Lista 2 – Cálculo Numérico

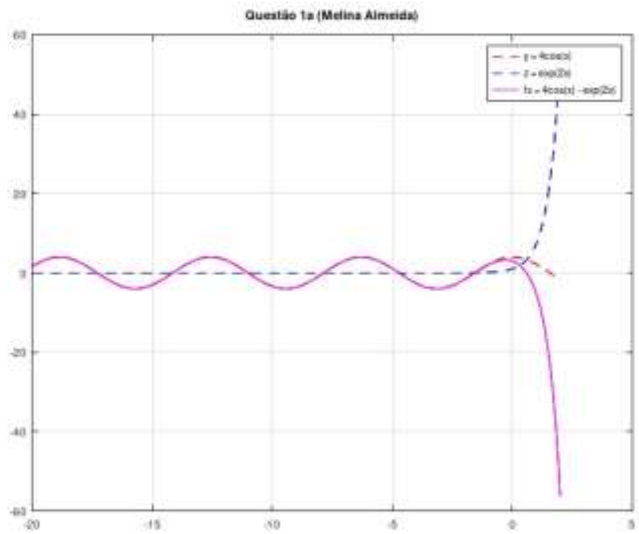
Melina Almeida

Prof° Rogerio Negri

Questão 1a

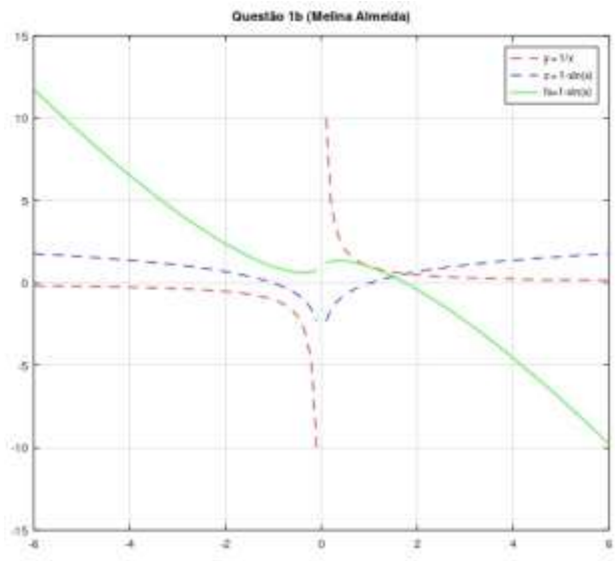
A partir da equação f(x) = 4cos(x) - e^{2x} = 0, obter a equação equivalente 4cos(x) = e^{2x}. Assim, plotar o gráfico no *Octave* chamando g(x) = 4cos(x) e h(x) = e^{2x}.

Dessa maneira, foi possível observar que, após variar os intervalos de observação, a função possui raízes infinitas para x < 0, sendo que existe uma raiz visível em x = 1. Dessa forma, conforme exemplificado na imagem abaixo, o intervalo aproximado definido foi de [-∞;1].



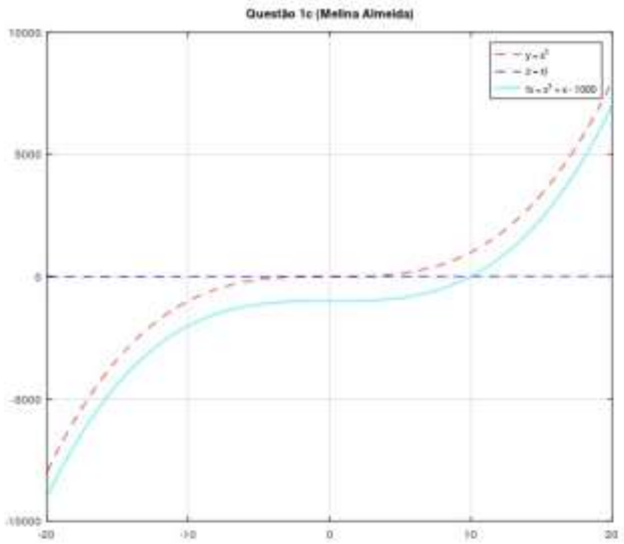
Questão 1b

Analisando o gráfico da função gerado pelo programa, observa-se que ela é descontínua em x=1. Sua raiz está localizada no intervalo aproximado de [1.5;2].



Questão 1c

Novamente, analisando o gráfico podemos concluir que a função possui uma raiz única, localizada no intervalo de [9;10].



Questão 2

A sequência está convergindo em torno de 2,141 com variações insignificantes conforme a iteração é aplicada. Por isso, podemos dizer que a raiz procurada é, aproximadamente, x = 2,141.

Questão 3a

O método de Newton-Raphson (NR) é baseado, na tentativa de garantir e acelerar a convergência do Método do Ponto Fixo (MPF), em escolher para a função de iteração a função phi(x), tal que phi’ (Ε) = 0.

A função de iteração foi construída a partir da relação:

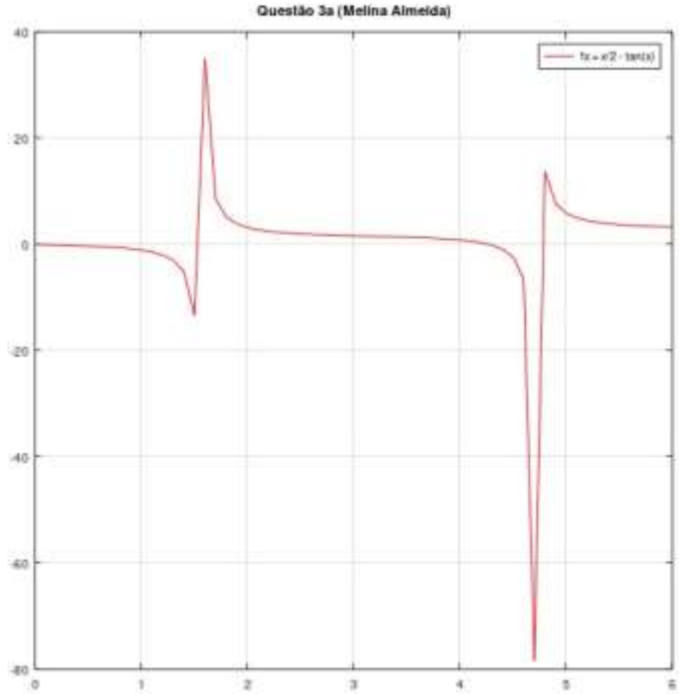
$$\phi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

Desenvolvendo a derivada da função e aplicando na equação acima, temos:

$$\phi(x) = x - \frac{x/2 - tan(x)}{1/2 - sec^2(x)}$$

Analisando o gráfico abaixo, definiu-se uma aproximação inicial de 4,25 para a raiz de f(x). Aplicando esse valor na função de iteração e, logo em seguida, replicando os valores, foi encontrado que x = 4,276228.

Dessa maneira, enquadrando esse valor de acordo com a precisão do enunciado e reaplicando o valor obtido até a variação do resultado for menor que a precisão, temos que x = 4,2748.

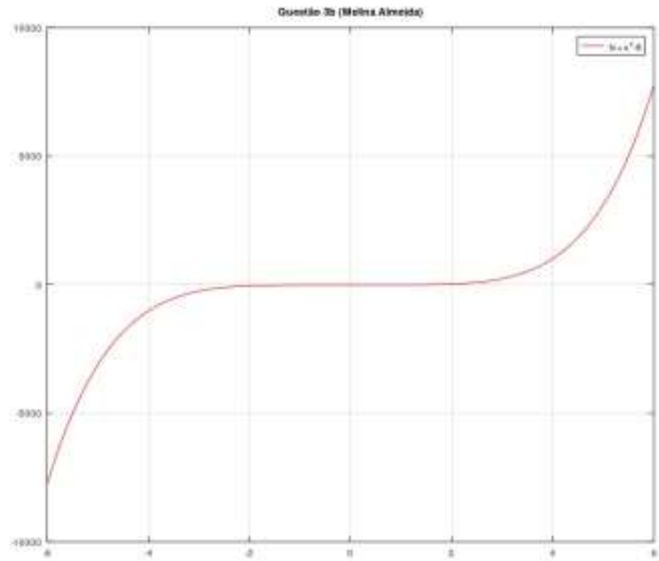


Questão 3b

Construindo a função de iteração, temos o seguinte:

$$\phi(x) = x - \frac{x^5 - 6}{5x^4}$$

Após a observação do gráfico abaixo, podemos aproximar a raiz da função em x=1,3. Aplicando o valor da aproximação inicial na função de iteração e reaplicando os valores obtidos, chegamos que x=1,460153355.



Assim, é possível dizer que a raiz dessa função é x=1,4601.

Questão 4

O exercício fornece o valor inicial x_0=1,9 a ser aplicado para encontrar a raiz da função $x^3 - 2x^2 - 3x + 10 = 0$. Derivando essa função e aplicando-a na fórmula da função de iteração, temos:

$$\sigma(x) = x - \frac{x^3 - 2x^2 - 3x + 10}{3x^2 - 4x - 3}$$

Para esse exercício, foi utilizada a função de Newton Raphson através do seguinte código:

```
function xi = MN(f, df, x0, prec)
  while 1
    x1 = x0 – f(x0)/df(x0);
   if abs(x1-x0)<10^(-prec) && abs(f(x1))<10^(-prec)
     break
   endif
 endwhile
endfunction
```

Assim, aplicando o valor inicial fornecido no enunciado, é possível encontrar a raiz da função, sendo ela x = -2.

Questão 5

Sabemos que os pontos críticos de uma função são definidos pelas raízes de sua derivada. Ou seja, para encontrarmos os pontos críticos da função definida pelo enunciado, basta derivá-la e encontrar suas raízes.

$$f'(x) = x\ln(x)$$

Para aplicar o método de Newton Raphson, devemos encontrar a função de iteração derivando novamente a expressão encontrada. Assim:

$$\sigma(x) = x - \frac{x\ln(x)}{1 + \ln(x)}$$

Após a observação do gráfico, pode-se estimar uma raiz em, aproximadamente, x = 0,8. Dessa forma, aplicando este valor na função de iteração e repetindo os resultados obtidos, podemos encontrar a raiz exata em x=1.

Questão 6

A função de iteração de iteração é dada por:

$$\sigma(x) = \frac{x0f(x1) - x1f(x0)}{f(x1) - f(x0)}$$