

Analisis Transient Rangkaian RC Dioda dengan Metode Runge-Kutta Order 4

Laporan Proyek UAS Komputasi Numerik
Komputasi Numerik 01



Disusun oleh:

Javana Muhammad Dzaki (2306161826)

Departemen Teknik Elektro
Fakultas Teknik
Universitas Indonesia

June 9, 2025

Abstract—Laporan ini membahas implementasi metode Runge-Kutta Order 4 (RK4) untuk menyelesaikan persamaan diferensial pada rangkaian RC dioda sederhana. Tujuan utama adalah mempelajari cara kerja metode RK4 dalam memecahkan masalah numerik. Rangkaian RC dioda dipilih sebagai contoh aplikasi karena menghasilkan persamaan diferensial yang tidak bisa diselesaikan secara analitik. Program dibuat dalam bahasa C yang dapat membaca data dari file CSV dan menghasilkan grafik hasil simulasi.

Index Terms—Runge-Kutta, Metode Numerik, Rangkaian RC, Pemrograman C

I. PENDAHULUAN

Dalam perkuliahan komnum, kita mempelajari berbagai metode untuk menyelesaikan permasalahan matematika yang sulit diselesaikan secara analitik. Salah satu metode yang penting adalah Runge-Kutta Order 4 (RK4) yang terdapat pada part 7 buku chapra untuk menyelesaikan persamaan diferensial.

Proyek ini mengimplementasikan metode RK4 untuk menganalisis rangkaian RC dioda sederhana. Sebagai sebuah rangkaian listrik, rangkaian RC terlalu mudah untuk diselesaikan secara manual. Ketika ditambahkan dioda, kerumitan pemecahan masalah rangkaian RC Dioda membuat permasalahan lebih rumit dan memerlukan metode numerik.

Tujuan proyek ini:

- 1) Memahami cara kerja metode Runge-Kutta Order 4
- 2) Implementasi algoritma RK4 dalam bahasa C
- 3) Menyelesaikan persamaan diferensial rangkaian RC dioda
- 4) Membuat visualisasi hasil simulasi

Program yang dibuat dapat membaca parameter masalah RC Dioda dari file CSV, melakukan simulasi menggunakan RK4, dan menyimpan hasil untuk dianalisis lebih lanjut pada file CSV.

II. STUDI LITERATUR

Metode Runge-Kutta Order 4 (RK4) pertama kali dikembangkan oleh Carl Runge pada tahun 1895 dan disempurnakan oleh Martin Kutta pada tahun 1901. Metode ini merupakan salah satu metode numerik yang paling populer untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa karena memberikan keseimbangan yang baik antara akurasi dan efisiensi komputasi.

Menurut Chapra dan Canale (2015), metode RK4 memiliki keunggulan utama yaitu akurasi tinggi dengan error global order ke-4, yang berarti error berkurang sebanding dengan h^4 dimana h adalah step size. Hal ini membuat RK4 jauh lebih akurat dibandingkan metode sederhana seperti Euler yang hanya memiliki error order ke-1.

Dalam konteks analisis rangkaian elektronika, rangkaian RC dengan dioda menghasilkan sistem persamaan diferensial non-linear karena karakteristik dioda yang mengikuti persamaan Shockley. Persamaan ini tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga memerlukan pendekatan numerik. Penelitian terdahulu menunjukkan bahwa metode RK4 sangat efektif untuk menangani non-linearitas dalam rangkaian elektronika, terutama untuk analisis transient.

III. PENJELASAN METODE YANG DIGUNAKAN

A. Metode Runge-Kutta Order 4

Metode Runge-Kutta Order 4 adalah salah satu metode numerik untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa yang berbentuk:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad (1)$$

Ide dasar RK4 adalah menggunakan empat "slope" untuk memperkirakan nilai berikutnya dengan lebih akurat, dengan formula:

$$k_1 = h \cdot f(t_n, y_n) \quad (2)$$

$$k_2 = h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right) \quad (3)$$

$$k_3 = h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right) \quad (4)$$

$$k_4 = h \cdot f(t_n + h, y_n + k_3) \quad (5)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (6)$$

dimana h adalah step size (ukuran langkah).

B. Rangkaian RC Dioda

Rangkaian yang dianalisis terdiri dari:

- Resistor (R)
- Kapasitor (C)
- Dioda
- Sumber tegangan (V_{Source})

Persamaan diferensial yang dihasilkan adalah:

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{V_{source} - V_C - V_D}{RC} \quad (7)$$

dimana V_C adalah tegangan kapasitor dan V_D adalah tegangan dioda. Yang membuat rumit adalah V_D bergantung pada arus yang mengalir, sehingga persamaannya tidak bisa diselesaikan secara instan

IV. PENJELASAN DATA YANG DIGUNAKAN

Untuk simulasi ini, digunakan file CSV yang berisi parameter rangkaian. File `transient_data.csv` berisi informasi terformat seperti:

- Nilai resistor (R) dalam ohm
- Nilai kapasitor (C) dalam farad
- Tegangan sumber (V_{Source}) dalam volt
- Parameter dioda (arus saturasi, faktor idealitas)
- Waktu simulasi dan step size untuk RK4

Contoh data yang digunakan dalam simulasi ini mencakup parameter-parameter rangkaian yang realistis untuk analisis transient. Resistor sebesar 1000 ohm ($1k\Omega$) dipilih untuk memberikan konstanta waktu yang sesuai dengan kapasitor 1 mikrofard ($1\mu F$). Tegangan sumber 5 volt merupakan level yang umum digunakan dalam rangkaian elektronika digital.

Untuk memastikan akurasi hasil simulasi, step size dipilih sebesar 10 mikrodetik yang memberikan keseimbangan antara

presisi dan efisiensi komputasi. Waktu simulasi total adalah 10 milidetik, yang cukup untuk mengamati respons transient lengkap dari rangkaian RC dioda.

Program akan membaca data ini, melakukan simulasi RK4, dan menyimpan hasilnya ke file `transient_results.csv`.

V. CARA KERJA PROGRAM

Program yang dibuat menggunakan metode RK4 untuk menyelesaikan persamaan diferensial rangkaian. Langkah-langkahnya:

A. Langkah-langkah Implementasi

- 1) **Baca data:** Program membaca parameter dari file CSV
- 2) **Inisialisasi:** Set nilai awal tegangan kapasitor = 0V
- 3) **Loop simulasi:** Untuk setiap step waktu:
 - Hitung k_1, k_2, k_3, k_4 menggunakan rumus RK4
 - Update tegangan kapasitor dengan rumus: $V_{baru} = V_{lama} + (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)/6$
 - Hitung arus dan tegangan dioda
 - Simpan hasil ke file
- 4) **Output:** Hasil simulasi disimpan ke file CSV untuk dibuat grafik

Yang membuat implementasi ini menarik adalah penangan dioda. Karena karakteristik dioda non-linear, nilai tegangan dan arus dioda perlu dihitung berulang-ulang untuk mendapatkan nilai yang tepat. Dioda memiliki karakteristik eksponensial yang mengikuti persamaan Shockley, sehingga memerlukan metode iteratif untuk konvergensi.

VI. DISKUSI DAN ANALISA HASIL EXPERIMEN

A. Grafik Tegangan Kapasitor

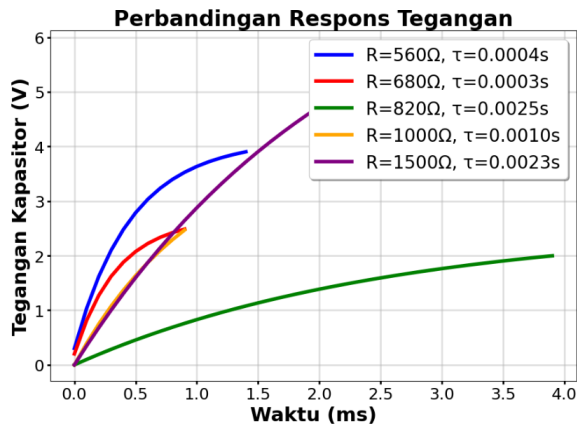


Fig. 1. Tegangan Kapasitor vs Waktu

Hasil simulasi menunjukkan bahwa tegangan kapasitor naik secara bertahap dari 0V menuju nilai maksimum sekitar 4.3V. Prosesnya membutuhkan waktu sekitar 8-10 milidetik. Yang menarik adalah bentuk kurva tidak sama persis dengan rangkaian RC biasa. Ini karena dioda menyebabkan tegangan drop sehingga tegangan maksimum kapasitor tidak mencapai 5V penuh.

B. Grafik Arus Rangkaian

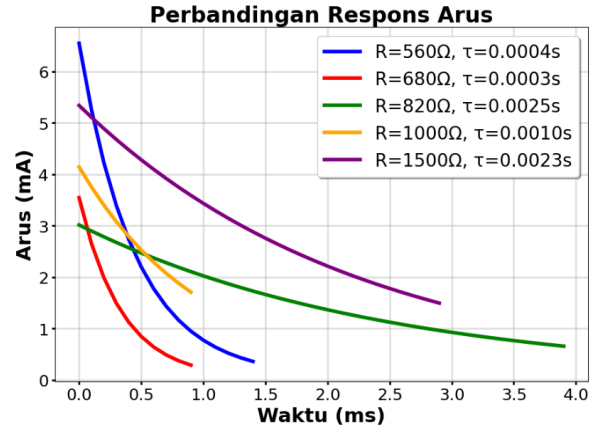


Fig. 2. Arus Rangkaian vs Waktu

Arus rangkaian dimulai dari nilai tinggi (sekitar 4.3 mA) saat $t=0$, kemudian turun secara eksponensial menuju nol. Ini sesuai dengan teori bahwa kapasitor yang kosong awalnya bertindak seperti short circuit, lalu secara bertahap menjadi open circuit saat sudah terisi penuh.

C. Mengapa RK4 Cocok untuk Masalah Ini?

Metode RK4 sangat cocok untuk rangkaian RC dioda karena memiliki beberapa keunggulan. Pertama, RK4 memberikan akurasi tinggi dengan error yang sangat kecil dibandingkan metode sederhana seperti Euler. Kedua, metode ini stabil dan tidak mudah divergen bahkan untuk step size yang cukup besar. Ketiga, RK4 mampu menangani non-linearitas yang kompleks seperti karakteristik eksponensial dioda yang mengikuti persamaan Shockley.

D. Analisis Rangkaian dan Karakteristik Dioda

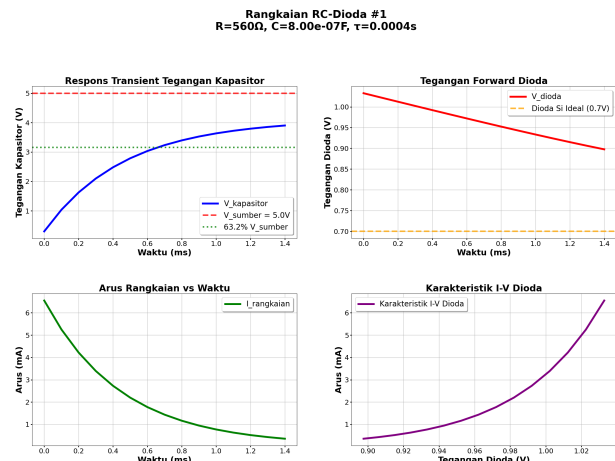


Fig. 3. Analisis Lengkap Rangkaian RC Dioda

Gambar di atas menunjukkan analisis yang lengkap tentang rangkaian RC dioda yang meliputi respons transient tegangan kapasitor, karakteristik arus rangkaian terhadap waktu, dan

kurva karakteristik I-V dioda. Dari analisis ini dapat diamati bagaimana ketiga parameter saling berinteraksi dalam sistem non-linear ini.

Dari eksperimen yang dilakukan, ditemukan beberapa faktor yang mempengaruhi hasil simulasi. Pengaruh resistor menunjukkan bahwa semakin besar nilai R, semakin lambat proses charging. Hal ini masuk akal karena resistor yang besar menghasilkan arus yang kecil sehingga proses charging menjadi lambat. Selain itu, pengaruh kapasitor menunjukkan bahwa semakin besar nilai C, semakin lama waktu charging karena kapasitor yang besar membutuhkan muatan lebih banyak untuk terisi penuh.

Pemilihan step size juga sangat penting. Step size 10 mikrodetik memberikan hasil yang akurat tanpa membuat simulasi terlalu lambat. Jika step size terlalu besar, hasil simulasi menjadi tidak akurat, namun jika terlalu kecil, waktu simulasi menjadi sangat lama tanpa akurasi yang tak terlalu jauh berbeda, namun hasil data akhir akan membeludak.

E. Perbandingan dengan Metode Lain

Untuk memvalidasi keunggulan metode RK4, dilakukan perbandingan dengan metode numerik lainnya, yakni Metode Euler. Metode Euler merupakan metode paling sederhana dengan formula $y_{n+1} = y_n + h \cdot f(t_n, y_n)$, namun memiliki akurasi yang rendah terutama untuk step size yang besar. Metode Runge-Kutta Order 2 (RK2) memberikan akurasi yang lebih baik daripada Euler dengan menggunakan dua evaluasi fungsi per iterasi, namun masih kalah dibandingkan RK4.

Metode RK4 memakai empat evaluasi fungsi per iterasi (k1, k2, k3, k4) yang memberikan akurasi tinggi. Untuk rangkaian RC dioda dengan non-linearitas dioda, RK4 mampu menangani karakteristik eksponensial dengan sangat baik. Error yang dihasilkan RK4 hampir tidak terlihat bahkan untuk step size yang relatif besar, sehingga cocok untuk proyek UAS ini.

VII. KESIMPULAN

Dari proyek implementasi metode RK4 untuk rangkaian RC dioda ini, dapat disimpulkan beberapa hal penting. Metode RK4 terbukti mudah diimplementasikan dalam bahasa C dan memberikan akurasi yang sangat baik untuk sistem non-linear seperti dioda. Program yang dibuat stabil dan dapat diandalkan untuk berbagai parameter rangkaian.

Proyek ini menjadi proof of implementation metode RK4 buku chapra. Untuk pengembangan selanjutnya, metode ini dapat diaplikasikan untuk menganalisis rangkaian elektronika yang lebih kompleks dengan komponen lain seperti induktor atau transistor.

VIII. LINK GITHUB

https://github.com/javendzk/ProyekUAS_Komnum_24-25

IX. LINK YOUTUBE

<https://youtu.be/hf5BwBYo6tA>

REFERENSI

- S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, 7th ed., McGraw-Hill, 2015.
- C. Runge, "Über die numerische Auflösung von Differentialgleichungen," *Mathematische Annalen*, vol. 46, pp. 167-178, 1895.
- W. Kutta, "Beitrag zur näherungsweisen Integration totaler Differentialgleichungen," *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, vol. 46, pp. 435-453, 1901.
- CodeSansar, *Ordinary Differential Equation Using Fourth Order Runge Kutta (RK) Method Using C*, [Online]. Available: <https://www.codesansar.com/numerical-methods/ordinary-differential-equation-using-runge-kutta-rk-method-using-c-programming.htm>