CAPACIDAD DE UN CONDUCTOR

Definición de capacidad de un conductor $\rightarrow$ $C = \dfrac{Q}{V}$

Características de la capacidad de un conductor:
- Magnitud positiva
- No depende de la carga ni del potencial, sólo de la forma y tamaño

Unidades de capacidad S.I.: Faradio 1 F = 1 C/V
1 μF = 10^{-6} F; 1 nF = 10^{-9} F; 1 pF = 10^{-12} F

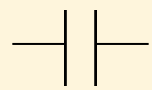
1.7. Condensadores

¿Qué es un condensador?

El conjunto de dos conductores iguales y próximos que reciben cargas iguales y opuestas

Capacidad de un condensador

$$C = \frac{Q_+}{V_+ - V_-} = \frac{Q_-}{V_- - V_+}$$

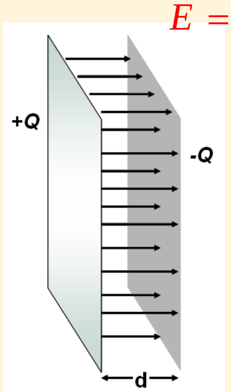


Características de la capacidad de un condensador:
- Magnitud positiva
- No depende ni de la carga ni de la diferencia de potencial de los conductores
- Depende de la forma, tamaño y disposición geométrica de los conductores

CAPACIDAD DE LOS CONDENSADORES PLANO, ESFÉRICO Y CILÍNDRICO

Condensador plano

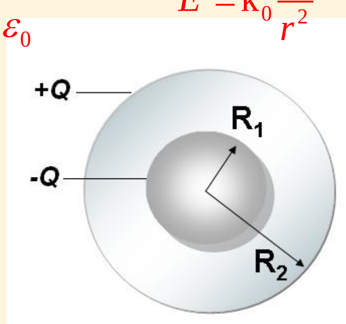
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$



$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

Condensador esférico

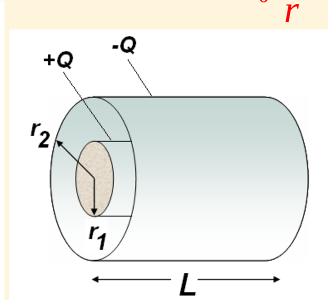
$$E = k_0 \frac{Q}{r^2}$$



$$C = \frac{R_1 R_2}{k_0 (R_2 - R_1)}$$

Condensador cilíndrico

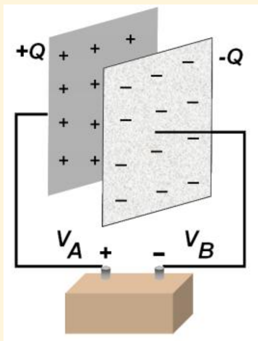
$$E = 2k_0 \frac{\lambda}{r}$$



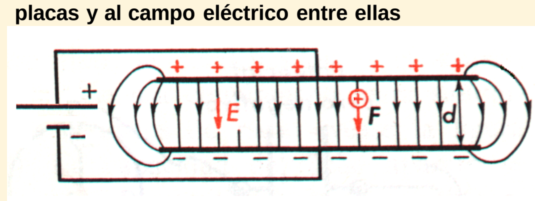
$$C = \frac{L}{2k_0 \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

ENERGÍA ELECTROSTÁTICA ALMACENADA EN UN CONDENSADOR

Para cargar un condensador, conectamos las placas una a cada polo de la pila



Un condensador cargado es distinto de uno descargado debido a la carga separada en las placas y al campo eléctrico entre ellas



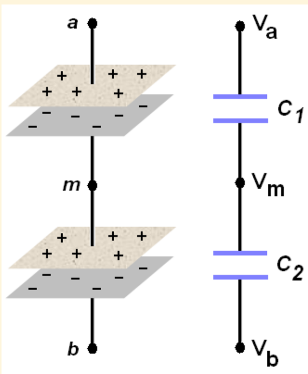
La energía almacenada en un condensador proviene del trabajo realizado para ir situando cargas del mismo signo sobre la superficie de su armadura. Estas cargas, por el efecto de la repulsión, tienden a separarse devolviendo el trabajo realizado para juntarlas

$$U=\frac{Q^2}{2\,C}=\frac{Q\left(V_A-V_B\right)}{2}=\frac{1}{2}C\left(V_A-V_B\right)^2$$

VARIOS TIPOS DE CONDENSADORES

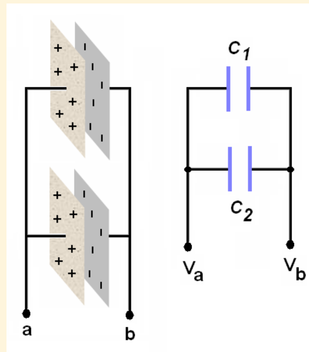
CONDENSADORES: ASOCIACIONES

Asociación en serie



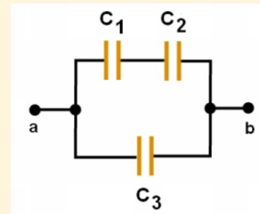
$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

Asociación en paralelo

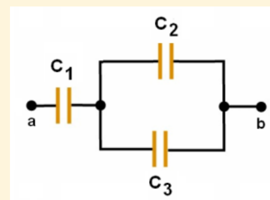


$$C_{eq}=C_1+C_2$$

Asociación mixta



$$C_{eq}=\frac{C_1C_2+C_3(C_1+C_2)}{C_1+C_2}$$



$$C_{eq}=\frac{C_1(C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3}$$

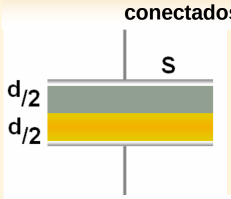
2.3. Condensadores con dieléctricos

INFLUENCIA DEL DIELÉCTRICO SOBRE EL CONDENSADOR

- **Aumenta la capacidad**
- **Soporte de separación armaduras**
- **Aumenta la resistencia a la ruptura del condensador**

$$E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}\qquad (V_+ - V_-)=\frac{(V_+ - V_-)_0}{\varepsilon_r}\qquad C=C_0\varepsilon_r$$

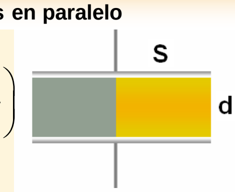
El equivalente son dos condensadores conectados en serie



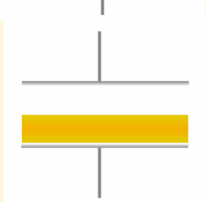
$$C=2\varepsilon_0\frac{S}{d}\left(\frac{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2}}\right)$$

El equivalente son dos condensadores conectados en paralelo

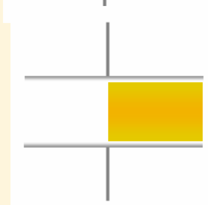
$$C=\varepsilon_0\frac{S}{d}\left(\frac{\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2}}{2}\right)$$



Condensadores parcialmente llenos

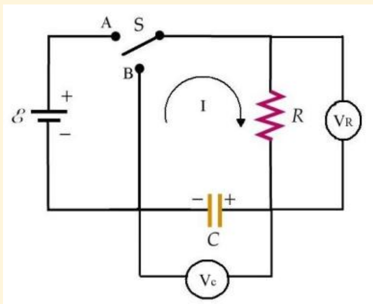


$$C=2\varepsilon_r\varepsilon_0\frac{S}{d}\left(\frac{1}{1+\varepsilon_r}\right)\qquad C=\varepsilon_0\frac{S}{d}\left(\frac{1+\varepsilon_r}{2}\right)$$



Carga de un condensador

Interruptor en A



Conservación de la energía en la malla

$$\varepsilon - \frac{q(t)}{C} - i(t)R = 0 \qquad \begin{cases} t=0 \rightarrow I_0 = \frac{\varepsilon}{R} & Q_0 = 0 \\ t=\infty \rightarrow Q_m = C\varepsilon & I = 0 \end{cases}$$

Derivar respecto t

$$\boxed{\frac{di(t)}{i(t)} = -\frac{1}{RC}\,dt}$$

$$\int_{I_0}^{i(t)} \frac{di(t)}{i(t)} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{\varepsilon}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}} \longrightarrow \int_0^{q(t)} dq(t) = \int_0^t \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}\, dt \longrightarrow q(t) = \varepsilon C\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

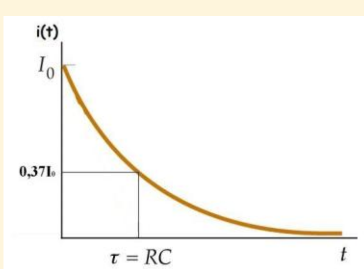
$$\boxed{V_R(t) = i(t)R = \varepsilon\, e^{-\frac{t}{RC}}}$$

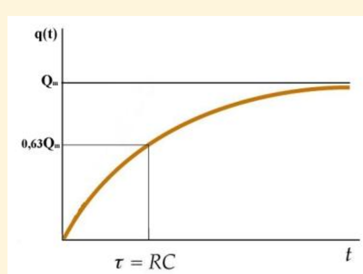
$$\boxed{V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

Constante de tiempo $\longrightarrow$ $\tau = RC$

Intervalo de tiempo que tarda la corriente en disminuir hasta e^{-1} de su valor inicial

Intervalo de tiempo que tarda la carga en aumentar hasta ($1-e^{-1}$) de su valor máximo





Balance energético de la carga de un condensador

Potencia suministrada — Potencia consumida

$$\varepsilon\, i(t) = \frac{q(t)}{C}\, i(t) \;+\; i^2(t)R$$

$$\boxed{W = \int_0^{\infty} P(t)dt}$$

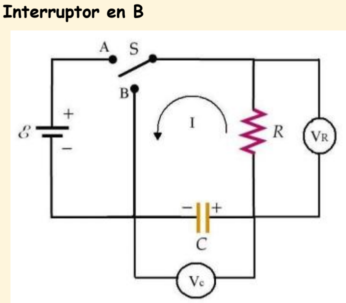
$$W_\varepsilon = \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} dt = -\frac{\varepsilon^2 \tau}{R}\left[e^{-\frac{t}{\tau}}\right]_0^{\infty} = \varepsilon^2 C$$

$$W_R = \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^2}{R}\; e^{-\frac{2t}{\tau}}\; dt = -\frac{\varepsilon^2 \tau}{2R}\left[e^{-\frac{2t}{\tau}}\right]_0^{\infty} = \frac{1}{2}\varepsilon^2 C$$

$$W_C = \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^2}{R}\left(e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{2t}{\tau}}\right) dt = -\frac{\varepsilon^2 \tau}{2R}\left[-2e^{-\frac{t}{\tau}} + e^{-\frac{2t}{\tau}}\right]_0^{\infty} = \frac{1}{2}\varepsilon^2 C$$

Descarga de un condensador

Interruptor en B



Conservación de la energía en la malla

$$-\frac{q(t)}{C} - i(t)R = 0 \quad \begin{cases} t = 0 \rightarrow \quad I_0 = \frac{\varepsilon}{R} \quad Q_0 = \varepsilon C \\ t = \infty \rightarrow \quad Q = 0 \quad I = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{i(t) = \frac{dq(t)}{dt}}$$

$$\frac{dq(t)}{q(t)} = -\frac{1}{RC}\, dt$$

$$\int_{Q_0}^{q(t)} \frac{dq(t)}{q(t)} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$q(t) = \varepsilon C\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

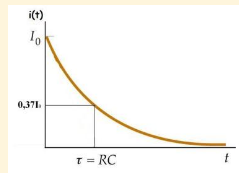
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

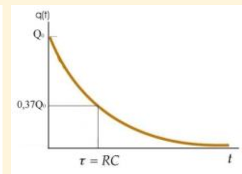
El signo negativo indica una corriente de sentido opuesto a la carga

$$\boxed{V_C(t) = V_R(t) = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Constante de tiempo $\longrightarrow$ $\tau = RC$

Intervalo de tiempo que tarda la corriente y la carga en disminuir hasta e^{-1} de su valor inicial





Balance energético de la descarga de un condensador

Potencia suministrada

Potencia consumida

$$\boxed{\frac{q(t)}{C} i(t) = i^2(t) R}$$

$$W_R = W_C = \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-\frac{2t}{\tau}} dt = -\frac{\varepsilon^2 \tau}{2R} \left[e^{-\frac{2t}{\tau}} \right]_0^\infty = \frac{1}{2} \varepsilon^2 C$$