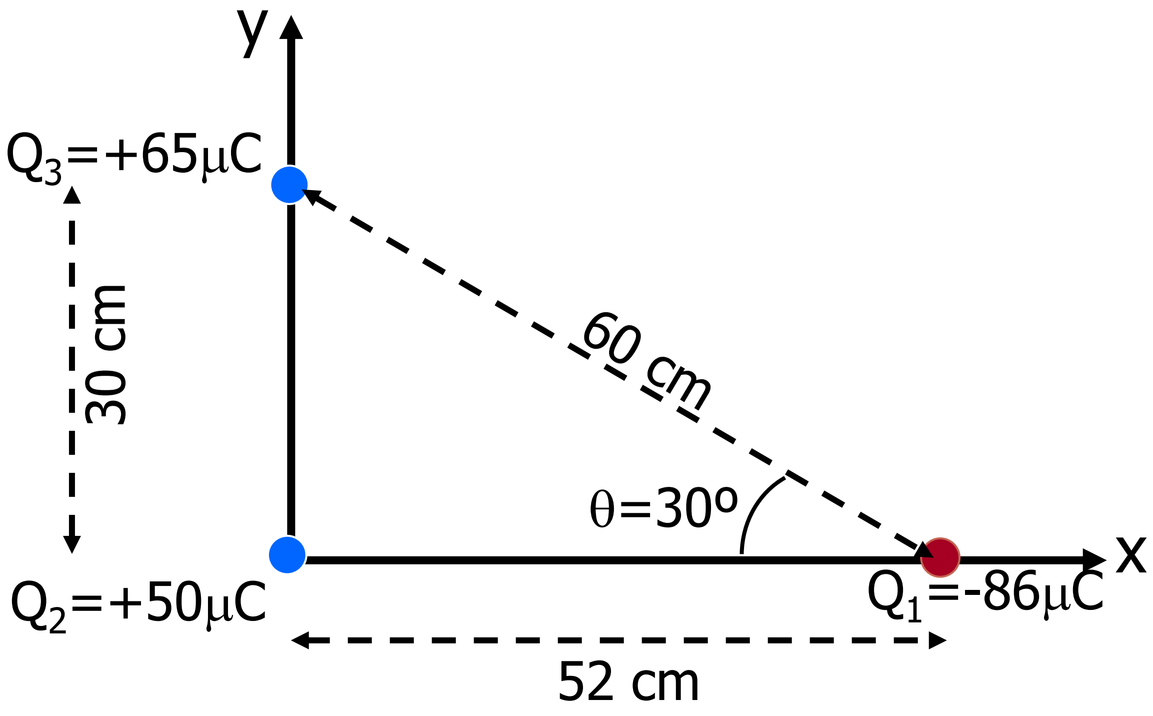
(Hk. Newton III)





Contoh Soal 1

Hitunglah gaya listrik total pada muatan Q_3 akibat muatan Q_1 dan Q_2.



Penyelesaian Contoh Soal 1

Tahap 0: Pahami soal dan alur penyelesaiannya!

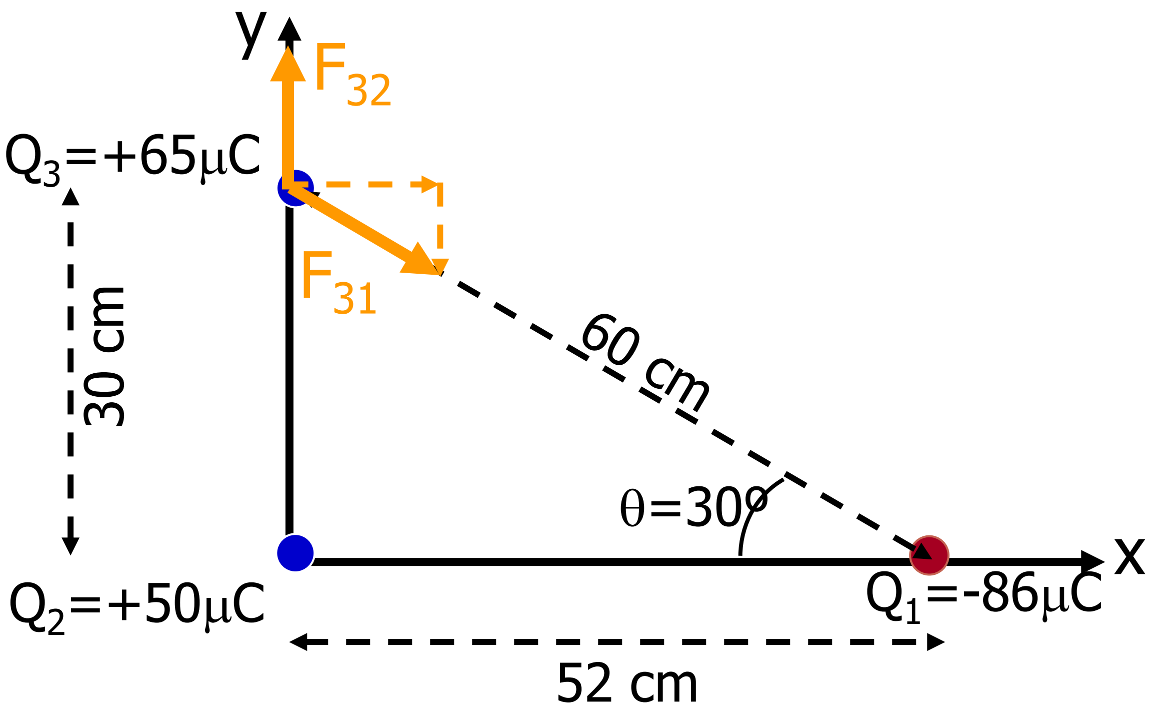
Ini merupakan permasalahan Hukum Coulomb

Kita hanya perlu fokus pada gaya Coulomb di Q_3 dan tidak perlu memperhitungkan gaya pada muatan lain

Gaya dapat dijumlahkan, sehingga kita hitung terlebih dahulu $\vec{F}_{32}$ dan $\vec{F}_{31}$ lalu jumlahkan keduanya.

Jika penjumlahan vektor melibatkan komponen vektor, kita harus menguraikan gaya pada setiap komponen-komponennya

Tahap 1: Gambar diagram gaya

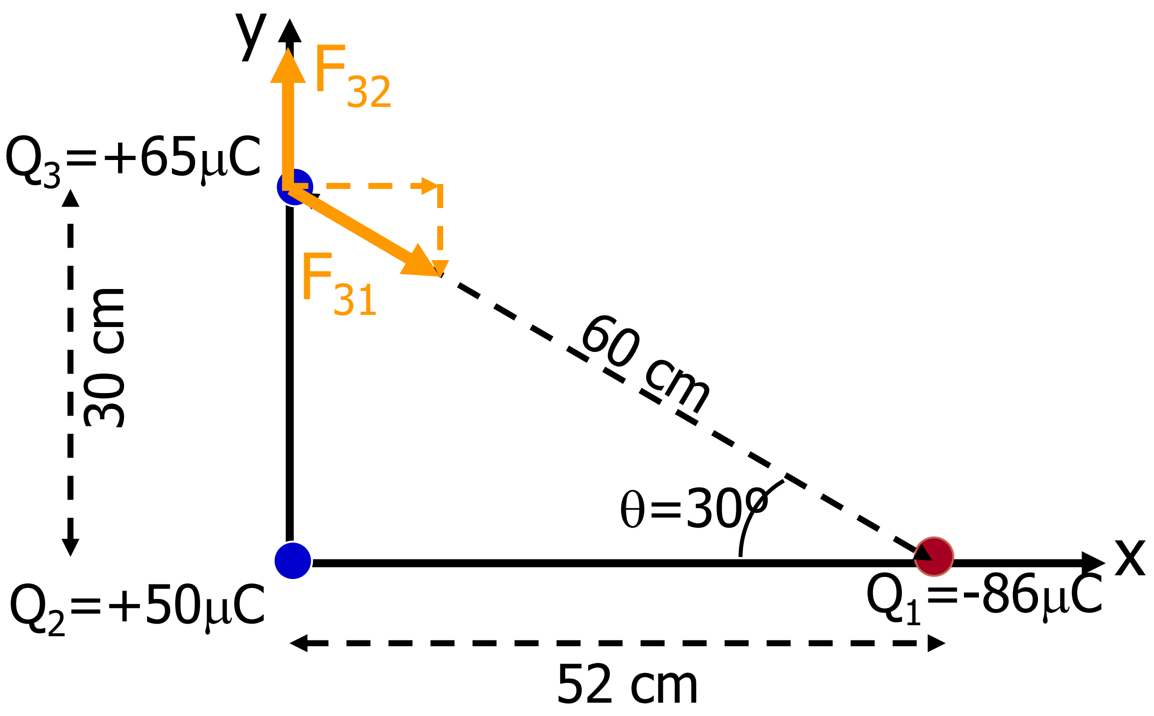


Gambar gaya-gaya yang bekerja pada Q_3

Gambarkan komponen gaya yang tidak searah dengan sumbu koordinat

Tahap 2: Mulai dengan persamaan Hukum Coulomb

$$F_{12} = k\frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2}$$



"Apakah tanda mutlak harus diikutkan?"

Ya, karena arah gaya telah dianalisis pada sketsa gambar

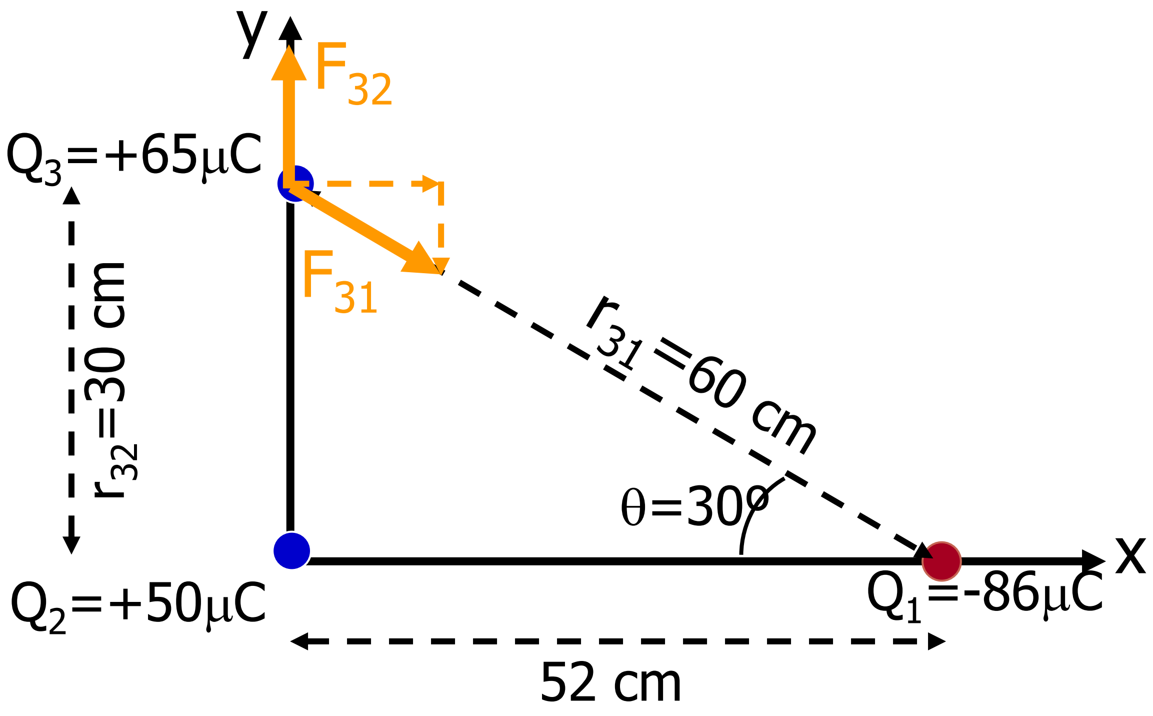
Tahap 3: Masukkan angka dari besaran yang sudah diketahui ke dalam persamaan

$$\vec{F}_{32} = k\frac{|Q_3Q_2|}{r_{32}^2},$$

$repulsive$

$$F_{32,y} = k\frac{|Q_3Q_2|}{r_{32}^2}$$

$F_{32,x} = 0$ (lihat gambar)

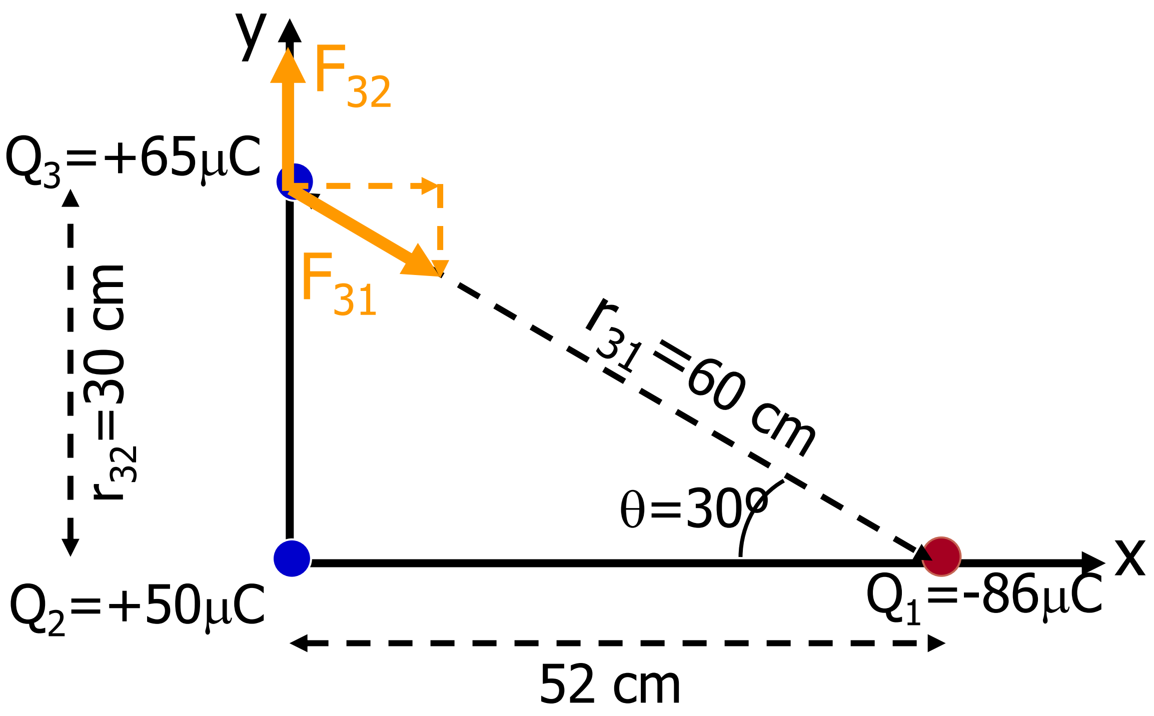


Dengan memasukkan nilai setiap besaran yang diketahui, didapatkan $F_{32,y}$ = 325 N dan $F_{32,x}$ = 0 N.

Tahap 3 (continued)

$$\vec{F}_{31} = k\frac{|Q_3 Q_1|}{r_{31}^2},$$

attractive



$$F_{31,x} = +k\frac{|Q_3 Q_1|}{r_{31}^2}\cos\theta$$

tanda (+) karena searah sumbu-x positif

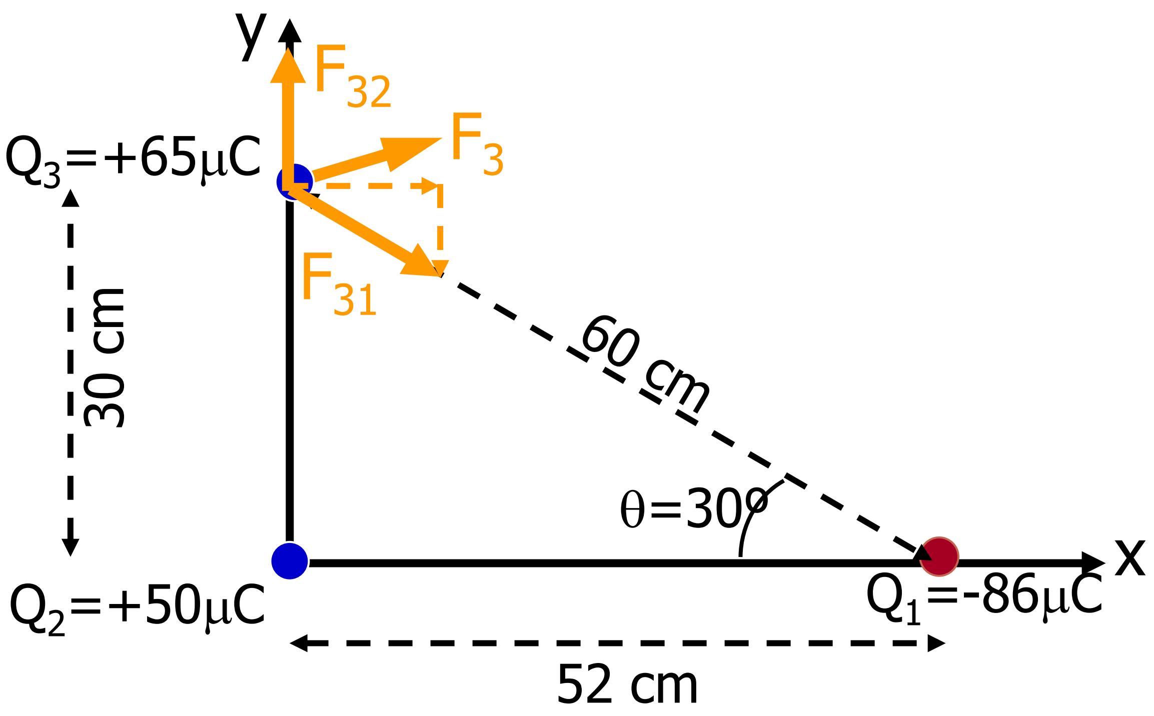
$$F_{31,y} = -k\frac{|Q_3 Q_1|}{r_{31}^2}\sin\theta$$

; tanda (–) karena searah dengan sumbu-y negatif

Dengan memasukkan nilai setiap besaran, didapatkan $F_{31,x}$ = +120 N dan $F_{31,y}$ = -70 N.

Tahap 3 (continued)

Total gaya merupakan jumlahan vektor dari semua gaya yang bekerja pada Q_3.



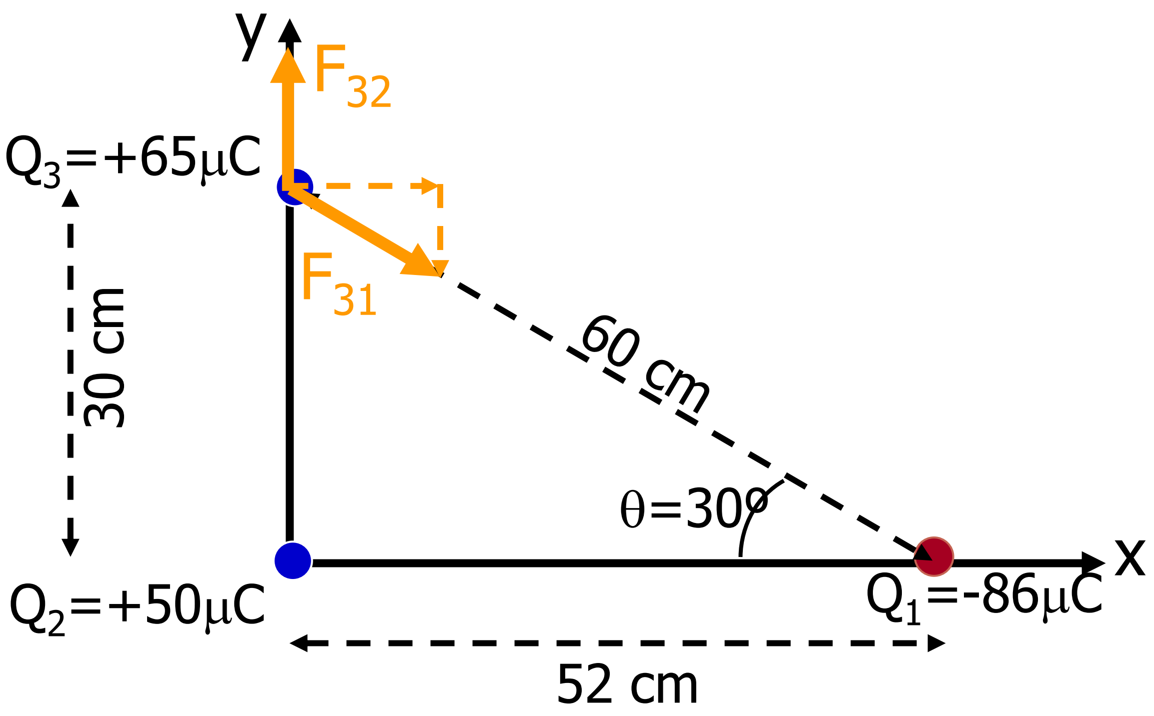
$$F_{3x} = F_{31,x} + F_{32,x} = 120 \text{ N} + 0 \text{ N} = 120 \text{ N}$$

$$F_{3y} = F_{31,y} + F_{32,y} = -70 \text{ N} + 325 \text{ N} = 255 \text{ N}$$

Dari sini, bisa dihitung besar vektor $\vec{F}_3$ dan sudut yang dibentuk $\vec{F}_3$ terhadap sumbu-x (Ingat kembali materi Vektor!)

Cara lain dengan operasi vektor

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{12}$$



$$\hat{r}_{32} = \vec{r}_3 - \vec{r}_2 = (0\hat{\imath} + 0{,}3\hat{\jmath}) - (0\hat{\imath} + 0\hat{\jmath}) = 0{,}3\hat{\jmath} \rightarrow r_{32}^2 = 0{,}09\ m^2$$

$$\hat{r}_{31} = \vec{r}_3 - \vec{r}_1 = (0\hat{\imath} + 0{,}3\hat{\jmath}) - (0{,}52\hat{\imath} + 0\hat{\jmath}) = -0{,}52\hat{\imath} + 0{,}3\hat{\jmath} \rightarrow r_{31}^2 = \sqrt{(-0{,}52)^2 + (0{,}3)^2}\ \ m^2$$

$$\vec{F}_{32} = k\frac{q_3 q_2}{r_{32}^2}\hat{r}_{32} = (9\times 10^9)\frac{(+65\times 10^{-6})(+50\times 10^{-6})}{9\times 10^{-2}}(0{,}3\hat{\jmath}) = 325\hat{\jmath}$$

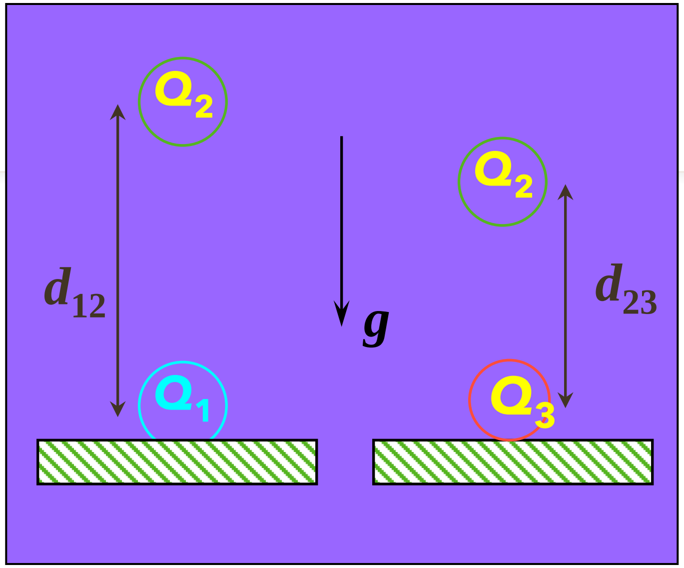
$$\vec{F}_{31} = k\frac{q_3 q_1}{r_{31}^2}\hat{r}_{31} = (9\times 10^9)\frac{(+65\times 10^{-6})(-86\times 10^{-6})}{\left(\sqrt{(-0{,}52)^2 + (0{,}3)^2}\right)^2}(-0{,}52\hat{\imath} + 0{,}3\hat{\jmath}) = \cdots\ \hat{\imath} - \cdots\hat{\jmath}$$

Cek pemahaman!

Soal 1

Sebuah bola bermuatan $\boldsymbol{Q_1}$ diletakkan pada permukaan horizontal seperti gambar. Ketika bola bermuatan $\boldsymbol{Q_2}$ (berukuran sangat besar) didekatkan, posisi keseimbangan (**total gaya pada Q_2 = 0**) dicapai pada jarak $\boldsymbol{d_{12}}$ diatas $\boldsymbol{Q_1}$.

Ketika $\boldsymbol{Q_1}$ digantikan dengan muatan lain $\boldsymbol{Q_3}$, $\boldsymbol{Q_2}$ mencapai keadaan seimbang (**total gaya pada Q_2 = 0**) pada jarak $\boldsymbol{d_{23}}$ ($\boldsymbol{d_{23} < d_{12}}$) diatas $\boldsymbol{Q_3}$.



Penyataan manakah yang benar

A) **Muatan Q_3 sejenis dengan muatan Q_1**
B) **Muatan Q_3 berlawanan jenis dengan muatan Q_1**
C) **Tidak bisa ditentukan jenis muatan dari Q_3 & Q_1**

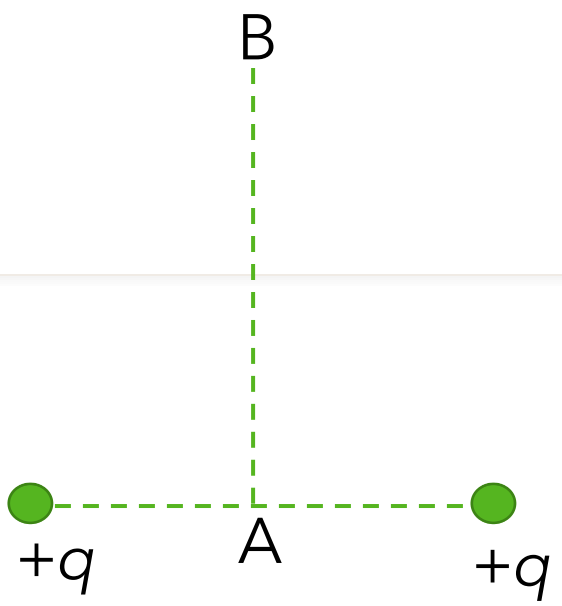
Pernyataan manakah yang benar

A) **Besar muatan Q_3 < besar muatan Q_1**
B) **Besar muatan Q_3 > besar muatan Q_1**
C) **Tidak bisa ditentukan besar muatan relatif dari Q_3 & Q_1**

Soal 2

AB adalah garis vertikal yang berada di tengah-tengah antara dua muatan positif.

Jika diletakkan sebuah muatan **-*q*** di titik **A**, bagaimanakah besar gaya listrik yang dialami muatan tersebut dibandingkan jika muatan **-*q*** diletakkan di titik **B**?



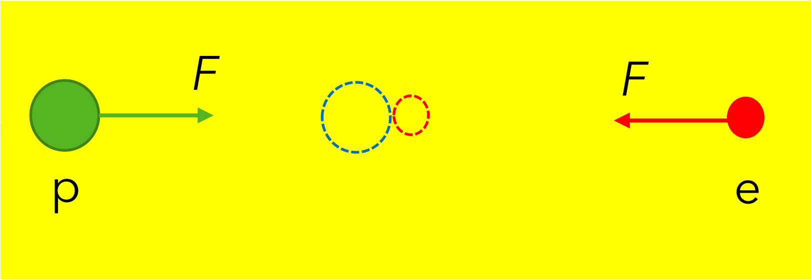
a. Lebih besar

b. Sama dengan

c. Lebih kecil

Soal 3

Sebuah elektron dan **sebuah proton** yang berada jauh sekali dari muatan-muatan lain dilepas dari keadaan diam. Kedua muatan bergerak saling mendekat karena gaya tarik Coulomb. Ketika mereka bertumbukan, bagaimanakah besar energi kinetik keduanya



a. Energi kinetik elektron lebih **besar** dari pada energi kinetik proton

b. Energi kinetik elektron lebih **kecil** dari pada energi kinetik proton

c. Energi kinetik elektron **sama besar** dengan energi kinetik proton

Bab 1 Medan Listrik & Hukum Gauss

1.2 Medan Listrik

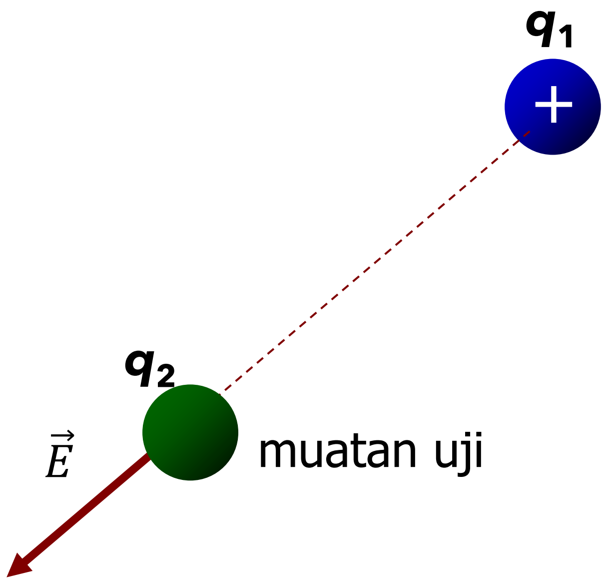
Lightning is associated with very strong electric fields in the atmosphere

Capaian pembelajaran

- Mampu mendeskripsikan medan listrik
- Mampu mendemonstrasikan pola medan listrik
- Mampu mendefinisikan kuat medan listrik dan menerapkannya dalam penyelesaian soal

1.2 Medan Listrik

- Medan Listrik merupakan efek yang ditimbukan oleh keberadaan muatan



✓ Mengapa muatan $\boldsymbol{q_1}$ dapat melakukan gaya pada muatan $\boldsymbol{q_2}$ meskipun kedua muatan tersebut tidak bersentuhan?

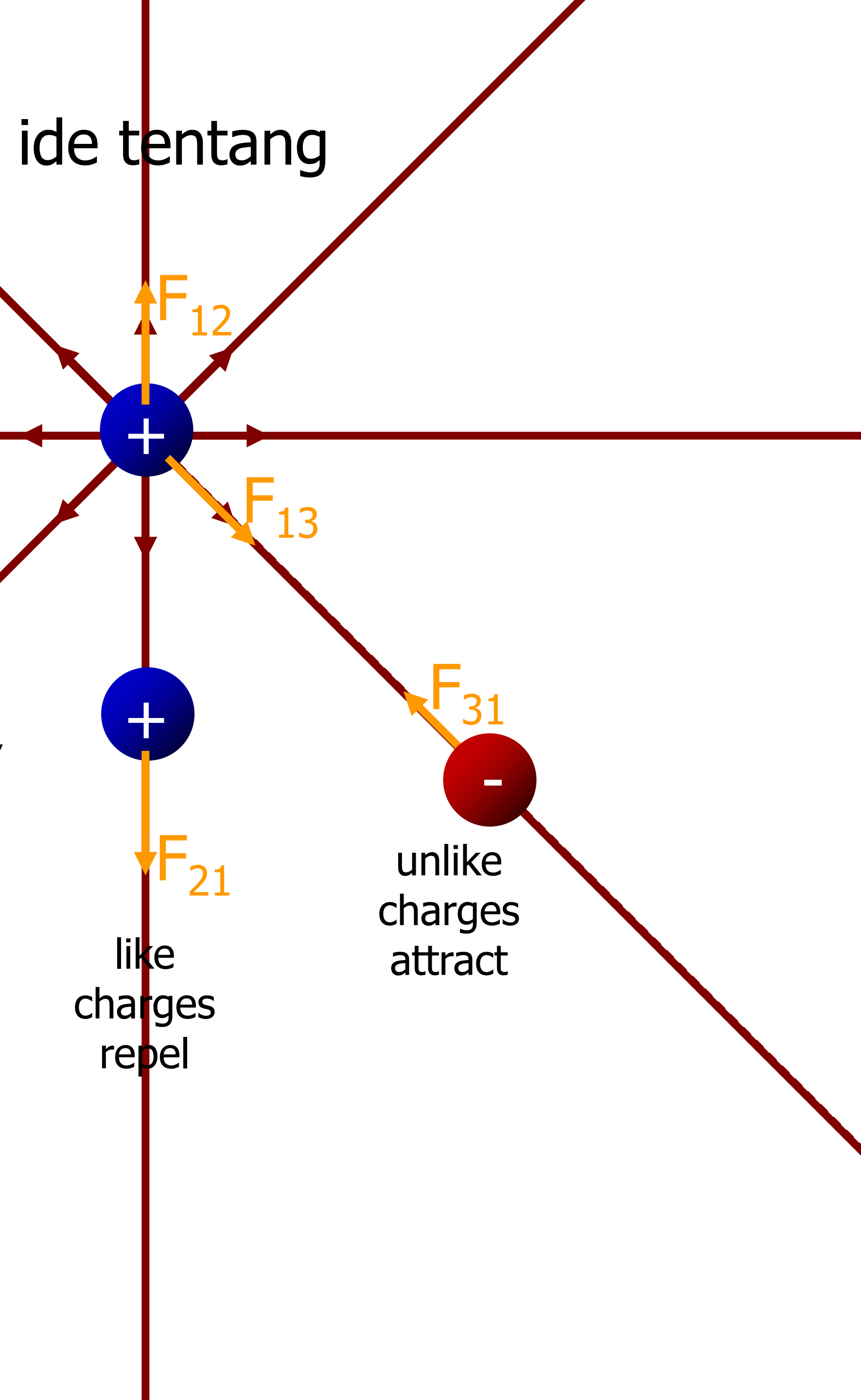
✓ Jika besarnya medan listrik yang dihasilkan muatan $\boldsymbol{q_1}$ pada posisi muatan $\boldsymbol{q_2}$ dinyatakan $\overrightarrow{E_{21}}$ maka gaya pada $\boldsymbol{q_2}$ oleh $\boldsymbol{q_1}$:

$$\vec{E}_{21} = \frac{\vec{F}_{21}}{q_2}$$

Pada awal 1830 an, Faraday mengembangkan ide tentang medan listrik sebagai berikut:

- Sebuah partikel bermuatan menghasilkan “medan” ke segala arah dalam ruang.
- Partikel bermuatan yang lain merasakan medan tersebut, dan mampu “mengetahui” keberadaan muatan pertama

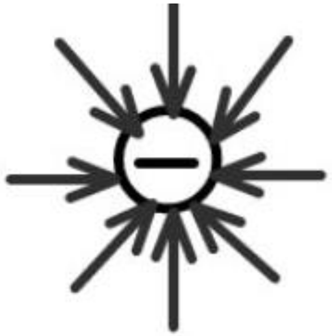
Mengapa ide tentang “medan listrik” ini menjadi penting?

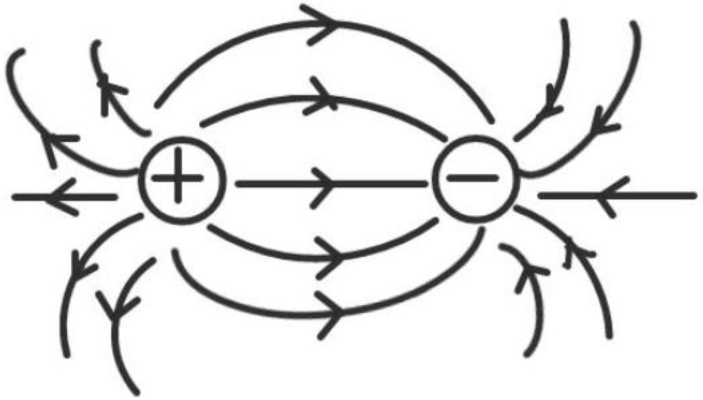


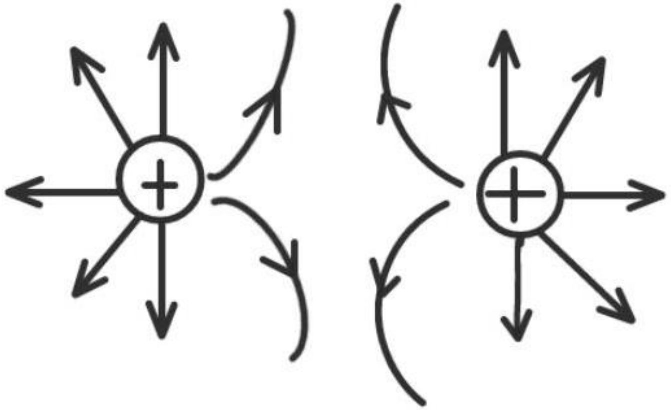
- **Arah Medan Listrik didefinisikan**:

(i) Keluar dari muatan (+)

(ii) Masuk ke muatan (-)







Medan listrik oleh suatu muatan titik

- Sebagaimana gaya listrik, **medan listrik** juga merupakan besaran **vektor**
- Jika ada gaya listrik yang bekerja pada suatu objek yang memiliki muatan $\boldsymbol{q_o}$, maka medan listrik pada titik tersebut adalah:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad \text{[N/C]}$$

$$\boxed{\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{r} = k\frac{q}{r^3}\vec{r}}$$

Medan listrik oleh beberapa muatan diskrit

Sebagaimana gaya listrik, jika ada **beberapa objek bermuatan**, **medan listrik total** pada suatu titik akibat muatan-muatan tersebut merupakan **jumlahan vektor dan medan listrik setiap muatan.**

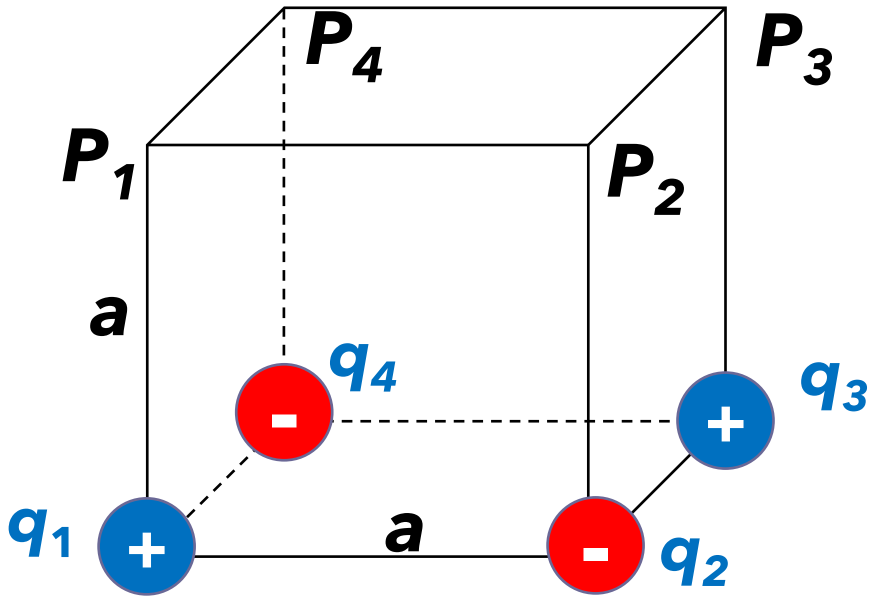
$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

$$\boxed{\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} k\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i = \sum_{i=1}^{n} k\frac{q_i}{r_i^3}\vec{r}_i}$$

Sistem diskrit

Contoh soal 1 (Medan listrik oleh muatan diskrit)

Muatan $\boldsymbol{q_1}$, $\boldsymbol{q_2}$, $\boldsymbol{q_3}$ dan $\boldsymbol{q_4}$ terletak pada titik sudut kubus seperti ditunjukan pada gambar. Jika panjang sisi kubus $\boldsymbol{a = 1}$ **m** dan $\boldsymbol{q_1=q_3= 1}$ **nC**, $\boldsymbol{q_2=q_4= -1}$ **nC**, tentukan vektor medan listrik di titik P!

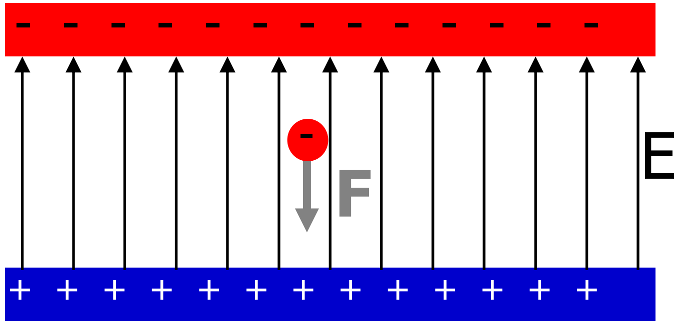


Gerakan sebuah partikel bermuatan di dalam medan listrik seragam

Partikel bermuatan di dalam medan listrik merasakan suatu gaya listrik, dan jika muatan ini bebas bergerak, maka percepatan gerak partikel dapat ditentukan.

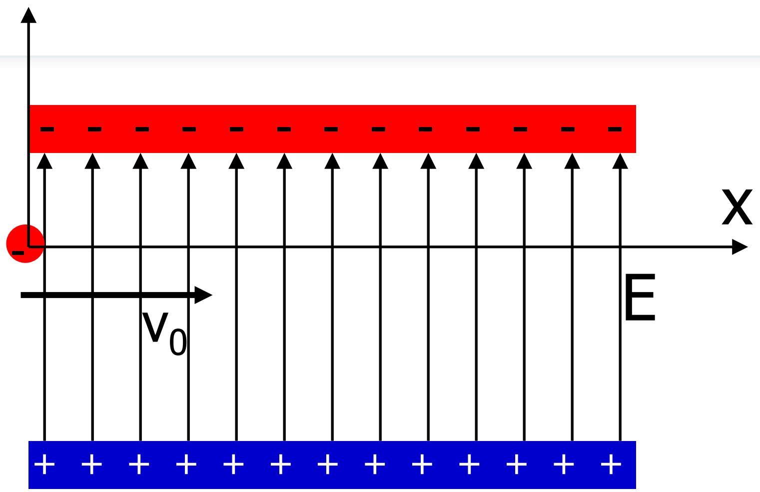
Jika satu-satunya penyebab gaya adalah medan listrik, maka:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = q\vec{E}.$$

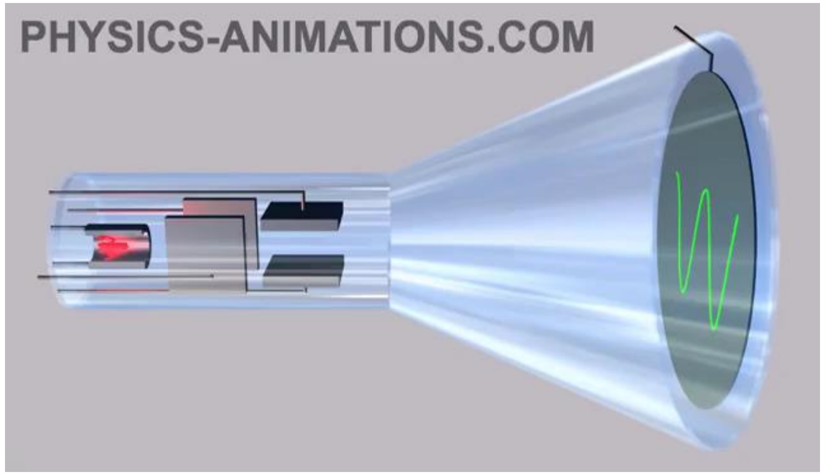


Jika $\vec{E}$ konstan, maka $\vec{a}$ juga konstan. Konsep kinematika dapt digunakan untuk menganalisis gerak muatan.

Gerak muatan di dalam medan listrik seragam



Aplikasi:



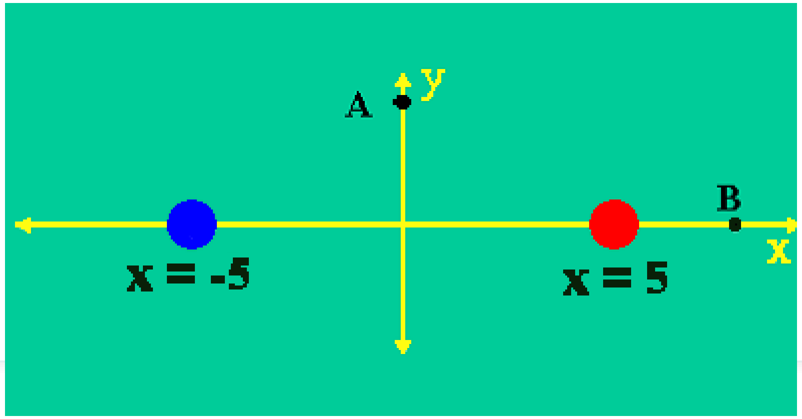
The cathode-ray tube
Which is used to obtain a visual display of electronic information in oscilloscopes, radar systems, television receivers, computer monitors, etc.

- Kemanakah arah $\boldsymbol{F}$?
- Bagaimana bentuk lintasan dari gerak muatan?

Perhatikan contoh 1.3 di hal. 6!

Cek pemahaman!

Soal 1



Dua buah muatan yang sama besar dan berlawanan jenis ditempatkan pada sumbu-*x*. Muatan positif ditempatkan kepada x = -5 m dan muatan negatif ditempatkan pada x = +5 m sebagaimana ditunjukan pada Gambar.

Kemanakan arah medan listrik di titik A?

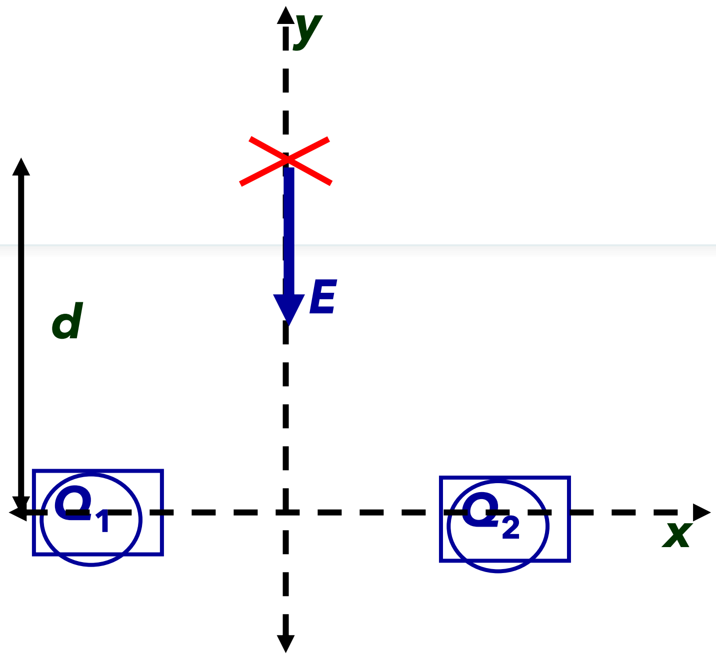
a) Ke atas b) ke bawah c) ke kiri
d) ke kanan e) nol

Kemanakan arah medan listrik di titik B?

a) Ke atas b) ke bawah c) ke kiri
d) ke kanan e) nol

Soal 2

Dua buah muatan, Q_1 dan Q_2, diletakkan pada sumbu-*x* seperti ditunjukan pada gambar. Keduanya menghasilkan medan listrik, *E,* pada sebuah posisi $(x,y) = (0,d)$ yang menghasilkan resultan *E* ke arah sumbu *y* negatif.



Manakah pernyataan berikut yang benar?

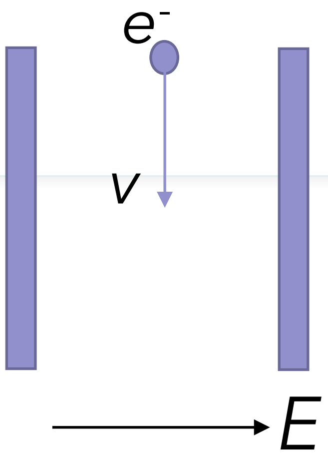
(a) Kedua muatan Q_1 dan Q_2 bermuatan positif

(b) Kedua muatan Q_1 dan Q_2 bermuatan negatif

(c) Q_1 dan Q_2 memiliki muatan yang berlawanan jenis

Soal 3

Sebuah elektron bergerak dengan kecepatan *v* dalam medan listrik serba sama *E* sebagaimana ditunjukan pada gambar.



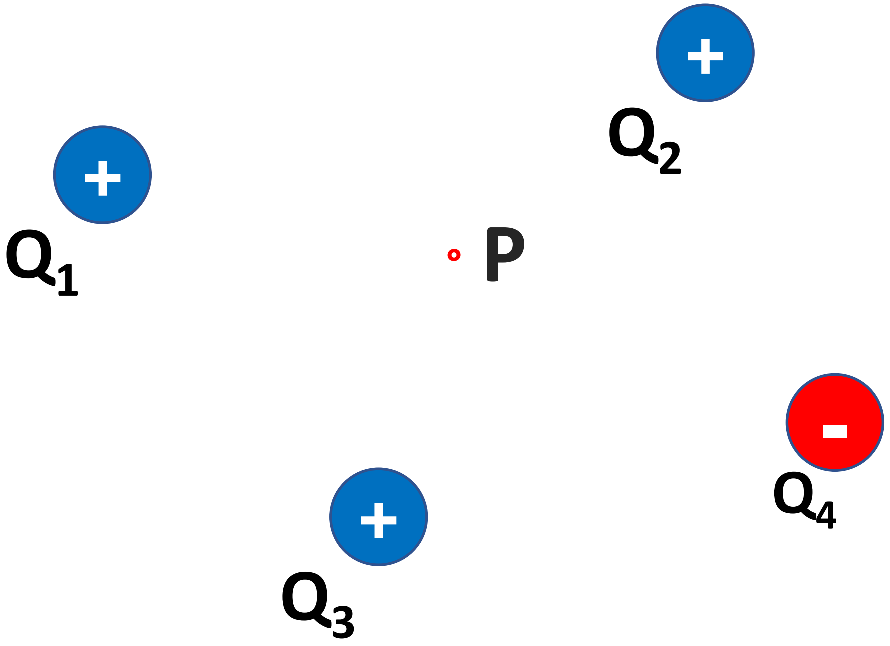
Kemanakah arah simpangan dari gerakan elektron?

Bab 1
Medan Listrik & Hukum Gauss

1.3 Medan Listrik oleh Muatan terdistribusi kontinu

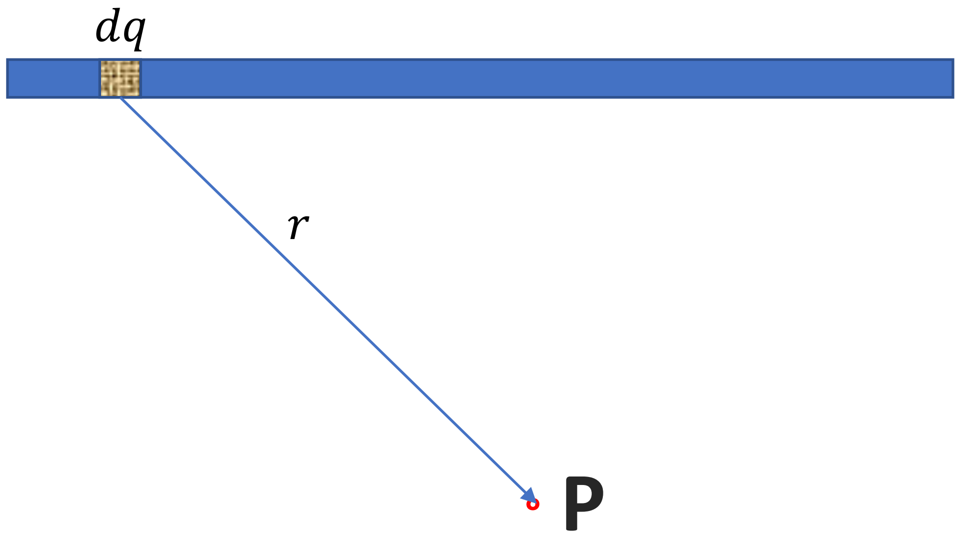
Lightning is associated with very strong electric fields in the atmosphere

Distribusi diskrit



$$\overrightarrow{E_P} = \sum_{i=1}^{4} k \frac{q_i}{r_i^3} \overrightarrow{r_i}$$

Distribusi kontinu



$$\Delta\vec{\mathrm{E}} = k \frac{\Delta q}{r^2} \hat{\mathrm{r}}$$

$$d\vec{\mathrm{E}} = k \frac{dq}{r^2} \hat{\mathrm{r}}$$

$$\vec{\mathrm{E}} = k \int \frac{dq}{r^2} \hat{\mathrm{r}}$$

Medan listrik karena yang ditimbulkan oleh “elemen” muatan Δq adalah :

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\Delta q}{r^2}\hat{r}$$

Vektor satuan Δq untuk menentukan arah dari $\overrightarrow{\Delta E}$

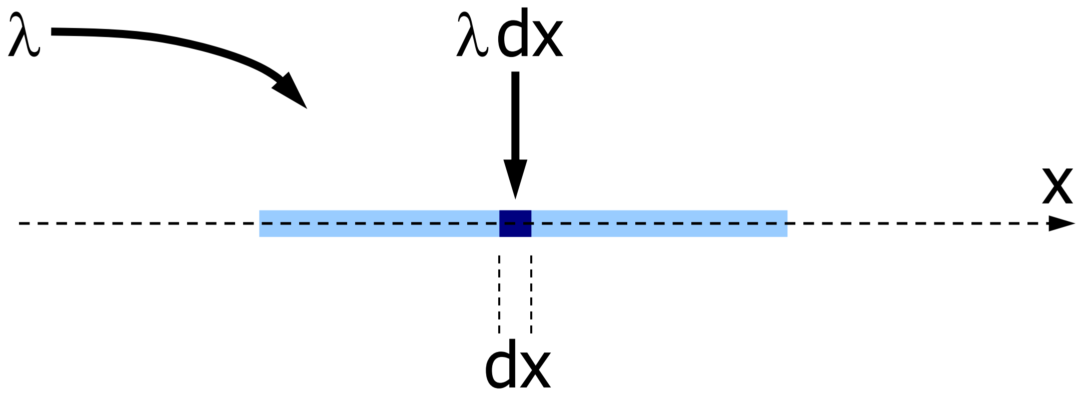
Medan listrik karena gabungan “elemen" muatan adalah :

$$\vec{E} = \sum_i \Delta\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{\Delta q_i}{{r_i}^2}\hat{r}_i$$

Vektor satuan Δq untuk menentukan arah dari $\overrightarrow{\Delta E}$

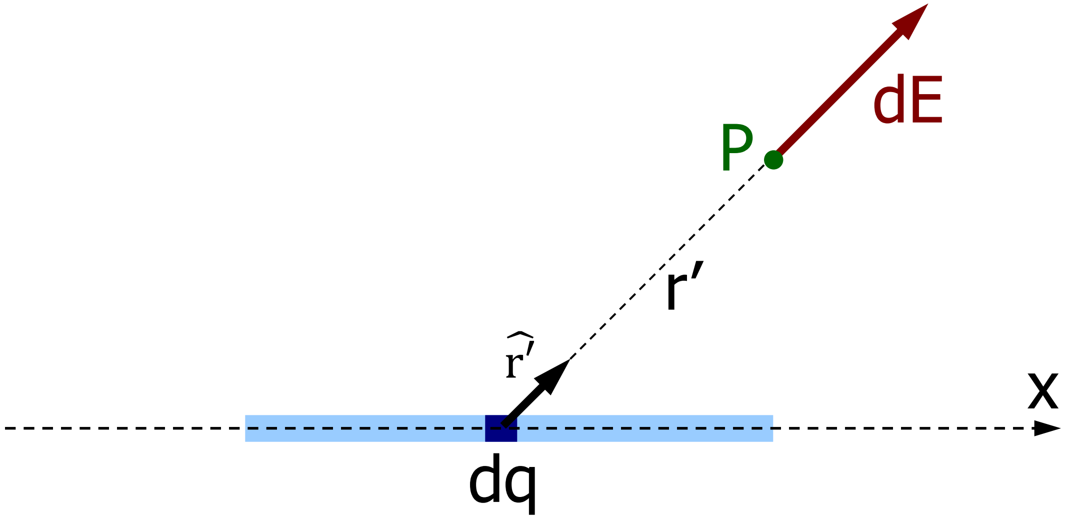
jika $\Delta q \rightarrow dq \rightarrow 0$, penjumlahannya menjadi integral.

Jika muatan didistribusikan di sepanjang segmen garis lurus yang sejajar dengan sumbu x, besarnya muatan dq pada segmen dengan panjang dx adalah λdx.



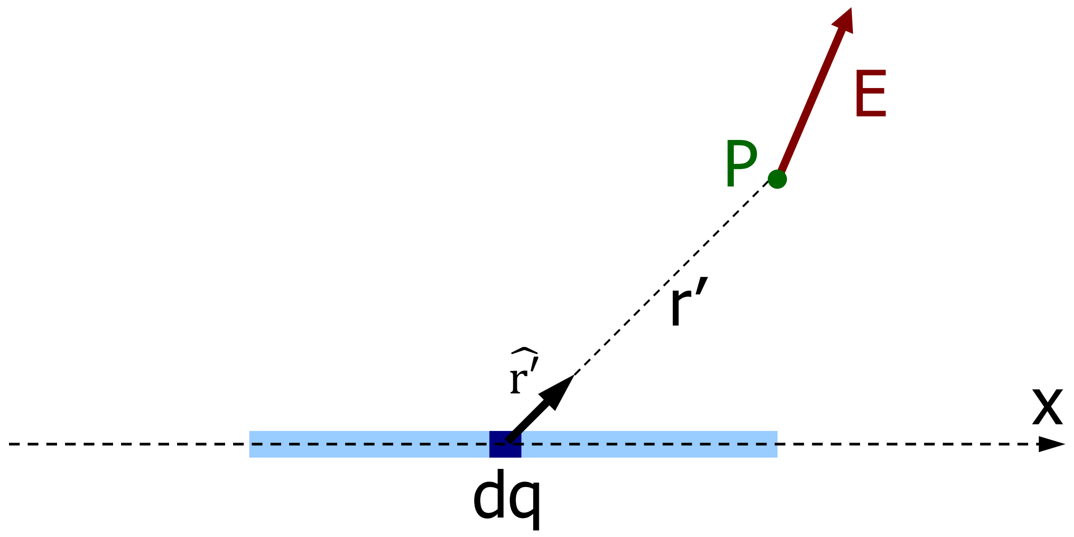
λ adalah rapat muatan (jumlah muatan per satuan panjang).
λ bisa juga sebagai fungsi posisi.

λ dikali panjang ruas garis adalah total muatan pada ruas garis.



Medan listrik di titik P karena muatan dq adalah

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r'^2}\widehat{r'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r'^2}\widehat{r'}$$

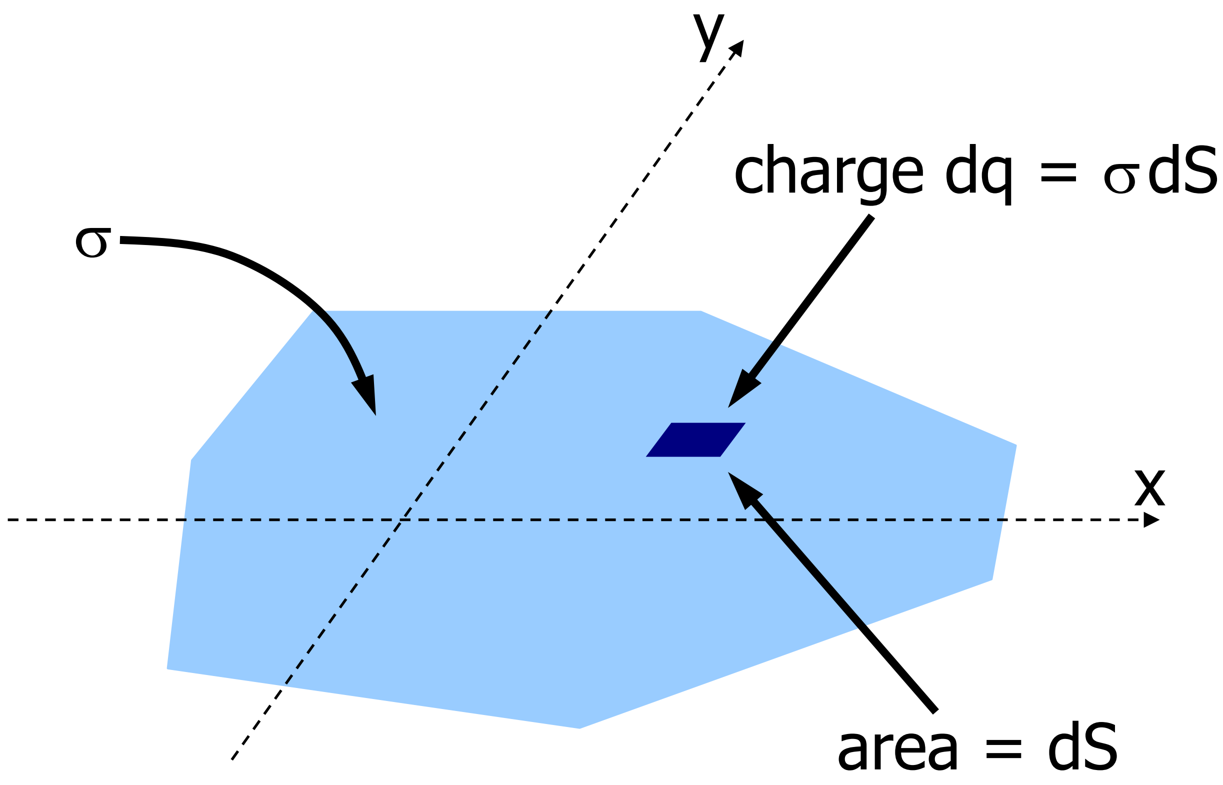


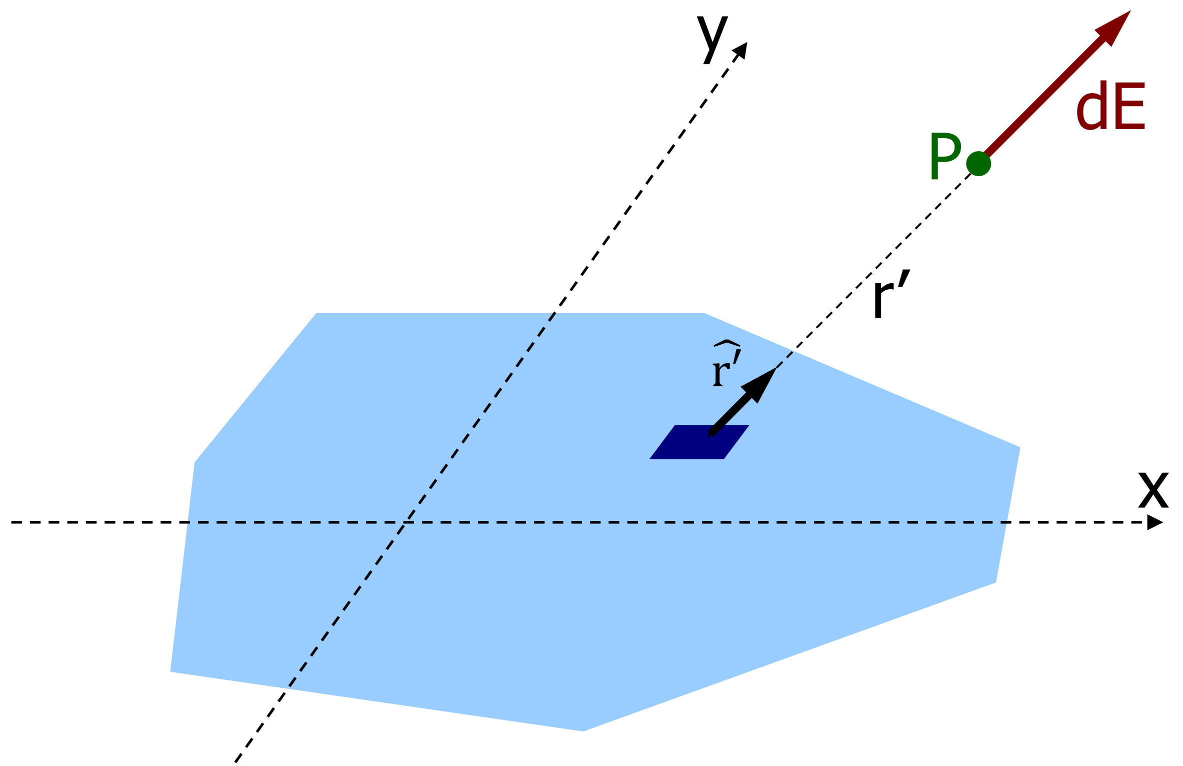
Medan listrik di P karena seluruh garis muatan adalah

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \widehat{r'} \frac{\lambda(x)\, dx}{r'^2}$$

Integrasi dilakukan di seluruh panjang garis, yang tidak harus lurus. Juga, λ bisa menjadi fungsi posisi, dan dapat diambil di luar integral hanya **jika distribusi muatan seragam**.

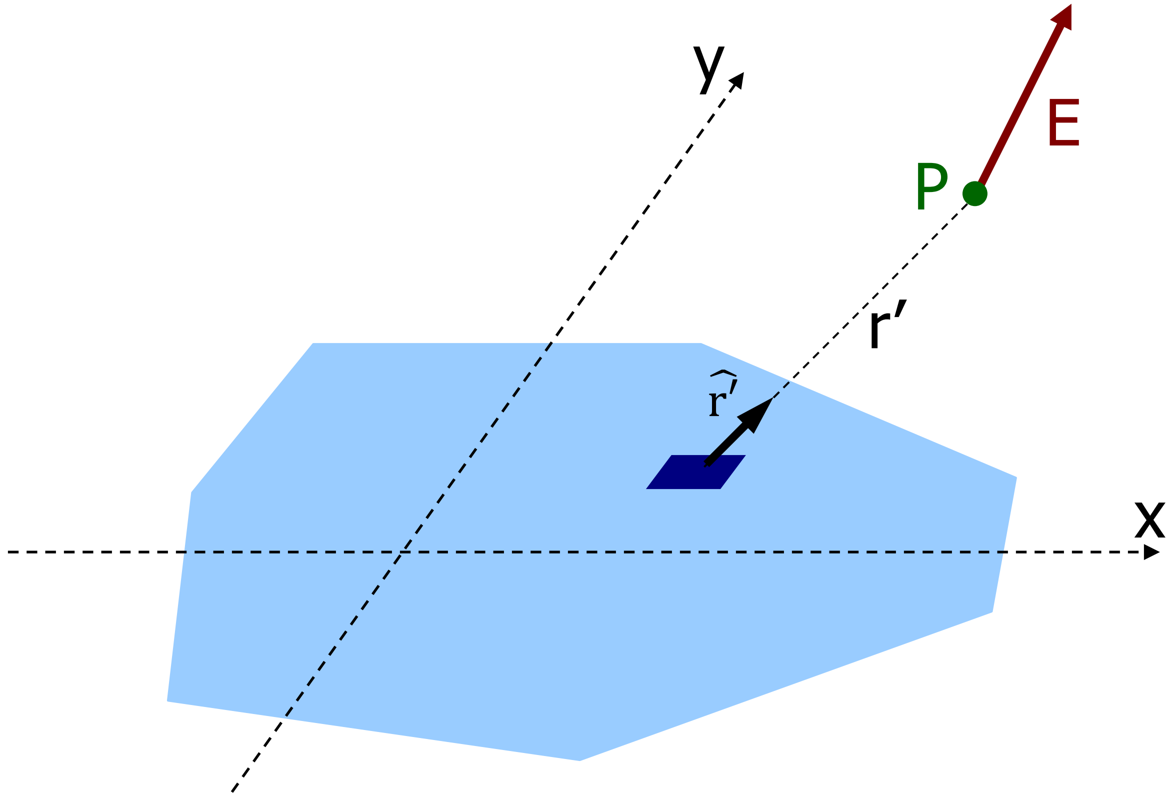
Jika muatan didistribusikan pada permukaan dua dimensi, jumlah muatan dq pada bagian permukaan yang sangat kecil adalah σdS, dimana σ adalah massa jenis muatan (jumlah muatan per satuan luas).





Medan listrik di P karena muatan dq adalah

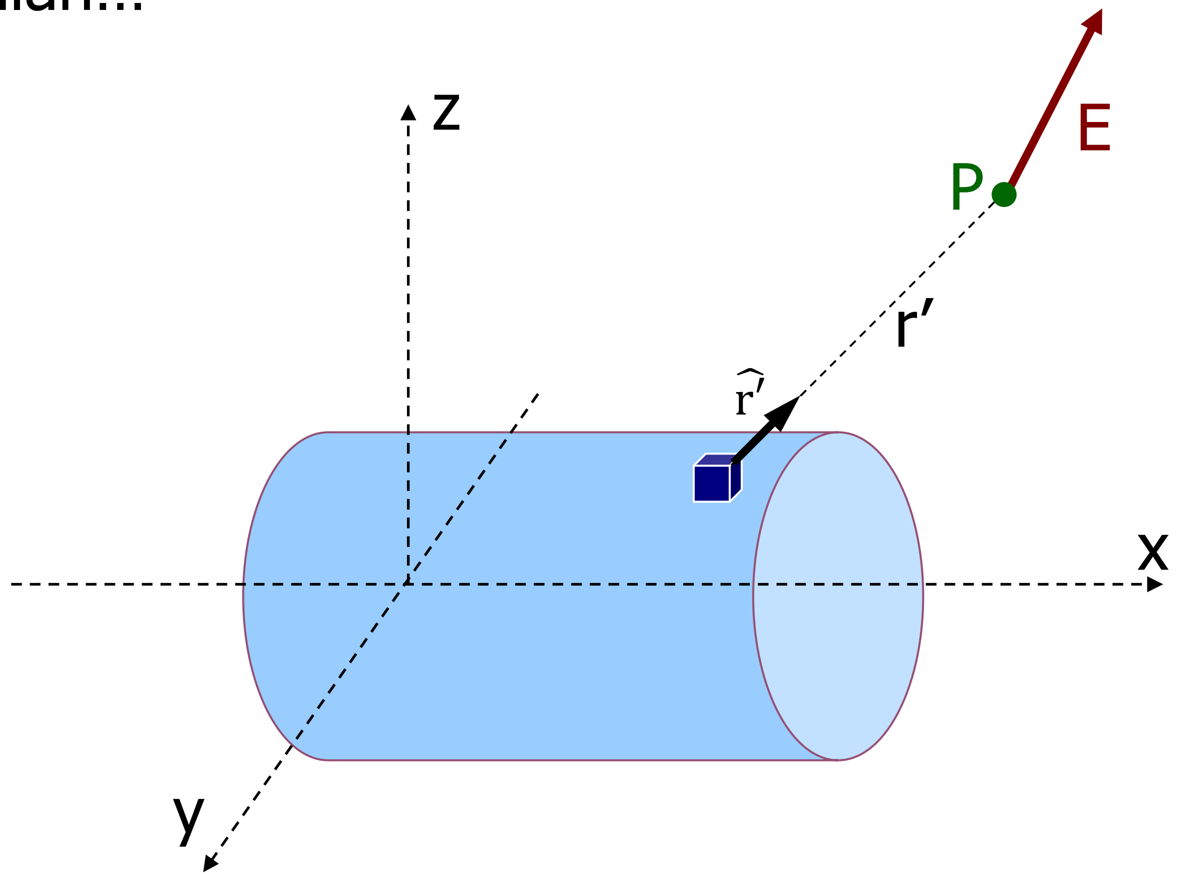
$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r'^2}\widehat{r'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\, dS}{r'^2}\widehat{r'}$$



Medan listrik di P karena seluruh permukaan muatan adalah

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \widehat{r'}\,\frac{\sigma(x,y)\,dS}{r'^2}$$

Setelah kita membahas hal di atas, saya harap Anda percaya bahwa medan listrik netto di P akibat distribusi muatan tiga dimensi adalah…



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \hat{r}' \frac{\rho(x, y, z)\, dV}{r'^2} .$$

Summarizing:

Distribusi muatan di sepanjang garis lurus:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \widehat{r'}\,\frac{\lambda\, dx}{r'^2}.$$

Distribusi muatan diatas permukaan:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \widehat{r'}\,\frac{\sigma\, dS}{r'^2}.$$

Distribusi muatan di dalam volume :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \widehat{r'}\,\frac{\rho\, dV}{r'^2}.$$

Jika distribusi muatan seragam, maka λ, σ, dan ρ dapat diambil di luar integral .

Densitas Muatan

Garis

Jika muatan terdistribusi sepanjang garis ℓ ,

$\lambda \equiv (Q/\ell)$ (satuan: C/m)

Luas

Jika muatan terdistribusi pada luas permukaan A,

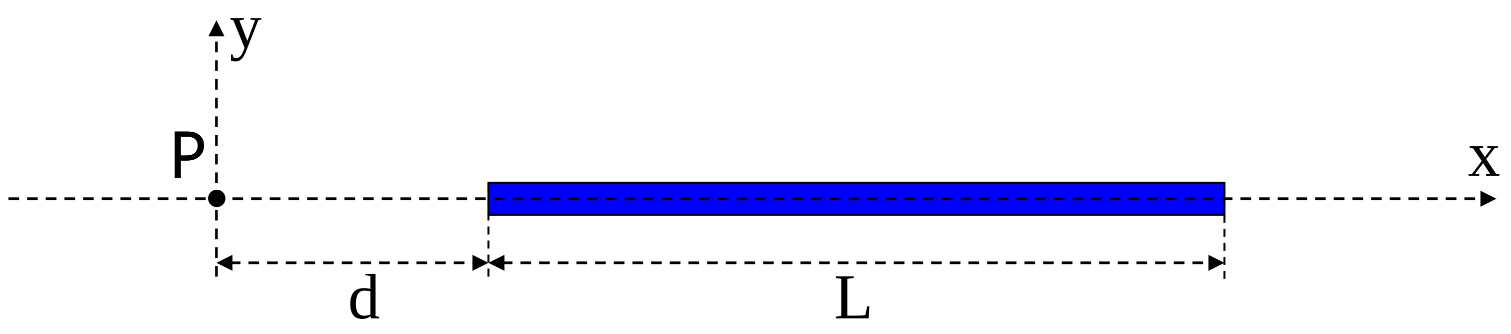
$\sigma \equiv Q/A$ (satuan: C/m^2)

Volume

Jika muatan terdistribusi pada volume V,

$\rho \equiv (Q/V)$ (satuan: C/m^3)

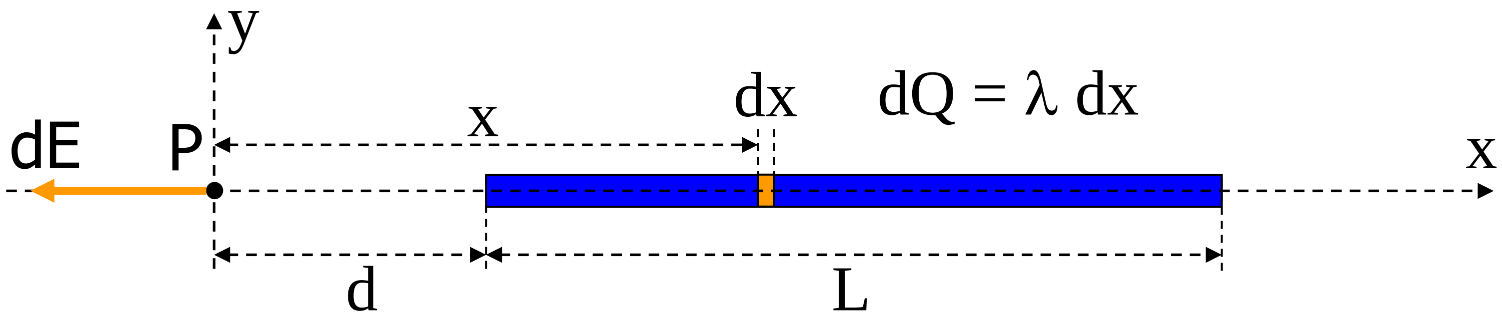
Contoh: Batang dengan panjang L memiliki muatan seragam per satuan panjang λ dan a muatan total Q. Hitung medan listrik pada titik P sepanjang sumbu batang pada jarak d dari salah satu ujungnya.



Mari kita letakkan asal di P. Kerapatan muatan linier dan Q terkait dengan

$$\lambda = \frac{Q}{L} \quad \text{and} \quad Q = \lambda L$$

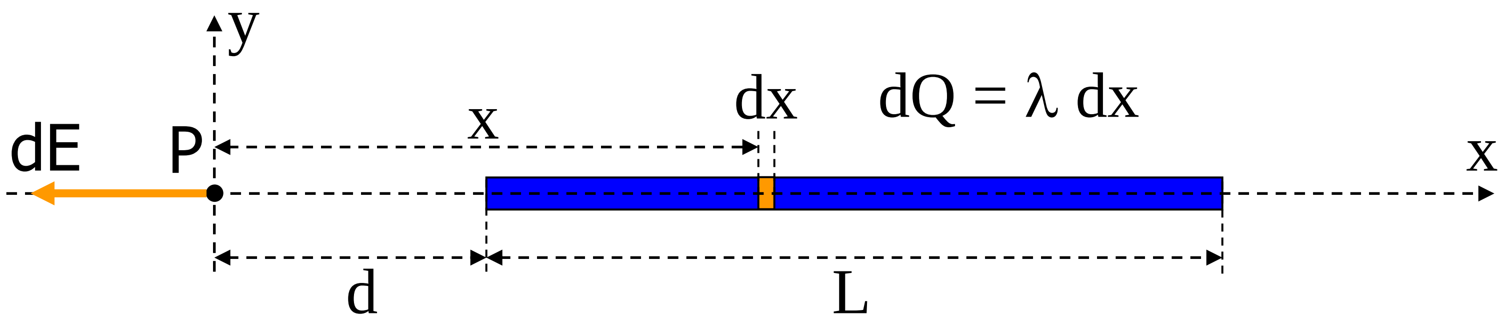
Kita asumsikan muatan Q positiv.



Titik medan listrik menjauh dari batang. Secara simetri, medan listrik pada sumbu batang tidak memiliki komponen y. dE dari muatan pada panjang batang dx yang sangat kecil adalah

$$dE = k\frac{dq}{x^2} = k\frac{\lambda\, dx}{x^2}$$

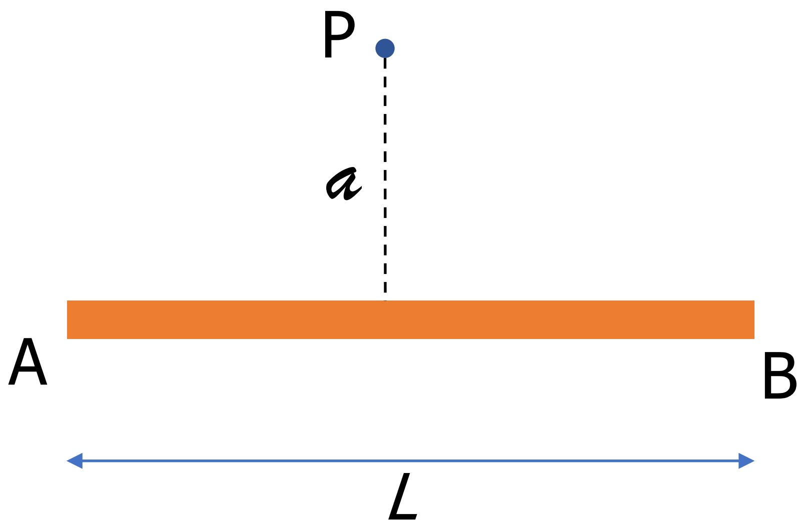
Note: $d\vec{E}$ pada arah sumbu –x . dE adalah besarnya $d\vec{E}$. Kita gunakan fakta bahwa Q>0 (maka dq=0) untuk menghilangkan tanda nilai absolut dalam persamaan awal.



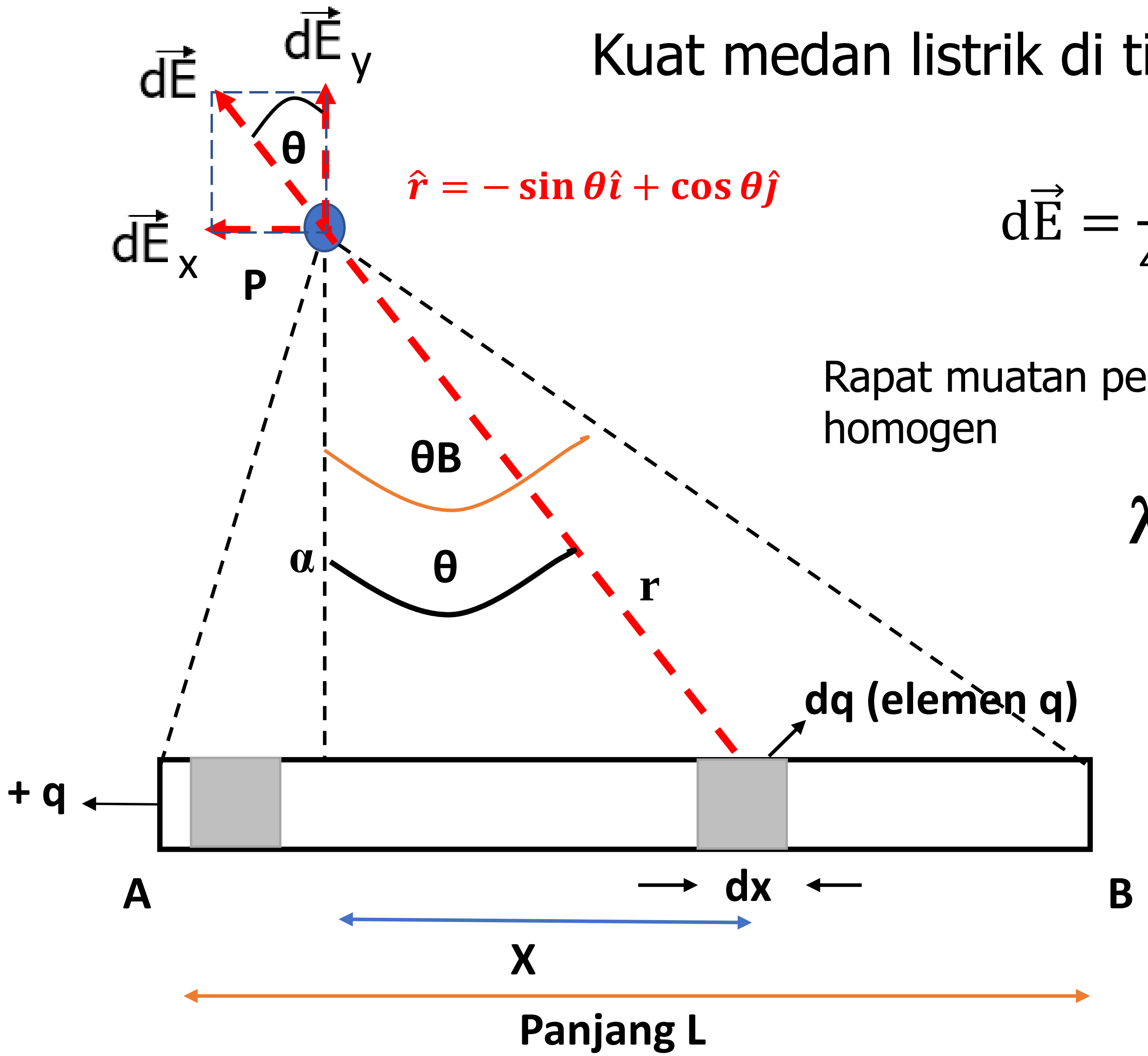
$$\vec{E} = \int_{d}^{d+L} d\vec{E}_x = -k\int_{d}^{d+L} \frac{\lambda\, dx}{x^2}\hat{\imath} = -k\lambda \int_{d}^{d+L} \frac{dx}{x^2}\hat{\imath} = -k\lambda\left(-\frac{1}{x}\right)_{d}^{d+L} \hat{\imath}$$

$$\vec{E} = -k\lambda\left(-\frac{1}{d+L}+\frac{1}{d}\right)\hat{\imath} = -k\lambda\left(\frac{-d+d+L}{d(d+L)}\right)\hat{\imath} = -k\frac{\lambda\, L}{d(d+L)}\hat{\imath} = -\frac{kQ}{d(d+L)}\hat{\imath}$$

Contoh: Sebuah batang dengan panjang L memiliki muatan seragam per satuan panjang λ dan muatan total Q. Hitung medan listrik pada titik P yang terletak pada jarak a dari batang



Kawat lurus bermuatan listrik



Kuat medan listrik di titik P oleh batang AB bermuatan +q

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

Rapat muatan per satuan panjang λ pada kawat lurus homogen

$$\lambda = \frac{dq}{dx} = \frac{q}{L}$$

Elemen

Batang utuh

Sehingga : $dq = \lambda\, dx$

Maka :

$$d\vec{E} = k\frac{dq}{r^2}\hat{r} = k\lambda\frac{dx}{r^2}\ \hat{r}$$

Hubungan antara **α, x dan r** adalah :

$$\cos\theta = \frac{\boldsymbol{\alpha}}{r} \longrightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{cos^2\theta}{\boldsymbol{\alpha}^2}$$

$$\tan\theta = \frac{\mathbf{x}}{\boldsymbol{\alpha}} \longrightarrow x = a\tan\theta$$

$$dx = \boldsymbol{\alpha}\ \frac{\mathbf{1}}{cos^2\theta}\ \boldsymbol{d\theta}$$

$$d\vec{E} = k\lambda\frac{dx}{r^2}\ \hat{r}$$

$$d\vec{E} = k\lambda\frac{dx}{r^2}(\mathbf{-\sin\boldsymbol{\theta}\hat{\imath} + \cos\boldsymbol{\theta}\hat{\jmath}})$$

$$d\vec{E} = k\lambda\frac{dx}{r^2}\left(dx\frac{1}{r^2}(-sin\theta)\hat{\boldsymbol{\imath}} + dx\frac{1}{r^2}(\cos\theta)\hat{\boldsymbol{\jmath}}\right)$$

$$d\vec{E} = \frac{k\lambda}{a}(-sin\theta\ d\theta\hat{\imath} + \cos\theta\ d\theta\hat{\boldsymbol{\jmath}})$$

$$\vec{E} = \frac{k\lambda}{a}\int_{\theta A}^{\theta B}(-sin\theta\ \hat{\imath} + \cos\theta\ \hat{\boldsymbol{\jmath}})\ d\theta \longrightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{k\lambda}{a}\ [(\cos\theta_B - \cos\theta_A)\hat{\imath} + (\sin\theta_B - \sin\theta_A)\hat{\jmath}]}$$

Jika kawat sangat panjang ($L_{AB}>>\alpha$) $\longrightarrow$ kawat tak berhingga

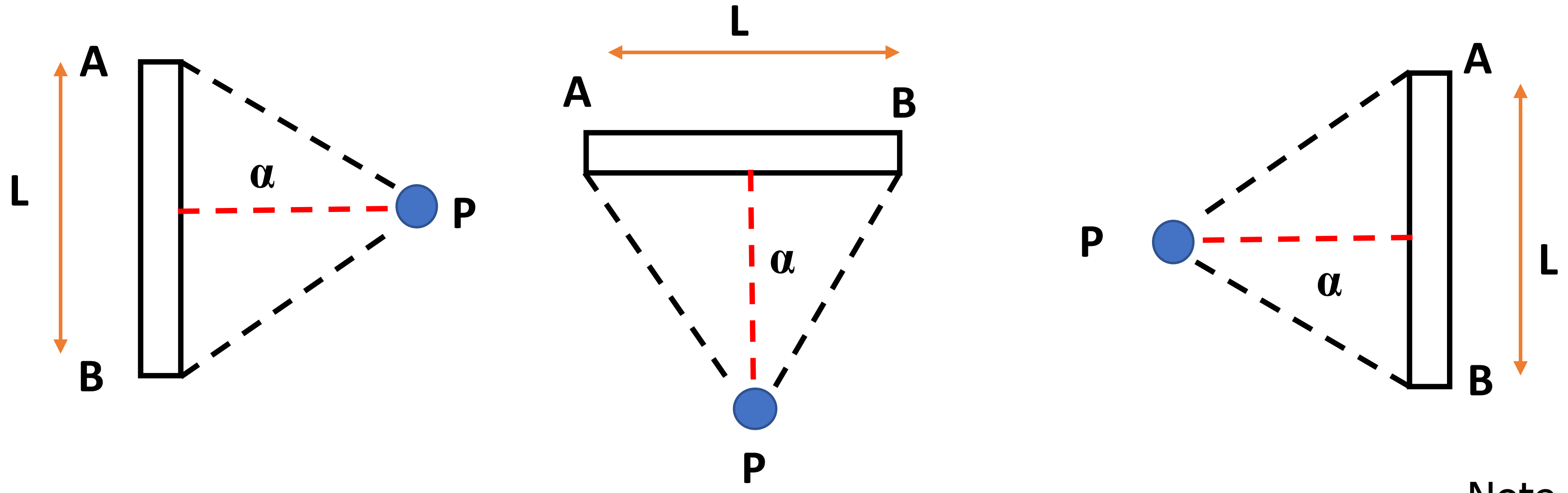
Panjang, maka $\boldsymbol{\theta_B = 90^o}$ **dan** $\boldsymbol{\theta_A = 270^O}$

Sehingga :

$$\vec{E} = \frac{k\lambda}{a}\left[(\cos\theta_B - \cos\theta_A)\hat{\imath} + (\sin\theta_B - \sin\theta_A)\hat{\jmath}\right]$$

$$\vec{E} = \frac{k\lambda}{\boldsymbol{\alpha}}\, 2\,\hat{\jmath}$$

Bagaimana jika posisi titik P dan batang AB sebagai berikut :

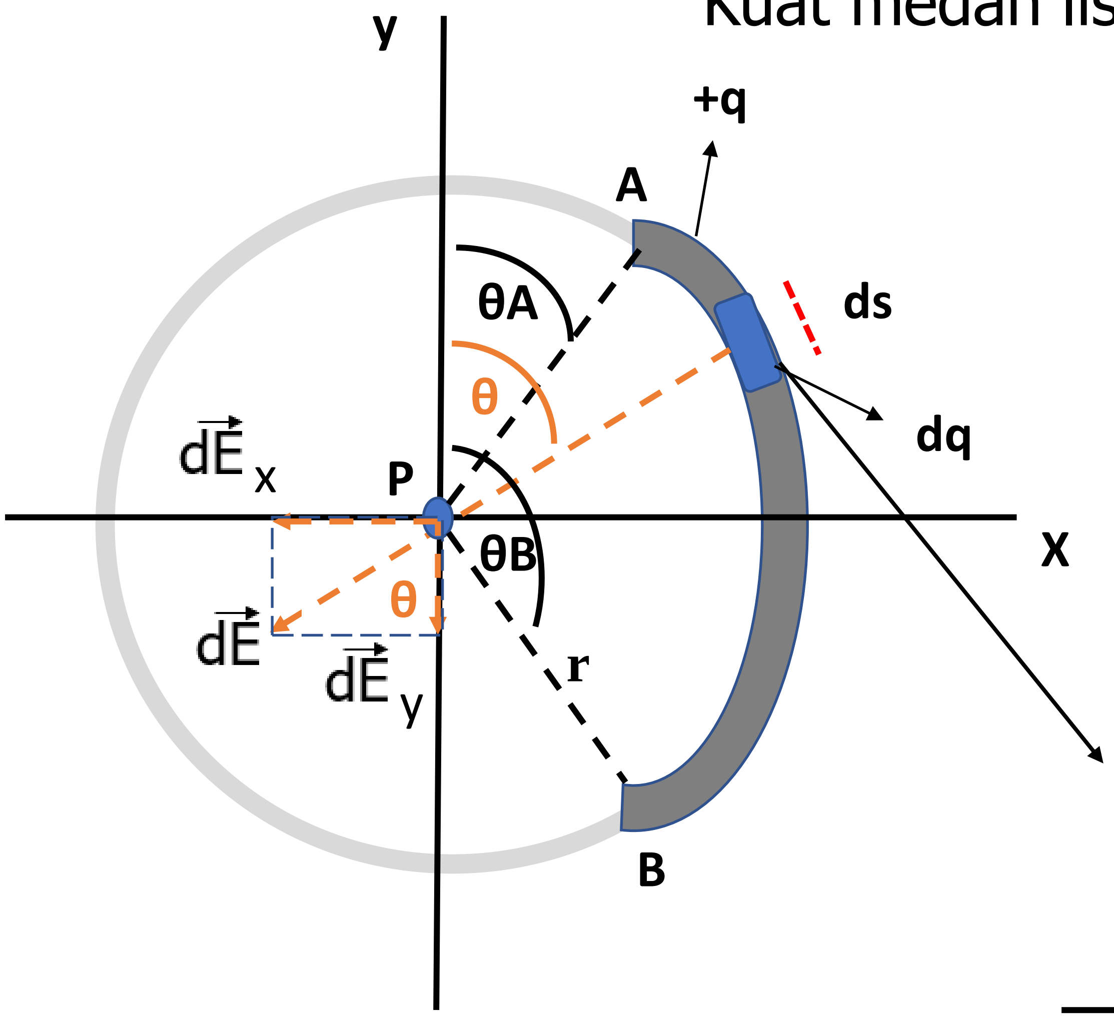


Turunkan persamaan medan listrik dititik P pada sistem diatas:?

Note :”yang membedakan hanya $\hat{r}$!

Bagian cincin bermuatan listrik

Kuat medan listrik di pusat cincin P oleh bagian cincin AB

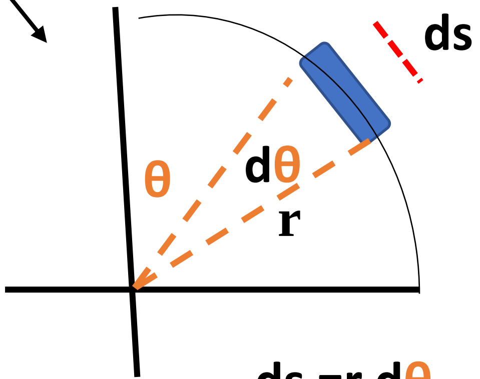


$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

$$dengan\ \hat{r} = -\sin\theta\hat{\imath} - \cos\theta\hat{\jmath}$$

$$\lambda = \frac{dq}{ds} \longrightarrow dq = \lambda\, ds$$

$$dq = \lambda\ \mathbf{r}\ \mathbf{d\theta}$$



ds =r dθ

Maka :

$$d\vec{E} = k\lambda \frac{dx}{r^2}\,\hat{r}$$

$$d\vec{E} = k\lambda \frac{r d\theta}{r^2}\left(-\boldsymbol{\sin\theta\hat{\imath}} - \boldsymbol{\cos\theta\hat{\jmath}}\right)$$

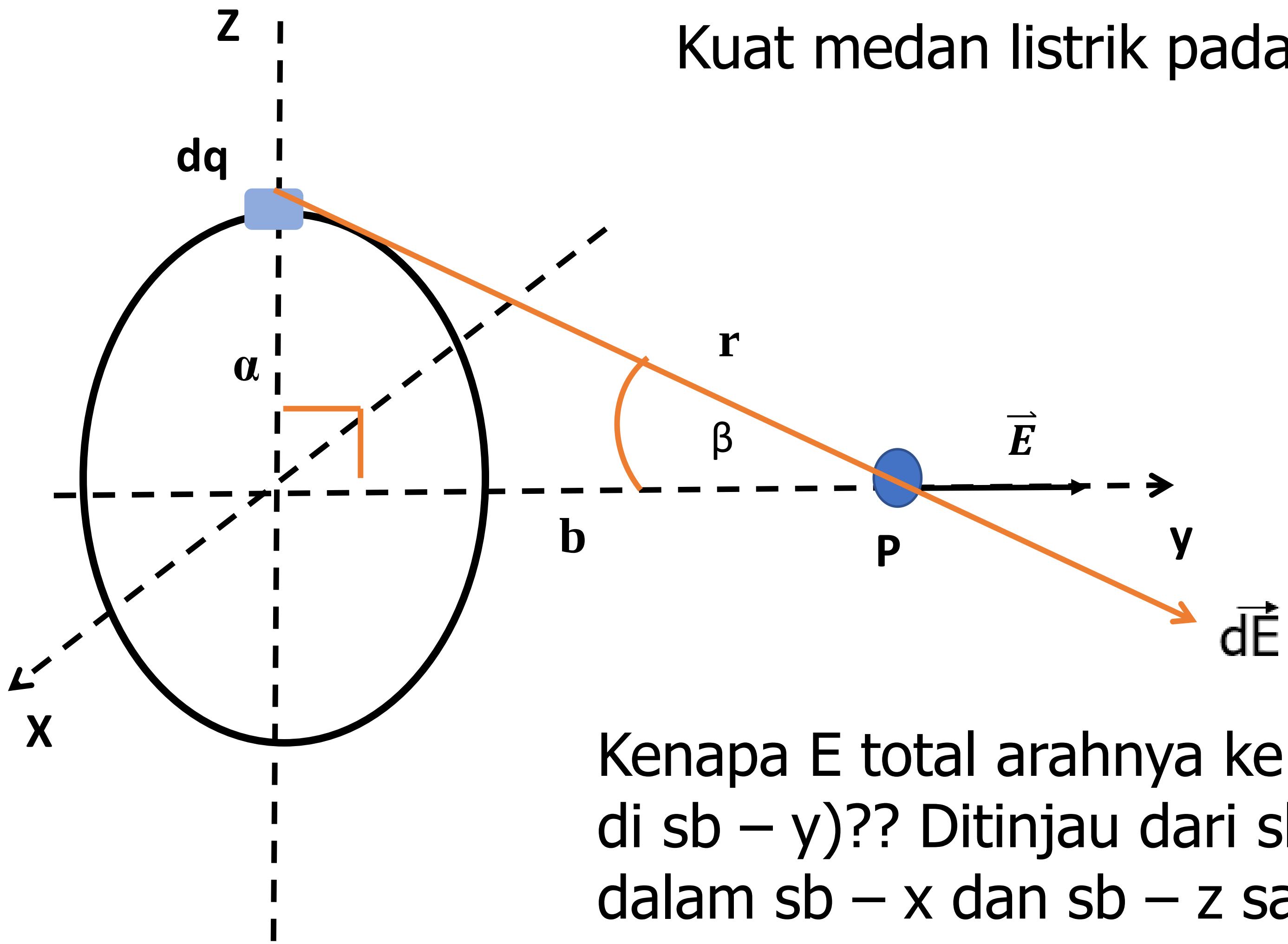
$$\vec{E} = \frac{k\boldsymbol{\lambda}}{r}\int_{\theta A}^{\theta B}(-sin\theta\ \hat{\imath} - \cos\theta\ \boldsymbol{\hat{\jmath}})\,d\theta \longrightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{k\lambda}{r}\left[(\cos\theta_B - \cos\theta_A)\hat{\imath} - (\sin\theta_B - \sin\theta_A)\hat{\jmath}\right]}$$

Jika cincin penuh apa yang terjadi ??

yang terjadi adalah $\theta_A = \theta_B \longrightarrow$ saling meniadakan

Cek contoh soal 1.7

Sumbu cincin bermuatan listrik



Kuat medan listrik pada titik P oleh cincin bermuatan

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

Kenapa E total arahnya ke sumbu Y (hanya ada komponen di sb – y)?? Ditinjau dari sb – x dan sb – z, cincin simetris $\vec{E}$ dalam sb – x dan sb – z saling menghilangkan

$$\boldsymbol{dengan\ \hat{r} = \cos\alpha\hat{i} + \cos\beta\hat{j} + \cos\gamma\hat{k}}$$

$$\boldsymbol{\hat{r} = \cos\beta\hat{j}}$$

Maka :

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\cos\beta\hat{j}$$

$$\vec{E} = \frac{k\cos\beta\hat{j}}{r^2}\int dq\hat{j}$$

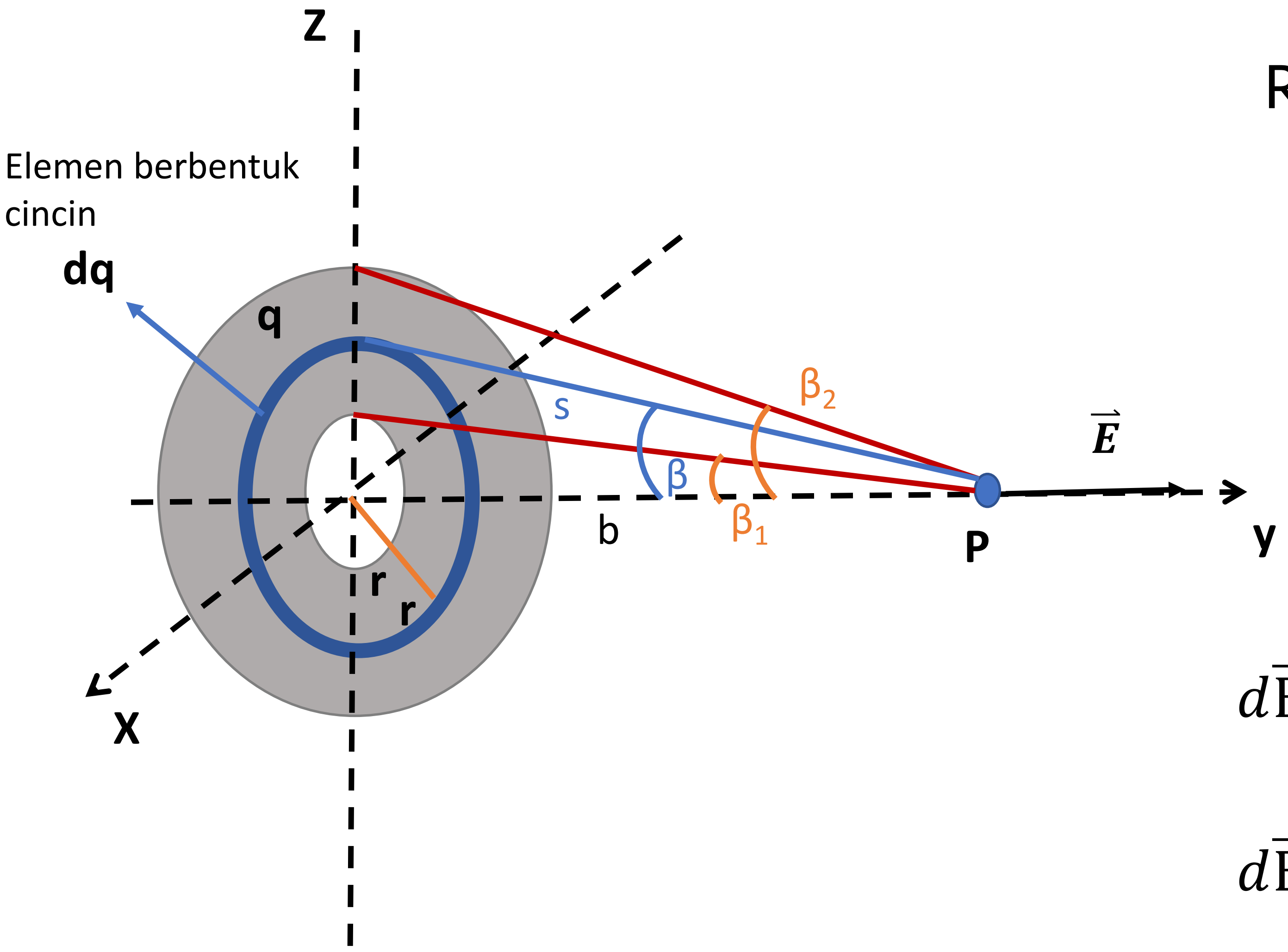
$$\vec{E} = \frac{k\,q}{r^2}\cos\beta\hat{j}$$

dimana : $q = \lambda\, ds = \lambda\, \mathbf{2\pi}\, \boldsymbol{a}$

$r^2 = a^2 + b^2 \longrightarrow \cos\beta = \frac{b}{r} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{k\,q}{(a^2 + b^2)^{3/2}}\,\hat{j}}$$

Medan listrik di bidang lingkaran / disk / cakram



Rapat muatan persatuan luas (σ)

$$\sigma = \frac{dq}{dA} = \frac{dq}{2\pi r dr} \longrightarrow dq = \sigma 2\pi r\, dr$$

Medan listrik di titik P :

$$d\vec{E} = \frac{k\, dq}{s^2} \cos\beta \hat{j} \quad ; \quad dq = \sigma 2\pi r\, dr$$

$$d\vec{E} = \frac{k\, \sigma 2\pi r\, dr}{s^2} \cos\beta \hat{j}$$

Maka :

$$d\vec{\mathrm{E}} = \frac{k\ \sigma 2\pi r\ dr}{s^2} \cos\beta \hat{j} \quad ; \quad \cos\beta = \frac{b}{s} \longrightarrow \frac{1}{s^2} = \frac{cos^2\beta}{b^2}$$

$$tan\,\beta = \frac{r}{b} \longrightarrow r = b\tan\beta$$

$$\mathrm{d}r = b\ \frac{1}{cos^2\beta}\ d\beta$$

$$\vec{\mathrm{E}} = k\ \sigma 2\pi \int \frac{r\ dr}{s^2} \cos\beta \hat{j}$$

$$\vec{\mathrm{E}} = k\ \sigma 2\pi \int b\ \frac{sin\beta}{cos\beta}\ \frac{cos^2\beta}{b^2}\ b\ \frac{1}{cos^2\beta}\ d\beta \cos\beta \hat{j}$$

$$\vec{\mathrm{E}} = 2\pi\sigma\ k \int_{\beta 1}^{\beta 2} \sin\beta\ d\beta\ \hat{j} \longrightarrow \vec{\mathrm{E}} = 2\pi\sigma\ k\ (-cos\beta_2 + cos\beta_1)\,\hat{j} \quad ; \quad k = \frac{1}{4\pi\ \varepsilon_o}$$

$$\boxed{\vec{\mathrm{E}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\ (-cos\beta_2 + cos\beta_1)\,\hat{j}}$$

Jika bidang lingkaran penuh beradius R $\longrightarrow$ $\beta_1 = 0$

Maka : $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\,(-cos\beta_2 + \cos 0^o)\,\hat{j}$; $cos\beta_2 = \frac{b}{\sqrt{b^2 + R^2}}$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\,\left(-\frac{b}{\sqrt{b^2+R^2}} + 1\right)\hat{j}$$

Jika luas bidang lingkaran tak berhingga, maka $\beta_2 = 90^o$ dan $\beta_1 = 0^o$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\,(-cos90^o + \cos 0^o)\,\hat{j}$$

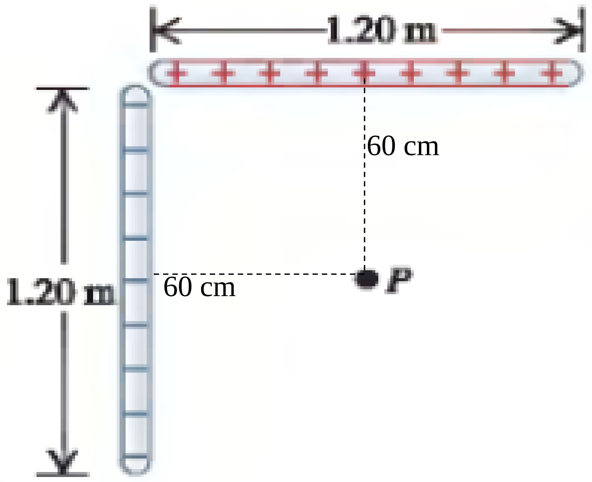
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}$$

CONTOH SOAL

Dua buah kawat dengan panjang masing-masing 1,2 m bermuatan positif (+2,5 μC) dan negatif (-2,5 μC) disusun seperti pada gambar. Muatan terdistribusi seragam sepanjang kawat.

a. Tentukan besar dana arah medan listrik yang dihasilkan kedua kawat tersebut di titik P yang berjarak 60 cm dari masing-masing kawat.

b. Jika sebuah elektron (q = -1,6 $\times 10^{-19}$ C) diletakkan di titik P, berapa besar dana arah gaya listrik yang dialami elektron akibat kedua kawat bermuatan tersebut.



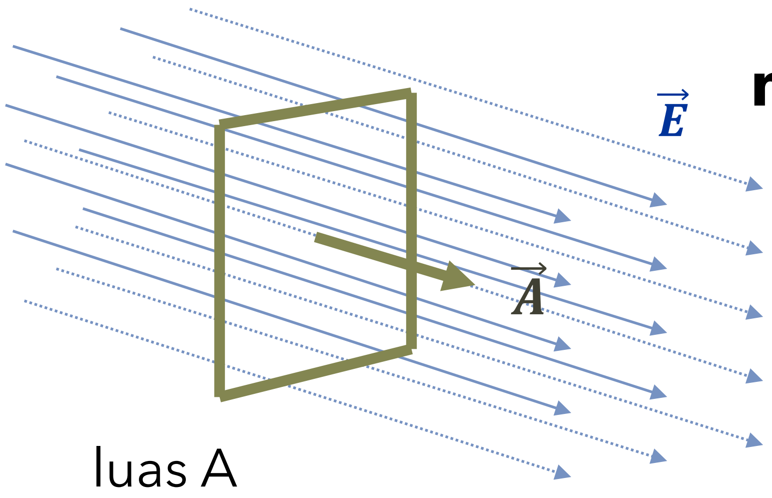
Bab 1
Medan Listrik dan
Hukum Gauss

1.4 Hukum Gauss

Capaian pembelajaran

Memahami konsep fluks	Menentukan dan menghitung fluks medan listrik	Menentukan dan memahami kegunaan hukum Gauss	Menggunakan hukum Gauss untuk distribusi muatan simetris	Memahami implikasi dari hukum Gauss pada konduktor dan isolator

Fluks Listrik



Kita mendefinisikan fluks listrik Φ, pada medan listrik E, melalui permukaan A, sebagai:

$$\boxed{\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}}$$

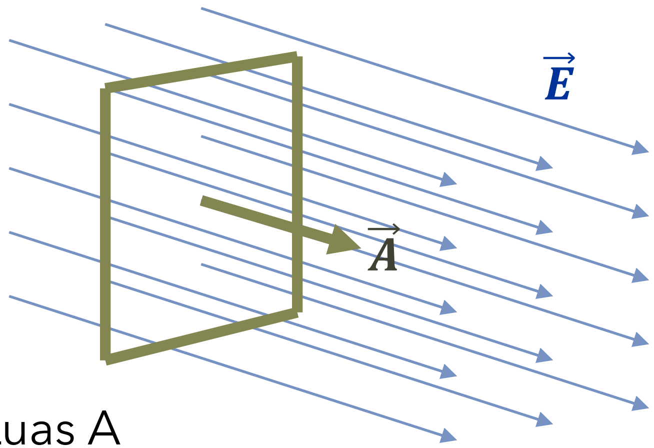
$$\Phi = E\,A \cos(\theta)$$

dengan:

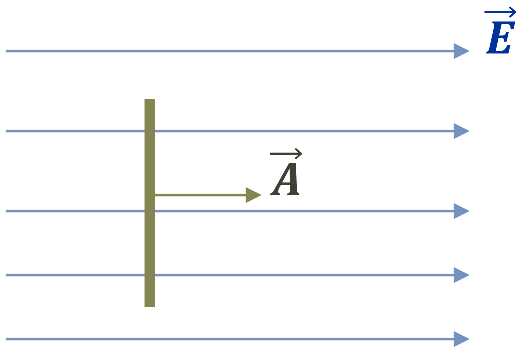
$\vec{A}$ adalah vektor normal ke permukaan (besar A, dan arah normal ke permukaan).

θ adalah sudut antara $\vec{E}$ dan $\vec{A}$

Fluks Listrik



Luas A



dimana fluxnya adalah :

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

Normal ke permukaan, besar A

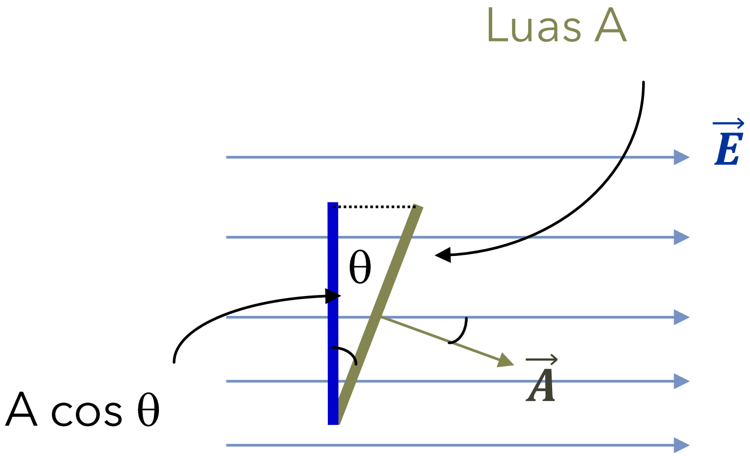
$\vec{A} \equiv \longrightarrow$

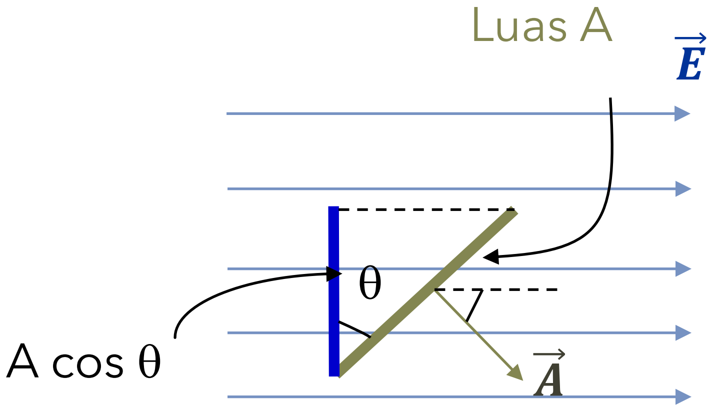
- Fluks dapat dianggap sebagai jumlah garis medan yang menembus suatu permukaan.
- Fluks bergantung pada besar medan listrik, luas permukaan, dan orientasi relatif antara medan dan permukaan.

Fluks Listrik

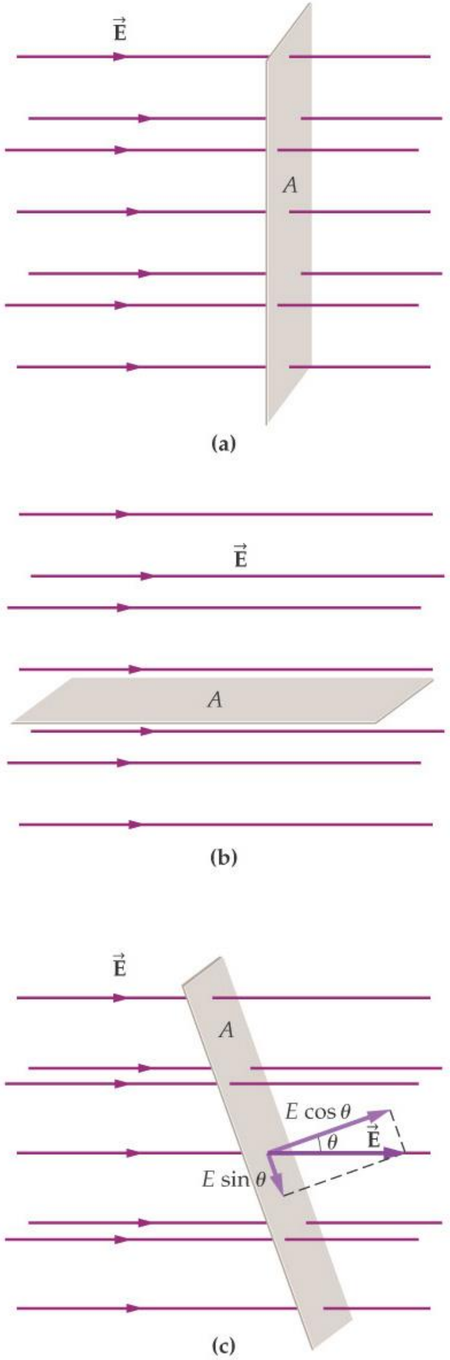
Fluks juga bergantung pada orientasi

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = \mathbf{E\,A\cos\theta}$$





Jumlah garis medan yang melewati permukaan miring sama dengan jumlah yang melalui proyeksinya. Sehingga, fluks yang melewati bagian miring permukaan hanya diberikan oleh fluks yang melalui proyeksinya : E (A cosθ).



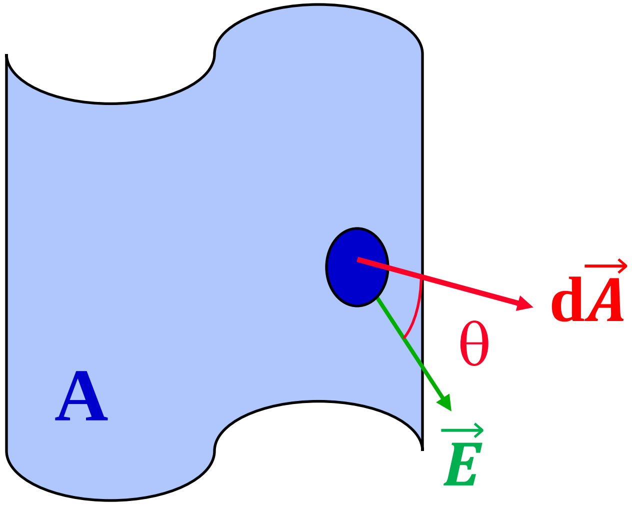
BELL RING 1

Dapatkan perumusan fluks medan listrik ***E*** yang melalui melalui permukaan ***A***, pada masing – masing kasus berikut:

a) $\Phi =$
b) $\Phi =$
c) $\Phi =$

Bagaimana jika permukaannya melengkung, atau bidang bervariasi terhadap posisinya ??

$$\mathbf{\Phi = \vec{E} \, . \, \vec{A}}$$



1. Kita perlu membagi permukaan menjadi daerah kecil dengan luas dA

2. Fluks melalui dA adalah :

$$d\Phi = E \, dA \cos \theta$$

$$\mathbf{d\Phi = \vec{E} \, . \, d\vec{A}}$$

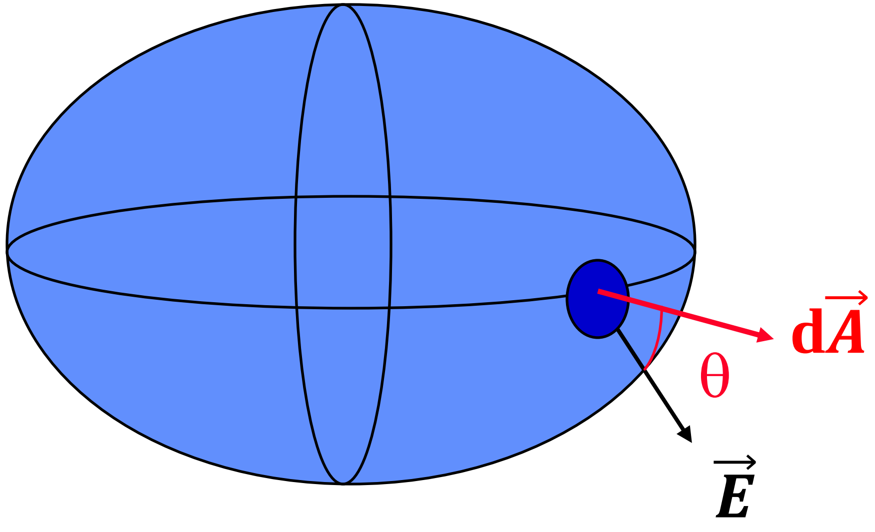
3. Untuk mendapatkan fluks total kita perlu mengintegrasikan permukaan A

$$\boxed{\Phi = \int d\Phi = \int \vec{E} \, . \, d\vec{A}}$$

Dalam kasus permukaan tertutup

$$\Phi = \oint d\Phi = \oint \vec{E} \, . \, \mathrm{d}\vec{A}$$

Tanda lingkaran pada integral berarti integral atas permukaan tertutup.



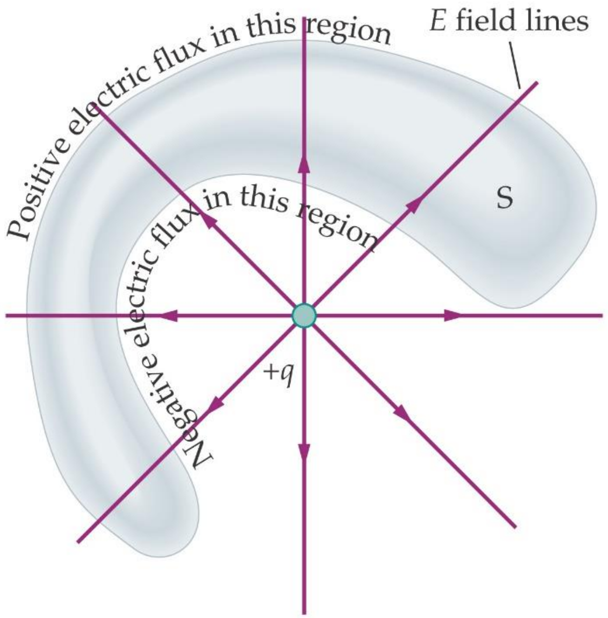
Apa maksud dari benda $\oiint$ ini?

Tidak perlu panik!

Tanda lingkaran mengingatkan kita untuk mengintegralkan terhadap suatu permukaan tertutup.

Untuk permukaan tertutup :

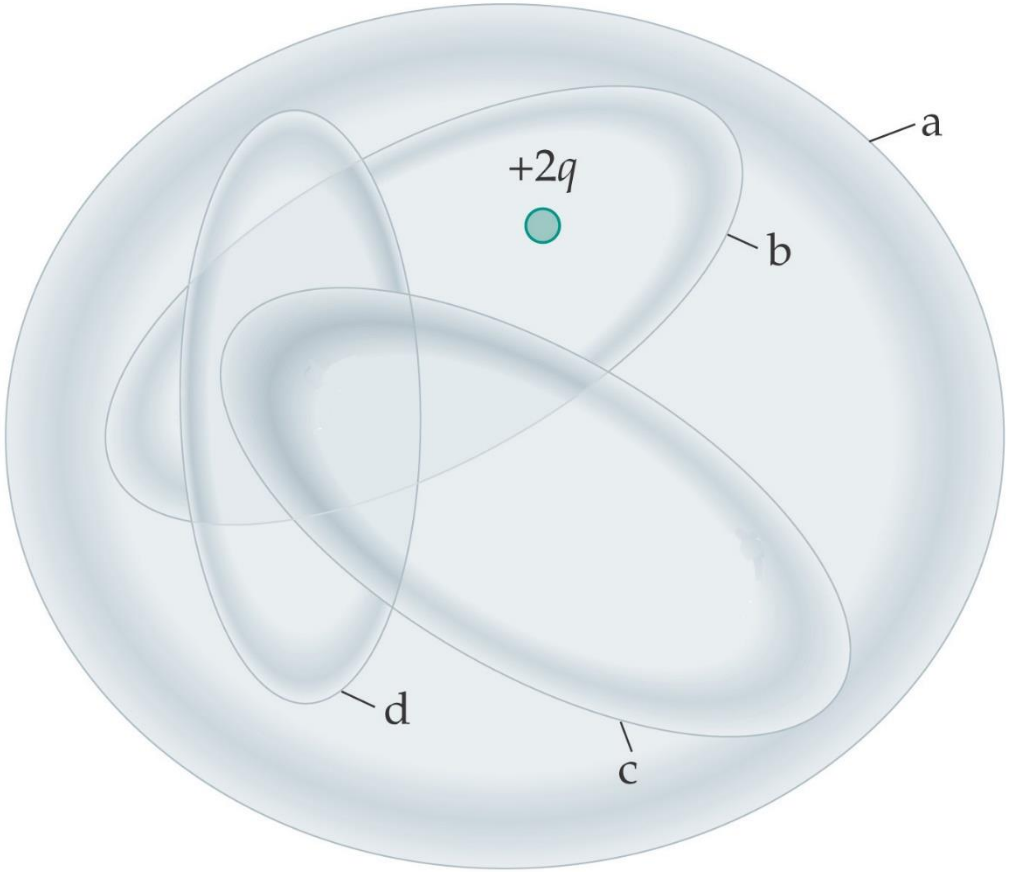
Fluks positif untuk **garis-garis medan** yang **meninggalkan** **volume tertutup**
Fluks negatif untuk **garis-garis medan** yang **masuk** **volume tertutup**



Jika **muatan berada di luar permukaan tertutup** , **fluks netto sama dengan nol** .
Banyaknya garis medan yang meninggalkan permukaan sama dengan yang memasukinya.

Bell Ring 2

Untuk permukaan tertutup berikut ini (a, b, c, d) Dimanakan fluks medan listrik, yang dihasilkan oleh muatan + 2q, bernilai nol?



Bell Ring 3

Manakah dari gambar berikut yang <u>benar</u> menunjukkan fluks listrik positif dari elemen permukaan?

A. I.

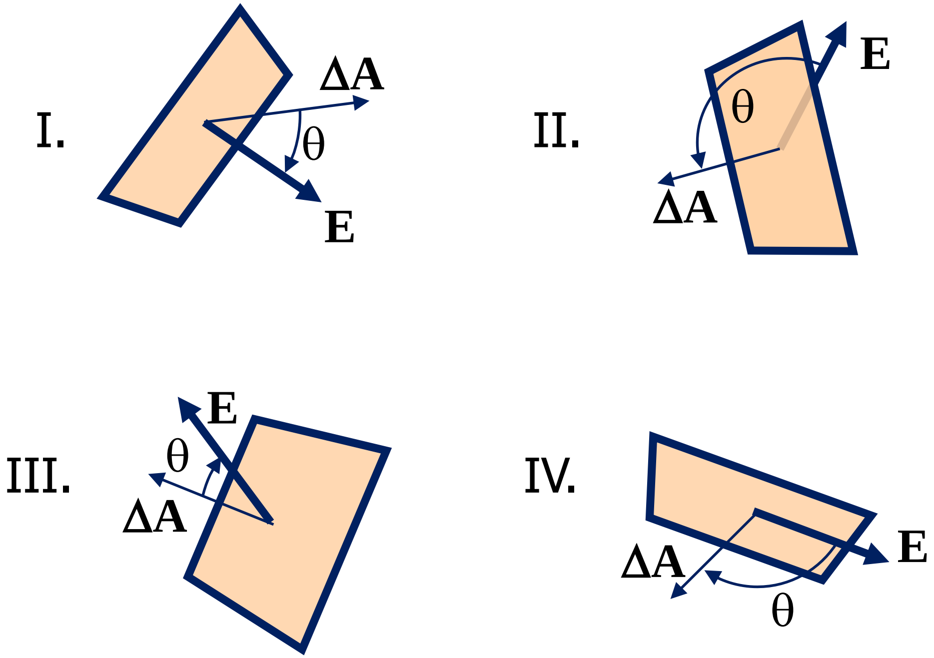
B. II.

C. III.

D. IV.

E. I dan III.

F. II dan IV.



Permukaan bola dengan muatan titik di tengah

Fluks medan listrik:

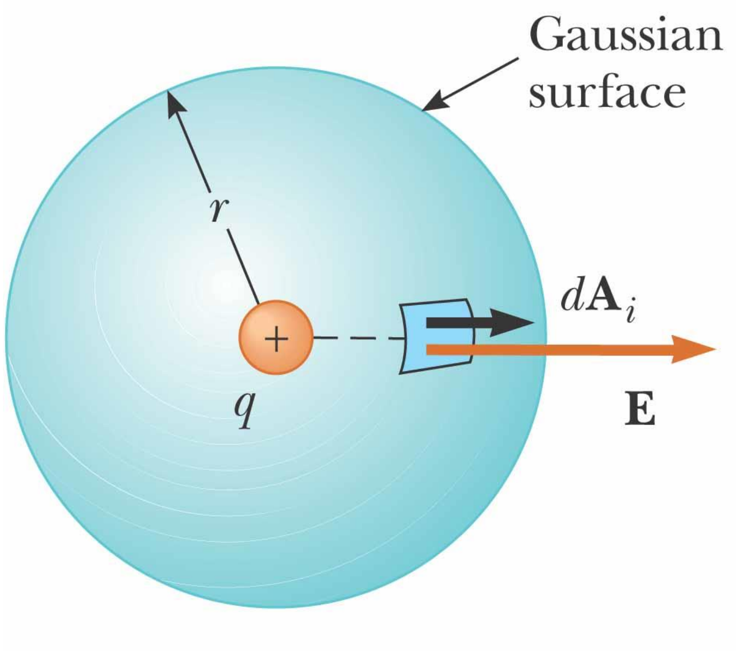
$$\Phi = \oint d\Phi = \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA}$$

$$\Phi = \oint E\, dA\, \cos\theta = \oint \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q\, dA}{r^2}$$

but $\dfrac{dA}{r^2} = d\Omega$, then:

Solid angle (sudut ruang)

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \oint d\Omega = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} 4\pi = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



Gauss's Law

$$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA} = \frac{q_{enclosed}}{\varepsilon_0}$$

Hukum Gauss

Fluks listrik yang melalui permukaan tertutup sama dengan

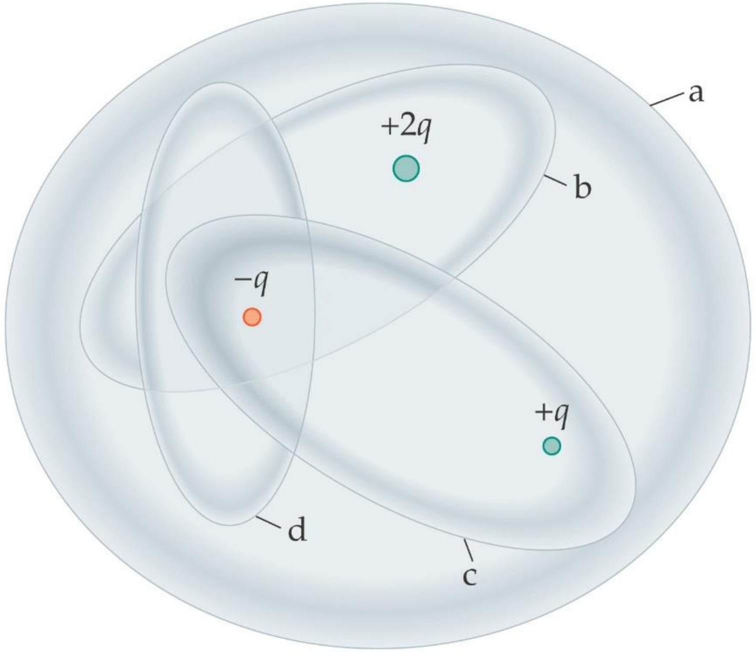
$\sum$ muatan tertutup / ε_0

$$\boxed{\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum_{inside} q}{\varepsilon_0}}$$

Medan listrik dapat dengan mudah ditentukan dengan menerapkan Hukum Gauss (untuk kasus sistem yang sangat simetris)

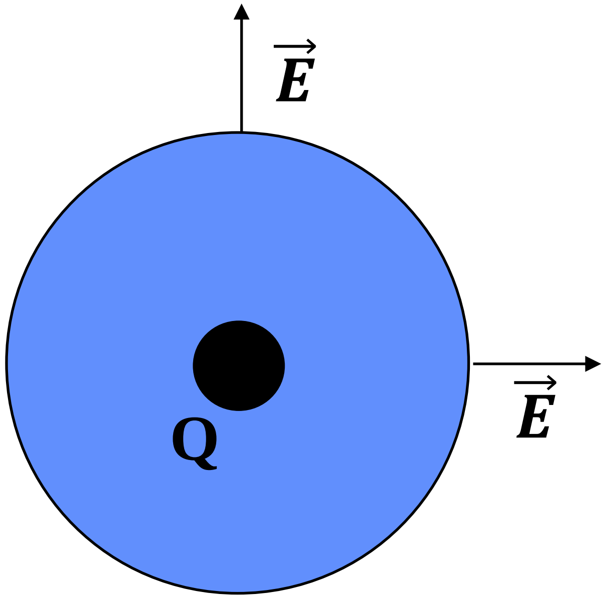
Bell Ring 4

Hitung fluks medan listrik Φ pada setiap permukaan tertutup a, b, c, dan d



Permukaan a → Φ_a =
Permukaan b → Φ_b =
Permukaan c → Φ_c =
Permukaan d → Φ_d =

Medan listrik yang dihasilkan oleh muatan titik



$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q / \varepsilon_0$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \int dA = E\,A$$

$$A = 4\,\pi\,r^2$$

$$E\,A = E\;4\,\pi\,r^2 = Q / \varepsilon_0$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

$k = 1 / 4\,\pi\,\varepsilon_0$
ε_0 = permitivitas
$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ C^2/Nm^2$

$\longrightarrow$ ***Hukum Coulomb***

Apakah Hukum Gauss lebih fundamental daripada Hukum Coulomb?

- Tidak! Di sini kita menurunkan hukum Coulomb untuk muatan titik dari hukum Gauss.
- Sebagai gantinya, seseorang dapat memperoleh hukum Gauss untuk distribusi muatan umum dari hukum Coulomb. Kedua hukum itu setara.
- Hukum Gauss memberi kita cara mudah untuk memecahkan beberapa masalah yang sangat simetris dalam elektrostatika.
- Ini juga memberi kita wawasan luas tentang medan listrik di dalam dan pada konduktor dan di dalam lubang yang berada dalam logam.

Hukum Gauss

Fluks total didalam permukaan tertutup …

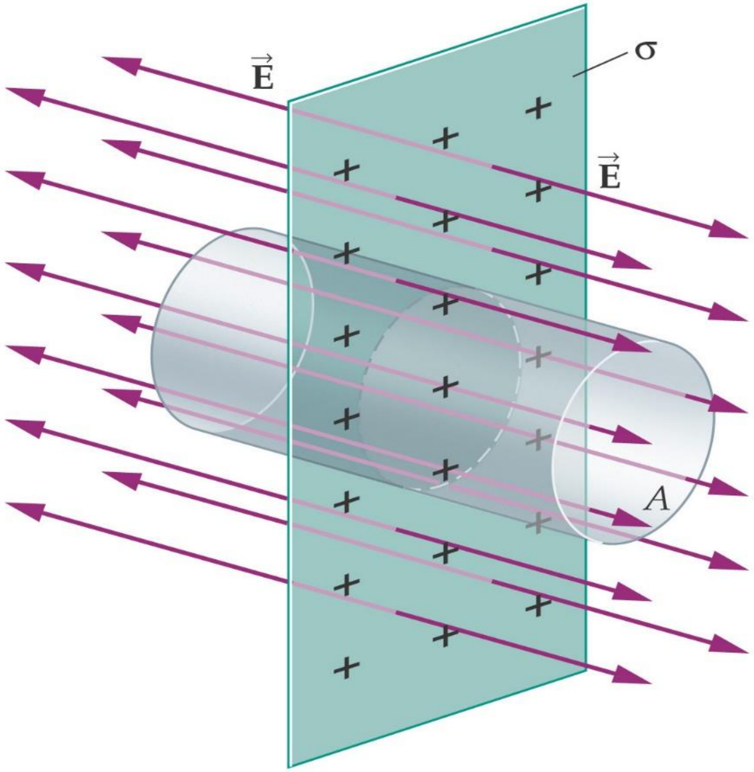
… Sebanding dengan muatan tertutup.

$$\Phi = \oint \vec{\mathbf{E}} \bullet d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q_{enclosed}}{\varepsilon_0}$$

Hukum Gauss selalu benar, tetapi hanya berguna untuk masalah yang sangat sederhana dengan simetri yang bagus.

Menerapkan Hukum Gauss

Hukum Gauss hanya berguna saat medan listrik konstan pada permukaan tertentu



Lembar muatan yang tak terbatas

1. Pilih permukaan gauss
Dalam hal ini berbentuk pil silinder

2. Hitung fluks dari medan listrik melalui Permukaan Gauss
$\Phi = 2\,E\,A$

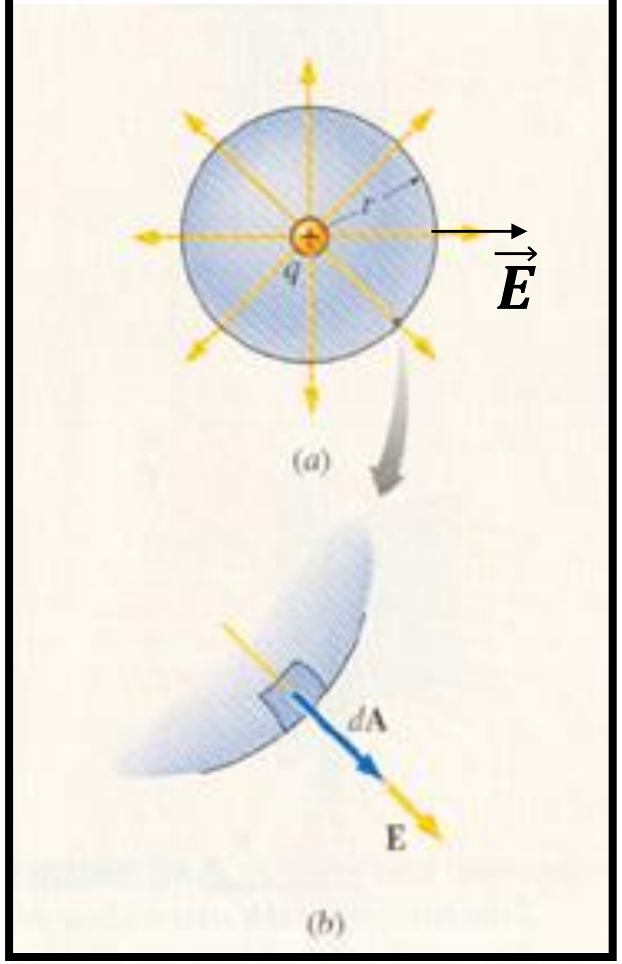
3. Persamaan $\Phi = q_{encl}/\varepsilon_0$
$2EA = q_{encl}/\varepsilon_0$

4. Selesaikan pada E
$E = q_{encl} / 2\,A\,\varepsilon_0 = \sigma / 2\,\varepsilon_0$
(dengan $\sigma = q_{encl} / A$)

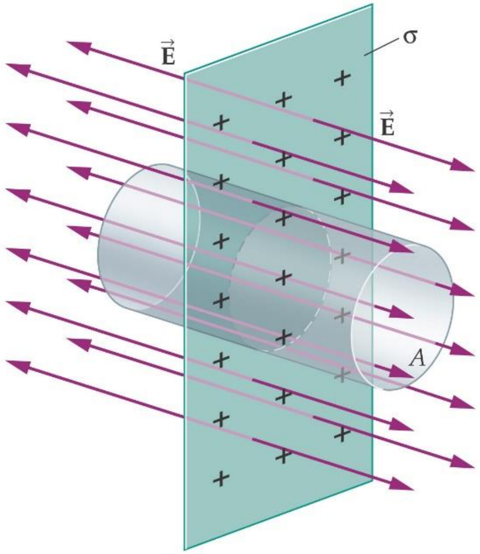
HUKUM GAUSS – SIMETRI KHUSUS

	BOLA (titik atau bola)	SILINDER (garis atau slinder)	DATAR (bidang datar atau lembaran)
KERAPATAN MUATAN	Bergantung hanya pada jarak radial dari titik pusat	Hanya bergantung pada jarak tegak lurus dari garis	Bergantung hanya pada jarak tegak lurus dari bidang
PERMUKAAN GAUSSIAN	Bola berpusat pada titik simetri	Silinder berpusat pada sumbu simetri	Pil atau silinder dengan sumbu tegak lurus dengan bidang
MEDAN LISTRIK E	E konstan pada permukaan E ∥ A $\cos \theta = 1$	E konstan pada permukaan lengkung dan E ∥ A E ⊥ A pada permukaan ujung $\cos \theta = 0$	E konstan pada permukaan ujung dan E ∥ A E ⊥ A pada permukaan lengkung $\cos \theta = 0$
FLUKS Φ			

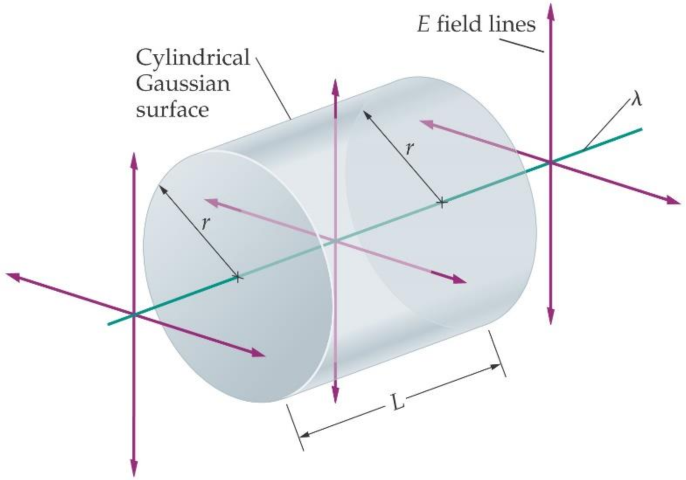
Geometri Bola



Geometri Planar



Geometri Silinder



Implikasi hukum Gauss untuk konduktor

Konduktor

- **Konduktor adalah bahan yang muatannya dapat bergerak relatif bebas.**
- **Biasanya ini adalah logam (Au, Cu, Ag, Al).**
- **Muatan berlebih (dengan tanda sama) ditempatkan pada konduktor yang akan bergerak sejauh mungkin dari satu sama lain, karena mereka saling tolak.**
- **Untuk konduktor bermuatan, dalam situasi statis, semua muatan berada di permukaan konduktor.**
- **Untuk konduktor bermuatan, dalam situasi statis, medan listrik adalah nol di dalam seluruh konduktor, dan tegak lurus dengan permukaan di luar**

Konduktor

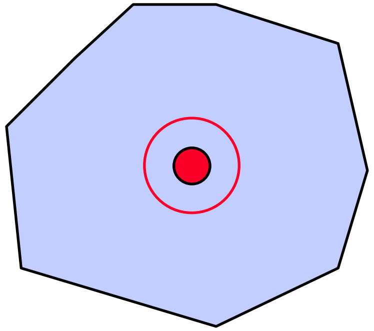
Mengapa $\vec{E}$= 0 didalam sebuah konduktor?

Konduktor penuh dengan elektron bebas, kira-kira satu per kubik Angstrom. Jika $\vec{E}$ bukan nol di beberapa daerah, maka elektron yang berada di sana merasakan sebuah kekuatan -e$\vec{E}$ dan mulai bergerak.

Dalam soal elektrostatika, elektron menyesuaikan posisinya sampai gaya pada setiap elektron adalah nol (atau kalau tidak, itu akan bergerak!). Itu artinya saat kesetimbangan tercapai, $\vec{E}$ =0 di mana-mana di dalam konduktor.

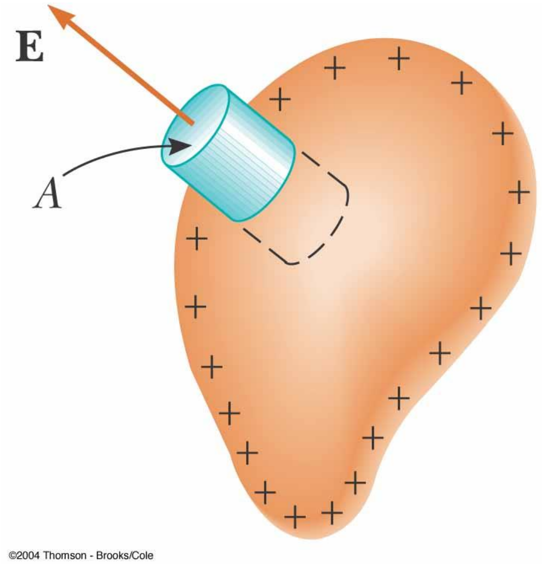
Konduktor

Karena E = 0 di dalam, bagian dalam konduktor adalah netral.

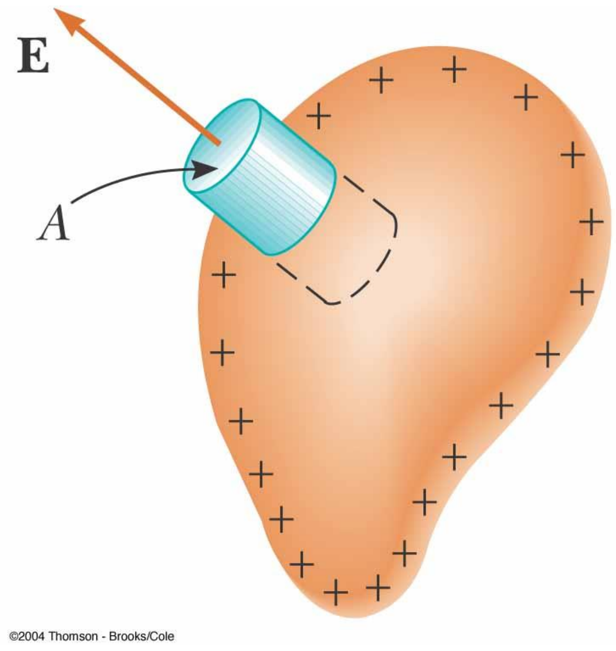


Misalkan terdapat muatan tambahan didalam.
Hukum Gauss's untuk permukaan bola kecil mengatakan akan ada *E* bukan nol didekatnya.
Tapi tidak mungkin ada, didalam sebuah logam!

Akibatnya bagian dalam logam menjadi netral.
Setiap muatan berlebih akan berakhir di permukaan.



Medan listrik berada tepat di luar konduktor bermuatan



$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA} = EA$$

$$EA = \frac{q_{enclosed}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

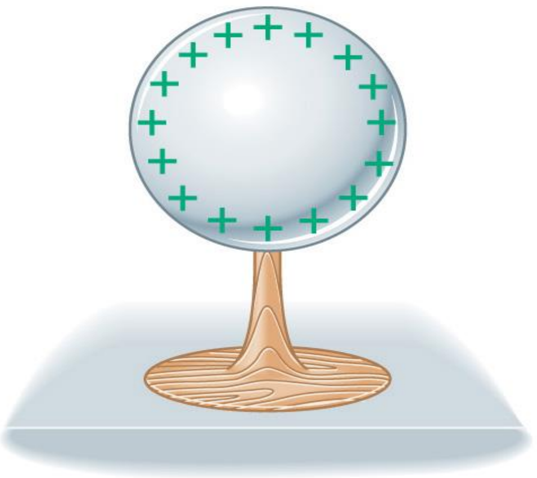
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

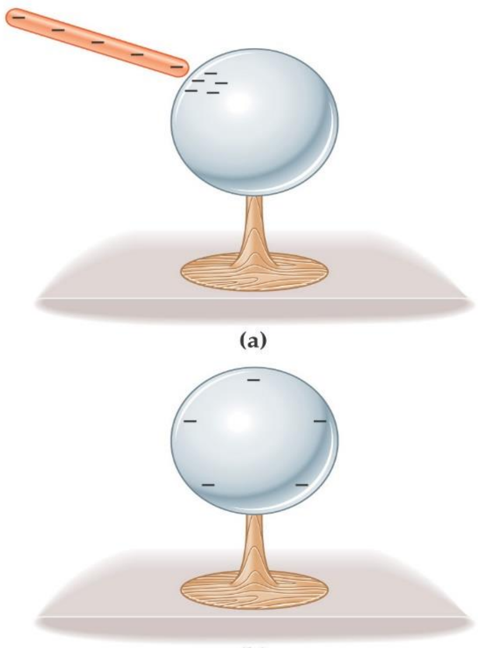
Medan listrik berada tepat di luar konduktor bermuatan
tegak lurus dengan permukaan dan memiliki besaran $E = \sigma / \varepsilon_o$

Propertis Konduktor

Dalam sebuah konduktor ada banyak elektron yang bebas bergerak. Fakta ini memiliki beberapa konsekuensi yang menarik

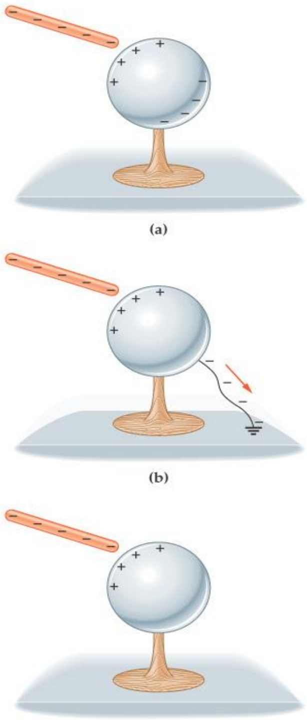
- **Kelebihan muatan** yang ditempatkan pada sebuah konduktor bergerak keluar permukaan konduktor
- **Medan listrik didalam konduktor bernilai 0** saat diisi dalam kondisi tidak terpakai
- **Konduktor melindungi** rongga didalamnya dari medan listrik eksternal
- **Garis-garis medan listrik menghubungkan permukaan konduktor pada sudut yang tepat**
- **Konduktor dapat dimuati melalui kontak atau induksi**
- **Menghubungkan sebuah konduktor pada tanah disebut dengan *grounding*.**
- Tanah dapat menerima elektron dalam jumlah yang tidak terbatas





(a)

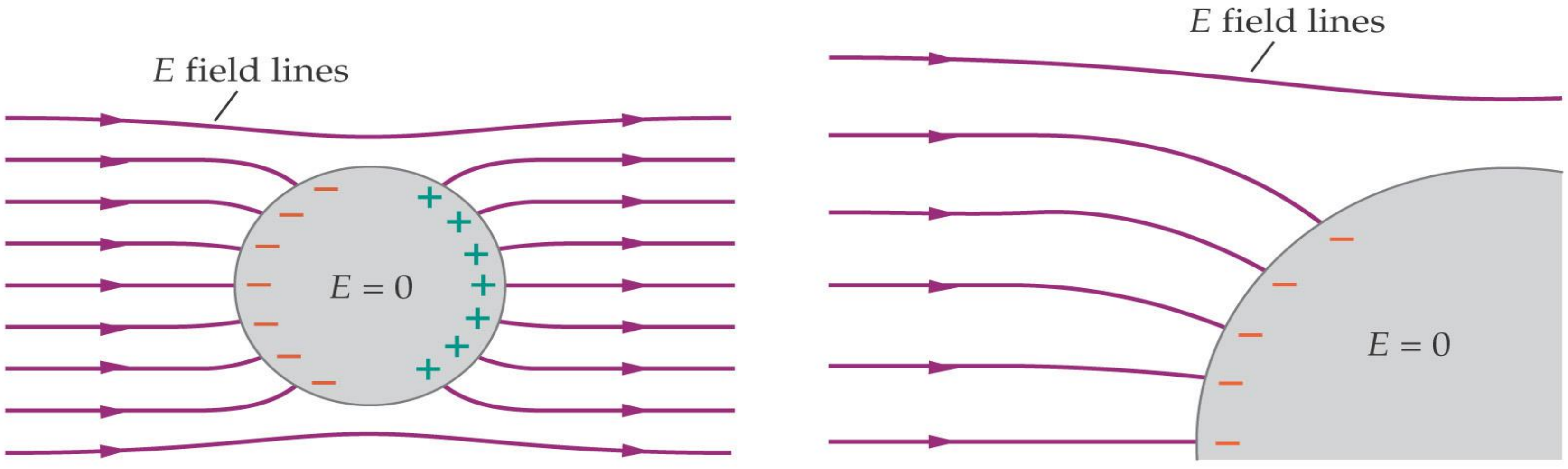
(b)



(a)

(b)

(c)



(a)

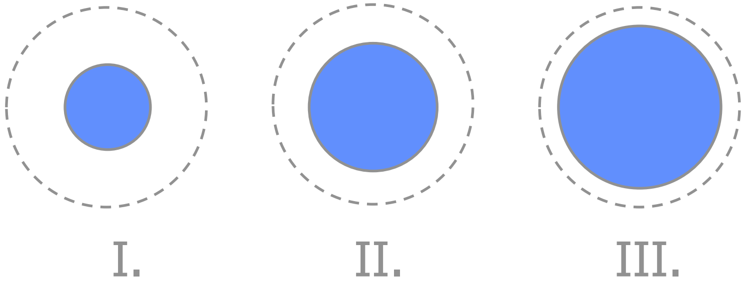
(b)

Bell Ring!

Gambar menunjukkan penampang tiga silinder, masing-masing dengan muatan total yang sama. Masing-masing memiliki ukuran permukaan silinder gaussian yang sama (sekali lagi ditunjukkan pada penampang).

Urutkan ketiganya menurut medan listrik di permukaan gaussian dari yang terbesar.

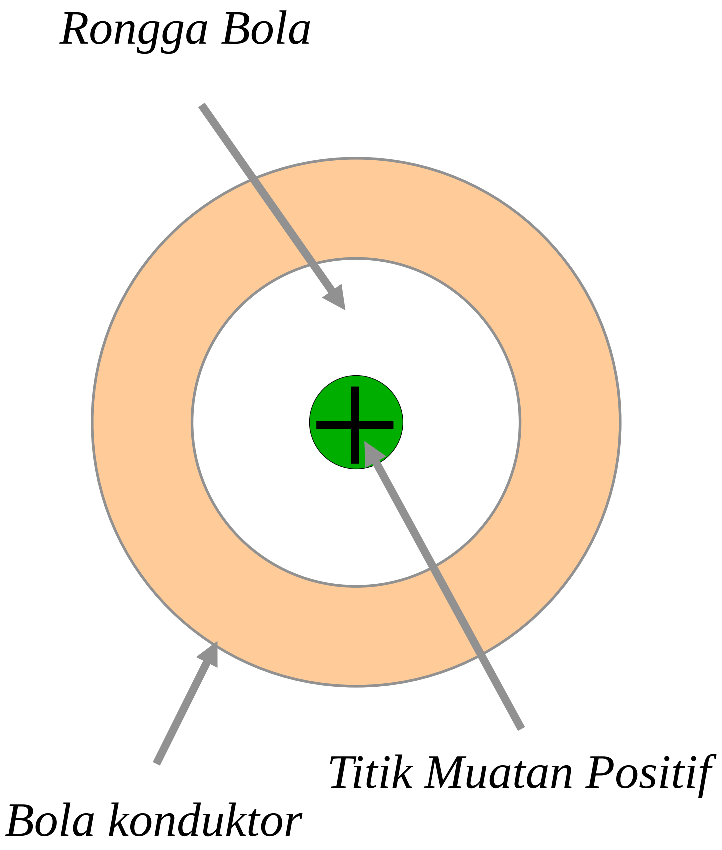
A. I, II, III
B. III, II, I
C. Semua sama



Bell Ring!

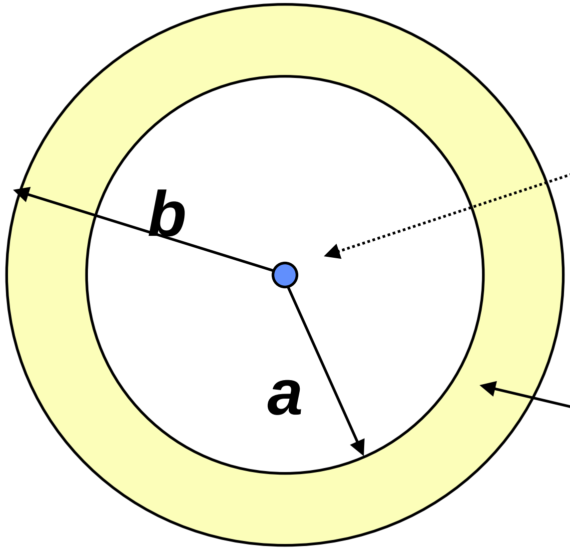
Apa yang terjadi jika kita menambahkan muatan di dalam konduktor berongga?

A. Medan E masih tetap nol didalam rongga.
B. Medan E tidak nol di rongga, tetapi nol di dalam konduktor.
C. Medan E nol diluar bola konduktor.
D. Medan E adalah sama seperti jika konduktor tidak ada (misal. keluar radial kemana - mana).
E. Medan E adalah nol di konduktor, dan negatif (radial kedalam) di luar bola konduktor



Problem : Kabel Koaksial terisi muatan

Gambar ini adalah penampang garis muatan yang sangat panjang, dikelilingi oleh konduktor silinder yang panjangnya tak terhingga. Temukan $\vec{E}$.



Ini mewakili garis muatan.
Katakanlah, memiliki kerapatan muatan linier λ (sejumlah C/m).

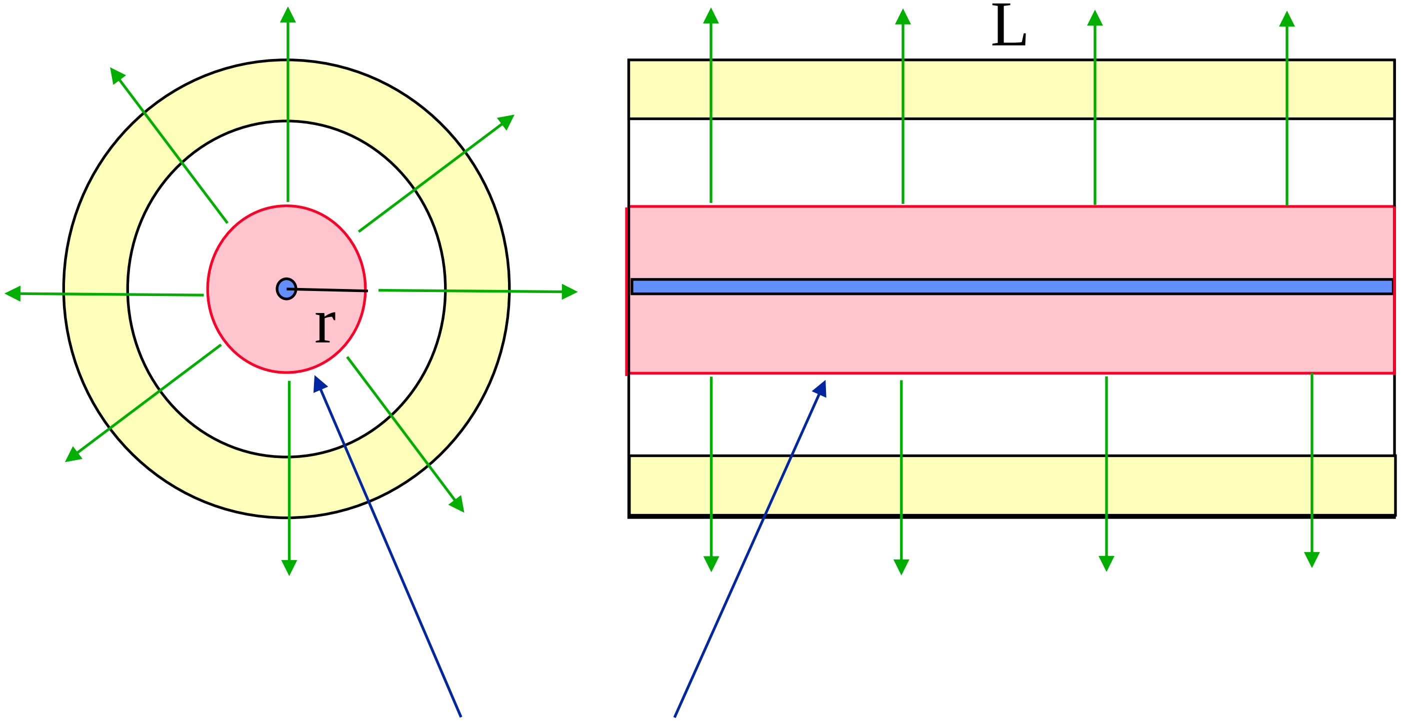
Ini adalah konduktor silinder. Memiliki jari – jari dalam a dan jari- jari luar b.

Gunakan simetri!

Jelas $\vec{E}$ mengarah ke luar, dan amplitudonya hanya bergantung pada r.

Problem: Kabel Koaksial berisi muatan

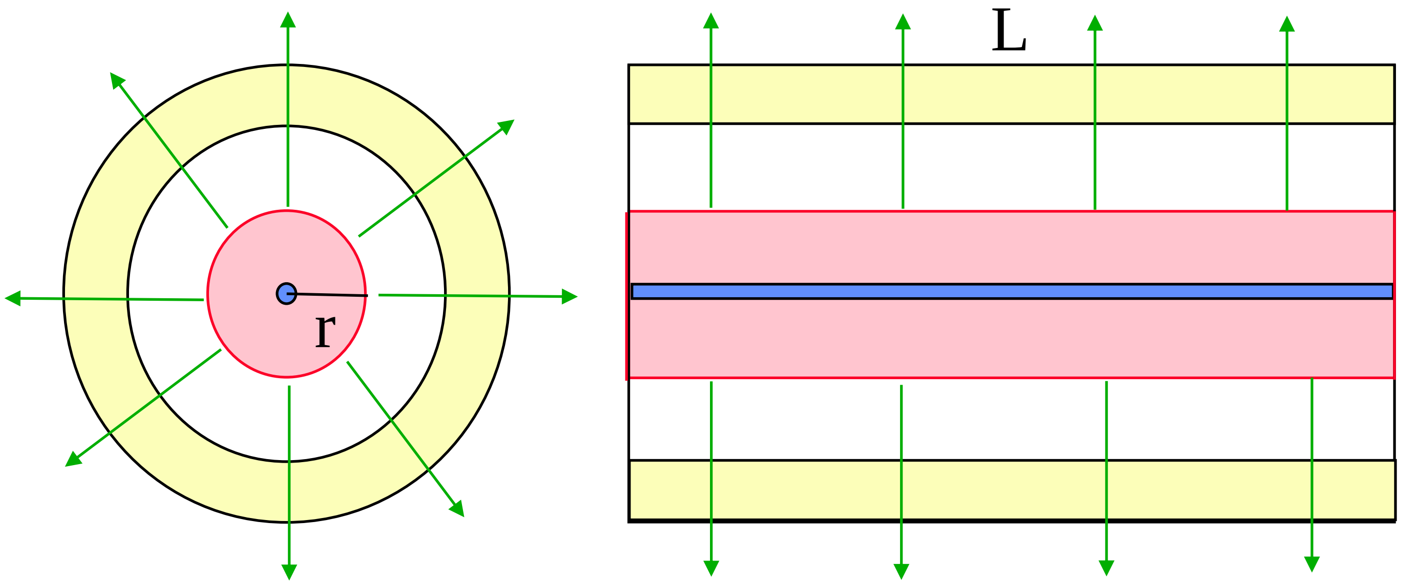
Pertama temukan E pada posisi dalam ruang di dalam silinder (r <a).



Pilih permukaan Gaussian :
Silinder dengan jari – jari r dan panjang L

Problem:Kabel Koaksial berisi muatan

Pertama temukan E pada posisi dalam ruang di dalam silinder (r <a).



Berapa muatan yang dilingkupi? $\Rightarrow$ λL

Berapakah fluks yang melewati tutup ujung? $\Rightarrow$ nol ($\cos 90^0$)

Berapakah fluks yang melewati permukaan lengkung?$\Rightarrow$ E x (luas) = $E(2\pi rL)$

Total fluks = $E(2\pi rL)$

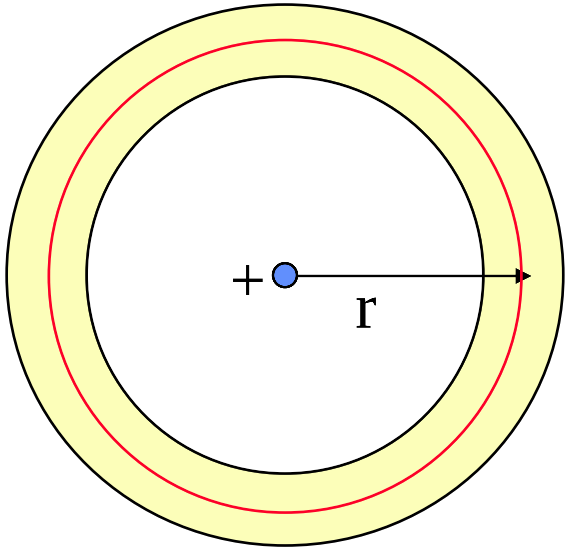
Hukum Gauss $\Rightarrow$ $E(2\pi rL) = \lambda L/\varepsilon_0$ jadi $\boxed{\mathbf{E(r) = \lambda/ 2\pi r\varepsilon_0}}$

Problem: Kabel Koaksial berisi muatan

Sekarang cari E pada posisi di dalam silinder (a <r <b).

Tidak ada pekerjaan yang harus dilakukan: di dalam konduktor $\vec{\boldsymbol{E}} = 0$.

Tetap saja, kita bisa belajar sesuatu dari hukum Gauss.

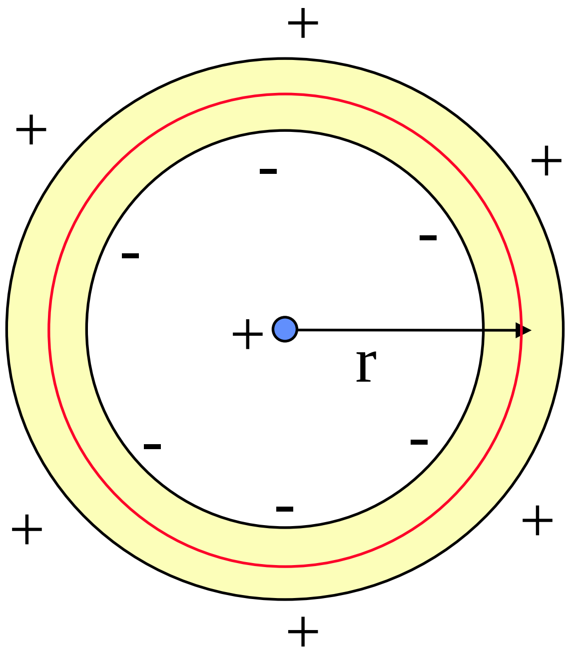


Buat silinder permukaan Gaussian jenis yang sama. Sekarang sisi yang melengkung seluruhnya di dalam konduktor, di mana $\vec{\boldsymbol{E}} = 0$; karenanya fluks nol.

Jadi total muatan tertutupnya oleh permukaan ini harus nol.

Problem: Kabel Koaksial berisi muatan

Harus ada muatan per satuan panjang $-\lambda$ tertarik ke permukaan bagian dalam logam sehingga muatan total yang tertutup oleh permukaan Gaussian ini adalah nol.



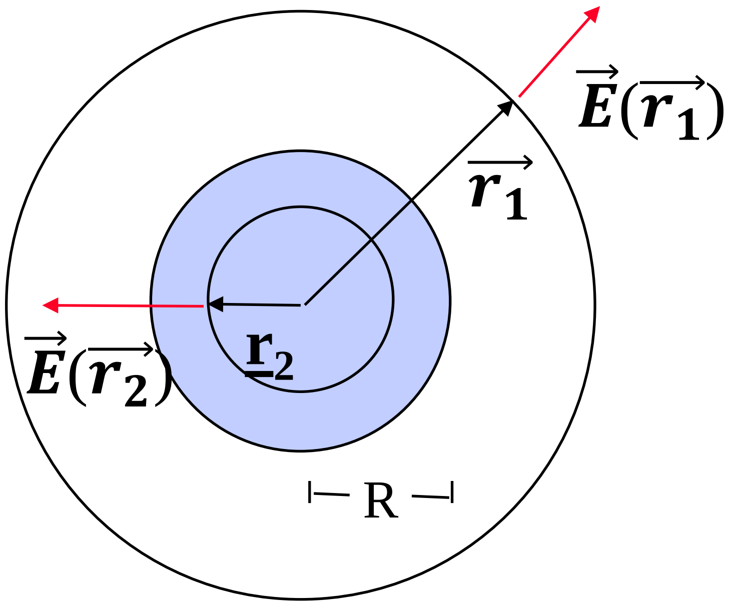
Dan karena silindernya **netral**, muatan negatif pasti datang dari luar permukaan. Jadi permukaan luarnya memiliki kerapatan muatan per satuan panjang $+\lambda$ yang tersebar disekeliling permukaan luar

Jadi berapakah medan listrik untuk $r>b$?

Implikasi Hukum Gauss untuk isolator

Problem: Bola isolator bermuatan Q

Muatan Q didistribusikan secara seragam melalui bola berjari-jari R.
Bagaimana medan listriknya sebagai fungsi dari $\vec{r}$?. Tentukan $\vec{E}$ pada $\vec{r_1}$ dan $\vec{r_2}$.

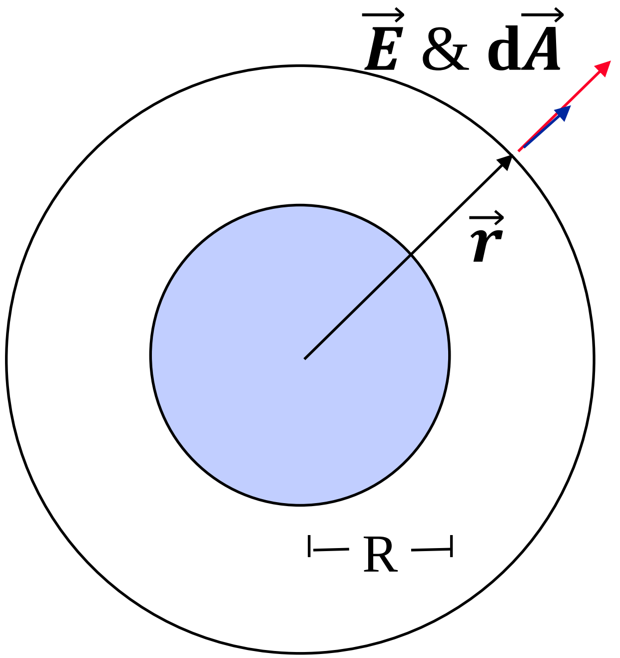


Gunakan simetri!

Ini simetris secara bola. Artinya $\vec{E}(\vec{r})$ secara radial keluar, dan semua itu menunjuk, pada radius yang diberikan (| $\vec{r}$ |=r), memiliki besar bidang yang sama.

Problem: Bola isolator bermuatan Q

Pertama temukan $\vec{E}(\vec{r})$ pada titik diluar bola bermuatan. Gunakan Hukum Gauss, menggunakan permukaan Gaussian pada bola jari jari r seperti gambar.



Berapa muatan yang terlingkupi? ***Q***

Berapakah fluks yang melalui permukaan ini?

$$\Phi = \oint \vec{\mathbf{E}} \bullet d\vec{\mathbf{A}} = \oint E\, dA$$

$$= E\oint dA = EA = E(4\pi r^2)$$

Gauss: $$\Phi = Q/\varepsilon_o$$

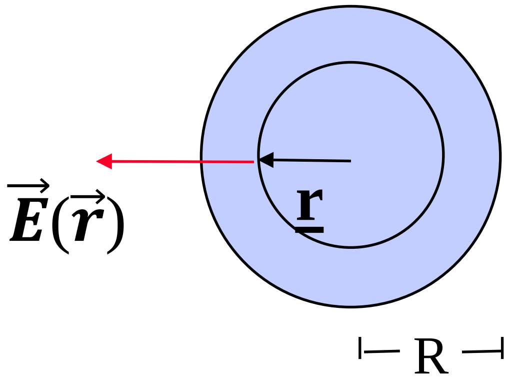
$$Q/\varepsilon_0 = \Phi = E(4\pi r^2)$$

Jadi $$\boxed{\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}}$$

Sama seperti medan listrik oleh muatan titik! (untuk r>R)

Problem: Bola isolator bermuatan Q

Selanjutnya menentukan $\vec{E}(\vec{r})$ pada titik **di dalam** bola. Terapkan hukum Gauss, Menggunakan bola kecil berjari jari r sebagai permukaan Gaussian.



Berapa muatan yang terlingkupi?
Itu membutuhkan sedikit usaha. Bola kecil memiliki bagian kecil dari total muatan. Berapa bagiannya?

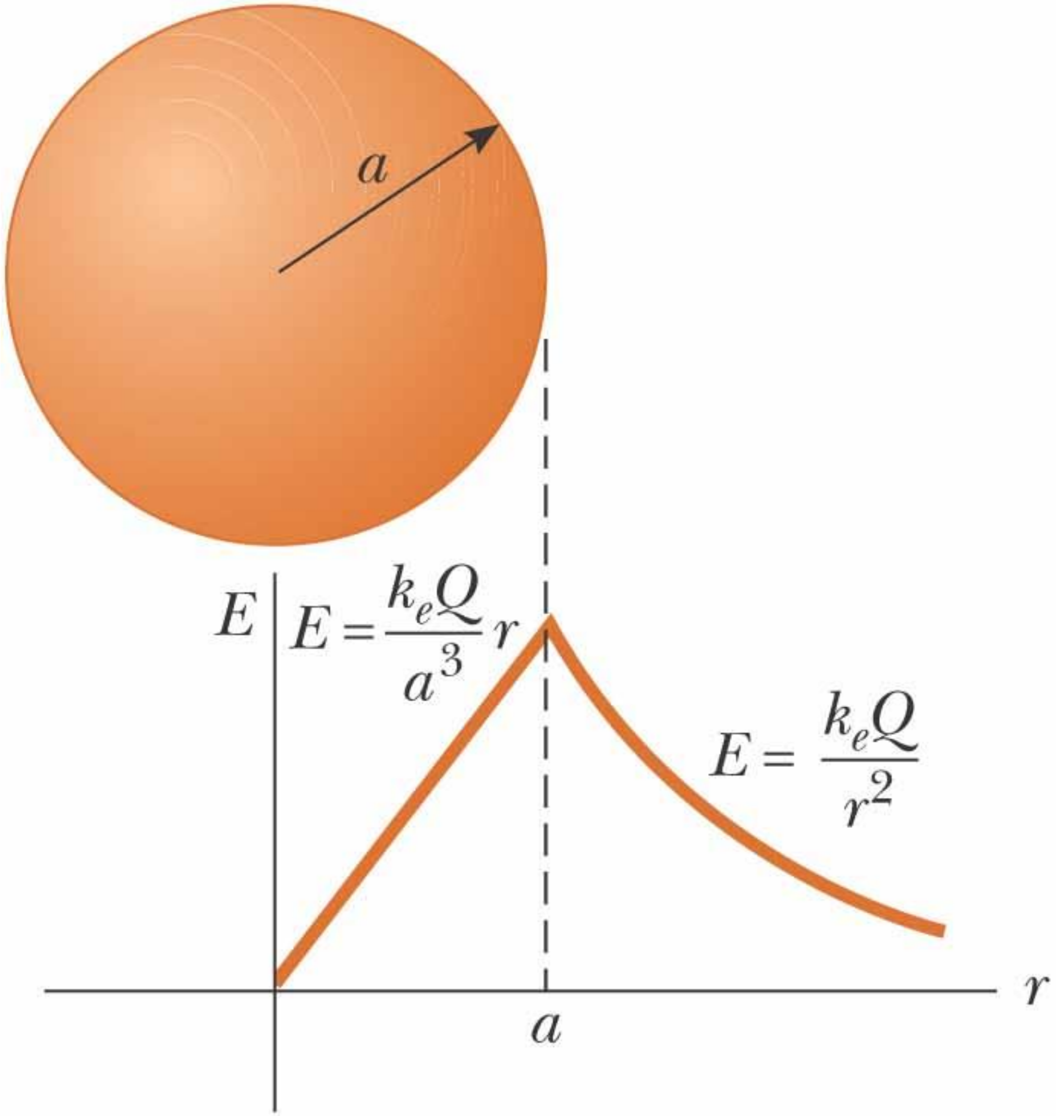
Diberikan oleh rasio volume: $Q_{enc} = \dfrac{r^3}{R^3} Q$

Sekali lagi fluksnya adalah: $\Phi = EA = E(4\pi r^2)$

Atur $\Phi = Q_{enc} / \varepsilon_o$ diberikan $E = \dfrac{(r^3 / R^3)Q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$

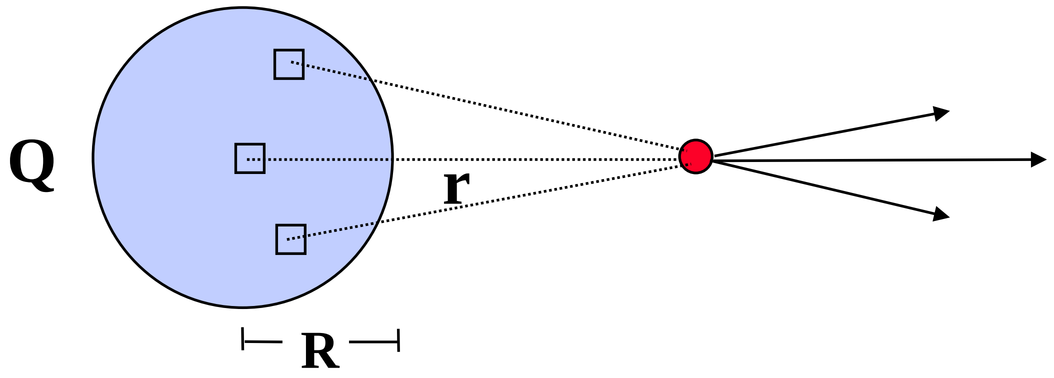
Untuk r<R $\boxed{\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o R^3} r\,\hat{\mathbf{r}}}$

Problem: Bola isolator bermuatan Q



Problem: Bola isolator bermuatan Q

Perhatikan lebih dekat hasil ini. Medan listrik di ● berasal dari penjumlahan dari kontribusi semua bagian kecil ■ .

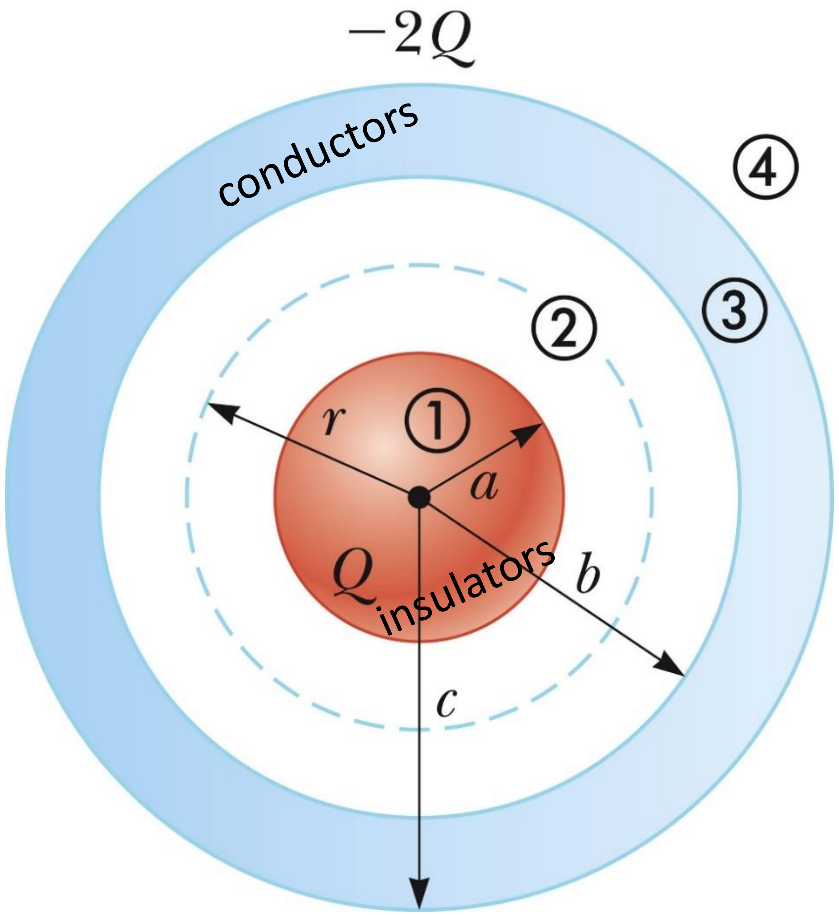


r > R

Jelas bahwa $\vec{E}$ pada titik ini akan horizontal.Tetapi besarnya dari setiap bagian kecil berbeda; dan itu sepenuhnya tidak jelas bahwa besaran E hanya bergantung pada jarak dari pusat bola ke titik observasi.

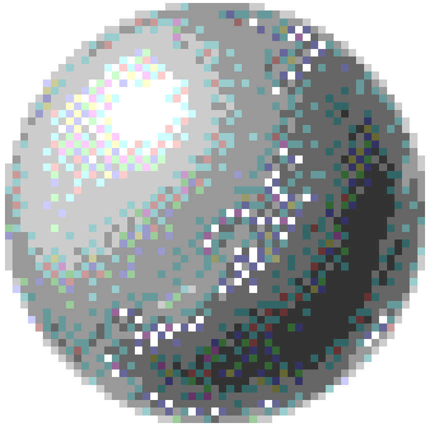
Melakukan ini sebagai integral volume akan menjadi SULIT.
Hukum Gauss MUDAH.

Bell Ring!



Berapakah muatan pada permukaan bagian dalam (r= b) dan permukaan bagian luar (r= c) dari konduktor?

Kemana arah medan listrik di luar konduktor (r > c)?

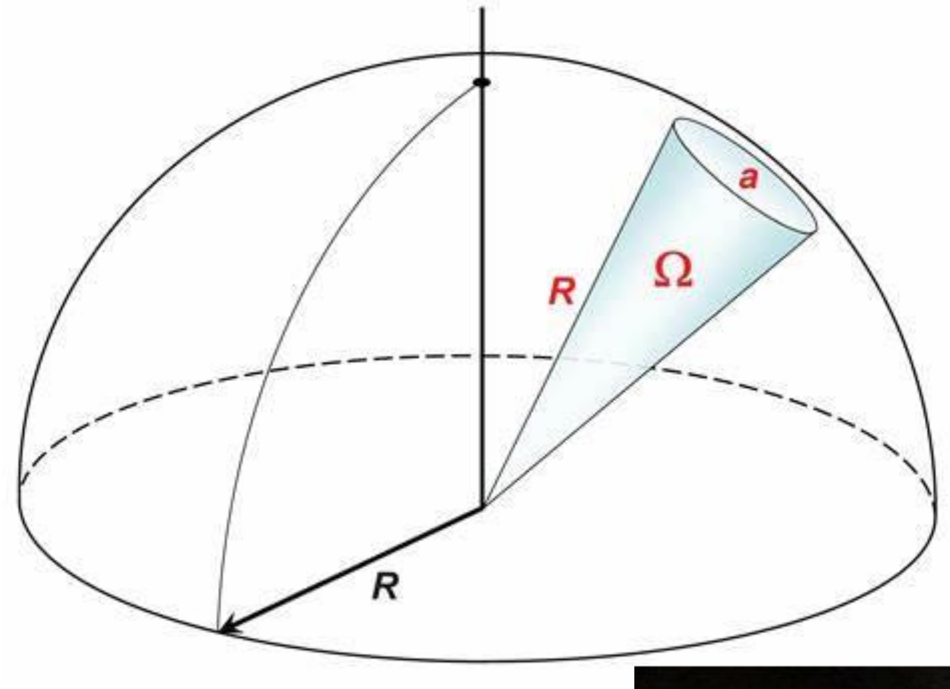


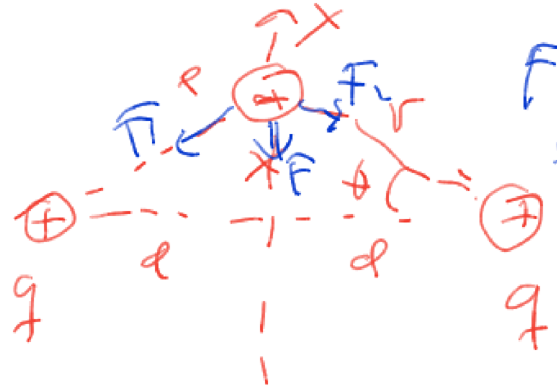

The End


INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER

THE GREEK ALPHABET

Alpha	A	α	Iota	I	ι	Rho	P	ρ
Beta	B	β	Kappa	K	κ	Sigma	Σ	σ
Gamma	Γ	γ	Lambda	Λ	λ	Tau	T	τ
Delta	Δ	δ	Mu	M	μ	Upsilon	Υ	υ
Epsilon	E	ϵ	Nu	N	ν	Phi	Φ	ϕ, φ
Zeta	Z	ζ	Xi	Ξ	ξ	Chi	X	χ
Eta	H	η	Omicron	O	o	Psi	Ψ	ψ
Theta	Θ	θ	Pi	Π	π	Omega	Ω	ω


a
R
Ω
R



$$F = F_{1x} + F_{2x} \qquad F_1 = k\frac{qe}{r^2}$$

$$F = ma = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$F_{1x} = k\frac{qe}{r^2}\sin\theta,\ \theta \ll$$

$$F = 2k\frac{qe}{r^2}\theta$$

$$\Downarrow$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -2k\frac{qe}{r^2}\theta$$

$$\theta \ll \;\rightarrow\; r^2 = x^2 + d^2$$

$$r^2 \approx d^2 \quad (x \ll d)$$

$$x = r\theta \rightarrow \theta = \frac{x}{d}$$

$$\Leftarrow$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -2k\frac{qe}{d^2}\frac{x}{d}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2k\frac{qe}{md^3}x = 0$$

$$\omega^2 = 2k\frac{qe}{md^3}$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

gaya Coulomb : $F_k = k \dfrac{q_1 q_2}{r^2}$

gaya berat : $F_G = G \dfrac{m_1 m_2}{r^2} = g\,m$

$$F_k = 9 \cdot 10^9 \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(10^{-9})^2} = 2,3 \cdot 10^{-11}\,N$$

$r = 1\,m \rightarrow F_k = 2,3 \cdot 10^{-29}\,N.$

$F_G = 1,67 \cdot 10^{-31} \cdot 10$

$= 1,67 \cdot 10^{-30}\,N.$

XX

$F_p = F_e = k\frac{qe}{r^2} \Rightarrow$ krn fs r $\to F_p(r) = k\frac{qe}{r^2}$

$F = ma = m\frac{dv}{dt}$.

$F_p = F_e$ menyebabkan partikel bergerak.

$$k\frac{qe}{r^2} = ma \to a(r) = k\frac{qe}{mr^2}$$

$a = \frac{dv}{dt} \to dv = a\,dt$, krn $a(r)$ tak bisa integral

$= a\,dt \cdot 1$

$= a\,dt \cdot \frac{dr}{dr}$, $\frac{dr}{dt} = v$

$dv = \frac{a}{v}\,dr \Rightarrow v\,dv = a\,dr$

$$\int_{v_1}^{v_2} v\,dv = \int_{r_1}^{r_2} a\,dr, \quad v_1 = 0 \text{ krn dari diam}$$

$x_i = d$

$$\frac{1}{2}v^2 = \int k\frac{qe}{mr^2}\,dr$$

$$= k\frac{qe}{m}\int r^{-2}\,dr$$

$$= k\frac{qe}{m}\left(-\frac{1}{r}\right)$$

$$v^2 = -k\frac{qe}{mr}$$

$$v^2 = k\frac{q^3}{mr}$$

$$v_p^2 = k\frac{q^2}{m_p r_p} = k\frac{q^2}{m_p x_f}$$

$$v_e^2 = k\frac{q^2}{m_e r_e} = k\frac{q^2}{m_e(d - x_f)}$$

v_p?
v_e?
x_f?

Konsep energi.

gaya konservatif (gy coulomb) x_f

$$\Delta E = 0$$

$$E_1 = E_2$$

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2} \; ; \quad E_{k1} = 0$$

$$E_{p1} = E_{k2} \qquad E_{p2} = 0 \; , \quad E_p = k\frac{q_1 q_2}{r}$$

$$E_{p1e} + E_{p1p} = E_{k2e} + E_{k2p}.$$

$$2\cancel{k}\frac{q^2}{d} = \frac{1}{2} m_e v_{2e}^2 + \frac{1}{2} m_p v_{2p}^2$$

$$= \frac{1}{2}\cancel{m_e}\cancel{k}\frac{q^2}{\cancel{m_e}(d-x_f)} + \frac{1}{2}\cancel{m_p}\cancel{k}\frac{qe}{\cancel{m_p}x_f}$$

$$\frac{2}{d} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{d-x_f} + \frac{1}{x_f}\right)$$

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{d-x_f} + \frac{1}{x_f}\right)$$

$$\frac{4}{d} = \frac{\cancel{x_f} + d - \cancel{x_f}}{x_f(d-x_f)}$$

$$4x_f d - 4x_f^2 = d^2$$

$$x_f^2 - d x_f + \frac{1}{4}d^2 = 0$$

$$x_f = \frac{1}{2}\left\{d \pm \left(d^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4}d^2\right)^{1/2}\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\{d \mp 0\}$$

$$x_f = d/2$$

$$v^2 = k\frac{qe}{mr}$$

$$E_k = k\frac{qe}{r}$$

Gaya konservatif

$$\Delta E = 0$$

$$E_2 = E_1$$