文章编号:1001-506X(2014)04-0619-05
网址:www.sys-ele.com

基于估计参数势函数法的欠定盲分离

付卫红，李爱丽，马丽芬，黄 坤，严 新
(西安电子科技大学综合业务网理论及关键技术国家重点实验室，陕西 西安 710071)

摘 要:针对 k 维子空间法尺度参数选择的盲目性,提出了基于估计参数的势函数方法。首先根据观测信号估计出基准值 r_1,并根据基准值 r_1 选取势函数 f 的尺度参数 σ_1,由势函数 f 估计出聚类平面后,根据聚类平面估计出基准值 r_2,根据基准值 r_2 选取势函数 g 的尺度参数 σ_2,并由势函数 g 估计出混合矩阵。该方法充分利用了观测信号的统计特性,实验结果表明,在无噪条件下,该方法比改进前的方法在矩阵估计方面误差减小了 75%,较其他方法误差减小了 1~2 个数量级;在 16 dB 信噪比下,该方法比改进前在矩阵估计精度上提高 8.7%,源信号个数估计准确率提高了 1 倍。

关键词:欠定盲源分离;混合矩阵估计;势函数;基准值;尺度参数
中图分类号:TN 911.7 **文献标志码**:A **DOI**:10.3969/j.issn.1001-506X.2014.04.02

Underdetermined blind separation based on potential function with estimated parameter's decreasing sequence

FU Wei-hong, LI Ai-li, MA Li-fen, HUANG Kun, YAN Xin
(*State Key Lab of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

Abstract: A potential function method with estimated parameter is proposed for blindness of scale parameter selecting of k-dimensional subspace method. Firstly, the reference value r_1 is estimated based on observed signals and the scale parameter σ_1 for potential function f is estimated based on r_1. When cluster planes are estimated by f, the reference value r_2 is estimated based on them and the scale parameter σ_2 for potential function g is estimated based on r_2. Thus, we obtain the estimation of mixing matrix. This method makes full use of the statistical properties of observed signals. The experiment shows that this method is reduced by 75% in matrix estimation error than the method before improved and is reduced by 1-2 orders of magnitude compared with other methods when there is no noise; the estimated precision is 8.7% higher and the accuracy rate of the source's number estimation is twice higher.

Keywords: underdetermined blind separation; mixing matrix estimation; potential function; reference value; scale parameter

0 引 言

盲源分离[1-2]最早来源于鸡尾酒会问题。根据源信号和麦克风的数目可以将盲源分离分为非欠定(源信号数目小于或等于麦克风个数)和欠定(源信号数目大于麦克风个数)两种情况。目前非欠定情况下的盲分离技术已相当成熟,而欠定盲分离仍然是一个全新的领域。

对于非充分稀疏情况下的欠定盲分离,主要采用稀疏分量分析的方法。主要有 k 平面聚类算法(k-plane 法)[3-7]、鲁棒竞争聚类算法(robust competitive agglomeration, RCA)[8-9]、非负矩阵分解方法[10-11]和势函数法[12-13]。k-plane 方法是由 k 均值演化而来,需要事先知道源信号的个数。RCA 算法综合了等级聚类和分割聚类算法的优点,为了克服一般聚类算法对噪声或异常值比较灵敏的问题,RCA 算法中引入了鲁棒统计概念,通过竞争聚类学习来调整聚类中心参数向量及其势。非负矩阵分解方法一般要求源信号和混合矩阵中的元素都为非负,条件过于苛刻。势函数法在估计混合矩阵时,不需要知道源信号的个数,且算法比较简单,因而受到了广泛的关注。

在势函数法中,尺度参数对估计效果影响很大,是个非

收稿日期:2013-04-08; 修回日期:2013-06-13; 网络优先出版日期:2013-12-19。
网络优先出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20131219.1951.003.html
基金项目:国家自然科学基金(61201134,61201135);国家重大专项(2012ZX03001027-001);中央高校基本科研业务费专项资金(72124669);高等学校学科创新引智计划(B08038)资助课题

常重要的参数。文献[12]中的 k 维子空间法,实际上是一种势函数法。k 维子空间法中,尺度参数的选取仅凭经验和实验选取,没有结合信号自身的特点,因而具有盲目性,导致估计精度不高。本文针对 k 维子空间法存在的问题,提出了基于估计参数的势函数方法,该方法中所用到的尺度参数是根据信号估计出来的,利用了信号自身的统计特性,使得矩阵估计更加精确。实验部分证明了该方法的有效性和优越性。

1 非充分稀疏欠定盲分离模型

考虑最简单的线性瞬时混合欠定盲分离,其数学模型可以表示为

$$\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(t) \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{s}(t)=[s_1(t),s_2(t),\cdots,s_n(t)]^{\mathrm{T}}$ 为 n 维源信号矢量;$\boldsymbol{x}(t)=[x_1(t),x_2(t),\cdots,x_m(t)]^{\mathrm{T}}$ 为 m 维观测信号矢量;$\boldsymbol{A}$ 为 $m\times n$ 的混合矩阵;t 表示观测时刻,$t=1,\cdots,T$。盲分离是指仅根据观测信号 $\boldsymbol{X}$ 来恢复出混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和源信号 $\boldsymbol{S}$。本文主要讨论由 $\boldsymbol{X}$ 来估计 $\boldsymbol{A}$ 的问题。当 $\boldsymbol{A}$ 估计出来后,$\boldsymbol{S}$ 就不难求出。

对于欠定盲分离,目前主要是利用源信号的稀疏特性,采用稀疏分量分析的方法。信号的稀疏特性是指信号在绝大部分时刻取值为零,在少数时刻取值比较明显。根据源信号的稀疏度可以将欠定盲分离分为充分稀疏[14-15](每一时刻最多有一个源信号起作用)和非充分稀疏[3-13](每个时刻有不止一个源信号起作用)两种情况。两种情况下的盲分离有不同的聚类特性和分离方法。

非充分稀疏情况下,观测信号具有面聚类特性。假设每个时刻有 k 个源信号起作用($1<k\leqslant m-1$),则式(1)可写成如下形式

$$\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{a}_{i_1}s_{i_1}(t)+\cdots+\boldsymbol{a}_{i_k}s_{i_k}(t) \tag{2}$$

式中,$\boldsymbol{a}_{i_k}$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的第 i_k 列,$i_1,\cdots,i_k\subset\{1,2,\cdots,n\}$。$\boldsymbol{A}$ 的各列线性无关,所以 $\boldsymbol{x}(t)$ 位于由 $\boldsymbol{a}_{i_1},\boldsymbol{a}_{i_2},\cdots,\boldsymbol{a}_{i_k}$ 张成的超平面上,这样的超平面总共有 C_n^k 个。对于混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中的每个列向量,其为 C_{n-1}^{k-1} 个聚类平面的交线。所以非充分稀疏欠定盲分离混合矩阵估计可以采用两步来得到:①估计聚类平面;②估计聚类平面的交线。交线即为混合矩阵列向量。以 $m=3,n=5,k=2$ 为例,观测信号点分布如图 1 所示。

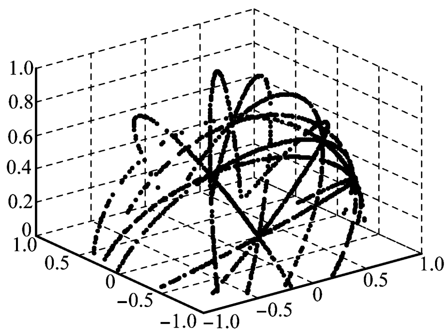

图 1 观测信号散点图($m=3,n=5,k=2$)

2 基于估计参数势函数法的混合矩阵估计算法

文献[12]中提到 k 维子空间法,尺度参数的选取仅凭经验和实验选取,没有结合信号自身的特点,因而具有盲目性,导致估计精度不高。本文针对 k 维子空间法存在的问题,提出基于估计参数的势函数方法,该方法所用的尺度参数是根据观测信号估计出来的,利用了信号自身的统计特性。由非充分稀疏源信号聚类特性可知,混合矩阵估计分两步,聚类平面的估计和聚类平面交线的估计,下面分两部分对本文方法进行介绍。

2.1 基于估计参数势函数的聚类平面估计

假设 $\boldsymbol{B}\subset\mathbf{R}^{m\times k}$ 为聚类平面,定义式(3)的势函数为势函数 f。

$$f(\boldsymbol{B})=\sum_{t=1}^{T}\exp\left(-\frac{d^2(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{B})}{2\sigma_1^2}\right) \tag{3}$$

式中,$d(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{B})$ 表示 $\boldsymbol{x}(t)$ 到 $\boldsymbol{B}$ 的距离;σ_1 为尺度参数。当 $\boldsymbol{x}(t)$ 属于聚类平面 $\boldsymbol{B}$ 时,$d(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{B})$ 取值接近于零,$d^2(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{B})$ 相对于分母 $2\sigma_1^2$ 较小,$\exp(-d^2(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{B})/2\sigma_1^2)$ 取值接近于 1。当 $\boldsymbol{x}(t)$ 不属于聚类平面 $\boldsymbol{B}$ 时,$d(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{B})$ 取值较大,$d^2(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{B})$ 相对于分母 $2\sigma_1^2$ 较大,则 $\exp(-d^2(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{B})/2\sigma_1^2)$ 取值接近于 0。所以,$f(\boldsymbol{B})$ 的值反映了某个聚类平面聚集的观测信号点数。$f(\boldsymbol{B})$ 函数将在每个聚类平面处取得局部极大值。

聚类平面的估计精度主要依赖于尺度参数 σ_1 的选择,当 σ_1 较大时,$f(\boldsymbol{B})$ 曲线会比较平滑,甚至会失去一些局部极值点,当 σ_1 较小时,在噪声的影响下,$f(\boldsymbol{B})$ 会产生一些错误的局部极大值点。对于 σ_1 的取值,这里首先根据观测信号进行估计得到基准值 r_1,估计方法如式(4)。

$$r_1=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}|x_i(t)-u_{x(t)}| \tag{4}$$

式中,$x_i(t)$ 为 $\boldsymbol{x}(t)$ 的第 i 个元素;$u_{x(t)}$ 为 $\boldsymbol{x}(t)$ 中各元素的均值。根据 σ_1 取值对聚类平面估计效果的影响,采用逐渐逼近局部极大值的思想,比如,随机初始化 $\boldsymbol{B}_0\subset\mathbf{R}^{m\times k}$,先利用式(4)得到的 r_1 作为尺度参数,利用最优化方法得到 $f(\boldsymbol{B})$ 的某个局部极大值 $\boldsymbol{B}_1$,将 $\boldsymbol{B}_1$ 作为初始值,再选取 $r_1/2$ 作为尺度参数,利用最优化方法得到 $f(\boldsymbol{B})$ 的局部极大值 $\boldsymbol{B}_2$,以此类推,最终得到聚类平面的准确估计。所以选择的尺度参数是以 r_1 为依据的下降序列,即 $\sigma_1=[r_1, r_1/2, r_1/4, r_1/8]$。这样可减小尺度参数对估计效果的影响,得到更为精确的聚类平面估计。

当有噪声和异常值影响时,虽然采用了下降序列形式的尺度参数,仍然会有错误的局部极大值出现,但是这些局部极大值的势($f(\boldsymbol{B})$ 值)比较小,所以可以通过设置门限将其筛掉。

下面是聚类平面估计的具体步骤:

步骤 1 去除离原点较近的观测信号数据点,对观测信号点进行归一化。

步骤 2　根据观测信号，由式(4)估计出 r_1。确定尺度参数 σ_1，$\sigma_1=[\ r_1,\ r_1/2,\ r_1/4,\ r_1/8\ ]$，$\sigma_1$ 的长度为 L，本文算法仿真中取 4。

步骤 3　for $j=1:K$(K 为初始聚类平面个数，$K\gg C_n^k$)。

步骤 3.1　设 $i=1$，产生一随机正交化矩阵 $\boldsymbol{R}_0$ 作为初始矩阵。

步骤 3.2　令 $\boldsymbol{B}_{j,i}^0=\boldsymbol{R}_0$，$j$ 表示第 j 次求 $f(\boldsymbol{B})$ 的局部极大值，i 即步骤 3.1 中的 i，表示势函数 $f(\boldsymbol{B})$ 中用到的尺度参数为 $\sigma_1(i)$，$\boldsymbol{B}_{j,i}^0$ 中上角标 0 表示 $\boldsymbol{B}_{j,i}$ 的初始值。若不为 0，则表示第 d 次迭代得到的结果，d 是迭代次数。

步骤 3.3　利用最陡上升法求出使 $f(\boldsymbol{B}_{j,i})$ 达到极大值的 $\boldsymbol{B}_{j,i}$。即采用迭代的方法进行求解，其公式如下：

$$\boldsymbol{B}_{j,i}^{d+1}=\boldsymbol{B}_{j,i}^d+u\frac{\partial f(\boldsymbol{B}_{j,i}^d)}{\partial \boldsymbol{B}_{j,i}^d} \tag{5}$$

每次迭代后对得到的 $\boldsymbol{B}_{j,i}^{d+1}$ 正交化。其中，d 为迭代次数，u 为步长，$\boldsymbol{B}_{j,i}^d$ 表示第 d 次迭代得到的 $\boldsymbol{B}_{j,i}$。当满足 $d(\boldsymbol{B}_{j,i}^{d+1},\boldsymbol{B}_{j,i}^d)<e_1$ 条件时，终止迭代，并令 $\boldsymbol{B}_{j,i}^{\mathrm{opt}}=\boldsymbol{B}_{j,i}^d$。$\boldsymbol{B}_{j,i}^{\mathrm{opt}}$ 表示第 j 次最优化 $f(\boldsymbol{B}_{j,i})$ 时得到的最优解，且势函数中用到的尺度参数为 $\sigma_1(i)$。其中 $d(\boldsymbol{B}_{j,i}^{d+1},\boldsymbol{B}_{j,i}^d)$ 表示两次迭代得到的平面间的夹角。e_1 为判决门限。

步骤 3.4　如果 $i<L$，将步骤 3.3 中得到的 $\boldsymbol{B}_{j,i}^{\mathrm{opt}}$ 作为初始值，即 $\boldsymbol{R}_0=\boldsymbol{B}_{j,i}^{\mathrm{opt}}$，并对 i 加 1，回到步骤 3.2；否则，$\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{opt}}=\boldsymbol{B}_{j,i}^{\mathrm{opt}}$，并令 $j=j+1$，回到步骤 3.1，这里 $\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{opt}}$ 表示第 j 次循环的最优解，即第 j 次估计出的聚类平面。

步骤 4　对于估计出的平面，若有重复平面，对重复平面进行去除。

步骤 5　计算各个平面的势($f(\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{opt}})$值)，将势相对较小的平面去掉。剩下的平面即为聚类平面的估计。

2.2　基于估计参数势函数的混合矩阵估计

由于第 2.1 节中已经求出了聚类平面，为了简化聚类平面交线的估计，先根据聚类平面求出聚类平面的法线 z。对于混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的某一列来说，它位于 C_{n-1}^{k-1} 个超平面的交线上，即与 $\boldsymbol{A}$ 的某一列垂直的法线向量总共有 C_{n-1}^{k-1} 个，定义如式(6)的势函数为势函数 g。

$$g(\boldsymbol{v})=\sum_{j=1}^{c}\exp\left(-\frac{(\boldsymbol{v},\boldsymbol{z}_j)^2}{2\sigma_2^2}\right) \tag{6}$$

式中，z_j 为估计出的第 j 个法线向量；$(\boldsymbol{v},\boldsymbol{z}_j)$ 表示内积；σ_2 为尺度参数；c 为估计出的法线向量个数。此处 σ_2 不同于第 2.1节的 σ_1。$(\boldsymbol{v},\boldsymbol{z}_j)$ 的大小反应了 $\boldsymbol{v}$ 和 z_j 之间的夹角大小。当 $\boldsymbol{v}$ 和 z_j 垂直时，$(v,\ z_j)$ 接近于 0，$\exp(-(v,\ z_j)^2/2\sigma_1^2)$ 接近于 1。当 $\boldsymbol{v}$ 和 z_j 不垂直时，$(v,\ z_j)$ 远大于 0，$\exp(-(\boldsymbol{v},\boldsymbol{z}_j)^2/2\sigma_1^2)$ 接近于 0。所以，$g(\boldsymbol{v})$ 反映了混合矩阵某个列向量占据的聚类平面个数。$g(\boldsymbol{v})$ 在混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的各个列向量处取得局部极大值。

在聚类平面法线向量已知的情况下，混合矩阵列向量的估计精度主要依赖于尺度参数 σ_2。σ_2 取值较大时，$g(\boldsymbol{v})$ 曲线比较平滑，会失去一些极大值点，σ_2 取值较小时，在噪声和异常值影响下，$g(\boldsymbol{v})$ 会产生一些错误的局部极大值。对于 σ_2 值的选取，我们首先根据第 2.1 节中估计出的法线向量估计得到基准值 r_2，估计方法如式(7)。

$$r_2=\frac{1}{c}\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\mid \boldsymbol{z}_j(i)-u_{z_j}\mid\right) \tag{7}$$

式中，c 为估计出的法线向量个数；$z_j(i)$ 为第 j 个法线向量的第 i 个元素；u_{z_j} 为 z_j 向量各元素的均值。

σ_2 对混合矩阵列向量估计效果的影响与 σ_1 对聚类平面估计效果的影响机制相同，所以此处尺度参数的选择为以 r_2 为基准的下降序列，即 $\sigma_2=[\ r_2,\ r_2/2,\ r_2/4,\ r_2/8\ ]$。这样可以减小尺度参数对估计效果的影响，提高混合矩阵估计的精度。

当有噪声和异常值影响时，虽然采用了下降序列尺度参数，仍然会有错误的局部极大值出现，但是这些局部极大值的势($g(\boldsymbol{v})$值)比较小，可以通过设置门限将其筛掉。

下面是混合矩阵列向量估计具体步骤：

步骤 1　根据第 2.1 节中估计出的聚类平面法线向量，由式(7)估计 r_2。确定下降序列 $\sigma_2=[\ r_2,\ r_2/2,\ r_2/4,\ r_2/8\ ]$，$\sigma_2$ 的长度为 L，本文算法仿真中 L 取 4。

步骤 2　for $j=1:P$(P 为初始混合矩阵列向量个数，$P\gg n$)。

步骤 2.1　设 $i=1$，产生一随机单位化向量 q_0。

步骤 2.2　令 $\boldsymbol{v}_{j,i}^0=q_0$，$j$ 表示第 j 次求 $g(\boldsymbol{v})$ 的局部极大值，i 即步骤 2.1 中的 i，表示势函数 $g(\boldsymbol{v})$ 中用到的尺度参数为 $\sigma_2(i)$，$\boldsymbol{v}_{j,i}^0$ 中上角标 0 表示 $\boldsymbol{v}_{j,i}$ 的初始值。若不为 0，则表示第 d 次迭代得到的结果，d 是迭代次数。

步骤 2.3　最陡上升法求出使 $g(\boldsymbol{v}_{j,i})$ 达到极大值处的 $\boldsymbol{v}_{j,i}$。即采用迭代的方法进行求解，其公式如下：

$$\boldsymbol{v}_{j,i}^{d+1}=\boldsymbol{v}_{j,i}^d+u\frac{\partial g(\boldsymbol{v}_{j,i}^d)}{\partial \boldsymbol{v}_{j,i}^d} \tag{8}$$

每次迭代后对得到的 $\boldsymbol{v}_{j,i}^{d+1}$ 进行单位化。其中，d 为迭代次数，u 为步长。当满足 $d(\boldsymbol{v}_{j,i}^{d+1},\boldsymbol{v}_{j,i}^d)<e_2$ 条件时，终止迭代，并令 $\boldsymbol{v}_{j,i}^{\mathrm{opt}}=\boldsymbol{v}_{j,i}^d$，则 $\boldsymbol{v}_{j,i}^{\mathrm{opt}}$ 表示第 j 次最优化 $g(\boldsymbol{v})$ 时得到的最优解，且势函数 $g(\boldsymbol{v})$ 中用到的尺度参数为 $\sigma_2(i)$。其中，$d(\boldsymbol{v}_{j,i}^{d+1},\boldsymbol{v}_{j,i}^d)$ 表示两次迭代得到的向量间的差值。e_2 为判决门限。

步骤 2.4　若 $i<L$，将步骤 2.2 中得到的 $\boldsymbol{v}_{j,i}^{\mathrm{opt}}$ 作为初始值，即 $\boldsymbol{v}_{j,i}^{\mathrm{opt}}=q_0$，回到步骤 2.2，并对 i 加 1；否则，令 $\boldsymbol{v}_j^{\mathrm{opt}}=\boldsymbol{v}_{j,i}^{\mathrm{opt}}$，$j=j+1$ 回到步骤 2.1，这里，$\boldsymbol{v}_j^{\mathrm{opt}}$ 表示第 j 次循环的最优解，即第 j 次估计出的列向量。

步骤 3　对估计出的列向量，若有重复的，将重复的列向量去除。

步骤 4　计算各个向量的势($g(\boldsymbol{v}_j^{\mathrm{opt}})$值)，将势相对较小的向量去掉。剩下的向量即为混合矩阵列向量的估计。

3　算法仿真及分析

为了说明本文所提势函数法的有效性和优越性，下面分别进行了两次实验。混合矩阵的估计误差为 ε，其计算公式 $\varepsilon=\min\|\hat{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{P}-\boldsymbol{A}\|_2$。

仿真实验 1　与目前主要算法的比较。实验条件为 $m=3$，

$n=5$,$k=2$,源信号由函数 $randn(n,T)$ 产生,采样长度 $T=2\ 000$,原始混合矩阵为式(9),无噪声和异常值影响。实验重复 100 次。计算混合矩阵估计误差的平均值。文献[13]提到的势函数方法也是一种比较新的势函数方法,称之为平面聚类势函数法,这里也加入对比中。表 1 为 5 种方法估计精度的比较。$\bar{\varepsilon}$ 表示 100 次混合矩阵估计误差的平均值。

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0.552\,5 & 0.391\,9 & 0.570\,7 & 0.393\,4 & 0.690\,4\\ 0.686\,3 & -0.606\,6 & 0.516\,6 & 0.863\,4 & -0.600\,7\\ 0.473\,0 & 0.691\,7 & -0.638\,3 & -0.315\,8 & 0.403\,2\end{bmatrix}\tag{9}$$

表 1　5 种方法估计精度的比较

方法	估计参数势函数法	RCA	k-plane	k 维子空间法	平面聚类势函数法
$\bar{\varepsilon}$	0.001 5	0.0568	0.201 8	0.005 9	0.011 7

通过表 1 可以看出,估计参数势函数法估计混合矩阵的误差仅为 0.001 5,混合矩阵的估计已相当精确。和 k 维子空间法相比较,混合矩阵估计误差减小了 75%,估计精度大幅提高。这是因为估计参数势函数法在选取尺度参数时,充分利用了信号本身的统计特性,根据观测信号来估计尺度参数,因而所取的尺度参数更加合适,从而矩阵估计精度得到提高。和目前其他主要的方法相比,矩阵估计精度有 1～2 个数量级的提高。

在复杂度方面,由于估计参数势函数法和 k 维子空间法相比,增加了参数估计部分,而参数估计复杂度很低,所以估计参数势函数法和 k 维子空间法在复杂度方面基本相同。平面聚类势函数法作为一种势函数法,复杂度和估计参数势函数法基本相同。总体来说,势函数法的复杂度一般。对于 RCA,由于其采用了模糊分类,迭代次数很多,复杂度比本文高很多。k-plane 法原理简单,步骤简洁,计算量比本文要小,但是估计精度太低。复杂度情况如表 2 所示。

表 2　5 种方法复杂度的比较

方法	估计参数势函数法	RCA	k-plane	k 维子空间法	平面聚类势函数法
复杂度	一般	较高	较低	一般	一般

仿真实验 2　本文方法是在 k 维子空间法基础上改进的,并且从仿真实验 1 可以看出,本文方法和 k 维子空间法估计性能较好,下面主要针对这两种方法进行进一步的仿真。仿真条件如下:$m=3$,$n=4$,$k=2$,源信号由函数 $randn(n,T)$ 产生,采样长度 $T=2\ 000$,原始混合矩阵如式(10),所加噪声为高斯噪声,信噪比(signal noise radio, SNR)为 16～32 dB。每个信噪比下实验重复 100 次,计算矩阵估计误差的均值。图 2 为矩阵估计误差随信噪比变化曲线,图 3 为源信号个数估计正确率随信噪比的变化情况。

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0.454\,5 & -0.791\,2 & 0.663\,4 & -0.456\,8\\ 0.454\,5 & 0.212\,0 & -0.383\,0 & -0.791\,2\\ 0.766\,0 & 0.573\,6 & 0.642\,8 & 0.406\,7\end{bmatrix}\tag{10}$$

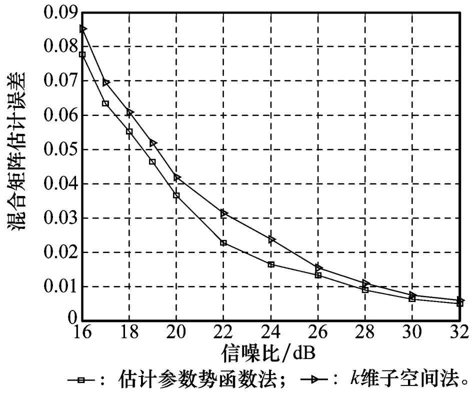

图 2　估计误差随信噪比变化情况

通过图 2 可以看出,在不同信噪比下,估计参数势函数法混合矩阵估计误差性能均优于 k 维子空间法,如当信噪比为 16 dB 时,利用估计参数势函数法的混合矩阵估计精度比利用 k 维子空间法的提高了 8.7%。

从图 3 来看,当信噪比较高时,两种方法均能准确地估计出源信号的个数,但是当信噪比较低时,估计参数势函数法在源信号个数估计方面准确率明显高于 k 维子空间法,比如,在信噪比为 16 dB 时,利用估计参数势函数法的源信号估计准确率比利用 k 维子空间法的高出了一倍。

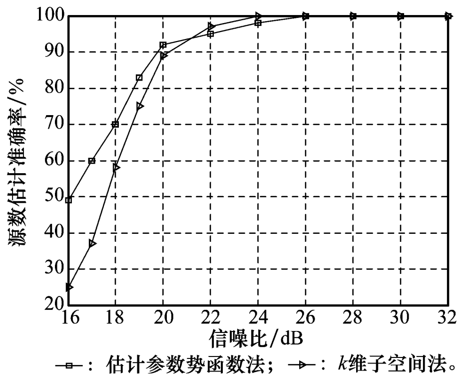

图 3　源数估计准确率随信噪比变化情况

4　结　论

对于非充分稀疏欠定盲分离中的混合矩阵估计问题,本文提出了一种基于估计参数势函数的方法。k 维子空间法中,尺度参数为随机选取,凭经验而得,缺乏指导性。本文方法结合观测信号特性,估计尺度参数,使得混合矩阵估计精度和源数估计准确率得到大幅提高。实验证明了在没有增加复杂度的情况下,基于估计参数势函数法的有效性和鲁棒性。

参考文献：

[1] Thiagarajan J J, Ramamurthy N R, Spanias A. Mixing matrix estimation using discriminative clustering for blind source separation[J]. *Digital Signal Processing*, 2013, 23(1):9-18.

[2] Wang R J, Zhan Y J, Zhou H F. A method of underdetermined blind source separation in time-domain[J]. *International Journal of Electronics*, 2012, 99(4): 543-555.

[3] Xiao M, Xie S L, Fu Y L. Underdetermined blind separation algorithm based the hyperplane law vector [J]. *Journal of Automation*, 2008, 34(2):142-149.（**肖明，谢胜利，傅予力. 基于超平面法矢量的欠定盲信号分离算法**[J]. **自动化学报**, 2008, 34(2):142-149.）

[4] Xie S L, Tan B H, Fu Y L. Underdetermined blind separation based on plane clustering [J]. *Progress in Natural Science*, 2007, 17(6):795-800.（**谢胜利，谭北海，傅予力. 基于平面聚类算法的欠定混叠盲信号分离**[J]. **自然科学进展**, 2007, 17(6): 795-800).

[5] Bradley P S, Mangasarian O L. *k*-plane clustering[J]. *Journal of Global Optimization*, 2000,16(1): 23-32.

[6] Georgiev P, Theis F J, Cichocki A. Sparse component analysis and blind source separation of underdetermined mixtures[J]. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2005, 16(4):992-996.

[7] ashizawa Y,Cichocki A, On-line *k*-plane clustering learning algorithm for sparse component analysis[C]// *Proc. of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2006:681-684.

[8] Zhang Y. Blind source separation of under-determined mixtures[D]. Shanghai: Shanghai University, 2009.（**张烨. 欠定混合信号的盲分离.** [D]. **上海:上海大学**, 2009.）

[9] Frigui H, Krishnapuram R. A robust competitive clustering algorithm with applications in computer vision [J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis Machine Intelligence*,1999, 21(5): 450-465.

[10] Zhang Y, Fang Y. A NMF algorithm for blind separation of uncorrelated signals [C]// *Proc. of the International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition*,2007: 999-1003.

[11] Zhao Z J, Lu H, Shang J N. Underdetermined blind separation based on constrained NMF [J]. *Study on the Application of Computer*, 2011, 28(5): 1843-1845.（**赵知劲，卢宏，尚俊娜. 基于约束** NMF **的欠定盲信号分离算法**[J]. **计算机应用研究**, 2011, 28(5):1843-1845.）

[12] Naini F M, Mohimani G H, Babaie-Zadeh M, et al. Estimating the mixing matrix in sparse component analysis(SCA) based on partial *k*-dimensional subspace clustering [J]. *Neurocomputing*, 2008, 71:2330-2343.

[13] Zhang Y, Fang Y. Underdetermined blind separation based on plane clustering potential function[J]. *High Technology Letters*, 2010, 8:810-815.（**张烨，方勇. 基于平面聚类势函数法的欠定混合信号盲分离**[J]. **高技术通讯**,2010, 8:810-815.）

[14] Chen Y Q, Wang H X. A robust method for mixing matrix estimation in blind source separation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(9): 2039-2044.（**陈永强，王宏霞. 一种强鲁棒性的盲分离混合矩阵估计方法**[J]. **电子与信息学报**,2012,34(9):2039-2044.）

[15] Dong T B, Lei Y K, Yang J S. An algorithm for underdetermined mixing matrix estimation[J]. *Neurocomputing*, 2008, 104:26-34.

作者简介：

付卫红(1979-)，**女，副教授，博士研究生，主要研究方向为宽带无线通信、通信信号处理。**
E-mail: whfu@mail.xidian.edu.cn

李爱丽(1989-)，**通信作者，女，硕士，主要研究方向为欠定盲源分离。**
E-mail: 1211817343@qq.com

马丽芬(1989-)，**女，硕士，主要研究方向为跳频信号欠定盲分离。**
E-mail: 470631920@qq.com

黄　坤(1988-)，**男，硕士，主要研究方向为多用户检测、通信信号处理。**
E-mail: huangkun0824@qq.com

严　新(1988-)，**男，硕士，主要研究方向为欠定盲源分离。**
E-mail: 451698985@qq.com