

Matemática Discreta

Relación de Ejercicios 4.2

- Dibujar si es posible el grafo que corresponde a cada una de las propiedades descritas a continuación. Si no es posible explicar por qué:
 - Un grafo cuyo número de vértices sea igual al número de aristas más uno y no sea un árbol.
 - Un árbol con 5 vértices con grados: 1, 1, 2, 2, 4.
 - Un árbol con 4 vértices internos y 6 hojas.
 - Un árbol binario completo con 9 hojas y altura 3.
- Un árbol ternario completo tiene 34 vértices internos. ¿Cuántas aristas tiene? ¿Cuántas hojas?
- ¿Cuántos vértices internos tiene un árbol 5-ario completo con 817 hojas?
- Un aula tiene 25 ordenadores que deben conectarse a un enchufe de pared con cuatro salidas. Se hacen las conexiones mediante cables de extensión con cuatro salidas cada uno. ¿Cuál es el número mínimo de cables que se necesitan para poder utilizar todos los ordenadores?
- En una compañía donde trabajan 125 ejecutivos se instala un nuevo sistema de comunicación telefónica. Lo inaugura la presidenta, quien llama a sus cuatro vicepresidentes. A continuación, cada vicepresidente llama a otros cuatro ejecutivos; éstos, a su vez, a otros cuatro y así sucesivamente.
 - ¿Cuántas llamadas son necesarias para comunicar con los 125 ejecutivos?
 - ¿Cuántos ejecutivos hacen llamadas?
- ¿Cuál es el número máximo de vértices internos que puede tener un árbol cuaternario completo de altura 8?
- Consideramos la expresión $((p_1 \vee p_2) \rightarrow q) \leftrightarrow ((p_1 \rightarrow q) \wedge (p_2 \rightarrow q))$.
 - Representala mediante un árbol.
 - Describe algún procedimiento para determinar el recorrido en orden previo y el recorrido en orden posterior y utilízalo en el árbol anterior.
- Representa como árbol binario la siguiente expresión algebraica y escribe su representación prefija (polaca) y postfija (polaca inversa): $((((A + B) * C) + D) * E) - ((A + B) * C)$
- Traza un árbol binario para la expresión postfija que sigue y formular la representación infija y prefija:

$$AB + CD * EF / - - A *$$

- Considera el grafo dado por las listas de adyacencia

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	1	4	3	1	2	6	9	3	4	6	7	8	9	12	13
5	6	9	10	6	5	12	13	8	9	12	11	12	13	16	15
					7			10			13	14			
					11			14			15	16			

- Determina si es conexo haciendo una búsqueda en profundidad y representa la secuencia de búsqueda de los vértices con un árbol con raíz.
- Idem mediante una búsqueda en anchura.

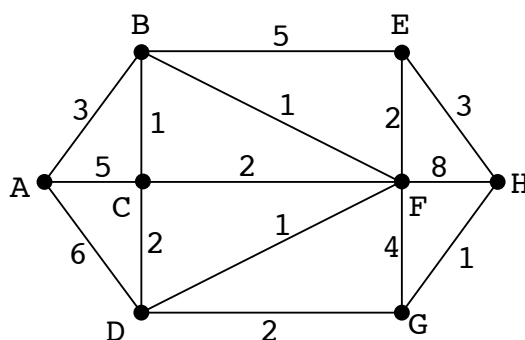
11. Se va a construir un ferrocarril metropolitano que comunique las ciudades A, B, C, D y E.

El coste de los posibles tramos de ferrocarril viene dado por la siguiente tabla

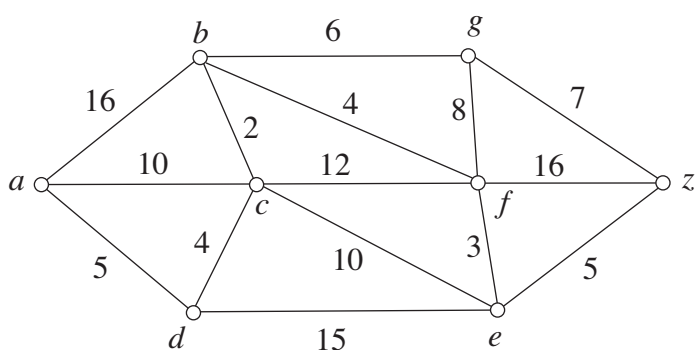
	A	B	C	D
B	14			
C	38	12		
D	10	35	18	
E	26	9	13	28

donde las cantidades se expresan en millones de euros. ¿Qué tramos deberán construirse si se quieren minimizar costes?

12. Usa el algoritmo de Prim para hallar un árbol generador minimal del grafo de la siguiente figura:



13. El grafo del ejercicio 12 muestra la conexión entre 8 centros de comunicación. Los vértices representan a los centros y los arcos a los canales de comunicación. Los tiempos de transmisión están representados por los pesos de los arcos. Supongamos que a las 7:00 el centro de comunicaciones A transmite una noticia a través de todos sus canales. Los otros centros transmitirán esa noticia tan pronto como la reciban. Usa el algoritmo de Dijkstra para determinar el menor tiempo en que cada uno de los centros B, C, D, E, F, G y H recibe la noticia.
14. En el grafo de la figura se representa una red ferroviaria donde la distancia entre cada par de ciudades se expresa en km:



- (a) Halla el camino más corto para viajar de a hasta z.
- (b) Se quiere renovar la red ferroviaria de manera que el coste en km sea mínimo y que cada par de ciudades tenga conexión por tramos renovados. ¿Qué tramos deben renovarse?

15. El estudio de localización de terminales de ordenadores que van a ser instalados en una empresa viene dado por la siguiente tabla, donde los números representan el coste de instalar las conexiones entre los distintos terminales. El terminal C corresponde al ordenador principal y el resto de los terminales deben estar conectados a él mediante líneas telefónicas.

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	—	2	5	10	—	—	—	—
B	2	—	—	—	6	7	—	9
C	5	—	—	11	—	—	12	—
D	10	—	11	—	1	—	—	—
E	—	6	—	1	—	14	13	4
F	—	7	—	—	14	—	—	8
G	—	—	12	—	13	—	—	3
H	—	9	—	—	4	8	3	—

- (a) Halla la manera en que todos los terminales estén conectados a C directa o indirectamente, siendo mínimo el coste total de la instalación.
- (b) ¿Cuál es el coste mínimo de conectar los ordenadores F y D ?
16. La siguiente tabla informa de los costes (en decenas de miles de euros) de las rutas de avión entre cada dos ciudades. Diseña una carta de navegación aérea de modo que los costes del viaje para la compañía sean mínimos y de forma que se comuniquen todas las ciudades aunque sea utilizando escalas. Si se exige que haya una conexión directa (sin escalas) entre MA y CC, ¿cómo se adaptaría el algoritmo?

	MA	M	AL	V	B	C	CC	HU
MA		1	2				5	4
M	1			4	3	4		
AL	2			3				
V		4	3		2		5	
B		3		2		2		
C		4			2		1	
CC	5			5		1		
HU	4							

17. Un viajante tiene que hacer un camino de ida y vuelta desde la ciudad A hasta la ciudad J. Las distancias en cientos de kilómetros entre las ciudades vecinas se expresan en la tabla siguiente:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	—	4	—	—	5	—	—	7	—	—
B	4	—	5	—	3	—	—	—	—	—
C	—	5	—	5	—	—	—	—	—	—
D	—	—	5	—	—	—	6	—	—	5
E	5	3	—	—	—	10	—	—	—	—
F	—	—	—	—	10	—	5	—	—	2
G	—	—	—	6	—	5	—	5	5	—
H	7	—	—	—	—	—	5	—	8	—
I	—	—	—	—	—	—	5	8	—	4
J	—	—	—	5	—	2	—	—	4	—

* Nota.- La señal — indica que las ciudades no son vecinas.

Determina al menos una ruta (de ida y vuelta, por supuesto) lo más corta posible de manera que en la vuelta no pase por ninguna de las ciudades por las que ha pasado en la ida.