Evaluación continua: Cálculo para la computación

Departamento de Matemática Aplicada
Universidad de Málaga

Prueba 32: 10 de mayo de 2010

Dispone de 20 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

1. Compruebe que $\varphi(x) = tg(x)$ es solución de la ecuación:

$$y' = sec^2 x - y\ tgx + y^2$$

2. Resuelva la ecuación para la condición inicial y(0)=1

Prueba 31: 07 de mayo de 2010

Dispone de 20 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Resuelve la siguiente ecuación diferencial

$$2xy^3y' + y^4 = 2x^2$$

Prueba 30: 03 de mayo de 2010

Dispone de 20 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Resuelve la siguiente ecuación diferencial

$$y' = \frac{x+y}{3x+3y-4}$$

Dispone de 20 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Halla las trayectorias ortogonales de:

$$x^2 + y^2 = 2 \cdot x \cdot C$$

Dispone de 20 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Resuelve:

$$y' = \tan^2(x + y)$$

Dispone de 20 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Resuelve:

$$(x + yy')e^{-x^2-y^2} = 0$$

Prueba 26: 12 de abril de 2010

Dispone de 20 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Calcula la integral de:

$$\int \frac{1}{e^{2x} + e^{x} - 2}\,dx$$

Prueba 25: 09 de abril de 2010

Dispone de 20 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Calcula la integral de:

$$\int \frac{x}{-x^2 + x + 2} dx$$

Dispone de 15 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Calcula la tasa de cambio puntual de :

$$f(x, y, z) = x \operatorname{sen} y + x^2 e^z - 4$$

en $(2, \pi, 0)$ en la dirección de decrecimiento de z y a lo largo de la recta normal al plano

$$x + 5y - 3z = 8$$

Prueba 23: 19 de marzo de 2010

Dispone de 15 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Halle los máximos y mínimos absolutos de la siguiente función en el dominio dado:

$$T(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 6x$$

en la placa rectangular $0 \leq x \leq 5$, $-3 \leq y \leq 1$

Prueba 22: 15 de marzo de 2010

Dispone de 15 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Encuentre la ecuación del plano tangente al grafo del campo en el punto indicado, así como la de la recta normal:

$$f(x,y) = x^2 e^{xy} \qquad \text{en } (3,0,9)$$

Prueba 21: 08 de marzo de 2010

Dispone de 15 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Calcule el polinomio de Taylor de:

$$f(x, y) = \mathrm{e}^{x}\mathrm{senh}(\mathrm{y})$$

en el punto (2,0), expresándolo en función de la Hessiana.

Prueba 20: 05 de marzo de 2010

Dispone de 15 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Halle los valores máximo y mínimo del campo

$$f(x,y) = x^2y(4-x-y)$$

en el triángulo limitado por las rectas

$$x = 0, \qquad y = 0, \qquad x + y = 6$$

(Triángulo= interior + frontera)

Dispone de 15 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Encuentre todos los puntos de la superficie

$$z = x^2 y$$

en donde el plano tangente es ortogonal a la recta

$$x = 2 - 6t, \qquad y = 3 - 12t, \qquad z = 2 + 3t$$

Prueba B18:25 de enero de 2010

Dispone de 20 minutos para resolver el siguiente ejercicio.

Identique el siguiente lugar geométrico y determine los elementos necesarios para dibujarlo (ejes, centro, vértices,...).

$$17x^2 + 12xy + 22y^2 - 18x + 12y + 5 = 0$$

Prueba B17: 19 de enero de 2010

Dispone de 15 minutos para resolver el siguiente ejercicio.
Calcula la tasa de cambio puntal de

$$f(x, y) = x^2 + y \operatorname{senh}(xy)$$

en (2,0) en la dirección de decrecimiento de x y a lo largo de la recta tangente a la curva

$$y = \sqrt{x+7} - 3$$

Prueba B16: 18 de enero de 2010

Dispone de 15 minutos para resolver el siguiente ejercicio.
Demuestre que la recta tangente a la elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

en el punto (x_0, y_0) es

$$\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$$

utilizando los conceptos vistos en la lección 3. (No se podrá utilizar gradientes)

Prueba B15: 12 de enero de 2010

Dispone de 15 minutos para resolver el siguiente ejercicio.
Consideremos la siguiente expresión:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 4x + 7 = 0$$

1. Indica que tipo de cónica es.
2. Parametrízala indicando sus ejes, focos, vertice, etc, si los hubiera.

Prueba B14: 11 de enero de 2010

Dispone de 15 minutos para resolver el siguiente ejercicio.
Consideremos la siguiente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(4n^2-1)}$$

1. Comprueba si la serie converge.
2. En caso de que sea convergente, calcula su suma.

Prueba B13: 14 de diciembre de 2009

Dispone de 15 minutos para resolver el siguiente ejercicio.
Consideremos la siguiente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3 - 1}{n!}$$

1. Comprueba si la serie converge.
2. En caso de que sea convergente, calcula su suma.

Prueba B12: 1 de diciembre de 2009

Dispone de 15 minutos para resolver el siguiente ejercicio. Consideramos las siguientes sucesiones:

$$a_n = (n+1)^2 + (n+2)^2 + \cdots + (n+n)^2, \qquad b_n = n^3 - 1, \qquad n \geq 3$$

1. Exprese la sucesión a_n haciendo uso del operador Σ.
2. Escriba el término a_{n+1}
3. Calcule y simplifique $a_{n+1} - a_n$
4. Utilice el Criterio de Stöltz para calcular el límite: $\lim \frac{a_n}{b_n}$

Prueba B11: 30 de noviembre de 2009

Dispone de 20 minutos para resolver las siguientes cuestiones.

1. Estudia el carácter de la siguiente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+1}{n!}$$

2. Estudia el carácter de la siguiente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{[(2n)!]^3}{2^{6n}(n!)^6}$$

Dispone de 20 minutos para resolver las siguientes cuestiones.

1. Calcula la suma de la siguiente serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1}$$

2. Estudia el carácter de la serie para los distintos valores de q

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}(\log n)^q}$$

Prueba B09: 23 de noviembre de 2009

Dispone de **20 minutos** para resolver las siguientes cuestiones.

1. Calcula el siguiente límite

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1 + 2!\sqrt{2} + 3!\sqrt[3]{3} + \ldots + n!\sqrt[n]{n}}{77n}$$

2. Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdots \sqrt[n]{n}}$$

Dispone de **20 minutos** para resolver las siguientes cuestiones.

1. Dada la sucesión $a_n = \dfrac{n+1}{n}$, demuestre que:
   1. es estrictamente decreciente.
   2. está acotada superiormente.

2. Calcular

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{(n-1)!}}{(1+\sqrt{1})(1+\sqrt{2})\dots(1+\sqrt{n})}$$

Prueba B07: 16 de noviembre de 2009

Dispone de **20 minutos** para resolver las siguientes cuestiones.

1. Calcule los valores complejos de z que satisfacen la ecuación $\tanh(z) = i$, y exprese las soluciones en forma binómica.

2. Calcular

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+2}{n+4}\right)^{5-n}$$

Dispone de **15 minutos** para resolver las siguientes cuestiones.

1. Descomponga en fracciones simples la siguiente función racional:

$$R(x) = \frac{2x^4 + x^3 - 4x^2 + 4x - 2}{x^3 + x^2 + x}$$

2. Expresar en forma binómica el siguiente número complejo:

$$\operatorname{senh}\left((1+i)\frac{\pi}{3}\right)$$

Prueba B05: 03 de noviembre de 2009

Dispone de **20 minutos** para resolver las siguientes cuestiones.

1. Exprese $\operatorname{sen}^5 x$ en términos de senos de múltiplos de x
2. Factorice en $\mathbb{R}$ y en $\mathbb{C}$ el polinomio $z^6 + 1$

Prueba B04: 27 de octubre de 2009

Dispone de **20 minutos** para resolver las siguientes cuestiones.

1. Calcule la siguiente exponencial compleja:

$$e^{15-8i}$$

2. Calcule las raíces sextas del número complejo: $-i$

Prueba B03: 26 de octubre de 2009

Dispone de **20 minutos** para resolver las siguientes cuestiones.

1. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ z - x^2 = 1 \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases}$$

2. Expresar en forma polar los números complejos: $1 + i$ y $-1 - i$

Prueba B02: 21 de octubre de 2009

Dispone de **20 minutos** para resolver las siguientes cuestiones.

1. Determine el polinomio de Taylor de orden 5 en $x_0 = 0$ de la función

$$f(x) = \ln(1 + x)$$

2. Descomponer en fracciones simples:

$$\frac{3x^3 + 1}{x^2 - 3x + 2}$$

Dispone de **15 minutos** para resolver las siguientes cuestiones.

1. Utilice la formula del Binomio de Newton para expandir: $(5x^2 - 3y^3)^4$.
2. Transforme el siguiente polinomio utilizando el método de completar cuadrados: $p(x) = 2x^2 - 8x + 11$.