

基于比率矩阵聚类的欠定盲分离算法

陈晓军, 张 扬, 唐 斌

(电子科技大学 电子工程学院 四川 成都 610054)

摘 要: 利用稀疏分量的直线聚类性, 提出了欠定盲源分离中估计混合矩阵的一种方法。该方法通过构造比率矩阵对观测信号进行分选, 剔除了源信号频谱重叠的部分, 然后利用鲁棒竞争的聚类学习算法获得对混合矩阵的精确估计, 解决了源信号在频域不充分稀疏的条件下准确估计混合矩阵的问题。在估计出混合矩阵的基础上, 利用最短路径法分离出源信号。由仿真结果可以看出, 与传统的 K 均值估计混合矩阵的方法相比, 方法具有更好的鲁棒性。

关键词: 欠定盲源分离; 稀疏分量; 比率矩阵; 最短路径法

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1004-373X(2008)19-001-03

Underdetermined Blind Separation Based on Ratio Matrix Clustering

CHEN Xiaojun, ZHANG Yang, TANG Bin

(College of Electronic Engineering, University of Electronic Science & Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: A method of the mixing matrix estimation in underdetermined source separation is proposed, which is based on the linear clustering of sparse component. Removing the overlapped source signals spectrum through choosing observation signals and constructing ratio matrix, the mixing matrix is estimated precisely by using Robust Competitive Agglomeration. Then, the source signals can be recovered by the shortest path method. The experiment proves that the method has better accuracy than K-means in estimating the mixing matrix.

Keywords: underdetermined source separation; sparse component; ratio matrix; shortest path method

1 引 言

目前, 很多盲分离的算法都假设观测信号的数目不少于源信号的数目。然而在实际应用中, 由于观测条件有限, 有可能会发生源信号数目多于观测信号数目的欠定情况。国内外针对欠定条件下盲分离算法的研究主要是集中在稀疏源上^[1-6]。这些算法一般是通过聚类的方法估计混合矩阵, 然后再分离出源信号。当源信号的稀疏性并不是很好时, 可以通过 FFT 变换将源信号变换到频域上进行盲分离。但是很多信号在频域上并不严格满足稀疏特性, 此时通过聚类的方法不能得到混合矩阵的精确估计。

本文针对源信号频谱部分重叠的情况提出了一种新的估计混合矩阵的方法。利用稀疏分量的直线聚类性将构造出的比率矩阵划分为不同的子矩阵, 并对子矩阵进行分选; 然后利用分选后的子矩阵构成新的比率矩阵, 并应用鲁棒竞争聚类学习算法精确估计混合矩阵; 最后利用最短路径法对源信号进行估计。

2 算法介绍

2.1 盲源分离模型

为了清楚地阐述盲分离算法, 本文考虑一般的线性

瞬时混叠模型:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

在上述混合模型中, $\mathbf{s}(t) = (s_1(t), \dots, s_n(t))^T$ 为源信号矢量, $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_m(t))^T$ 为观测信号矢量, $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), \dots, n_m(t)]^T$ 为噪声矢量。为了描述方便, 将混合矩阵 \mathbf{A} 写作 $\mathbf{A} = [a_1, \dots, a_n]$ 。当源信号是稀疏信号时, 它们的混合信号具有线性聚类特性。当某一时刻只有一个源信号(如只有 $s_1(t)$)起作用时, 忽略噪声的影响, $\mathbf{x}(t) = a_1 s_1(t)$, 它在 m 维空间中是一条直线, 斜率取决于混合矩阵的列矢量 a_1 。

2.2 混合矩阵的估计

首先, 来估计混合矩阵的列向量。假设在 t_1, \dots, t_L 时刻只有信号 $s_1(t)$ 不为零, 因此:

$$[\mathbf{x}(t_1), \dots, \mathbf{x}(t_L)] = \mathbf{A}[\mathbf{s}(t_1), \dots, \mathbf{s}(t_L)] \\ = [a_1 s_1(t_1), \dots, a_1 s_1(t_L)] \quad (2)$$

为了分析计算方便, 假设只有两个观测信号 ($m = 2$)。此时, 定义比率向量为:

$$\theta_1 = \left[\frac{x_2(t_1)}{x_1(t_1)}, \dots, \frac{x_2(t_L)}{x_1(t_L)} \right] = \frac{a_{21}}{a_{11}} [1, \dots, 1] \quad (3)$$

由式(3)得到 a_1 的估计为:

$$\hat{a}_1 = a_{11} \left[1, \frac{x_2(t_j)}{x_1(t_j)} \right]^T, j = 1, \dots, L \quad (4)$$

以同样的方法在所有的观测时刻构造比率向量:

$$\pi = \left[\frac{x_2(1)}{x_1(1)}, \dots, \frac{x_2(K)}{x_1(K)} \right] \quad (5)$$

同理, 可以构造出 $\theta_2, \dots, \theta_n$, 如果能在 π 中找到子向量 $\theta_1, \dots, \theta_n$, 就能估计出列向量 a_1, \dots, a_n 。

假设 $\frac{x_2(k)}{x_1(k)} \in [r, R], k = 1, \dots, K, r$ 为 π 的最小值, R 为 π 的最大值。然后把 π 分为 M 个子区间, M 为正整数。此时, $\theta_i, i = 1, \dots, n$ 中所有元素都属于某一个子区间。如果某个子区间元素的个数小于 J (J 为正整数, 需要根据实际情况预先设定), 将子区间内所有元素删除。将余下的元素构成一个新的向量 X 。然而由于源信号并不充分稀疏, 因此只能剔除部分重叠的分量。

为了进一步提高混合矩阵的精确度, 对 X 再使用鲁棒竞争聚类学习算法 (RCA)。RCA 算法是从 C 均值算法演化过来的, 但比 C 均值算法更具鲁棒性, 而且对孤立数据点不敏感。设 $B = [\beta_1, \dots, \beta_c]$, 其中 β_i 为第 i 个聚类中心参数。

C 均值算法是最小化下列目标函数:

$$J_C(B, U; X) = \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^N (u_{ij})^2 d_{ij}^2 \quad (6)$$

使得:

$$\sum_{i=1}^C u_{ij} = 1, j = 1, \dots, N \quad (7)$$

在式 (6) 中, d_{ij}^2 表示 X_j 到 β_i 距离的平方。 $U = [u_{ij}]$ 中的每个元素表示 X_j 与 β_i 的关联程度。为了减少模型参数的个数, 同时更准确地估计出聚类的中心, 将代价函数变下式:

$$J_R(B, U; X) = \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^N (u_{ij})^2 \rho_i(d_{ij}^2) - \alpha \sum_{i=1}^C \left[\sum_{j=1}^N w_{ij} u_{ij} \right]^2 - \lambda_j \left(\sum_{i=1}^C u_{ij} - 1 \right) \quad (8)$$

式 (8) 中, $\rho_i(\cdot)$ 是关于第 i 个聚类中心的鲁棒代价函数,

$w_{ij} = w_i(d_{ij}^2) = \frac{\partial \rho_i(d_{ij}^2)}{\partial d_{ij}^2}$ 为权重矢量。关于如何选取 ρ_i, α

和 λ_j , 详见文献 [7], 这里不再赘述。应用 RCA 算法可以获得 n 个聚类的中心, 由此可以估计出混合矩阵的列向量。

2.3 源信号的估计

对于欠定盲源分离, 估计出混合矩阵后, 由于混合矩阵是不可逆的, 因此并不能直接估计出源信号。此时可以利用源信号在变换域上的稀疏特性, 采用最短路径法 [8] 对源信号进行估计。最短路径法从估计得到的混合矩阵中选取逼近观测信号角度的两个列矢量, 把分离矩阵降维后再估计源信号。

设选取的列向量为 a^b 和 a^a , 令 $A_r = [a^b a^a], W_r = A_r^{-1}$, 估计出的源信号矢量为:

$$s_r^t = W_r x^t$$

$$s_j^t = 0 \quad j \neq b, a \quad t = 1, \dots, K \quad (9)$$

2.4 盲分离算法

本文的盲分离算法可以总结为以下步骤实现:

(1) 对观测信号进行 FFT 变换, 记变换后的复信号的实部为 $X(t)$, 虚部为 $X'(t), t = 1, \dots, K$;

(2) 构造出向量 $\pi = \left[\frac{X_2(1)}{X_1(1)}, \dots, \frac{X_2(K)}{X_1(K)} \right]$, 同时将矩阵中每个元素取反正切变换, 得到向量 \hat{X} ;

(3) 若 $|\hat{X}(t)| < \zeta, (\zeta > 0), t = 1, \dots, K$, 将 $\hat{X}(t)$ 删去, 将余下的元素组成 \tilde{X} ;

(4) \tilde{X} 的最大值 r 和最小值 R , 将 $[r, R]$ 等分成 M 个间隔, 记每个子向量为 $\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_M$;

(5) 如果 $\tilde{X}_{ij} = 1, \dots, M$ 中某个向量元素的个数小于 J , 将其删去, 将剩下的向量组合为一个新的向量 X ;

(6) 将 X 作为输入矢量, 应用 RCA 算法估计混合矩阵;

(7) 对 $X(t)$ 和 $X'(t)$ 应用最短路径法估计出源信号 FFT 变换后的实部和虚部, 然后再进行逆 FFT 变换重构出源信号。

3 仿真结果及其分析

为了说明算法的有效性, 选取两个 LFM 信号, 一个 FM 信号做仿真实验。FM 信号的载波频率为 1 kHz, 一个 LFM 信号的起始频率为 1.5 kHz, 截止频率为 4 kHz, 另一个 LFM 信号起始频率为 3.5 kHz, 截止频率为 5 kHz。混合矩阵为:

$$A = \begin{bmatrix} 0.1484 & -0.9625 & 0.7430 \\ 0.9889 & 0.1221 & 0.6522 \end{bmatrix}$$

如图 1 所示, 源信号的频谱图在一定频率范围内有所重叠。应用 K 均值算法 [9, 10] 估计出的混合矩阵为:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0.3453 & 0.9880 & 0.6539 \\ -0.9385 & -0.1543 & 0.8025 \end{bmatrix}$$

由于源信号在频域上并不是严格地满足稀疏特性, 因此应用 K 均值的方法并不能准确地估计出混合矩阵。

在应用本文算法估计混合矩阵时, 要特别注意子区间数目 M 和阈值 J 的选取。如果 M 选取过大, J 选取过小, 频谱重叠的分量就不会被剔除, 估计混合矩阵就有了很大的误差。

恰当选取 M 和 J 估计出的混合矩阵为:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0.7371 & 0.1530 & 0.9921 \\ 0.6757 & 0.9882 & -0.1256 \end{bmatrix}$$

虽然估计出的混合矩阵的列向量和原混合矩阵相比有顺序和符号上的差异性, 但这并不影响源信号的估计。

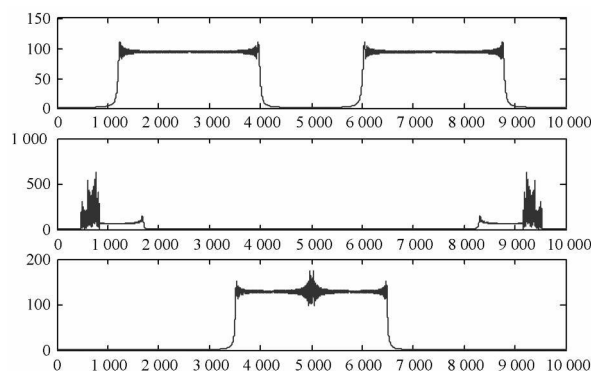


图1 源信号频谱

最后应用最短路径法对源信号进行估计, 源信号, 观测信号和分离出的信号如图2所示。

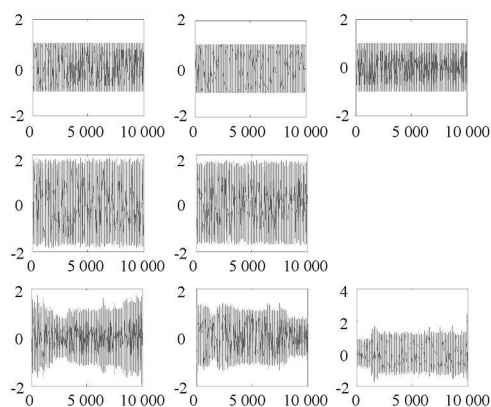


图2 源信号, 观测信号和分离信号

为了定量评价分离, 采用分离信号和源信号的相似系数 ξ_{ij} 作为分离的性能指标:

$$\xi_{ij} = \xi(y_i, s_j) = \left| \sum_{t=1}^K y_i(t) s_j(t) \right| / \sqrt{\sum_{t=1}^K y_i^2(t) \sum_{t=1}^K s_j^2(t)} \quad (10)$$

式(10)中: $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n$ 。如果 ξ_{ij} 的值等于1, 说明第 i 个分离输出与第 j 个源信号完全相同, 由于估计误差不可避免, 当分离完成后, ξ_{ij} 的值接近1; ξ_{ij} 的值趋于零, 说明不相关; 如果所有 ξ_{ij} 的值距1较远, 说明分离未完成。一般认为在实际信号分离过程中 ξ_{ij} 达到0.8以上, 就可以认为达到分离目的了。

按照式(10)计算出来的源信号和分离信号的相关系数矩阵 ξ 为:

$$\xi = \begin{bmatrix} 0.1178 & 0.9499 & 0.1041 \\ 0.0611 & 0.0619 & 0.9237 \\ 0.9068 & 0.0911 & 0.0154 \end{bmatrix}$$

作者简介 陈晓军 男, 1983年出生, 山西大同人, 硕士研究生。主要从事信号盲分离方向的研究。

张 扬 男, 1963年出生, 四川人, 教授, 主要从事卫星通信, 雷达信号处理方向的研究。

唐 斌 男, 1964年出生, 四川广安人, 教授。长期从事电子对抗技术和系统、雷达抗干扰能力提高及效能评估, 以及信号盲分离方向的研究。

从 ξ 可以看出, 其每行每列都有且只有一个元素接近1, 其他元素都接近0, 这说明在应用本文算法估计出的混合矩阵基础上分离效果是比较理想的。

4 结 语

在欠定盲源分离问题中, 准确估计混合矩阵是整个盲分离算法的关键步骤。如果混合矩阵估计不准确, 分离源信号根本无法进行。本文针对源信号在频域上不充分稀疏的情况下, 给出了一种盲分离混叠矩阵的估计方法。通过精确估计混叠矩阵, 从而有效地实现盲分离。

参 考 文 献

- [1] Zhang X. A Unified Method for Blind Separation of Sparse Sources with Unknown Source Number[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2006, 13(1): 49-51.
- [2] He Z Y, Yang L X, Liu J. Blind Source Separation Using Cluster-based Multivariate Density Estimation Algorithm [J]. IEEE Trans. on Signal Process, 2000, 48(2): 575-579.
- [3] Zibulevsky M, Pearlmutter B A. Blind Source Separation by Sparse Decomposition in Signal Dictionary. Neural Comput., 2001, 13(4): 863-882.
- [4] Lee T-W, Lewicki M, Girolami M, et al. Blind Source Separation of more Sources than Mixtures Using Overcomplete Representations[J]. IEEE Signal Process. Lett., 1999, 6(4): 87-90.
- [5] Olshausen B A, Sallee P, Lewicki M S. Learning Sparse Image Codes Using a Wavelet Pyramid Architecture. Adv. Neural Inform. Process Syst. 2001, 13: 887-893.
- [6] Li Y, Wang J. Sequential Blind Extraction of Instantaneously Mixed Sources[J]. IEEE Trans. Signal Process., 2002, 50(5): 997-1006.
- [7] Frigui H, Krishnapuram R. A Robust Competitive Clustering Algorithm With Applications in Computer Vision [J]. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(5): 450-465.
- [8] Bofill P, Zibulevsky M. Undetermined Blind Source Separation Using Sparse Representations[J]. Signal Processing, 2001, 81: 2353-2362.
- [9] Li Y, Andrzej C, Amari S. Analysis of Sparse Representation and Blind Source Separation. Neural Comput., 2004, 16(6): 1193-1234.
- [10] O'Grady P D, Pearlmutter B A. Hard-LOST: Modified K-means for Oriented Lines[C]. In Proceedings of the Irish Signals and Systems Conference, 2004: 247-252.