UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Departamento de Matemática Aplicada

Ingeniería Informática, 14–06–2005

PRIMER PARCIAL

Cálculo para la Computación

Apellidos y Nombre: ....

DNI: .... **Grupo:** ....

---

1. (2 p.) Trabajando en el cuerpo de los números complejos, resuelva los siguientes ejercicios:

   a) Calcule los números complejos que verifican que su conjugado es igual a su inverso.

   b) Demuestre que $2\cos^2 z = 1 + \cos 2z$.

   c) Resuelva la siguiente ecuación y exprese la solución en forma exponencial:

$$\left(\frac{\pi - 2}{2} + \frac{\pi + i - 1}{i - 1}\right) z = \ln\left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)$$

2. (2,25 p.) Estudie la convergencia de las siguientes series numéricas:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 2n + \ldots + n^2}{n^3} \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \operatorname{sen} \frac{1}{n!} \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1+n}{n}\right)^n + \frac{3n}{n+1}\right]^{-n}$$

3. (1,5 p.) Estudie la convergencia (puntual y uniforme) y sume, si es posible, la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^n} x^{n+1}$$

4. (1,5 p.) Use series de Taylor para calcular:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 + \log(1 - x^2)}{2\cos x - e^{-x^2} - 1}$$

5. (2,75 p.) Considere la función $f(x) = |x|$, definida en $[-\pi, \pi]$ y extendida con periodicidad a $\mathbb{R}$. Se pide:

   a) Calcular su desarrollo en serie de Fourier.

   b) Usar la serie de Fourier anterior para sumar la serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2}$

   c) Usar el desarrollo obtenido para calcular la serie de Fourier de la función de periodo 2π definida por

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si} \quad x \in [-\pi, 0) \\ 1 & \text{si} \quad x \in [0, \pi) \end{cases}$$

NO SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA

ES OBLIGATORIO ENTREGAR ESTA HOJA DEBIDAMENTE CUMPLIMENTADA