



Apellidos y Nombre:

DNI:

1. a) (3 p.) Describa mediante una parametrización, la parábola con vértice en el punto $(-1, -1)$, cuyo eje y apertura están en la dirección y sentido del vector $(2, 1)$ y que pasa por el punto $(-2, 0)$.
b) (2 p.) ¿Cuál es el valor del parámetro correspondiente al punto $(-2, 0)$? Determine la ecuación de la recta tangente a la parábola en el punto $(-2, 0)$.
2. Consideremos el campo $f(x, y, z) = xyz$ y la región S de \mathbb{R}^3 dada por la intersección de los planos $x + y + z = 40$ y $z = x + y$.
a) (2 p.) Utilice el método de los multiplicadores de Lagrange para determinar el punto crítico de f en S .
b) (1 p.) Halle el espacio vectorial tangente a S en el punto crítico obtenido.
c) (2 p.) Si α y β son los multiplicadores de Lagrange asociados al punto crítico, considerar el campo

$$f(x, y, z) = xyz + \alpha(x + y + z) + \beta(z - x - y)$$

Determine la forma cuadrática de F sobre el espacio vectorial tangente y utilícela para clasificar el punto crítico.

NO SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA

ES OBLIGATORIO ENTREGAR ESTA HOJA DEBIDAMENTE CUMPLIMENTADA



Apellidos y Nombre:

DNI:

1. a) (2 p.) Utilice el método aprendido en el curso para determinar un factor integrante de la forma $\lambda(xy)$ para la ecuación

$$(-xy \sin x + 2y \cos x) + 2xy' \cos x = 0$$

- b) (2 p.) Demuestre que la siguiente ecuación es exacta:

$$(-x^2y^2 \sin x + 2xy^2 \cos x) + 2x^2yy' \cos x = 0$$

Plantee el cálculo del potencial de las dos maneras posibles y utilice la que considere más simple para calcularlo y resolver la ecuación.

- c) (1 p.) Responda razonadamente la siguiente cuestión: las ecuaciones de los apartados anteriores ¿tienen las mismas soluciones?

2. Consideramos la región del primer cuadrante delimitada por las curvas $y = 1 - x^2$, $y = 2 - x^2$, $y = 0$ e $y = x$.

- a) (3 p.) Determine un cambio de variable, $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$, que convierta un rectángulo en esta región.
- b) (2 p.) Escriba la integral resultante al aplicar el cambio de variable a la integral que determina el área de la región.

NO SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA

ES OBLIGATORIO ENTREGAR ESTA HOJA DEBIDAMENTE CUMPLIMENTADA



Apellidos y Nombre:

DNI:

1. a) (3 p.) Calcule el siguiente límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(2 \operatorname{sen} \frac{1}{n} - \operatorname{sen} \frac{2}{n} \right)$$

- b) (2 p.) Determine el carácter de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 \operatorname{sen} \frac{1}{n} - \operatorname{sen} \frac{2}{n} \right)$$

2. a) (1,25 p.) Escriba la función $\frac{\operatorname{sen} x}{x}$ como serie de potencias.

- b) (1,25 p.) Escriba la función $\int_0^x \frac{\operatorname{sen} t}{t} dt$ como serie de potencias.

- c) (1,25 p.) Determine una serie numérica cuya suma sea $\int_0^1 \frac{\operatorname{sen} t}{t} dt$.

- d) (1,25 p.) Aproxime el valor de $\int_0^1 \frac{\operatorname{sen} t}{t} dt$ con un error menor que 10^{-3} .

NO SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA

ES OBLIGATORIO ENTREGAR ESTA HOJA DEBIDAMENTE CUMPLIMENTADA