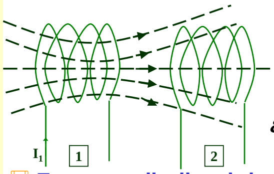
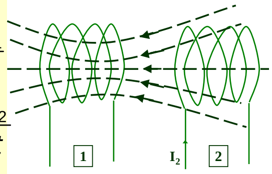
Inducción mutua

Cuando la corriente que circula por la bobina 1 cambia, también cambia el campo que produce esta bobina, lo que provoca una variación del flujo magnético que atraviesa la bobina 2. Así se induce una fem en la bobina 2



$$\varepsilon_{12} = -\frac{d\phi_{12}}{dt} = -N_2 \frac{d\phi_{12}}{dI_1}\frac{dI_1}{dt} = -M_{12}\frac{dI_1}{dt}$$

$$\varepsilon_{21} = -\frac{d\phi_{21}}{dt} = -N_1 \frac{d\phi_{21}}{dI_2}\frac{dI_2}{dt} = -M_{21}\frac{dI_2}{dt}$$



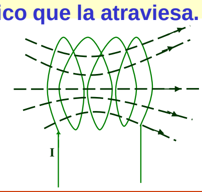
En un medio lineal, homogéneo e isótopo, la inducción mutua, M, es la constante de proporcionalidad entre el flujo magnético y la intensidad de corriente creada

$$\boxed{M = M_{12} = M_{21} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dI_1} = N_1 \frac{d\phi_{21}}{dI_2}}$$

Autoinducción

Cuando la corriente que circula por la bobina cambia, también cambia el campo que produce esta bobina, lo que provoca una variación del flujo magnético que la atraviesa. Así se induce una fem en la bobina

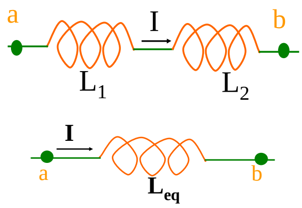
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -N\frac{d\phi}{dI}\frac{dI}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$



La constante de proporcionalidad es L $\boxed{L = N\frac{d\phi}{dI}}$

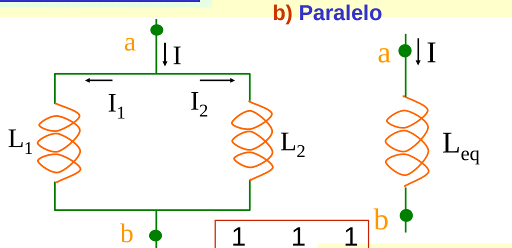
Asociación de autoinducciones

a) Serie



$$\boxed{L_{eq} = L_1 + L_2}$$

b) Paralelo



$$\boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}}$$

Energía almacenada en un inductor: Densidad de energía del campo magnético

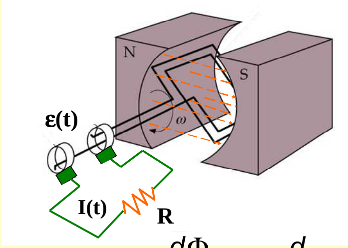
$$\boxed{U = \frac{1}{2}LI^2} \;\textbf{solenoide}\; \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} L = \mu_o \dfrac{N^2}{L_s}S \\ B = \mu_o \dfrac{N}{L_s}I \end{array}\right\} \Rightarrow U = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_o}SL_s \Rightarrow \boxed{\eta_B = \frac{U}{V_s} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_o}}$$

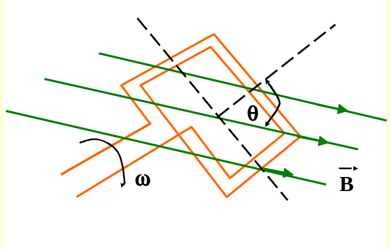
B, Campo magnético en el interior del solenoide: $B = \mu_o \frac{N}{L_s}I$

L , autoinducción del solenoide : $L = \frac{d\phi_m}{dI};\; \phi_m = N\int_S \vec{B}d\vec{S} = N\mu_o \frac{N}{L_s}IS;\; L = \mu_o \frac{N^2}{L_s}S$

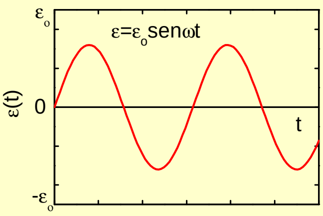
Generador de fem sinusoidal

Corriente Alterna (ca): **Corriente *I* que varía periódicamente con el tiempo.**



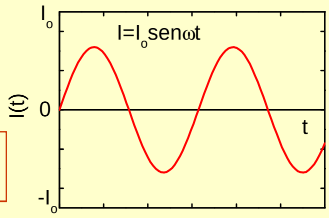


$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}[NBS\cos\omega t] = NBS\omega sen\omega t = \varepsilon_o sen\omega t$$



$$\boxed{\varepsilon(t) = \varepsilon_o sen\omega t}$$

$$\boxed{I(t) = I_o sen\omega t;\ I_o = \frac{\varepsilon_o}{R}}$$



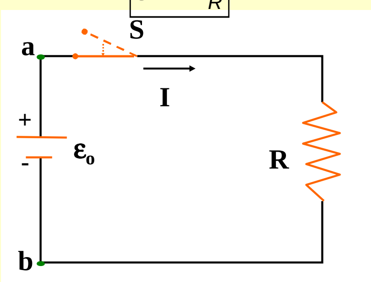
8. DISPOSITIVOS ELÉCTRICOS EN CIRCUITOS

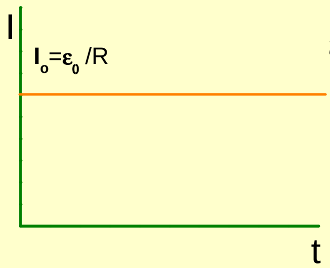
8.1. Circuitos de corriente continua

- **Comportamiento de los tres dispositivos básicos: resistencia, condensador, autoinducción**
- **Estado transitorio y estado estacionario**
- **Intensidad de corriente en el estado estacionario**

Resistencia

$$\boxed{\varepsilon = V_R}$$





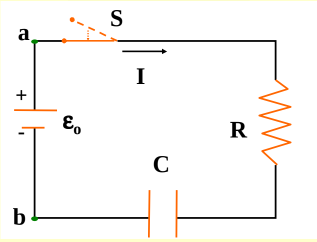
$$t_0 = 0 \rightarrow I_0 = \frac{\varepsilon_o}{R}$$

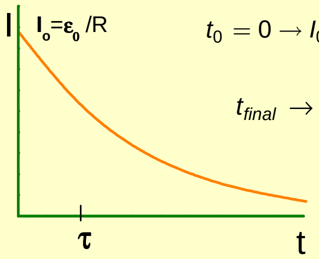
$$t_{final} \rightarrow I_f = \frac{\varepsilon_o}{R}$$

Circuitos de corriente continua

Condensador: Transitorio RC

$$\boxed{\varepsilon = V_R(t) + V_C(t)}$$



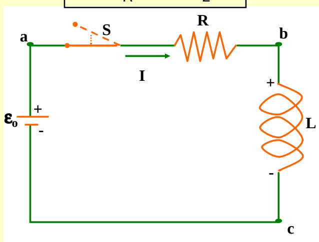


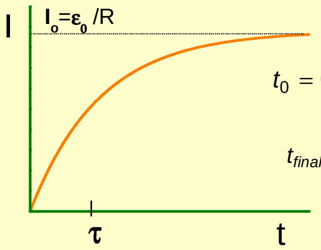
$$t_0 = 0 \rightarrow I_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}$$

$$t_{final} \rightarrow I_f = 0$$

Autoinducción: Transitorio RL

$$\boxed{\varepsilon = V_R(t) + V_L(t)}$$





$$t_0 = 0 \rightarrow I_0 = 0$$

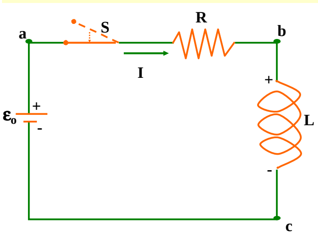
$$t_{final} \rightarrow I_f = \frac{\varepsilon_0}{R}$$

Autoinducción: Transitorio RL

$$\boxed{\varepsilon = V_R(t) + V_L(t)}$$

$$\varepsilon = I(t)R + L\frac{dI(t)}{dt}$$

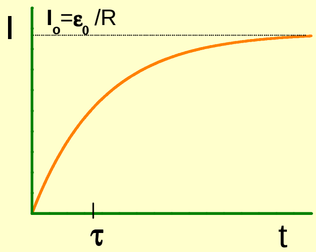
τ = L/R, Constante de tiempo

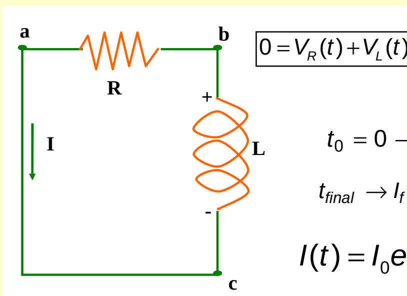


$$t = 0 \rightarrow I_0 = 0;\ V_{L0} = \varepsilon_0$$

$$t_{final} \rightarrow I_f = \frac{\varepsilon_0}{R}$$

$$I(t) = \frac{\varepsilon_0}{R}(1 - e^{-Rt/L})$$





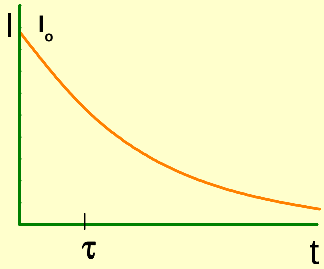
$$\boxed{0 = V_R(t) + V_L(t)}$$

$$I(t)R = -L\frac{dI(t)}{dt}$$

$$t_0 = 0 \rightarrow I_0$$

$$t_{final} \rightarrow I_f = 0$$

$$I(t) = I_0 e^{-Rt/L}$$



Circuitos de corriente alterna

Magnitudes eficaces

Valor medio de una señal periódica $\longrightarrow$ $\bar{y}=\frac{1}{T}\int_0^T y(t)dt$

$y(t)=A_0\,\mathrm{sen}(wt+\phi)$ $\longrightarrow$ $\boxed{\bar{y}=0}$

El valor eficaz es un valor medio especial

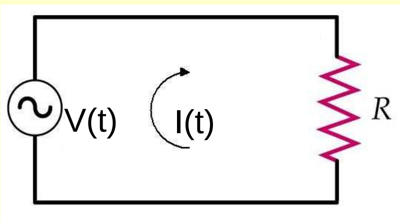
$$y_e=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T y^2(t)dt}$$

Físicamente, el valor eficaz de una señal alterna, se define como el valor de la correspondiente señal continua que disipa, en el mismo resistor y en el mismo tiempo, la misma cantidad de calor por efecto Joule que la señal alterna.

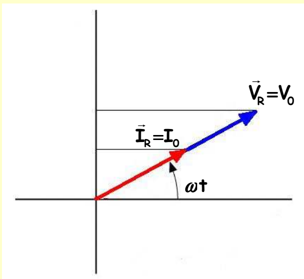
$$dW_c=dW_a \longrightarrow I_e^2Rdt=I^2(t)Rdt \longrightarrow I_e=\frac{I_0}{\sqrt{2}} \qquad V_e=\frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

Circuitos elementales

Alternador y resistencia



Fasores

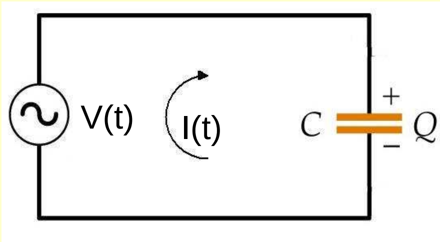


$$\left.\begin{array}{l} V(t)=V_0\,\mathrm{sen}\,\omega t \\ V(t)=I(t)R \end{array}\right\} \longrightarrow I(t)=I_0\,\mathrm{sen}\,\omega t \qquad I_0=\frac{V_0}{R}$$

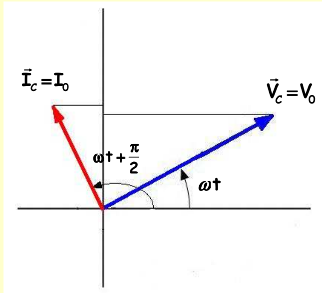
En una resistencia la tensión y la corriente están en fase

Circuitos elementales

Alternador y condensador



Fasores



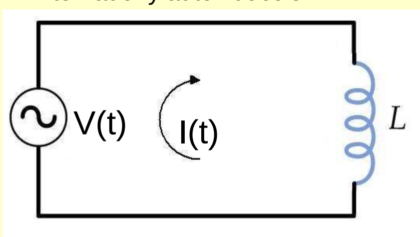
$$\left.\begin{array}{l} V(t) = V_0 \text{ sen } \omega t \\ V_C(t) = \dfrac{q(t)}{C} \end{array}\right\} \longrightarrow I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left(C V_0 \text{ sen}\,\omega t\right) = \omega C V_0 \cos\omega t \left\{ \begin{array}{l} I(t) = I_0 \text{ sen}\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right) \\ I_0 = \omega C V_0 \end{array}\right.$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$ ← Reactancia capacitiva
Capacitancia

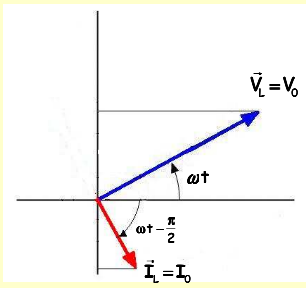
Corriente Alterna
Circuitos elementales

Circuitos elementales

Alternador y autoinducción



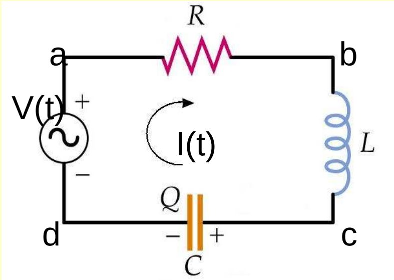
Fasores



$$\left.\begin{array}{l} V(t) = V_0 \text{ sen } \omega t \\ V_L(t) = L\,\dfrac{dI(t)}{dt} \end{array}\right\} \longrightarrow \int dI(t) = \int \frac{V_0}{L} \text{ sen}\,\omega t\, dt = -\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t \left\{ \begin{array}{l} I(t) = I_0 \text{ sen}\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right) \\ I_0 = \dfrac{V_0}{\omega L} \end{array}\right.$$

$$X_L = \omega L$$ ← Reactancia inductiva
Inductancia

Ley de Ohm. Circuito RLC serie



$$\boxed{V(t) = V_{ab}(t) + V_{bc}(t) + V_{cd}(t)}$$

$$\downarrow$$

$$V_0 = I_0\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\downarrow$$

Impedancia del circuito

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Desfase entre tensión e intensidad

$$\phi = \operatorname{arctg}\frac{(X_L - X_C)}{R}$$

Ley de Ohm de valores máximos

$$V_0 = I_0\, Z$$

Potencia

$$P(t) = V(t)I(t)$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{P_m(t) = P_{1m}(t) + P_{2m}(t) = P_1 = \tfrac{1}{2} V_0\, I_0 \cos\phi}$$

Potencia media

Potencia. Factor de potencia

$$P_m = \tfrac{1}{2} V_0\, I_0 \cos\phi$$

Factor de potencia $\longrightarrow$ Cos Φ

$$P_m = V_e\, I_e \cos\phi$$

Potencia aparente

$$P_m = V_e\, I_e$$

Señales sinusoidales

Ley de Ohm para valores eficaces $\longrightarrow$

Potencia activa

$$P_m = I_e^2 R = V_e^2 \frac{R}{Z^2}$$

Sólo las resistencias consumen potencia

Resonancia

Un circuito de corriente alterna puede entrar en resonancia en amplitud (intensidad máxima) y en energía (potencia máxima). Habrá dos frecuencias de resonancia.

I_0 máxima → $I_0 = \frac{V_0}{Z}$ → Z mínima $\boxed{\omega = \omega_0 \quad X = 0 \quad B = 0}$ → $Z = R$

$\downarrow$

Potencia máxima ← $P_m = I_0 V_0$ ← $\phi = 0 \quad \cos\phi = 1$

ω_0 es la frecuencia angular natural del circuito

Circuito RLC serie → $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

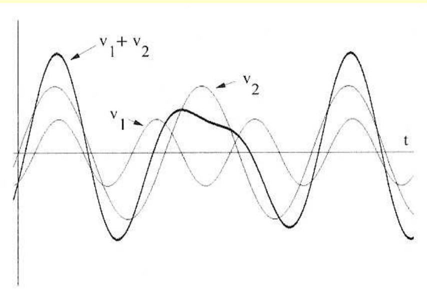
Ejemplo: Funcionamiento de un circuito de sinton¡zación de aparatos de radio y televisión

$\omega << \omega_0$ → Corriente limitada por la Capacitancia

$\omega >> \omega_0$ → Corriente limitada por la Inductacia

Señales Eléctricas

Muchas señales eléctricas utilizadas en circuitos no varían en el tiempo como una simple onda que responda a una función seno con una frecuencia determinada



Señal periódica v(t) obtenida como suma de dos funciones seno, $v_1(t)$ y $v_2(t)$ de distintas amplitudes y frecuencias.

Análisis de Fourier

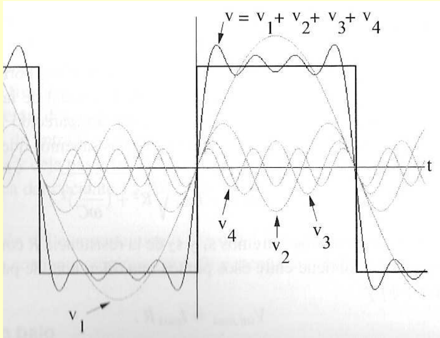
↓

Una señal periódica. v(t), puede obtenerse como una suma de términos denominada serie de Fourier.

↓

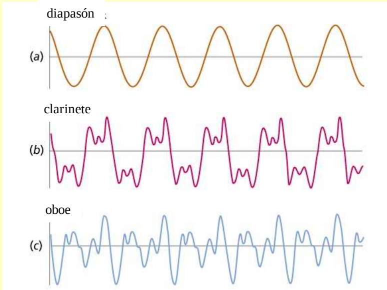
$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \operatorname{sen} nt)$$

La señal es igual a un término constante, más una señal alterna con una frecuencia fundamental (mínima), más sus armónicos o señales alternas de frecuencias iguales a múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.



Una señal periódica cuadrada de una altura y frecuencia determinadas está dada por una serie de Fourier. Cuantos más términos sean considerados, más fiel será la aproximación de la señal a la onda cuadrada que se quiere representar.

En este caso son necesarios términos o armónicos de alta frecuencia para reproducir de forma fiel esta señal que varía muy rápidamente en el tiempo.



Análisis de Fourier

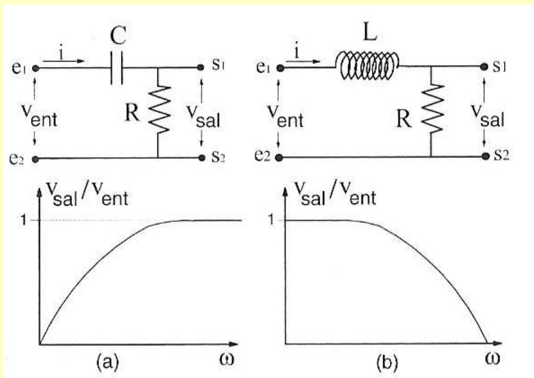
↓

Análisis del contenido de frecuencias de una señal

Filtros analógicos

Comportamiento de los elementos R, L y C en un circuito

Circuitos que permiten filtrar una señal v(t) dejando pasar únicamente ciertas componentes de la señal con determinas frecuencias en un intervalo fijado por el circuito



Filtro RC paso alto (a)

$$\frac{V_{sal}}{V_{ent}} = \frac{1}{\sqrt{1+(1/\omega RC)^2}}$$

$\omega \approx 0 \quad \Rightarrow \quad V_{sal} \cong 0$

$\omega >> 0 \quad \Rightarrow \quad V_{sal} \cong V_{ent}$

Filtro RL paso bajo (b)

$$\frac{V_{sal}}{V_{ent}} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega L/R)^2}}$$

$\omega \approx 0 \quad \Rightarrow \quad V_{sal} \cong V_{ent}$

$\omega >> 0 \quad \Rightarrow \quad V_{sal} \cong 0$