

Cálculo Numérico

Terceira lista de exercícios

Prof. Dr. Rogério Galante Negri

1. Escreva uma função em **MATLAB** para resolução de Sistemas Lineares Triangulares Inferiores.

2. Resolva manualmente via **MEG**:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 12 \end{cases}$$

3. O cálculo de determinantes pode ser feito com auxílio do **MEG**. Dessa forma:

- a) Deduza e implemente o método;
- b) Aplique a implementação na matriz dos coeficiente do exercício anterior.

4. Se possível, realize a fatoração LU de $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Resolver $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ onde $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $\mathbf{X}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ equivale a resolver m sistemas $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ com \mathbf{x} e \mathbf{b} vetores provenientes das colunas de \mathbf{X} e \mathbf{B} , respectivamente. Baseado neste comportamento:

- a) Verifique que \mathbf{A}^{-1} pode ser obtido do comportamento discutido acima;
- b) Entre **MEG** e fatoração LU, qual é mais adequado para computar \mathbf{A}^{-1} ?
- c) Implemente uma função, baseada no comportamento discutido, para inversão de matrizes $n \times n$ quaisquer. Inclua a documentação em sua implementação;
- d) Aplique a função implementada na inversão de

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix};$$

- e) Verifique, com uso do **MATLAB**, que o resultado está correto.
- 6. a) Se \mathbf{A} não singular logo podemos obter $\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{U}$. Verifique que podemos escrever por sua vez $\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{D}\bar{\mathbf{U}}$, onde \mathbf{D} é diagonal, e $\bar{\mathbf{U}}$ é triangular superior com diagonal unitária.
- b) Sendo $\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{D}\bar{\mathbf{U}}$, como poderia ser resolvido $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$?