Ejercicio 1.

Podemos probar que la cantidad máxima de nodos en un árbol binario perfecto es $2^{h+1} - 1$ por inducción. Defínase árbol binario perfecto como aquel árbol en el que cada nodo tiene exactamente dos hijos.

Caso base: cuando $h = 0$, el árbol es un solo nodo (la raíz), por lo que $n = 1$. Entonces, $2^{(0+1)} - 1 = 1$.

Hipótesis inductiva: asumimos que el número máximo de nodos en un árbol de altura h será igual a $2^{h+1} - 1$.

Paso inductivo: Debemos demostrar que un árbol binario T de altura $h + 1$ es igual a $2^{(h+1)+1}$ - 1. Como la raíz de T tiene un subárbol izquierdo y derecho de altura h, la suma de la raíz más la cantidad de nodos de cada subárbol nos dará la cantidad total de nodos en el árbol:

$$1 + \left(2^{(h+1)}\text{-}1\right) + \left(2^{(h+1)}\text{-}1\right) = 2 * 2^{(h+1)} - 2 + 1$$
$$2 * 2^{(h+1)} - 1 = 2^{(h+1)+1} - 1$$