UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Departamento de Matemática Aplicada

Ingeniería Informática, 24–01–2006

PRIMER PARCIAL

Cálculo para la Computación

Apellidos y Nombre:. . . . .

DNI:. . . . . **Grupo:**. . . . .

---

1. (2,5 p.) Responda o resuelva razonadamente las siguientes cuestiones:

   a) Exprese en forma binómica $e^{2-\pi i}$

   b) Dado el polinomio $P(x) = x^4 + 6x^2 + 25$, obtenga la factorización de $P(x)$ en $\mathbb{C}$ e igualmente su factorización en $\mathbb{R}$

   c) Si $z, w \in \mathbb{C}$ y $z = \log(e^w)$ ¿puede ocurrir que $z \neq w$?

   d) Demuestre que si $z, w \in \mathbb{C}$, $\operatorname{sen} z \cos w = \frac{1}{2}(\operatorname{sen}(z+w) + \operatorname{sen}(z-w))$

2. (1,5 p.) Calcule los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim(\sqrt[5]{n+2} - \sqrt[5]{n-2}) \qquad \text{b) } \lim \frac{1}{n}\sqrt[n]{(n+1)(n+2)\dots(n+n)}$$

3. (1.5 p.) Estudie el carácter y sume si es posible las siguientes series numéricas:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n2^n} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+\log n)^2}$$

4. (1,5 p.) Consideremos la sucesión de funciones $f_n(x) = \dfrac{x}{1+n^4x^2}$

   a) Estudie la convergencia puntual y uniforme de $f_n(x)$.

   b) Estudie la convergencia puntual y uniforme de $\sum f_n(x)$

5. (1 p.) Calcule el polinomio de Taylor de orden 8 en el punto $x_0 = 0$ de la función

$$f(x) = (\mathrm{e}^{x^2} - 1)\operatorname{sen}(x^3)$$

6. (2 p.) Considere la función periódica de periodo 2, definida como $f(x) = (x-2)$ en $[1, 3]$. Se pide:

   a) Calcular su desarrollo en serie de Fourier.

   b) Usar el apartado a) para sumar la serie $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k-1}$

   c) Usar el apartado a) para obtener el desarrollo en serie de Fourier de la función periódica de periodo 2, definida como $f(x) = x^2 - 4x$ en $[1, 3]$ (sin utilizar la definición de los coeficientes de la serie de Fourier).

NO SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA

ES OBLIGATORIO ENTREGAR ESTA HOJA DEBIDAMENTE CUMPLIMENTADA