UNIVERSIDAD DE MÁLAGA
Departamento de Matemática Aplicada

Ingeniería Informática, 15–02–2005

PRIMER PARCIAL

Cálculo para la Computación

Apellidos y Nombre:..

DNI:........................ **Grupo:**..........

---

1. (1,5 p.) Justifique razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

   a) La parte imaginaria del seno de un número complejo es un número complejo.

   b) Para las series numéricas se verifica que $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim \frac{a_{n+1}}{a_n}$

   c) Si la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-5)^n$ convergente en todo $\mathbb{R}$ entonces $\lim a_n = 0$.

   d) El campo de convergencia de $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x+3)^n$ puede ser el intervalo (-5,5].

   e) El polinomio de Taylor de orden 6 de una función puede ser un polinomio de grado 4.

2. (2 p.) Se pide:

   a) Calcular los números complejos que verifican que su conjugado es igual a su opuesto.

   b) Calcular los números complejos que verifican que su conjugado es igual a su inverso.

   c) Calcular los números complejos que verifican que su conjugado, su opuesto y su inverso son iguales.

   d) Resolver la siguiente ecuación compleja y expresar la solución en forma binómica: $\operatorname{tgh}\left(-\frac{z}{i}\right) = -\frac{1}{i}$

3. (2 p.) Estudie la convergencia y sume si es posible las siguientes series numéricas:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3+n}{(n-1)!} \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-1}{4n^3-n} \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1^5+2^5+\cdots+n^5}{n^6}$$

4. (1,5 p.) Use el polinomio de Taylor de orden 10 de la función $f(t) = t^2\operatorname{sen}(t^3)$ en el origen para calcular el valor de $f(0{,}1)$ y dar una cota del error cometido.

5. (1,25 p.) Estudie la convergencia (puntual y uniforme) de la sucesión funcional:

$$f_n(x) = \begin{cases} \dfrac{nx+\pi}{1-n} & \text{si} \quad -\pi \le x \le -\dfrac{\pi}{n} \\ \dfrac{nx-\pi}{n-1} & \text{si} \quad \dfrac{\pi}{n} \le x \le \pi \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

6. (1,75 p.) Considere la función $f_2(x)$ del ejercicio anterior, extendida con periodicidad a todo $\mathbb{R}$. Se pide:

   a) Calcular su desarrollo en serie de Fourier.

   b) Usar la serie de Fourier anterior para sumar la serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$

NO SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA

ES OBLIGATORIO ENTREGAR ESTA HOJA DEBIDAMENTE CUMPLIMENTADA