

基于张量正则分解的时频混叠信号欠定盲分离方法

艾小凡, 罗勇江*, 赵国庆

西安电子科技大学 电子信息攻防对抗与仿真技术教育部重点实验室, 西安 710071

摘 要: 针对时频同时混叠条件下的欠定盲源分离(UBSS)问题,提出了一种基于四阶累积量(FO)与张量正则分解相结合的算法。首先构建观测到的混合信号的四阶累积量,并利用高阶累积量的“半不变性”将其表示成四阶张量的形式,然后采用线性搜索迭代最小二乘算法对张量进行分解并获得混合矩阵的估计,最后根据估计出的混合矩阵,采用最小均方误差波束形成器算法,完成源信号的恢复。仿真结果表明该方法的有效性,与已有算法相比提高了信号盲分离的性能。

关键词: 盲源分离; 欠定混合矩阵; 时频混叠; 四阶累积量; 张量正则分解

中图分类号: TN911.7; TN971

文献标识码: A

文章编号: 1000-6893(2015)10-3393-08

盲源分离(Blind Source Separation, BSS)是指在未知源信号和混叠过程的情况下,仅通过传感器收到的观测信号来达到分离源信号的目的。近年来,盲源分离技术已经广泛地应用于语音信号处理、图像处理、雷达、通信及生物医学等各个领域。当观测信号的数量小于源信号数量时,此种情况下的混合信号分离过程称为欠定盲源分离(Under-determined Blind Source Separation, UBSS)^[1]。

解决欠定条件下的盲源分离问题通常采用稀疏分量分析(Sparse Component Analysis, SCA)的“两步法”,即首先利用信号的稀疏性,采用势函数或聚类^[1-4]的方法估计混合矩阵,然后再利用最短路径^[1]等方法恢复源信号,其中混合矩阵的准确估计是盲源分离问题的关键步骤之一。文献[5]提出了一种修改的子空间投影算法用于解决欠定条件下的语音信号分离问题;文献[6]提出了基于时频的非混叠信号的来波方向(DOA)估计和盲分离,这些方法需要源信号满足一定的稀疏

性,因此无法解决时频域混叠信号的欠定盲分离问题。对于时频域混叠的信号,Abrard 和 Deville^[7]提出了基于 TIFROM (Time-Frequency Ratio of Mixtures)的混合矩阵估计方法, Kim 和 Yoo^[8]提出了一种单源检测的混合矩阵估计方法,它们降低了对源信号稀疏性的限制;文献[9]提出了结合压缩感知和 K 均值奇异值分解的稀疏分量方法,但该方法需要训练字典,算法复杂度高,实时性较差;文献[10]提出了一种基于时频分布的欠定盲源分离算法,该算法对于时频支撑域上同时交叠的时频点大于观测信号数目的情况下,自源时频点的提取并不理想。

针对源信号不够稀疏的问题,许多学者还提出了基于累积量的方法来完成盲信号的分离。Ferréol 等^[11]提出了基于四阶累积量的欠定条件下混合矩阵的估计,该方法需要源信号具有不同的三阶谱,且它们的非零峭度符号要一致。de Lathauwer 等^[12]改进了该算法并提出了一种四

收稿日期: 2014-09-22; 退修日期: 2014-10-13; 录用日期: 2014-11-19; 网络出版时间: 2014-11-24 11:29

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/10.7527/S1000-6893.2014.0319.html

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(K5051302018)

* 通讯作者. Tel.: 029-88202274 E-mail: yjluo@mail.xidian.edu.cn

引用格式: Ai X F, Luo Y J, Zhao G Q. Canonical decomposition approach for underdetermined blind separation of non-disjoint sources[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(10): 3393-3400. 艾小凡, 罗勇江, 赵国庆. 基于张量正则分解的时频混叠信号欠定盲分离方法[J]. 航空学报, 2015, 36(10): 3393-3400.

阶累积量的算法。文献[13]提出的基于四阶累积张量的方法需要假设混合矩阵具有非负性,且利用伪逆矩阵恢复时频域混叠信号效果欠佳。

本文提出了一种基于四阶累积量与张量正则分解相结合的算法,用于解决时频同时混叠条件下的欠定盲源分离的混合矩阵估计问题。首先根据欠定盲源分离的数学模型,推导并计算观测信号的四阶累积量;结合高阶累积量的“半不变性”特点,可以将其表示成四阶张量的形式,采用线性搜索迭代最小二乘算法对张量正则分解求得混合矩阵,上述求解的过程中,无需源信号满足稀疏性的条件,因此可以解决时频域混叠条件下的混合矩阵估计问题;最后利用估计出的混合矩阵和最小均方误差波束形成器(Minimum Mean-Squared Error Based Beamforming, MMSE-B)算法,恢复出源信号。本文算法在无须考虑源信号的稀疏性、解决了源信号在时频域混叠的条件下准确估计混合矩阵的问题。

1 信号模型

欠定盲源分离数学模型表达式为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{X}(t)$ 为观测到的 M 个混合信号; $\mathbf{S}(t)$ 为未知的 N 个源信号; $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_N]$ 为 $M \times N$ 维的混合矩阵。

在计算信号的高阶累积量时,白噪声对源信号估计的影响可以忽略。为了估计混合矩阵和恢复源信号,假设混合矩阵和源信号满足以下条件:

1) 混合矩阵 \mathbf{A} 的任意 $M \times M$ 子矩阵是非奇异的^[14],这也是欠定盲源分离的基本条件。

2) 源信号的各分量为零均值且统计独立。

3) 源信号为非高斯信号。

2 四阶累积量

采用四阶矩阵 $\mathbf{Q}_X(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \in \mathbf{R}^{M \times M \times M \times M}$ 来表示观测信号的四阶累积量, $\mathbf{Q}_X(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ 的每一个元素 $Q_X(\tau_1, \tau_2, \tau_3)[i, j, k, l]$, ($1 \leq i, j, k, l \leq M$) 定义为

$$Q_X(\tau_1, \tau_2, \tau_3)[i, j, k, l] = \text{Cum}(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t - \tau_1)^*, \mathbf{x}_k(t - \tau_2)^*, \mathbf{x}_l(t - \tau_3)) \quad (2)$$

式中: $*$ 表示复数共轭; $\mathbf{x}_i(t)$ 为混合信号 $\mathbf{X}(t)$ 的第 i 个混合信号; $\text{Cum}(\cdot)$ 表示 $\mathbf{x}_i(t)$ 的高阶累

积量。

为了简化,令 $\mathbf{Q}_X = \mathbf{Q}_X(0, 0, 0)$, 则有

$$Q_X[i, j, k, l] = \text{Cum}(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t)^*, \mathbf{x}_k(t)^*, \mathbf{x}_l(t)) = \text{Cum}\left(\sum_{n=1}^N a_{i,n} \mathbf{s}_n(t), \sum_{n=1}^N a_{j,n}^* \mathbf{s}_n(t), \sum_{n=1}^N a_{k,n}^* \mathbf{s}_n(t), \sum_{n=1}^N a_{l,n} \mathbf{s}_n(t)\right) \quad (3)$$

式中: $a_{i,n}$ 为混合矩阵 \mathbf{A} 中对应的第 i 行第 n 列的元素; $\mathbf{s}_n(t)$ 为第 n 个源信号。

由于源信号之间是统计独立的,根据高阶累积量的“半不变性”,式(3)可写为

$$Q_X[i, j, k, l] = a_{i,1} a_{j,1}^* a_{k,1}^* a_{l,1} \cdot \text{Cum}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_1^*, \mathbf{s}_1^*, \mathbf{s}_1) + a_{i,2} a_{j,2}^* a_{k,2}^* a_{l,2} \cdot \text{Cum}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_2^*, \mathbf{s}_2^*, \mathbf{s}_2) + \cdots + a_{i,N} a_{j,N}^* a_{k,N}^* a_{l,N} \text{Cum}(\mathbf{s}_N, \mathbf{s}_N^*, \mathbf{s}_N^*, \mathbf{s}_N) \quad (4)$$

令 $k_n = \text{Cum}(\mathbf{s}_n, \mathbf{s}_n^*, \mathbf{s}_n^*, \mathbf{s}_n)$, 称其为源信号的峭度^[10], 则式(4)可以表示为

$$Q_X[i, j, k, l] = \sum_{n=1}^N k_n a_{i,n} a_{j,n}^* a_{k,n}^* a_{l,n} \quad (5)$$

3 基于张量分解的混合矩阵估计

定义 1 如果 P 阶张量 $\mathbf{O} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_P}$ 可以表示为 P 个矢量的外积,即 $\mathbf{O} = \mathbf{u}_1 \circ \mathbf{u}_2 \circ \cdots \circ \mathbf{u}_P$, 则张量 \mathbf{O} 的秩为 1,其中符号 \circ 表示矢量的外积。

定义 2 对张量的正则分解就是把其表示为一组由最少数目秩为 1 的张量的线性组合,即

$$\mathbf{O} = \sum_{k=1}^K \lambda_k \mathbf{u}_1^k \circ \mathbf{u}_2^k \circ \cdots \circ \mathbf{u}_K^k = [\![\boldsymbol{\lambda}; \mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \cdots, \mathbf{U}_K]\!] \quad (6)$$

式中: $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_K]$; $\mathbf{U}_k \in \mathbf{R}^{I_k \times K}$; 最少数目 K 即为张量的秩^[15]。

设四阶张量 $\mathbf{T} \in \mathbf{R}^{M \times M \times M \times M}$, 则张量 \mathbf{T} 的标准分解可以表示为

$$\mathbf{T} = \sum_{r=1}^N \lambda_r \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r \circ \mathbf{d}_r \circ \mathbf{e}_r = [\![\boldsymbol{\lambda}; \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}]\!] \quad (7)$$

式中: N 为正整数; $\mathbf{b}_r, \mathbf{c}_r, \mathbf{d}_r, \mathbf{e}_r \in \mathbf{R}^M$; $\mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E} \in \mathbf{R}^{M \times N}$ 。

张量 \mathbf{T} 中的每一个元素可以表示为

$$T[i, j, k, l] = \sum_{r=1}^N \lambda_r b_{i,r} c_{j,r} d_{k,r} e_{l,r} \quad 1 \leq i, j, k, l \leq M \quad (8)$$

对比式(5)与式(8)可知,混合信号的四阶累积量可以表示成四阶张量的形式,即张量 \mathbf{T} 的分解因子 \mathbf{b}_r 与 \mathbf{e}_r 对应混合矩阵 \mathbf{A} 的列向量, \mathbf{c}_r^* 与 \mathbf{d}_r^* 对应混合矩阵的共轭 \mathbf{A}^* 的列向量, λ_r 为源信号 $s_r(t)$ 的峭度。

根据张量理论可知,如果分解因子仅在幅值和排列顺序上存在不唯一性,则认为张量的分解是唯一的^[15-16]。因此,对张量正则分解后得到的矩阵的列向量存在幅度和位置的模糊性,并不影响其对欠定盲源分离中混合矩阵的估计和源信号的恢复。

根据定义1和式(5)可知,张量 \mathbf{T} 的秩为源信号个数 N ,由文献[15]可知,当四阶张量 \mathbf{T} 满足下述条件时,其分解是唯一的:

$$k_B + k_C + k_D + k_E \geq 2N + 3 \quad (9)$$

式中: k_B, k_C, k_D 和 k_E 分别为 $\mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ 和 \mathbf{E} 的 Krustal 秩(简称 k -秩);根据 $k_B = \min(M, N) = M$ 以及 $k_B = k_C = k_D = k_E$,式(9)可以简化为

$$N \leq (4M - 3)/2 \quad (10)$$

因此当源信号数 N 与观测信号数 M 满足式(10)时,四阶张量的分解是唯一的。

对四阶张量 \mathbf{T} 进行正则分解通常采用迭代最小二乘算法(Alternating Least Squares, ALS)^[15,17-18]进行求解,但其收敛速度很慢,本文采用线性搜索迭代最小二乘算法(Line Search Alternating Least Squares, LS-ALS)对四阶张量进行分解,通过减少迭代次数,提高算法收敛速度。算法步骤如下:

令 $\mathbf{U}_n \in \mathbf{R}^{M \times N}$ ($n = 1, 2, 3, 4$) 分别表示 $\mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ 和 \mathbf{E} ;初始化 \mathbf{U}_n 的值为 \mathbf{U}_n^1 ,且 $\mathbf{U}_n^3 = \mathbf{U}_n^2 = \mathbf{U}_n^1$,迭代次数 $i = 3$;计算残余量 $Y_r = \|\mathbf{T}^{(4)} - (\mathbf{U}_1^i \odot \mathbf{U}_2^i \odot \mathbf{U}_3^i) \cdot (\mathbf{U}_4^i)^T\|_F$,其中 $\|\cdot\|_F$ 表示 F 范数。

1) 线性搜索

$$\textcircled{1} \mathbf{U}_n^i = \mathbf{U}_n^{i-2} - i^{1/3} (\mathbf{U}_n^{i-1} - \mathbf{U}_n^{i-2})。$$

② 计算此时残余量 Y_{ELS}^1 ,如果 $Y_{\text{ELS}}^1 > Y_{\text{ELS}}$,则 $\mathbf{U}_n^i = \mathbf{U}_n^{i-1}$ 。

2) 迭代最小二乘

$$\textcircled{3} \mathbf{V} = (\mathbf{U}_1^i)^T \mathbf{U}_1^i * \cdots * (\mathbf{U}_{n-1}^i)^T \mathbf{U}_{n-1}^i * (\mathbf{U}_n^i)^T \mathbf{U}_n^i * \cdots * (\mathbf{U}_4^i)^T \mathbf{U}_4^i。$$

$$\textcircled{4} \mathbf{U}_n^i = \mathbf{T}^{(n)} (\mathbf{U}_4^i \odot \cdots \odot \mathbf{U}_{n+1}^i \odot \mathbf{U}_{n-1}^i \odot \cdots \odot \mathbf{U}_1^i) \mathbf{V}^{-1}, \text{其中} \odot \text{表示 Khatri-Rao 乘积。}$$

$$\textcircled{5} \text{对 } \mathbf{U}_n^i \text{ 每一列 } \mathbf{u}_r \text{ 进行归一化 } \lambda_r = \|\mathbf{u}_r\|,$$

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_r / \lambda_r, r = 1, 2, \cdots, N。$$

3) 判断截止条件

⑥ 计算新的残余量 Y_r^i ,如果 $|(Y_r^i - Y_r)/Y_r| < \epsilon$ 或 $i = i_{\max}$ 则停止迭代,输出 \mathbf{U}_n ,否则进入步骤⑦。

$$\textcircled{7} Y_r = Y_r^i, i = i + 1, \text{进入步骤} \textcircled{1}。$$

算法中, ϵ 一般取 1.0×10^{-6} , i_{\max} 一般取 1 000, \mathbf{U}_n^i 表示 \mathbf{U}_n 第 i 次迭代时的值, $\mathbf{T}^{(n)}$ 表示对张量按 mode- n 进行展开。对四阶累积量 \mathbf{Q}_X 采用上述算法进行正则分解,输出值 \mathbf{U}_1 即为估计的混合矩阵。该算法在每次迭代过程中的运算复杂度为 $O(4NM^4 + N^2M^3 + 2N^3M^2)$ 。LS-ALS 算法通过判断 \mathbf{G}_n^i 的值调整搜索方向,比 ALS 算法的收敛速度要快。

4 源信号恢复

文献[13]利用估计的混合矩阵求伪逆恢复出源信号,该方法的优点是计算简单,但是求解出的源信号能量比较分散,分辨率较低,当源信号在时频域比较集中时,该方法求解得到的源信号往往不够理想。本文采用 MMSE-B^[19] 的方法恢复源信号,利用估计的混合矩阵实现时频同时混叠条件下的盲信号恢复。

令 $\hat{s}_{t,j}$ ($1 \leq j \leq N$) 为源信号 $s_{t,j}$ ($s_{t,j}$ 为 t 时刻第 j 个源信号的值)的估计值,根据最小均方误差波束形成器原理有:

$$\hat{s}_{t,j} = \mathbf{w}_{t,j}^H \mathbf{x}_t \quad (11)$$

式中: $\mathbf{w}_{t,j} \in \mathbf{R}^{M \times 1}$ 为使得 $E(|s_{t,j} - \hat{s}_{t,j}|^2)$ 值为最小时的权重向量,因此有

$$\mathbf{w}_{t,j} = \mathbf{z}_{t,j} \mathbf{R}_t^{-1} \mathbf{a}_j \quad (12)$$

式中: $\mathbf{R}_t = E(|\mathbf{x}_t \mathbf{x}_t^H|)$ 为 \mathbf{x}_t 的自相关矩阵; \mathbf{x}_t 为 t 时刻的混合信号观测值; $\mathbf{z}_{t,j} = E(|s_{t,j}|^2)$ 为 $s_{t,j}$ 的方差; \mathbf{a}_j 为估计的混合矩阵的第 j 列向量。

根据式(12)可知,求解源信号的问题转换为求解 $\mathbf{w}_{t,j}$ 的值,由式(1)可知

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{A} \text{diag}(\mathbf{z}_t) \mathbf{A}^H \quad (13)$$

式中: \mathbf{z}_t 的第 j 个元素 $z_{t,j} > 0$ 。

对 \mathbf{z}_t 的求解可以通过计算式(14)的最优解获得

$$\arg \min_{\mathbf{z}_t} \|\mathbf{G}_t (\mathbf{R}_t - \mathbf{A} \text{diag}(\mathbf{z}_t) \mathbf{A}^H)\|_F^2 \quad \text{s.t. } \mathbf{z}_t \geq \mathbf{0} \quad (14)$$

式中: $\mathbf{G}_t = (\mathbf{R}_t[0] + \eta \mathbf{I})$ 表示权重矩阵; η 为比较小的正数。通过内点法可求得 \mathbf{z}_t 的最优解 $\mathbf{z}_t^{\text{est}}$ 为

$$\mathbf{z}_t^{\text{est}} = (\mathbf{A}^* \odot (\mathbf{G}_t \mathbf{A})) \text{vec}(\mathbf{G}_t \hat{\mathbf{R}}_t) \quad (15)$$

式中: $\text{vec}(\cdot)$ 表示矩阵向量化操作。

将 $\mathbf{z}_t^{\text{est}}$ 代入式(13)后得到 $\mathbf{R}_t^{\text{est}}$, 然后将其代入式(12), 可得

$$\begin{cases} \mathbf{R}_t^{\text{est}} = \mathbf{A} \text{diag}(\mathbf{z}_t^{\text{est}}) \mathbf{A}^H \\ \mathbf{w}_{t,j}^{\text{est}} = \mathbf{z}_{t,j}^{\text{est}} (\mathbf{R}_t^{\text{est}})^{-1} \mathbf{a}_j \end{cases} \quad (16)$$

式中: $\mathbf{z}_{t,j}^{\text{est}}$ 为 $\mathbf{z}_t^{\text{est}}$ 的第 j 个元素。

将式(16)的计算结果 $\mathbf{w}_{jt}^{\text{est}}$ 代入式(11)即可计算出源信号的估计值为

$$\hat{\mathbf{s}}_{t,j}^{\text{est}} = (\mathbf{w}_{jt}^{\text{est}})^H \mathbf{x}_t \quad (17)$$

根据上述介绍的混合矩阵估计方法和源信号恢复方法, 本文算法步骤为

步骤 1 数据预处理, 对每一路混合信号进行零均值处理, $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t) - \text{mean}(\mathbf{x}(t))$ 。

步骤 2 根据式(2)和式(3)计算观测到的混合信号的四阶累积量 $\mathbf{Q}_x = \text{Cum}(\mathbf{X}, \mathbf{X}^*, \mathbf{X}^*, \mathbf{X})$ 。

步骤 3 将四阶累积量表示成张量形式, 采用线性搜索迭代最小二乘算法对的进行正则分解并获得混合矩阵的估计值 $\hat{\mathbf{A}}$ 。

步骤 4 利用估计的混合矩阵和已知的观测信号, 根据式(13)~式(16)计算源信号方差的最优值, 将计算结果代入式(11)获得源信号估计值。

5 仿真结果

5.1 评价准则

采用平均相对误差^[12]评价混合矩阵的估计效果, 定义如下:

$$E_A = E_{\zeta}(\|\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}\|_F / \|\mathbf{A}\|_F) \quad (18)$$

式中: $\hat{\mathbf{A}}$ 为经过位置和幅度优化的估计矩阵。

采用类似信噪比的方法作为恢复信号与源信号之间的差异性的评价^[1], 定义如下:

$$\begin{cases} E_s = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N E_s^n \\ E_s^n = 10 \lg \frac{\|\hat{\mathbf{s}}_n - \mathbf{s}_n\|_2^2}{\|\mathbf{s}_n\|_2^2} \end{cases} \quad (19)$$

式中: $\hat{\mathbf{s}}_n (n = 1, 2, \dots, N)$ 为源信号 \mathbf{s}_n 的估计; $\|\cdot\|_2$ 表示 l_2 范数。 E_s 越小则表明估计性能越好。

5.2 仿真实验

采用 $M=3$ 个传感器接收 $N=4$ 个的辐射源信号。每个源信号的采样点数为 1 024 个, 采样率为 200 MHz, 信噪比(SNR)=20 dB。各个源信号其他参数说明如表 1 所示, 其中 LFM 代表线性调频。

表 1 4 个源信号参数

No.	Normalized frequency	Modulation type	Time of arrival/ μs	Pulse width/ μs
1	[0.50, 0.00]	LFM	2.00	2.12
2	[0.20, 0.20]	Single carrier	3.00	2.12
3	[0.24, 0.50]	LFM	0.00	5.12
4	[0.35, 0.15]	LFM	1.00	3.12

Note: LFM—Linear frequency modulation

源信号的时域波形和时频图如图 1 和图 2 所示。

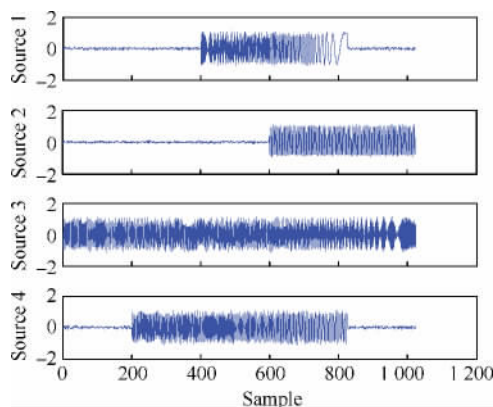


图 1 4 个源信号时域波形图

Fig. 1 Time-domain waveforms of four original source signals

混合矩阵 \mathbf{A} 通过 MATLAB 随机产生在 (0, 1) 之间均匀分布的矩阵。图 3 给出了其中一路混合信号的时频图。从图 3 中可以看出, 源信号在时频域上同时混叠。

对上述参数的源信号进行了 100 次蒙特卡罗实验, 每次实验的混合矩阵均随机产生, 采用 FOBI^[12] 算法、FC_HALS^[13] 算法、TFDs _based^[10] 算法以及本文算法估计混合矩阵和恢复源信号。表 2 给出了不同的算法在 SNR=20 dB 时估计混合矩阵和恢复源信号的平均性能指标。图 4 和图 5 给出了在信噪比为 0~35 dB 范围内, 不同算法估计混合矩阵和恢复源信号的性能随信噪比变化的曲线。

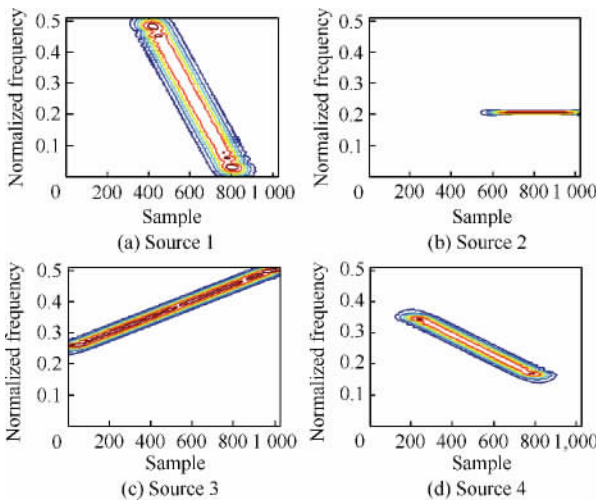


图 2 4 个源信号的时频图

Fig. 2 Time and frequency distributions of four original source signals

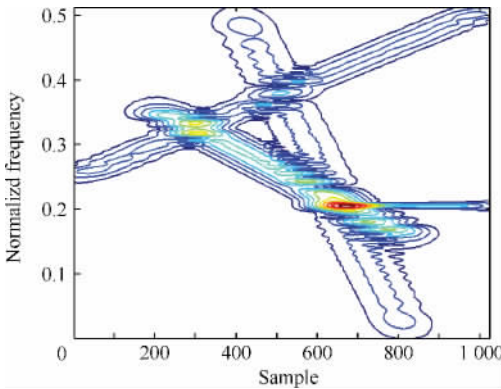


图 3 混合信号的时频图

Fig. 3 Time and frequency distributions of mixed signal

表 2 不同欠定盲源分离 (UBSS) 估计算法的性能
Table 2 Performance of different underdetermined blind source separation (UBSS) estimate algorithms

Algorithm	E_A	Time/s	E_S
FOOBI	0.967 6	0.242	
FC_HALS	0.732 7	1.516	-6.37
TFDs_based	0.580 5	24.156	-10.12
FC_CP_ALS	0.262 3	7.808	
FC_CP	0.270 5	2.361	-14.54

通过表 2、图 4 以及图 5 的结果可以看出,对于混合矩阵的估计,本文提出的算法 FC_CP_ALS(采用 ALS 对混合矩阵进行估计)与 FC_CP

(采用 ES_ALS 对混合矩阵进行估计)在性能上优于其他 3 种算法,FOOBI 算法的时间复杂度最低,但是其混合矩阵的估计性能最差;TFDs_based 算法需要提取自源时频点,算法复杂度要高;FC_HALS 算法在估计时频域混叠的源信号时,算法性能比较弱;采用 LS_ALS 对混合矩阵进行估计,其性能与采用 ALS 算法相当,但是在计算时间上要快。对于源信号的恢复,其性能不仅受源信号恢复算法的影响,同时也受到估计的混合矩阵性能的影响,FOOBI 算法中没有给出源信号的恢复,这里不作对比,从表 2 中的恢复源信号性能指标来看,本文中使用的算法优于其他 2 种算法。

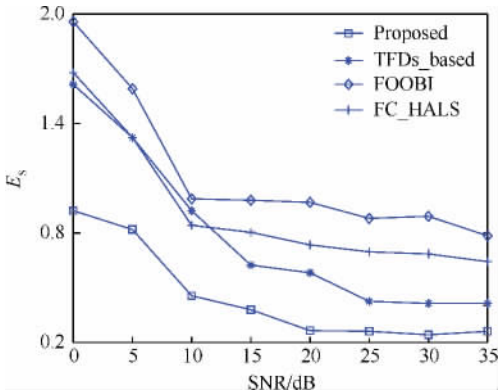


图 4 不同信噪比混合矩阵估计性能对比

Fig. 4 Performance of mixing matrix estimation versus SNR

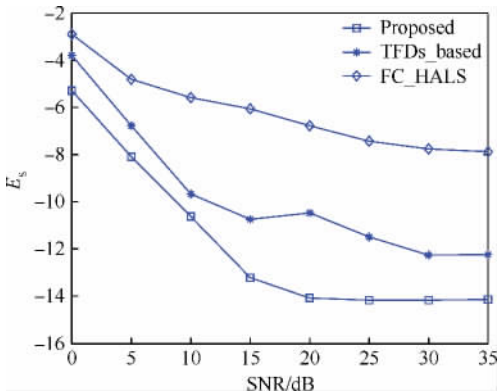


图 5 不同信噪比源信号恢复性能对比

Fig. 5 Reconstructed performance of source estimation versus SNR

图 6 与图 7 分别给出了恢复出的源信号的时域波形图和时频图。图 8 和图 9 给出了 FC_HALS 和 TFDs_based 这 2 种算法恢复出的源信号时域图。

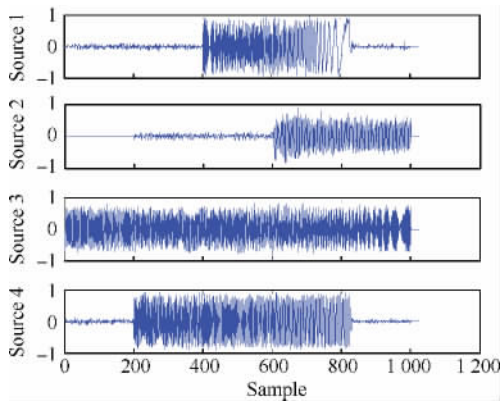


图 6 恢复的 4 个源信号时域波形

Fig. 6 Time-domain waveforms of four original source signals reconstructed

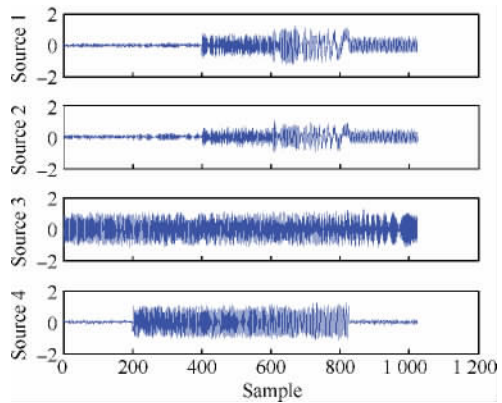


图 9 TFDs_based 算法恢复的 4 个源信号时域波形

Fig. 9 Time-domain waveforms of four original source signals reconstructed by TFDs_based algorithm

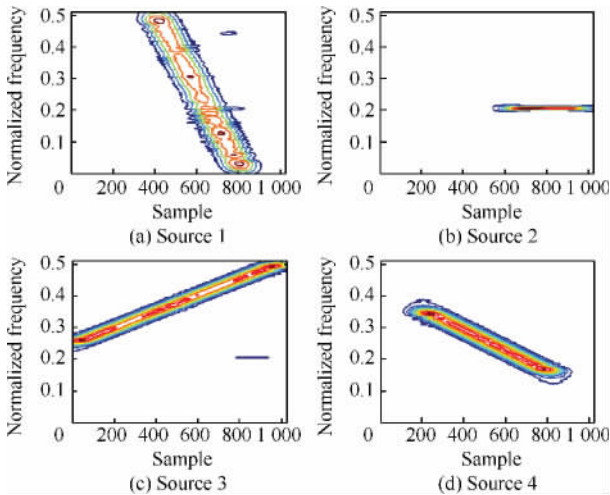


图 7 恢复的四个源信号信号时频图

Fig. 7 Time and frequency distributions of four original source signals reconstructed

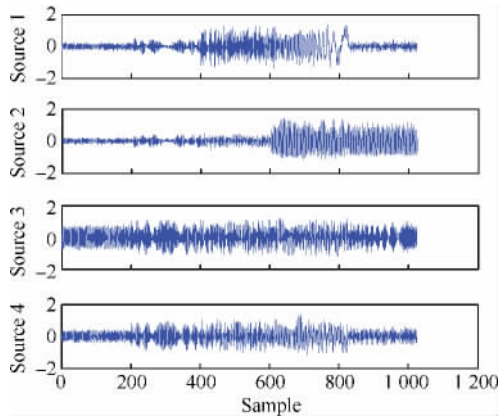


图 8 FC_HALS 算法恢复的 4 个源信号时域波形

Fig. 8 Time-domain waveforms of four original source signals reconstructed by FC_HALS algorithm

为了进一步验证本文的算法,表 3 给出了使用 4 个传感器接收 5 个或 6 个源信号时的不同算法的估计性能。第 5 个源信号的到达时间为 $0\ \mu\text{s}$,归一化频率范围为 $0.35\sim 0.50$,脉宽 $2.12\ \mu\text{s}$;第 6 个源信号的到达时间为 $1\ \mu\text{s}$,归一化频率范围为 $0.35\sim 0.50$,脉宽为 $3.12\ \mu\text{s}$;其他源信号参数如表 1 所示。混合矩阵 \mathbf{A} 通过 MATLAB 随机产生 $(0,1)$ 之间均匀分布的矩阵。不同源信号个数下,各个算法估计性能如表 3 所示。

表 3 不同源信号个数下欠定盲源分离估计方法的性能

Table 3 Performance of UBSS estimate algorithm with different numbers of sources

Algorithm	$M=4, N=5$		$M=4, N=6$	
	E_A	E_S	E_A	E_S
FOOBI	0.790 4	—	1.175	—
FC_HALS	0.753 2	-8.468	0.833 2	-5.837
TFDs_based	0.556 7	-10.487	0.594 2	-8.235
FC_CP	0.339 4	-13.62	0.476 4	-10.571

由表 3 的结果可以看出,在 $M=4, N=5$ 和 $N=6$ 时,本文算法在性能上优于其他 3 种算法。传感器的数目和源信号个数的关系也会影响算法的性能,传感器的数目一定时,源信号个数越少,算法性能越好。

6 结 论

混合矩阵的估计是欠定盲源分离问题的关键之一。本文研究了利用观测信号的高阶累积量解

决时频混叠条件下的欠定盲分离问题的矩阵估计问题,提出了一种基于四阶累积量与张量正则分解相结合的算法,利用线性搜索迭代最小二乘算法对观测信号的四阶累积量进行分解后,获得估计的混合矩阵,文中最后采用最小均方误差波束形成器算法完成源信号的恢复。该方法仅需要源信号为非高斯信号且满足统计独立,仿真实验表明源信号为时频域混叠的条件下,该方法能很好的估计出混合矩阵和恢复出源信号;并与已有算法进行了对比,验证了该算法具有很好性能指标,表明了该方法能很好地解决时频域混叠条件下的欠定盲源分离问题。

参 考 文 献

- [1] Bofill P, Zibulevsky M. Underdetermined blind source separation using sparse representations[J]. *Signal processing*, 2001, 81(11): 2353-2362.
- [2] Fu N, Qiao L Y, Peng X Y. Blind recovery of mixing matrix with sparse sources based on improved K-means Clustering and hough transform[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(A04): 92-96 (in Chinese).
付宁, 乔立岩, 彭喜元. 基于改进 K-means 聚类 and 霍夫变换的稀疏源混合矩阵盲估计算法[J]. *电子学报*, 2009, 37(A04): 92-96.
- [3] Fu W H, Wang L, Ma L F. Improved laplace mixed model potential function algorithm for UBSS[J]. *Journal of Xidian University*, 2014, 41(6): 1-6 (in Chinese).
付卫红, 王璐, 马丽芬. 一种改进的势函数欠定盲源分离算法[J]. *西安电子科技大学学报*, 2014, 41(6): 1-6.
- [4] Chen X J, Cheng H, Tang B. Underdetermined blind radar signal separation based on ICA[J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2010, 32(4): 919-924 (in Chinese).
陈晓军, 成昊, 唐斌. 基于 ICA 的雷达信号欠定盲分离算法[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(4): 919-924.
- [5] Zhang L, Yang J, Lu K, et al. Modified subspace method based on convex model for underdetermined blind speech separation[J]. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 2014, 60(2): 225-232.
- [6] Wang X, Huang Z, Zhou Y. Underdetermined DOA estimation and blind separation of non-disjoint sources in time-frequency domain based on sparse representation method [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2014, 25(1): 17-25.
- [7] Abrard F, Deville Y. A time-frequency blind signal separation method applicable to underdetermined mixtures of dependent sources[J]. *Signal Processing*, 2005, 85(7): 1389-1403.
- [8] Kim S G, Yoo C D. Underdetermined blind source separation based on subspace representation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(7): 2604-2614.
- [9] Bao G, Ye Z, Xu X, et al. A compressed sensing approach to blind separation of speech mixture based on a two-layer sparsity model[J]. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2013, 21(5): 899-906.
- [10] Lu F B, Huang Z T, Peng G, et al. Underdetermined blind source separation (UBSS): A time-frequency approach[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(9): 2067-2072 (in Chinese).
陆风波, 黄知涛, 彭耿, 等. 基于时频分布的欠定混叠盲分离[J]. *电子学报*, 2011, 39(9): 2067-2072.
- [11] Ferréol A, Albera L, Chevalier P. Fourth-order blind identification of underdetermined mixtures of sources (FOBIUM)[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(5): 1640-1653.
- [12] de Lathauwer L, Castaing J, Cardoso J. Fourth-order cumulant-based blind identification of underdetermined mixtures[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(6): 2965-2973.
- [13] Ge S N, Han M. Fourth-order cumulant of tensor decomposition method for blind identification of underdetermined separation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(5): 992-997 (in Chinese).
葛素楠, 韩敏. 基于四阶累积张量方法的欠定盲源信号分离[J]. *电子学报*, 2014, 42(5): 992-997.
- [14] Georgiev P, Theis F, Cichocki A. Sparse component analysis and blind source separation of underdetermined mixtures[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(4): 992-996.
- [15] Kolda T G, Bader B W. Tensor decompositions and applications[J]. *SIAM Review*, 2009, 51(3): 455-500.
- [16] de Lathauwer L. A link between the canonical decomposition in multilinear algebra and simultaneous matrix diagonalization[J]. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 2006, 28(3): 642-666.
- [17] Rajih M, Comon P, Harshman R A. Enhanced line search: A novel method to accelerate PARAFAC[J]. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 2008, 30(3): 1128-1147.
- [18] Nion D, de Lathauwer L. An enhanced line search scheme for complex-valued tensor decompositions: Application in DS-CDMA[J]. *Signal Processing*, 2008, 88(3): 749-755.
- [19] Koldovsky Z, Tichavsky P, Phan A H, et al. A two-stage MMSE beamformer for underdetermined signal separation [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(12): 1227-1230.

作者简介:

艾小凡 男, 博士研究生。主要研究方向: 电子侦察与信息对抗, 多维信号处理。

Tel: 029-88202274

E-mail: xiaofan_ai88@163.com

罗勇江 男, 博士, 副教授, 硕士生导师。主要研究方向: 电子侦察与信息对抗, 宽带实时信号处理。

Tel: 029-88202274

E-mail: yjluo@mail.xidian.edu.cn

赵国庆 男, 硕士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 电子侦察与信息对抗, 雷达信号处理。

Tel: 029-88202274

E-mail: guoqzhao@mail.xidian.edu.cn

Canonical decomposition approach for underdetermined blind separation of non-disjoint sources

AI Xiaofan, LUO Yongjiang^{*}, ZHAO Guoqing

Key Laboratory of Electronic Information Countermeasure and Simulation Technology, Ministry of Education, Xidian University, Xi'an 710071, China

Abstract: This paper proposes a method of underdetermined blind separation of non-disjoint sources (UBSS) based on fourth-order cumulant (FO) and tensor decomposition. By semi-invariance of high-order cumulant, the FO is presented as statistics of the observed signal as fourth-order tensor; hence the mixed matrix is estimated by tensor decomposition with line search alternating least square. Finally, with the estimated matrix, sources are recovered by minimum mean-squared error-based beamforming. Simulations illustrate the validity of the method and show that the proposed method outperforms the existing methods in performance significantly.

Key words: blind source separation; underdetermined mixtures; non-disjoint source; fourth-order cumulant; tensor canonical decomposition

Received: 2014-09-22; Revised: 2014-10-13; Accepted: 2014-11-19; Published online: 2014-11-24 11:29

URL: www.cnki.net/kcms/detail/10.7527/S1000-6893.2014.0319.html

Foundation item: Fundamental Research Funds for the Central Universities (K5051302018)

^{*} Corresponding author. Tel.: 029-88202274 E-mail: yjluo@mail.xidian.edu.cn