



Apellidos y Nombre: .....

DNI: .....

Grupo: .....

1. (1.5 p.) Consideremos la función

$$f(x) = \frac{16}{5 \cos x - 3}$$

definida en el intervalo  $[0, 2\pi]$ .

- Dibuje la curva polar  $r = f(\theta)$ .
- Si existen, calcule los puntos de la curva polar anterior cuya tangente sea horizontal o vertical.
- Sabiendo que la curva polar anterior es una hipérbola, determine su ecuación cartesiana y las ecuaciones de sus asíntotas.

2. (1.5 p.) Calcule los extremos absolutos del campo

$$f(x, y) = 4xy^2 - x^2y^2 - xy^3$$

en la región  $2x^2 \leq 7y \leq 28$ .

3. (1.5 p.) Calcule el valor de la integral

$$\iint_D \exp\left(\frac{x^2 + y^2}{2x}\right) dx dy,$$

en donde  $D$  es la región encerrada por la curva  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ , utilizando coordenadas polares.

4. (1.5 p.) Consideremos la ecuación diferencial

$$(3xy - 2y^2) + (4x^2 - 5xy)y' = 0$$

Se pide:

- Resolver la ecuación diferencial dada utilizando un factor integrante de  $xy^3$ .
- Determinar si las funciones  $y = x$  e  $y = 0$  son soluciones de la ecuación: ¿qué se puede decir de la unicidad de las soluciones de la ecuación?

5. (1.2 p.) Consideremos la serie numérica

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{2^n n!}$$

Se pide:

- a) Estudiar la convergencia de la serie.
- b) Utilizar las técnicas de series numéricas para aproximar la suma con un error menor que  $10^{-2}$ .
- c) Utilizar series funcionales para calcular el valor exacto de la serie.

6. (1.2 p.) Estudiar la convergencia y sumar, si es posible, la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)^2}{(n-1)!}$$

7. (1.6 p.) Consideremos la serie trigonométrica

$$1 - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen}(2n\pi x)}{n}$$

Se pide:

- a) Determinar los valores de  $a$  y  $b$  para que esta serie sea el desarrollo en serie de Fourier de la función periódica de periodo  $2T = 1$  y tal que  $f(x) = ax + b$  si  $x \in [0, 1]$ .
- b) Utilizar la serie de Fourier para sumar la serie numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

---

NO SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA  
ES OBLIGATORIO ENTREGAR ESTA HOJA DEBIDAMENTE CUMPLIMENTADA

---