
Cálculo Numérico**Quarta lista de exercícios****Prof. Dr. Rogério Galante Negri**

1. Sejam:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ 12 \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- a) Implemente através de uma função o critério de Sassenfeld. Tal função deve retornar um vetor de duas componentes, sendo a primeira componente destinada para o resultado do teste (1 caso o critério seja satisfeito e 0 caso contrário) e a segunda componente com o valor de β , usado para verificar a velocidade de convergência proporcionada pela matriz dos coeficiente do SL;
 - b) Se possível, resolva manualmente por **GS**.
 - c) Implemente o método de **GS**, e caso possível, aplique-o na resolução dos SL's definidos pelas matrizes acima definidas.
2. a) Com uso do critério de Sassenfeld, verifique para quais valores de k garante-se que o método **GS** irá gerar uma sequência que converge para a solução do sistema:

$$\begin{cases} kx_1 + 3x_2 + x_3 & = 1 \\ kx_1 + 6x_2 + x_3 & = 2 \\ x_1 + 6x_2 + 7x_3 & = 3 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 & = 12 \end{cases}$$

- b) Qual valor de k proporciona menor número de iterações se empregado **GS**?
- c) Admita como solução o resultado obtido após duas iterações pelo **GS**, considerando o valor de k selecionado no item anterior;
- d) Qual foi o erro cometido em comparação com a solução exata?

-
3. Seja o SL: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$. A solução de tal SL pode ser obtido via **MEG**? E via **GS**?
4. Um possível teste de parada para um sistema iterativo é verificar se $\mathbf{Ax}^{(k)} - \mathbf{b} \approx \mathbf{0}$, e então $\mathbf{x}^{(k)}$ é uma boa aproximação para a solução exata \mathbf{x}^* . Como tal teste pode ser implementado? O teste mencionado é mais custoso que verificar se $(\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}) \approx \mathbf{0}$? Disserte a respeito.
5. Considere o SL cuja matriz dos coeficientes é esparsa:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 20 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Aplice as implementações dos métodos **MEG** e **GS** e faça uma comparação entre tais métodos para resolução de SL esparsos.