



Apellidos y Nombre:

DNI:

Grupo:

1. (3.5 p.) Las ecuaciones de la forma

$$y' + yp(x) = y^n q(x)$$

se denominan ecuaciones de Bernoulli. Para $n = 0$ esta ecuación es una ecuación lineal, para $n = 1$ esta ecuación es una ecuación en variables separables y, en otro caso, podemos dividir ambos miembros de la igualdad por y^n y aplicar el cambio de variable $z = y^{1-n}$ que conduce a una ecuación lineal.

Consideremos la siguiente ecuación diferencial $y' + 3xy = xy^3$. Se pide:

- (1.0 p.) Estudiar la existencia y unicidad de soluciones de esta ecuación diferencial.
- (2.0 p.) Aplicar el método descrito para obtener la solución general de la ecuación diferencial.
- (0.5 p.) Obtener una solución particular $y = f(x)$ que verifique la condición inicial $f(0) = 1$.
- (0.5 p.) ¿Es $y' + xy^2 = \sqrt{xy}$ una ecuación diferencial de Bernoulli? (justifique la respuesta).

2. (3 p.) Consideremos la siguiente curva definida en $[0, 1]$

$$\begin{aligned}x(t) &= \frac{2t}{1+t^2} \\ y(t) &= 1 - \frac{2t^2}{1+t^2}\end{aligned}$$

Se pide:

- (0.5 p.) Esbozar la curva.
 - (1.0 p.) Calcular la longitud de la curva
 - (1.5 p.) Utilizar integrales dobles para calcular el área encerrada por la curva y los ejes de coordenadas.
3. (3 p.) Consideremos las curvas $x^2 + y^2 = 1$ y $x^2 + 9y^2 = 9$. Se pide:
- (0.5 p.) Representar el área de la región comprendida entre las curvas, con $y \geq 0$.
 - (2.5 p.) Utilizar integrales dobles para calcular el área representada.

NO SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA

ES OBLIGATORIO ENTREGAR ESTA HOJA DEBIDAMENTE CUMPLIMENTADA

Responder a las siguientes preguntas:

- Número de horas dedicadas en esto últimos días a la preparación de este examen:
- ¿Cuántos ejercicios has hecho de la relación de "ejercicios propuestos" del tema 4?
- ¿Cuántos ejercicios has hecho de la relación de "ejercicios propuestos" del tema 5?