

# 稀疏分量分析在欠定盲源分离问题中的研究进展及应用

邱天爽 毕晓辉

(大连理工大学电子与信息工程学院, 大连 116024)

**摘 要:** 伴随着国内外对盲源分离问题研究的日益深入, 在独立分量分析等经典算法之外逐步发展出了许多新的算法。稀疏分量分析就是其中有效的方法之一, 它利用信号的稀疏分解, 克服了独立分量分析非欠定性的要求, 解决了欠定情况下的盲源分离问题。本文将以稀疏分量分析为主要对象, 归纳总结了近期的研究进展。

**关键词:** 盲源分离; 稀疏分量分析; 欠定; 稀疏分解

## Sparse Component Analysis and Application for Underdetermined Blind Source Separation

QIU Tian-shuang BI Xiao-hui

(School of Electronic and Information Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, 116024)

**Abstract:** With the development of blind source separation (BSS), various algorithms have been proposed except the classic algorithms such as independent component analysis (ICA). Sparse component analysis (SCA) based on sparse representation is one of the newly developed algorithms. SCA solves the problem of underdetermined BSS that ICA doesn't solve. This paper presents a survey and review focusing on the study and development of SCA.

**Key words:** blind source separation; sparse component analysis; underdetermined; sparse representation

### 1 引言

近年来, 盲源分离 (BSS) 已成为信号处理学界和神经网络学界共同感兴趣的研究热点领域, 并获得了迅速的发展<sup>[1]</sup>。独立分量分析 (ICA) 是盲源分离技术的经典算法之一, 其原理如图 1 所示。

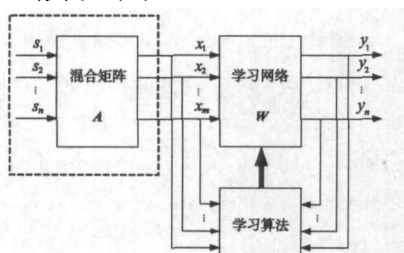


图 1 ICA 原理图

该方法便可以在混合矩阵  $A$  和源信号  $s(t)$  未知的情况下, 只根据观测数据向量  $x(t)$  确定分离矩阵  $W$ , 使得变换后的输出  $y(t)$  是源信号向量  $s(t)$  的估计。数学表达式为:

$$x(t) = As(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Wx(t) \quad (2)$$

其中, 相互独立的  $n$  维源信号  $s(t)$  经过  $m \times n$  维混合矩阵  $A$  线性混合后得到  $m$  维观测信号  $x(t)$ 。在满足  $m \geq n$  且  $s(t)$  中至多含有一个高斯过程的条件下, 通过

但是 ICA 及许多扩展算法都是基于观测信号的数目大于等于源信号数目 ( $m \geq n$ ) 这一主要假设条件的, 即要求 (1) 式为非欠定方程。一方面这与分离的“盲”性是冲突的, 另一方面, 在许多实际问题中该条件也是很难满足的。因此研究欠定情况下的盲源分离就更具普遍性了。稀疏分量分析就是其中有效的方法之一。本文将集中对该方法进行介绍, 归纳总结该方面近期的研究进展。

### 2 信号的稀疏分解

信号分解是信号处理的基本方法之一。但是在大多数分解中, 信号往往是被投影到以一组基函数族为坐标轴的方向上, 例如傅氏级数分解利用正弦函数族。但在许多情况下用单一的函数族分解信号未必能最有效地表现信号内部的实际结构, 而联合多种基函数族可以更有效的表征信号<sup>[2]</sup>。稀疏分解或稀疏编码, 就是利用了这种思想, 其数学表述如下:

设  $s = [s_1, s_2, \dots, s_M]^T$  是信号  $s$  各采样值构成的  $M \times 1$  矢量, 再设基本函数族中共有  $N$  个原子  $a_i, i = 1, \dots, N$  也是  $M \times 1$  矢量, 组成  $M \times N$  矩阵  $A = [a_1, a_2, \dots, a_N]$ , 其中  $\|a_i\|_2 = 1$ ,

收稿日期: 2007 年 3 月 30 日; 修回日期: 2007 年 6 月 18 日

国家自然科学基金资助项目 (30570475, 60372081), 教育部博士点基金资助项目 (20050141025)

互相可以不是正交的,并且可以从属于不同的基函数族。现要把信号  $\mathbf{s}$  表示成  $\mathbf{a}_i$  的线性组合,组合权重分别为  $w_1, w_2, \dots, w_N$ , 把它们组成  $N \times 1$  矢量  $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$ 。于是分解可以记作:

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{w} \quad (3)$$

在过完备即  $N > M$  的条件下,分解显然没有唯一解。稀疏分解的任务就是从基函数族中选择尽可能少的原子来表征信号。所谓“稀疏”就是  $\mathbf{w}$  中的非零元素最少。

稀疏分解引起了许多领域研究者的广泛的关注。1998年,Chen等利用基追踪方法实现了信号的稀疏分解<sup>[3]</sup>。2001年,Olshausen等提出了利用小波塔式结构对图像稀疏编码的方法<sup>[4]</sup>,虽然该算法比较简单,但是它比较耗时,算法的收敛性还有待进一步的讨论。2003年,Delgado等提出了几种基于欠定系统局灶解法(FOCUSS)的改进算法,在信源和信道未知的情况下解决了欠定系统线性求逆问题,但是得到的往往是局部最优解<sup>[5]</sup>;Donoho和Elad利用  $l^1$  范数最小实现了在一般(非正交)基函数族(dictionary)中的信号的最优稀疏分解<sup>[6]</sup>。2004年,Li等在假设源信号符合拉普拉斯分布的前提下,对利用线性规划法实现稀疏分解做了总结和分析<sup>[7]</sup>。2006年,尹忠科等利用FFT实现了基于MP算法的信号稀疏分解<sup>[8]</sup>,并成功的应用于图像压缩<sup>[9]</sup>;Asari等分析总结了稀疏分解在鸡尾酒会问题中的应用<sup>[10]</sup>,Elad和Aharon把稀疏分解与K-SVD法结合,提出了图像降噪的新方法<sup>[11]</sup>;Theis等在多通道表皮肌电信号分析中引入了稀疏分解,取得了比较满意的结果<sup>[12]</sup>。稀疏分解一个非常重要的应用就是解决欠定情况下盲源分离的难题。相对于独立分量分析这样的经典的盲源分离算法,通常把这种方法称为稀疏分量分析(SCA)。

### 3 稀疏分量分析

利用SCA来解决欠定情况下BSS问题的研究在最近几年逐步发展起来。1999年至2001年,许多算法陆续提出:文献[13],[14]利用极大后验概率法或极大似然法估计混合矩阵和源信号,但是这些算法往往陷入局部最小,收敛性得不到保证。文献[15]提出了期望最大算法实现稀疏分解,也可以应用到欠定的BSS问题中。文献[16]提出了先聚类再利用  $l^1$  范数优化的两步算法,分别估计混合矩阵和源信号,并用短时傅氏变换改善了时域信号不够稀疏的情况。2003年,Theis等人提出了线性几何ICA概念,详细阐述了具体的原理和算法<sup>[17]</sup>,并于2004年结合[16]中两步法思想,利用该算法和最短路径法成功估计出了混合矩阵和源信号<sup>[18]</sup>。2004年,Li等对[16]提出的方法进行了系统的分析,利用K均值聚类估计混合矩阵,并讨论了利用  $l^1$  范数和  $l^0$  范数的等价性,指出  $l^1$  范数在加性噪声情况下更具有韧性,进而利用小波包变换解决了信号稀疏度不够的问题<sup>[7]</sup>。Yilmazd等利用

时频变换实现了语音信号的盲分离,阐述了DUET法及其具体实现步骤,给出了6路语音源信号,2路混合信号情况下的实验结果,并对算法的性能作了详细的对比分析<sup>[19]</sup>。2005年,Georgiev等明确了SCA在欠定BSS中的应用<sup>[20]</sup>。2006年,徐尚志等利用信号间的独立性提取源信号的频谱,进而实现欠定条件下的盲分离<sup>[21]</sup>。Li等对两步法进行了更深入的研究,在DUET和TIFROM法的基础上提出了估计混合矩阵的新方法,并进一步讨论了文献[7]提出的利用线性规划算法得到的源信号估计与实际的源信号是否相符的条件问题<sup>[22]</sup>。2007年,Theis等又提出了一种基于广义Hough变换的更具韧性的SCA算法<sup>[23]</sup>。

下面介绍一下SCA在BSS中应用的理论基础。

对比式(1)和式(3),把盲源分离模型中混合矩阵的每一列对应稀疏分解基函数族的一个原子,源信号对应分解的组合权重,这样就把两个数学模型统一起来,即可以利用稀疏分解算法求解盲源分离问题。由于稀疏分解得到的权重系数  $\mathbf{w}$  是稀疏的,因而也就相应的要求BSS的源信号  $\mathbf{s}(t)$  必须是稀疏信号。所谓稀疏信号就是指信号中非零值的采样点数目较少,可以用“稀疏度”来衡量<sup>[2][7]</sup>。但是我们注意到,稀疏分解要求基函数族是已知的,而BSS中混合矩阵却是未知的,因此大多数算法都分成两步完成,即首先估计出混合矩阵,然后再利用稀疏分解估计源信号。虽然可以把这个问题转化成典型的线性规划问题来求解<sup>[2]</sup>,但是步骤比较繁琐。下面对两步法作详细介绍。

#### 3.1 估计混合矩阵

通常采用聚类法来估计混合矩阵,该方法利用了源信号必须是稀疏的前提条件。假设有三个稀疏的源信号  $s_1, s_2, s_3$ , 经过一个  $2 \times 3$  矩阵混合后得到两路混合信号,如(4)式所示:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

由于源信号的稀疏性,所以在某一个时刻  $t$ ,可能只有源信号  $s_1$  出现于混合信号中,此时关系式就简化为式(5):

$$x_1(t) = a_{11}s_1(t), \quad x_2(t) = a_{21}s_1(t) \quad (5)$$

显然,此时混合信号在散点图上将聚集在斜率为  $a_{11}/a_{21}$  的直线上。同理,只有  $s_2(s_3)$  出现时,散点图将聚集在斜率为  $a_{12}/a_{22}(a_{13}/a_{23})$  的直线上。图2给出了一个具体混合信号的散点图,源信号是稀疏度(非零样本点数目与样本点总数之比)为10%的随机信号,长度为300点。图3是3路语音信号混合后得到的2路观测信号的散点图,语音信号的采样频率为8kHz,每路样本点数为10000。可以看出,满足一定稀疏度要求的源信号和实际的语音信号,聚类中心都是非常明显的。理论上,源信号满足拉普拉斯分布时,稀疏性可以满

足算法要求。我们的任务就是如何准确地估计出这些聚类中心,它们的坐标值对应的便是混合矩阵的列矢量。

2001年,Bofill等提出了与统计直方图法和图像分析中特征提取相似的基于势函数的聚类算法<sup>[16]</sup>,可以比较准确地估计聚类中心坐标。2004年,Theis等利用线性几何ICA估计聚类中心,其核心是采用了一种类似自组织神经网络中竞争学习算法的迭代算法<sup>[18]</sup>。2006年,Li等在DUET和TI-FROM法的基础上提出了估计混合矩阵的新方法,降低了对源信号稀疏性的要求<sup>[22]</sup>。但应用比较广泛的是K均值聚类或模糊C均值聚类经典算法,因为这些算法相对比较成熟,而且容易实现。鉴于篇幅关系,本文对算法的详细内容不作解释,只在第4部分给出仿真结果。

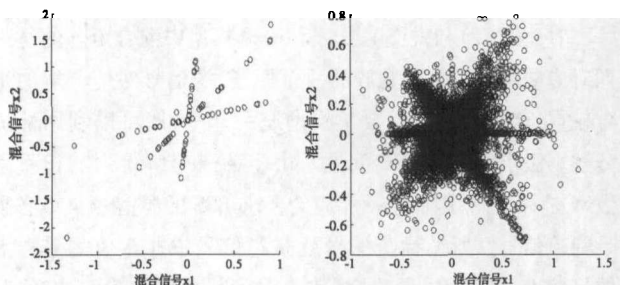


图2 两路混合信号  $x_1, x_2$  的散点图 图3 两路语音混合信号的散点图

### 3.2 已知混合矩阵估计源信号

在第一步估计得到了混合矩阵之后,问题就变成求解欠定方程的问题。其中保证解的二范数最小的Moor-Penrose伪逆法应用最为广泛,因为这种算法计算简单,不需要其它信息。但是解的能量比较分散,分辨率较低,因此当信号在时、频域比较集中时,结果往往不够理想。FOCUSS算法采用了“扶强抑弱”的策略,利用后验知识来迭代加权,使解的能量逐步集中。在此基础上,Rao和Delgado引入了似 $p$ 范数代价函数,对FOCUSS算法作了推广。但是利用后验知识估计一个共同的弱点就是需要良好的初始化,否则结果可能产生偏差。另外,Moor-Penrose伪逆法和FOCUSS法都是基于二范数最小的,不能准确反映对解稀疏性的要求。因此,普遍采用是最短路径法<sup>[2][16][18]</sup>。

从上述分析可知,由于系统是欠定的,分解不唯一,因此引入条件,要求解的 $l^1$ 范数最小,即:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mathbf{a}_i s_i(t), \text{ 且 } \sum_{i=1}^N |s_i(t)| = \min \quad (6)$$

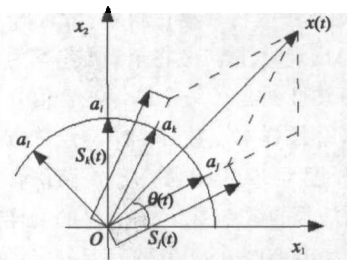


图4 最短路径法示意图

混合信号  $\mathbf{x}(t)$  是各矢量  $\mathbf{a}_i s_i(t)$  的和,  $i=1, \dots, N$ ,  $\mathbf{a}_i$  是矢量方向(混合矩阵的列矢量),  $s_i(t)$  是其长度。在全部的可能解中,路径(矢量长度之和)最短的就是所求解。以只有两路混合信号的情况为例说明寻找最短路径的方法,即  $\mathbf{x}(t)$

$= [x_1(t), x_2(t)]^T$ , 如图4所示。

1) 在某一时刻  $t$  计算混合信号  $\mathbf{x}(t)$  的矢量方向  $\theta(t) = \arctan \frac{x_2(t)}{x_1(t)}$ 。

2) 在  $\mathbf{a}_i (i=1, \dots, N)$  中选择  $\theta(t)$  两侧最接近  $\theta(t)$  的两个矢量作为基矢量,如图4中的  $\mathbf{a}_j$  和  $\mathbf{a}_k$ 。

3) 以选定的  $\mathbf{a}_j$  和  $\mathbf{a}_k$  基矢量为方向作平行四边形,分解矢量  $\mathbf{x}(t)$ ,从而确定矢量长度  $s_j(t)$  和  $s_k(t)$ 。即:  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}_j s_j(t) + \mathbf{a}_k s_k(t) = [\mathbf{a}_j, \mathbf{a}_k] [s_j(t), s_k(t)]^T$ , 且  $|s_j(t)| + |s_k(t)|$  为最小,从而把  $t$  时刻的混合信号分解成只含有两个信源的稀疏组合,进而可以得到式(7):

$$s_i(t) = \begin{cases} ([\mathbf{a}_j, \mathbf{a}_k]^{-1} \mathbf{x}(t))_j, & i=j \\ ([\mathbf{a}_j, \mathbf{a}_k]^{-1} \mathbf{x}(t))_k, & i=k \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (7)$$

4) 对所有的  $t$  进行以上操作,便把混合信号分解成稀疏信源的组合。

## 4 实验仿真

### 4.1 数据预处理和误差衡量标准

对数据进行预处理一方面是为了减少噪声的影响,一方面是为了方便计算,主要步骤如下:

首先,将混合信号各列数据归一化,即  $\hat{x}_i(t) = \frac{x_i(t)}{\|\mathbf{x}(t)\|_2}$ ,  $i=1, \dots, M, t=1, \dots, T$ 。其中,  $M$  为混合信号数目,  $T$  为样本点总数。归一化之前去除  $\|\mathbf{x}(t)\|_2$  较小的点,因为它们可能是噪声。然后,把  $\hat{x}_i(t)$  取绝对值后映射到  $M$  维空间,将落到半径为1的  $M$  维超半球上,并在球面上聚集成若干团。从图2和图3可以看出每个聚类中心都有互补的两个方向,经过这一步预处理后可以保证聚类方向唯一,简化计算。

为了比较混合矩阵  $A$  和第一步算法得到的估计矩阵  $B$ ,文献[18]提出了一种误差衡量标准,称之为广义串扰误差(generalized cross-talking error)。定义式如下:

$$Err1(A, B) = \min_{\Pi \in \Pi} \|A - B\Pi\| \quad (8)$$

其中,  $\Pi$  为  $n \times n$  维可逆阵的集合,且每一列只有一个非零元素。当且仅当  $A$  和  $B$  为等效矩阵时,  $Err1(A, B) = 0$ 。如果矩阵  $A$  可以表示成矩阵  $B$  与一个尺度矩阵和置换矩阵的乘积,则  $A$  和  $B$  为等效矩阵。其实  $\Pi$  就相当于尺度矩阵和置换矩阵乘积的集合。

类似地,为了描述第二步算法恢复的信号与源信号之间的关系,利用(9)式作为一个度量。

$$Err2(C) = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^n \frac{|c_{ij}|}{\max_k |c_{ik}|} - 1 \right) + \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^n \frac{|c_{ij}|}{\max_k |c_{jk}|} - 1 \right) \quad (9)$$

其中,  $C$  为恢复信号与源信号的相关矩阵。当且仅当  $C \in \Pi$  时  $Err2(C) = 0$ 。具体证明请参考文献[18]。

4.2 仿真结果

实验 1:利用与参考文献[13]相同的混合矩阵  $A$  和语音信号,其采样频率为 8kHz,每路样本点数为 10000 点。采用模糊  $C$  均值聚类、 $K$  均值聚类和几何 ICA 算法估计混合矩阵。利用 4.1 介绍的衡量标准,不同方法的结果误差对比如表 1 所示:

表 1 不同方法估计混合矩阵结果比较

| 估计方法        | 误差 $Err1(A, A_{est})$ |
|-------------|-----------------------|
| 模糊 $C$ 均值聚类 | 0.23109               |
| $K$ 均值聚类    | 0.21736               |
| 几何 ICA      | 0.24431               |

从表 1 可以看出,3 种方法的实验结果差异不是很大。其中  $K$  均值聚类的结果略优,具体结果见(10)式。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$
$$A_{est} = \begin{bmatrix} 0.62443 & 0.97949 & 0.62813 \\ -0.72980 & -0.0016022 & 0.73024 \end{bmatrix} \quad (10)$$

另外,利用不同的语音数据和混合矩阵进行了多次实验,不同方法结果的统计误差与表 1 类似。

相对于模糊  $C$  均值聚类、 $K$  均值聚类这两种经典聚类算法,几何 ICA 的优点是适用于源信号为超高斯信号的情况。利用随机产生的高斯信号的 3 次方模拟超高斯信号,经过随机产生的混合矩阵混合,仿真结果误差可以达  $Err1(A, A_{est}) = 0.077863$ ,增加数据的样本点数还可以进一步改善结果,但是计算量也同时增大,影响运算速度。

另外,本文对文献[22]提出的基于 DUET 和 TIFROM 的估计混合矩阵的新方法也进行了仿真。该方法主要利用了区间划分和叠加平均,实际上也是基于统计的观点。按照文献给出的方法构造源信号和选择具体参数,去除  $A_{est}$  的列中可能出现的对  $A$  的列的重复估计,其结果如(11)式所示,但是对于上述的实验数据和混合矩阵,结果不是十分理想。

$$A = \begin{bmatrix} 0.8412 & -0.0298 & -0.0750 & -0.1735 & 0.7240 \\ -0.5025 & 0.8305 & -0.8294 & 0.3621 & 0.4088 \\ 0.1997 & 0.5563 & 0.5536 & 0.9158 & -0.5556 \end{bmatrix}$$
$$A_{est} = \begin{bmatrix} 0.1737 & 0.8409 & 0.7240 & -0.0292 & 0.0747 \\ -0.3627 & -0.5028 & 0.4089 & 0.8303 & 0.8295 \\ -0.9156 & 0.2001 & -0.5556 & 0.5565 & -0.5534 \end{bmatrix}$$
$$Err1(A, A_{est}) = 0.0037721 \quad (11)$$

在后续实验中,我们均采用结果比较好的  $K$  均值聚类来估计混合矩阵。

实验 2:利用  $K$  均值聚类得到混合矩阵后,采用最短路径法、似  $p$  范数法和 FOCUSS 法来估计源信号。表 2 是利用式(9)得到的不同方法的误差对比结果。

表 2 不同方法估计源信号结果比较

| 估计方法                 | 误差 $Err2(C)$ |
|----------------------|--------------|
| FOCUSS               | 2.1512       |
| 似 $p$ 范数法( $p=1$ )   | 2.1288       |
| 似 $p$ 范数法( $p=0.5$ ) | 0.81077      |
| 最短路径法                | 0.33168      |

从表 2 可以看出,最短路径法的结果明显要优于其它方法。实际上当  $p=2$  时似  $p$  范数法和 FOCUSS 法是等价的,虽然随着  $p$  的减小,误差有所减小,但是估计的得到的源信号幅度也随之减小,当  $p=0$  时,算法几乎失效。

由以上两个实验的结果,我们不难看出聚类法和最短路径法应用比较广泛的原因。图 5 给出了利用  $K$  均值聚类和最短路径法的仿真结果。

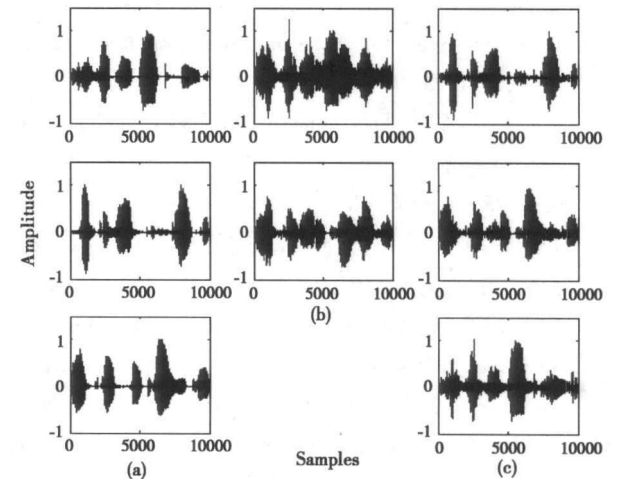


图 5 利用  $K$  均值聚类 + 最短路径法的仿真结果  
(a)3 路语音信号;(b)2 路混合信号;  
(c)算法得到的对源信号的估计

5 结论和展望

稀疏分量分析在欠定情况下盲源分离问题中的应用已经成为一个研究热点,短短几年的时间里就提出了许多新的思想,发展了许多新的算法。在阵列信号处理,生物医学信号处理等领域都有广阔的应用空间。但无论是在理论基础还是在应用算法上稀疏分量分析都不够成熟。例如如何打破稀疏信号源的假设,如何提高对混合矩阵、源信号估计的准确度等等。利用时频变换对源信号进行处理是一种很好的选择,但是它也存在一定的局限性,有待更深入地研究。总之,稀疏分量分析无论是在理论上,还是在应用中,都有着广阔的研究空间。

参考文献

[1] 张贤达, 保铮, 盲信号分离, 电子学报, Dec. 2001, 29 (12A), 1766-1771.  
[2] 杨福生, 洪波, 独立分量分析的原理与应用, 2006, 第一版, 北京, 清华大学出版社.

- [3] S. S. Chen, D. L. Donoho, M. A. Saunders, Atomic decomposition by basis pursuit, *SIAM J. Science Computation*, 1998, 20(1), 33-61.
- [4] B. A. Olshausen, P. Sallee, M. S. Lewicki, Learning sparse image codes using a wavelet pyramid architecture, *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2001, 13, 887-893.
- [5] K. K. Delgado, J. F. Murray, B. D. Rao et al, Dictionary learning algorithms for sparse representation, *Neural Computation*, 2003, 15, 349-396.
- [6] D. L. Donoho, M. Elad, Optimally sparse representation via  $l^1$  minimization. *Processing, National Academy Science*, 2003, 100, 2197-2202.
- [7] Y. Li, A. Cichocki, S. Amari, Analysis of Sparse Representation and Blind Source Separation, *Neural Computation*, 2004, 16, 1193-1234.
- [8] 尹忠科, 邵军, P. Vanderghenst, 利用 FFT 实现基于 MP 的信号稀疏分解, *电子与信息学报*, Apr. 2006, 28(4), 614-618.
- [9] 张跃飞, 姜玉亭, 尹忠科等, 基于稀疏分解的图像压缩, *系统工程与电子技术*, Apr. 2006, 28(4), 513-515.
- [10] H. Asari, B. A. Pearlmutter, A. M. Zador, Sparse Representations for the Cocktail Party Problem, *The Journal of Neuroscience*, July 12, 2006, 26(28), 7477-7490.
- [11] M. Elad, M. Aharon, Image Denoising via Learned Dictionaries and Sparse representation, *IEEE CVPR'06*, 2006, 1, 895-900.
- [12] F. J. Theis, G. A. García, On the use of sparse signal decomposition in the analysis of multi-channel surface electromyograms, *Signal Processing*, 2006, 86(3), 603-623.
- [13] T. W. Lee, M. S. Lewicki, M. Girolami, et al, Blind source separation of more sources than mixtures using overcomplete representations, *IEEE Signal Process, Letter*, Apr. 1999, 6(4), 87-90.
- [14] M. Zibulevsky, B. A. Pearlmutter, Blind Source Separation by Sparse Decomposition, *Neural Computation*, 2001, 13(4), 863-882.
- [15] M. Girolami, A variational method for learning sparse and overcomplete representations, *Neural Computation*, 2001, 13(11), 2517-2532.
- [16] P. Bofill, M. Zibulevsky, Underdetermined blind source separation using sparse representations, *Signal Process*, 2001, 81(11), 2353-2362.
- [17] F. J. Theis, A. Jung, C. G. Puntonet, et al, Linear Geometric ICA: Fundamentals and Algorithms, *Neural Computation*, 2003, 15, 419-439.
- [18] F. J. Theis, E. W. Lang, C. G. Puntonet, A geometric algorithm for overcomplete linear ICA, *Elsevier Neurocomputing*, 2004, 56, 381-398.
- [19] Ö. Yılmaz, S. Rickard, Blind Separation of Speech Mixtures via Time-Frequency Masking, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Jul. 2004, 52(7), 1830-1847.
- [20] P. Georgiev, F. J. Theis, A. Cichocki, Sparse component analysis and blind source separation of underdetermined mixtures, *IEEE Transactions on Neural Network* July 2005, 16(4), 992-996.
- [21] 徐尚志, 苏勇, 叶中付, 欠定条件下的盲分离算法, *数据采集与处理*, Jun. 2006, 21(2), 128-132.
- [22] Y. Li, S. Amari, A. Cichocki et al, Underdetermined Blind Source Separation Based on Sparse Representation, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Feb. 2006, 54(2), 423-437.
- [23] F. J. Theis, P. Georgiev, A. Cichocki, Robust sparse component analysis based on a generalized hough transform, *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2007, Article ID 52105.

#### 作者简介

邱天爽,男,江苏海门人,1995年博士毕业于大连理工大学。现为大连理工大学教授,博士生导师。主要从事信号与信息处理方面的研究和教学工作。在发表论文约100篇,曾获教育部科学技术二等奖等多项科技奖励。