



**Apellidos y Nombre:** .....

**DNI:** .....

**Grupo:** .....

1. (2,5 p.) Consideramos la función  $f(x) = \operatorname{tg}(x/2)$ .
  - a) Represente la función  $f(x) = \operatorname{tg}(x/2)$  en el plano cartesiano  $XY$  y en el intervalo  $(-\pi, \pi)$ .
  - b) Estudie si la curva polar  $r = f(\theta)$ ,  $\theta \in (-\pi, \pi)$ , tiene asíntotas. Indicación: para los cálculos, tenga en cuenta que  $\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$ .
  - c) Dibuje la curva polar  $r = f(\theta)$ ,  $\theta \in (-\pi, \pi)$ .
2. (2,5 p.) Consideramos el campo  $f(x, y) = 8y^2 - 12xy - 6y - 8x^2 + 2x + 2$ :
  - a) Describa las curvas de nivel de  $f(x, y)$ .
  - b) Halle todos los elementos necesarios para dibujar la curva o curvas de nivel asociadas al valor 1, es decir,  $f(x, y) = 1$ .
3. (2,5 p.) Consideramos el campo  $f(r, t) = t^n \exp(-r^2/4t)$ :
  - a) Halle  $\frac{\partial f}{\partial t}$  y  $\frac{\partial f}{\partial r}$
  - b) Halle  $\frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \cdot \frac{\partial f}{\partial r} \right)$
  - c) Halle un valor de la constante  $n$  para que  $f$  satisfaga la siguiente ecuación
$$r^2 \cdot \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right)$$
4. (2,5 p.) Consideramos el campo  $f(x, y) = 3x^2 + y^2$ 
  - a) Para cada punto  $(x, y)$ , ¿cuál es la dirección sobre la cual la tasa de cambio puntual de  $f$  es máxima?
  - b) Para cada punto  $(x, y)$ , ¿cuál es el valor máximo de la tasa de cambio puntual de  $f$ ?
  - c) Utilice el método de los multiplicadores de Lagrange para determinar en qué puntos de la circunferencia  $x^2 + y^2 = 1$ , la tasa de cambio puntual hallada en el punto anterior es máxima.

NO SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA

ES OBLIGATORIO ENTREGAR ESTA HOJA DEBIDAMENTE CUMPLIMENTADA