

盲信号分离模型的混叠矩阵估计算法

傅予力 谢胜利 何昭水

(华南理工大学 电子与信息学院, 广东 广州 510640)

摘要: 针对传统盲信号分离方法通过估计分离矩阵实现盲信号分离难以同时适应适定、欠定和过定模型的问题, 给出了一种新的方法, 直接估计混叠矩阵实现盲分离. 首先给出估计混叠矩阵的梯度学习公式, 并分析了该梯度算法对适定模型的有效性, 然后将它推广到过定混叠和欠定混叠模型, 从而得到了一种适用于各种盲信号分离模型的混叠矩阵估计算法. 仿真例子检验了所提出的算法在适定情形下与原有算法有类似的特性, 而又可以同时适应过定和欠定模型.

关 键 词: 盲信号分离; 自然梯度; 欠定混叠; 过定混叠; 适定混叠

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-4512(2007)09-0094-04

An estimate algorithm of the mixing matrix in blind source separation models

Fu Yuli Xie Shengli He Zhaoshui

(School of Electronics and Information Engineering, South China
University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: Typically, blind source separation (BSS) is achieved by estimating the demixing matrix of a model. This method cannot suit the cases of well posed, underdetermined and over determined models. To avoid the disadvantage of typical method, a new method via estimating the mixing matrix is proposed. At first, a uniform gradient based learning algorithm is given. The performance of the algorithm is discussed for the well posed models. Then, the algorithm is extended to over determined and underdetermined models. Finally, we obtained an algorithm that can be used to the three kinds of BSS models. Simulations illustrate that the proposed algorithm has similar performance as the typical algorithm for well posed models, and suits over determined/ underdetermined models as well.

Key words: blind source separation(BSS); natural gradient; underdetermined mixture; over determined mixture; well posed mixture

盲信号分离(BSS)(以下简称盲分离)有着极其广泛的应用领域和许多潜在的用途. 盲分离数学模型为

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s}; \tag{1}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x}, \tag{2}$$

式中: $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ 为混叠信号向量; $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为混叠矩阵; $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_n)^T$ 为源信号向量. 若 $m = n$, \mathbf{A} 可逆, 则混叠模型(1)是适定的; 若 $m < n$, 则称混叠模型(1)是欠定的或者病态的; 若 $m > n$, 则称混叠模型(1)是过定的. 盲分离的目的是在相差一个尺度因子和排序因子的意

收稿日期: 2006 07 28.

作者简介: 傅予力(1959), 男, 副教授; 广州, 华南理工大学电子与信息学院(510640).

E-mail: y. l. fu@163.com

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60674033); 国家杰出青年自然科学基金资助项目(60325310); 广东省自然科学基金团队研究项目(04205783); 广东省自然科学基金资助项目(05103553; 05006508); 科技部重大基础前期研究专项(2005CCA04100).

义上, 仅仅通过混叠信号估计出源信号.

已有的许多盲分离方法都要求混叠信号数目不少于源信号数目, 通过求解分离矩阵 W , 由分离模型估计源信号^[1~3], 可以采用自然梯度算法求解分离矩阵 $W^{[4]}$. 如果混叠矩阵 A 是奇异的, 或者源信号数目多于观测信号数目, 那么采用传统方法进行盲分离比较困难. 通过直接辨识混叠矩阵 A , 由模型 (1) 直接进行盲分离, 这类方法可以得到较好的结果. 在适当的假设下, 这种盲分离方法具有实现欠定混叠盲分离的能力^[5, 6].

本文中假设: (A1) 源信号向量 s 的 n 个组成成分 s_1, s_2, \dots, s_n 之间相互独立; (A2) $A_{n, 2}, \dots, A_{n, m} = [a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nm}]$ 都可逆. 源信号若充分稀疏, 则有可能实现欠定混叠盲分离^[6~9].

本文首先给出对于适定混叠盲分离的估计混叠矩阵的算法, 然后将其推广到欠定混叠盲分离和过定混叠盲分离都适用的迭代学习公式.

1 最大似然盲分离方法

采用最大似然方法, 可得混叠信号 x_1, x_2, \dots, x_m 的对数似然函数

$$L = \ln P(\mathbf{x}) = \ln P(x_1, x_2, \dots, x_m). \quad (3)$$

后向盲分离归结为求解如下优化问题:

$$\begin{aligned} \max_W L &= \max_W (\ln P(\mathbf{x})), \\ \text{s. t. } W\mathbf{x} &= \mathbf{s}. \end{aligned} \quad (4)$$

对于上述问题, 文献[8]采用自然梯度算法估计 W , 给出 L 关于 W 的自然梯度如下:

$$\Delta W = \frac{\partial L}{\partial W} \cdot W^T W = [I_{n \times n} + \varphi(s) \cdot s^T] \cdot W,$$

式中 W 的更新公式为 $W_{k+1} = W_k + \mu \Delta W_k$; $\varphi(s) = (\varphi(s_1), \varphi(s_2), \dots, \varphi(s_n))^T$, $\varphi(s_i) = \partial \ln P(s_i) / \partial s_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

通过一些矩阵分析的运算推导可得到准确的自然梯度, 进而有效实现盲分离. 本文的关键在于求解混叠矩阵 A . 采用最大似然准则, 算法归结为求解如下优化问题:

$$\begin{aligned} \max_A L &= \max_A (\ln P(\mathbf{x})), \\ \text{s. t. } A\mathbf{s} &= \mathbf{x}. \end{aligned} \quad (5)$$

2 盲分离迭代学习公式及其证明

2.1 适定情形

对于优化问题 (5), 可得如下定理.

定理 1 若 $m = n$, A 可逆, 则目标函数 L 关

于 A 的常规梯度为

$$\nabla A = \frac{\partial L}{\partial A} = -A^{-T} \cdot (I + \varphi(s) \cdot s^T),$$

式中 $A^{-T} = (A^T)^{-1}$.

证明 A 可逆, 设其逆为 W , 即 $W = A^{-1}$. 将 W 代入式 (5), 可得关于 W 的优化问题 (4). 因为 $W\mathbf{x} = \mathbf{s}$, 所以由概率论可知

$$P(\mathbf{x}) = |\det(W)| \cdot P(\mathbf{s}), \quad (6)$$

式中 $P(\mathbf{s}) = P(s_1, s_2, \dots, s_n)$, 由文献[5]最大似然方法可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\mathbf{x})}{\partial W} &= \frac{\partial \ln(|\det(W)| \cdot P(\mathbf{s}))}{\partial W} = \\ &= \frac{\partial \ln(|\det(W)|)}{\partial W} + \frac{\partial \ln(P(\mathbf{s}))}{\partial W} = (W^T)^{-1} + \end{aligned}$$

$$\varphi(s) \cdot \mathbf{x}^T = [I_{n \times n} + \varphi(s) \cdot s^T] \cdot W^{-T}, \quad (7)$$

式中: $\varphi(s(t)) = (\varphi(s_1), \varphi(s_2), \dots, \varphi(s_n))^T$, $\varphi(s_i) = \partial \ln P(s_i) / \partial s_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

从而由式 (7) 可得

$$\partial L / \partial W = [I_{n \times n} + \varphi(s) \cdot s^T] \cdot W^{-T}. \quad (8)$$

由式 (8) 和矩阵分析推导可得

$$\begin{aligned} \partial L / \partial A &= -A^{-T} (\partial L / \partial W) A^{-T} = \\ &= -A^{-T} [(W^T)^{-1} + \varphi(s) \cdot \mathbf{x}^T] A^{-T} = \\ &= -A^{-T} [I_{n \times n} + \varphi(s) \cdot s^T]. \end{aligned}$$

由定理 1, 有如下推论:

推论 1 若 $m = n$, A 可逆, 则对于优化问题 (5), 可得目标函数 L 关于 A 的如下自然梯度

$$\Delta A = A A^T \cdot \nabla A = -A [I_{n \times n} + \varphi(s) \cdot s^T]. \quad (9)$$

于是对于混叠矩阵 A 可逆且 $m = n$ 的情形, 可得估计混叠矩阵 A 的迭代学习公式:

$$\begin{cases} A = A + \mu \Delta A, \\ \Delta A = -A [I_{n \times n} + \varphi(s) \cdot s^T], \end{cases} \quad (10)$$

式中 $\mu > 0$ 为学习步长.

2.2 欠定情形

考虑上述迭代, 由于自然梯度式 (9) 中并没有显性包含观测信号 x , 这使得自然梯度推广到过定混叠情形和欠定混叠情形成为可能. 将式 (9) 写成行向量形式可得

$$\Delta a_i^T = -a_i^T [I_{n \times n} + \varphi(s) \cdot s^T] \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

式中 $\Delta A = [\Delta a_1, \Delta a_2, \dots, \Delta a_n]^T$. 由此得推论 2.

推论 2 对于 $m < n$, $\text{rank}(A) = m$ 的欠定混叠盲分离模型, 可采用式 (10) 求解优化问题 (5), 其证明方法类似于前面的推论 1, 于是得出了与文献[8~10]一致的结果.

2.3 过定情形

将迭代学习公式 (10) 推广到过定混叠情形,

推论 3 如果 $m > n$, $\text{rank}(A) = n$, 这时混叠矩阵 A 为高度大于宽度的高长方形矩阵, 对于优化问题(5), 估计 A 的迭代学习公式仍然可表示为式(10). 其证明与前面类似.

综合推论 1 至推论 3 可知, 不论对适定混叠盲分离、过定混叠盲分离还是欠定混叠盲分离, 估计混叠矩阵的迭代学习公式(10)都有效.

- 由前面的讨论, 提出盲分离算法如下:
- a 将混叠矩阵 A 随机初始化为 $A^{(0)}$, 设定迭代步长 μ , 令 $k=0$.
 - b. 若混叠信号数目多于源信号数目, 即 $m > n$, 则由
$$\mathbf{s}^{(k)} = ((A^{(k)})^T A^{(k)})^{-1} (A^{(k)})^T \mathbf{x}$$
估计源信号; 若 $m = n$, 混叠信号数目与源信号数目相等, A 可逆, 则源信号的估计为 $\mathbf{s}^{(k)} = (A^{(k)})^{-1} \mathbf{x}$; 若 $m < n$, 混叠信号数目少于源信号数目, 并且源信号比较稀疏, 则采用文献[6]最短路径法或者最大后验概率方法估计源信号 $\mathbf{s}^{(k)}$.
 - c. 将 $\mathbf{s}^{(k)}(t)$ 代入 $\Delta A^{(k)} = -A^{(k)} [I_{n \times n} + \varphi(\mathbf{s}^{(k)}) \cdot (\mathbf{s}^{(k)})^T]$, 估计 $\Delta A^{(k)}$.
 - d. 由 $A_{k+1} = A_k + \mu \Delta A_k$ 更新混叠矩阵.
 - e. 若迭代收敛, 则迭代停止, 转 f; 否则令 $k = k+1$, 转 b.
 - f. 输出源信号的估计 $\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^{(k)}$.

3 仿真分析

为了验证本文理论和算法, 这里进行盲分离仿真试验. 以下仿真中用到的三个源信号皆为语音信号, 来自 <http://eleceng.ucd.ie/~srickard/bss.html>, 都具有超高斯性, 峭度分别为 16.979 2, 29.033 8和8.558 6. 三个信号波形如图 1 所示.

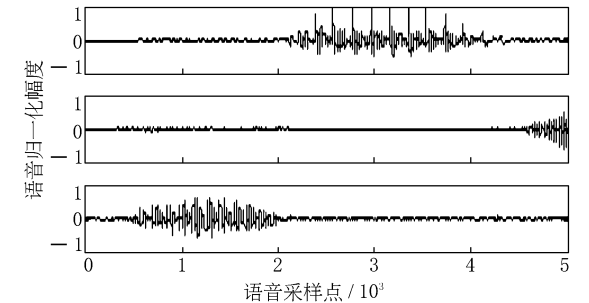


图 1 三个语音信号波形

在以下仿真过程中, 式(5)和式(6)中的非线性函数全部都取符号函数 $\varphi(s) = \text{sign}(s)$. 检验分离信号与对应的源信号之间的信干比, 由信干比衡量分离信号的精度, 信干比定义如下:

$$R_{\text{SIR}}(\hat{\mathbf{s}}|\mathbf{s}) = -10\ln(\|\hat{\mathbf{s}} - \mathbf{s}\|^2 / \|\mathbf{s}\|^2), \quad (11)$$
式中 $\hat{\mathbf{s}}$ 为 \mathbf{s} 的估计, 考虑到盲分离允许估计信号与对应的源信号之间相差一个非零常数倍, 因此首先通过尺度调整使 $\hat{\mathbf{s}}$ 和 \mathbf{s} 具有相等的能量, 然后再由式(11)计算信干比. 若信干比达到 20 dB 以上, 则估计信号已具有较好的保真度了.

3.1 过定混叠盲分离仿真实验

考虑两个源信号、三个观测信号的盲分离. 混叠矩阵 A 由 MATLAB 命令

$\text{randn}('state', 3); A = \text{randn}(3, 2)$ 生成.

$$A = \begin{bmatrix} 0.9280 & -0.7230 \\ 0.1733 & -0.5744 \\ -0.6916 & -0.3077 \end{bmatrix}.$$

采用 MATLAB 命令 $A = \text{randn}(3, 2)$, 将混叠矩阵 A 初始化为

$$A^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.8644 & 0.8735 \\ 0.0942 & -0.4380 \\ -0.8519 & -0.4297 \end{bmatrix},$$

迭代步长 $\mu = 0.1$, 经过约 200 次迭代, 算法收敛, 分离信号与对应的源信号之间的信干比分别为 134.820 5 dB 和 107.872 8 dB. 混叠矩阵的估计

$$A = \begin{bmatrix} 0.0581 & -0.0163 \\ 0.0109 & -0.0129 \\ -0.0432 & -0.0070 \end{bmatrix}.$$

3.2 稀疏信号欠定混叠盲分离仿真实验

考虑三个源信号、两个混叠信号的欠定盲分离. 源信号如图 1 所示, 混叠矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\pi/12) & \cos(5\pi/12) & \cos(9\pi/12) \\ \sin(\pi/12) & \sin(5\pi/12) & \sin(9\pi/12) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9659 & 0.2588 & -0.7071 \\ 0.2588 & 0.9659 & 0.7071 \end{bmatrix},$$

采用 Matlab 命令 $A = \text{randn}(2, 3)$, 将混叠矩阵 A 初始化为

$$A^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.8644 & -0.8519 & -0.4380 \\ 0.0942 & 0.8735 & -0.4297 \end{bmatrix},$$

迭代步长 $\mu = 0.1$, 经过约 33 次迭代, 算法收敛, 分离信号与对应的源信号之间的信干比分别为 41.232 4 dB, 24.001 3 dB 和 40.042 7 dB. 混叠矩阵的估计

$$A = \begin{bmatrix} 0.1129 & -0.0779 & -0.0136 \\ 0.0283 & 0.0723 & -0.0546 \end{bmatrix}.$$

参 考 文 献

[1] Bell A J, Sejnowski T J. An information maximization approach to blind separation and blind deconvolution

1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

- [] . Neural Computation, 1995, 7(8): 1 129 1 159.
- [2] Cardoso J F, Laheld B H. Equivariant adaptive source separation[J] . IEEE Trans Signal Processing, 1996, 44(12): 3 017 3 030.
- [3] Comon P. Independent component analysis a new concept? [J] . Signal Processing, 1994, 36(1): 287 314.
- [4] Bofill P, Zibulevsky M. Underdetermined source separation using sparse representations[J] . Signal processing, 2001, 81(7): 2 353 2 362.
- [5] Lee T W, Girolami M, Sejnowski T J. Independent component analysis using an extended infomax algorithm for mixed subgaussian and supergaussian sources [J] . Neural Computation, 1999, 11(2): 417 441.
- [6] Li Y Q, Cichocki A, Amari S. Analysis of sparse representation and blind source separation[J] . Neural Computation, 2004, 16(4): 1 193 1 234.
- [7] Girolami M. A variational method for learning sparse and overcomplete representation[J] . Neural Computation, 2001, 13(11): 2 517 2 532.
- [8] Lee T W, Lewicki M S. Blind source separation of more sources than mixtures using overcomplete representations [J] . IEEE Signal Processing Letters, 1999, 6(4), 87 90.
- [9] Lewicki M S, Sejnowski T J. Learning overcomplete representations [J] . Neural Computation, 2000, 12(1): 337 365.
- [10] Parra L, Spence C. Convolutional blind separation of nonstationary sources [J] . IEEE Trans Speech Audio Processing, 2000, 8(1): 320 327.

(上接第 90 页)

- [4] Choi H o Lim, Lim Jong Tae. Global exponential stabilization of a class of nonlinear systems by output feedback[J] . IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(2): 255 257.
- [5] Florchinger P. Lyapunov like techniques for stochastic stability[J] . SIAM J Contr Optim, 1995, 33: 1 154 1 169.
- [6] Sontag E D. A ‘ universal’ construction of Artstein’s theorem on nonlinear stabilization[J] . Syst Contr Lett, 1989, 13: 117 123.
- [7] Pan Z, Basar T. Backstepping controller design for nonlinear stochastic systems under a risk sensitive cost criterion[J] . SIAM J Contr Optim, 1999, 37: 957 995.
- [8] Deng Hua, Krstic Miroslav. Output feedback stochastic nonlinear stabilization[J] . IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(2): 328 333.
- [9] 王 俊, 奚宏生, 季海波. 具有不确定 Wiener 噪声随机非线性系统自适应逆最优控制[J] . 自动化学报, 2004, 30(6): 824 831.
- [10] 刘允刚, 张纪峰. 随机非线性系统最小阶状态观测器及输出反馈镇定控制设计[J] . 中国科学: 信息科学, 2004, E34(4): 416 432.
- [11] Khas’minskii R Z. Stochastic stability of differential equations[M] . Rockville: S & N, 1980.