



Apellidos y Nombre: .....

DNI: ..... Especialidad/Grupo: .....

- (Hasta 1,25 puntos) Resuelve el sistema: 
$$\begin{cases} x \equiv 7 \pmod{12} \\ x \equiv 3^{4709} \pmod{20} \end{cases}$$
- (Hasta 1,25 puntos) Una estudiante quiere organizar el estudio de un período de 7 días. Cada día estudiará una de las cuatro asignaturas que tiene: Cálculo, Electrónica, Física y Matemática Discreta.
  - ¿Cuántas programaciones distintas puede hacer?
  - ¿En cuántas programaciones dedica al menos un día para cada asignatura?
- (Hasta 1,5 puntos) Se quieren repartir 16 lápices de memoria (iguales) entre 5 personas.
  - ¿De cuántas formas se pueden repartir, si la primera debe recibir al menos 5 y las restantes al menos 1?
  - ¿De cuántas formas se pueden repartir si cada persona tiene que recibir un número par de memorias? (Todas las personas deben recibir algún lápiz de memoria).
- (Hasta 1,25 puntos) Resuelve la siguiente ecuación de recurrencia:  $a_0 = 0$ ,  $a_n - 2a_{n-1} = 1$ , para todo  $n \geq 1$  y demuestra por inducción que la solución obtenida es correcta.
- (Hasta 1,25 puntos) Un grafo tiene 19 aristas y sus vértices tienen grado 4 ó 5. ¿Cuántos vértices de grado 4 y cuántos de grado 5 debe tener? Indica todas las soluciones posibles. ¿Existen grafos que, cumpliendo estas condiciones, tengan caminos o circuitos de Euler?
- (Hasta 1,5 puntos) En la tabla siguiente se indican las conexiones, (en coste por unidades de longitud de cable), de los ordenadores **A, B, C, D, E, F, G, H, I** de los empleados de una empresa, conectados entre sí en una red.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A		12		6		5		4	
B	12		7				8		2
C		7		7				5	
D	6		7		2				1
E				2		3			
F	5				3		6		15
G		8				6		3	
H	4		5				3		5
I		2		1		15		5	

- ¿Qué líneas se deben usar para conectar los terminales **A** y **E** con coste mínimo?
  - En la red se producen fallos y se han contratado los servicios de un técnico para localizarlos. Como el coste de reparación es demasiado elevado, se decide reparar lo indispensable. Si es necesario que todos los ordenadores queden conectados por tramos renovados, ¿cuáles serían los tramos a reparar?
- (Hasta 0,5 puntos) Sean  $\Omega$  y  $\Omega'$  conjuntos de fórmulas. Demuestra la siguiente propiedad de Mod:  
Si  $\Omega \supseteq \Omega'$ , entonces  $\text{Mod}(\Omega) \subseteq \text{Mod}(\Omega')$
  - (Hasta 1,5 puntos) Razone con exactitud sobre la veracidad de las siguientes afirmaciones:
    - Si una fórmula no es válida, su negación sí lo es.
    - Si cada elemento de un conjunto de fórmulas es satisfacible, el conjunto también es satisfacible.
    - Si  $\Omega' \models A$ , es posible que exista  $\Omega \supset \Omega'$  tal que  $\Omega \not\models A$ .

SE DEBEN **JUSTIFICAR** TODAS LAS RESPUESTAS

NO SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA

ES OBLIGATORIO ENTREGAR ESTA HOJA DEBIDAMENTE CUMPLIMENTADA