



Apellidos y Nombre: .....

DNI: .....

Grupo: .....

---

1. (1.5 puntos) Obtenga la expresión polinómica centrada en  $-2$  del polinomio

$$p(x) = \frac{1}{24}(x+3)^4 - \frac{1}{24}(x-3)^4.$$

(Se valorará la elección del método más simple.)

2. (1.5 puntos) Resuelva la siguiente ecuación en  $\mathbb{C}$ , SIN escribir la incógnita en su forma binómica.

$$z + \bar{z}i - 5 = \frac{3 - z\bar{z}}{2i}$$

---

3. (1.5 puntos)

Deduzca la igualdad  $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$  a partir de la definición de las funciones hiperbólicas.

4. (1.5 puntos) Exprese  $\sen^4 x$  en términos del coseno y seno de múltiplos de  $x$ .
- 

5. (2 puntos) Sume la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + (1 + 2^1 + \dots + 2^n)}$ .

6. (1 + 1.5 puntos) Determine una serie cuya suma sea  $\left(\frac{\pi}{2} - \arctan 2\right)$ .

Determine la primera suma parcial que aproxime su valor con un error menor de  $10^{-3}$ .

---

7. Consideramos la serie:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(4n^2 - 1)}$ .

a) (2 puntos) Obtenga la suma exacta de la serie (indicación: utilice la constante de Euler).

b) (2 puntos) Determine la primera suma parcial que aproxima la suma con un error menor que  $10^{-3}$ .

---

(Sigue atrás)

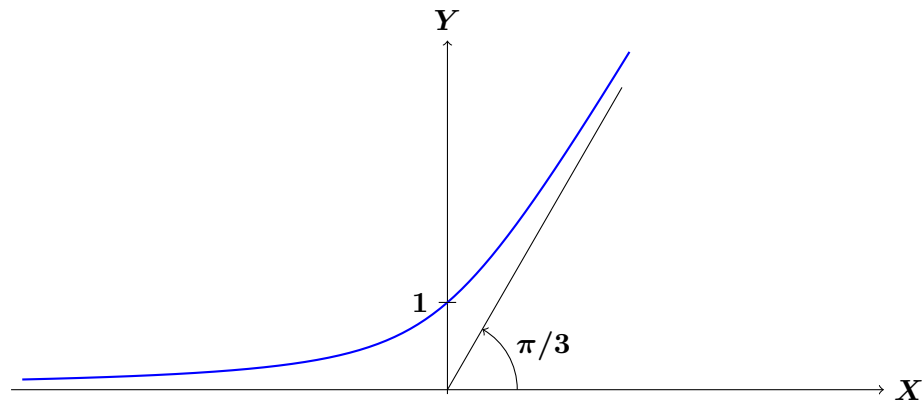
8. (2.5 puntos) La curva de Bezier determinada por los puntos  $(x_0, y_0)$ ,  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  y  $(x_3, y_3)$  es:

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 \\ y_0 & y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t^3 \\ t^2 \\ t \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 1]$$

Determine la curva de Bezier para los puntos  $P_0 = (0, 0)$ ,  $P_1 = (1, 2)$ ,  $P_2 = (2, 3)$ ,  $P_3 = (3, 0)$ . Escríbala como  $y = f(x)$  y dibújela.

---

9. (3 puntos) Determine una ecuación para la siguiente hipérbola.



- 
- Los ejercicios 1, 2, 5, 6 y 8 permiten obtener una nota entre 0 y 10. Los ejercicios 3, 4, 7 y 9 también permiten obtener una nota entre 0 y 10. La calificación final se obtiene con la media cuadrática de estas dos notas

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$



Apellidos y Nombre: .....

DNI: .....

Grupo: .....

1. (1.5 puntos) Obtenga la expresión polinómica centrada en  $-2$  del polinomio

$$p(x) = \frac{1}{24}(x+3)^4 - \frac{1}{24}(x-3)^4.$$

(Se valorará la elección del método más simple.)

2. (1.5 puntos) Resuelva la siguiente ecuación en  $\mathbb{C}$ , SIN escribir la incógnita en su forma binómica.

$$z + \bar{z}i - 5 = \frac{3 - z\bar{z}}{2i}$$

3. (2 puntos) Sume la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + (1 + 2^1 + \dots + 2^n)}$ .

4. (1 + 1.5 puntos) Determine una serie cuya suma sea  $\left(\frac{\pi}{2} - \arctan 2\right)$ .

Determine la primera suma parcial que aproxime su valor con un error menor de  $10^{-3}$ .

5. (2.5 puntos) La curva de Bezier determinada por los puntos  $(x_0, y_0)$ ,  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  y  $(x_3, y_3)$  es:

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 \\ y_0 & y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t^3 \\ t^2 \\ t \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 1]$$

Determine la curva de Bezier para los puntos  $P_0 = (0, 0)$ ,  $P_1 = (1, 2)$ ,  $P_2 = (2, 3)$ ,  $P_3 = (3, 0)$ . Escríbala como  $y = f(x)$  y dibújela.