

# Inteligencia Artificial

Apuntes de la clase del día 21/08/2025

Julio Varela Venegas-2019008041  
Escuela de Ingeniería en Computación  
Instituto Tecnológico de Costa Rica  
Cartago, Costa Rica  
juliojvv20@estudiantec.cr

**Resumen**—This session of the Artificial Intelligence course began with a review of fundamental linear algebra concepts, emphasizing their relevance for data analysis and manipulation. The class then introduced the principles of supervised learning and its main characteristics. Using Visual Studio Code with a Jupyter Notebook, practical examples were presented to illustrate dataset operations. The professor highlighted the advantages of applying vectorized programming over traditional iterative approaches, showing how vectorization optimizes data processing and facilitates the use of linear algebra operations.

**Index Terms**—Inteligencia Artificial, Aprendizaje Supervisado, Álgebra Lineal, Programación Vectorial, Jupyter Notebook, Procesamiento de Datos.

## I. INTRODUCCIÓN

En esta sesión del curso de Inteligencia Artificial se reforzaron conceptos de álgebra lineal vistos en la clase anterior, los cuales son fundamentales para el manejo eficiente de datos, destacando su aplicación en el contexto de modelos de aprendizaje automático. Luego, se habló sobre algunos de los conceptos clave del aprendizaje supervisado como una de las ramas centrales de la disciplina, explicando sus características y objetivos. A nivel práctico, la clase incluyó el uso de Visual Studio Code junto con Jupyter Notebook con códigos de ejemplo enfocados en dar una demostración sobre los temas de álgebra vistos en clase y como estos pueden permitir trabajar con mayor eficiencia sobre un determinado dataset. Por último se logró evidenciar cómo las técnicas vectorizadas no solo simplifican la implementación, sino que también optimizan el rendimiento en tareas de procesamiento de datos.

## II. NOTICIAS Y CONTEXTO RECIENTE

En esta parte de la clase se discutió brevemente la importancia de asistir a charlas organizadas por grupos estudiantiles como IEEE, ya que estas actividades permiten el contacto con profesionales del área y fomentan tanto el aprendizaje complementario como la creación de redes de colaboración que pueden abrir oportunidades laborales en el futuro. Asimismo, se mencionó el surgimiento de nuevas versiones de modelos de lenguaje como GPT-5. Aunque se destacó su relevancia en el ámbito de la Inteligencia Artificial, se comentó que la recepción por parte de los usuarios no fue del todo positiva. Más allá de esta observación, no se abordaron en detalle otras noticias recientes durante la sesión.

## III. REPASO DE MATEMÁTICA: ÁLGEBRA LINEAL

En esta parte de la clase retomamos conceptos básicos de álgebra lineal, que son fundamentales para entender la Inteligencia Artificial. Como textos de apoyo se usaron *Introducción a la Inteligencia Artificial* y *Dive into Machine Learning – Algebra, Capítulo 2*. A continuación se resumen los puntos más importantes.

### III-A. Vectores y Representación

Un vector es un objeto matemático con dirección y magnitud, definido en un espacio  $N$ -dimensional. En 2D o 3D se puede representar gráficamente, pero en dimensiones mayores (4D, 500D, etc.) aunque no se pueda visualizar, sí se puede operar matemáticamente.

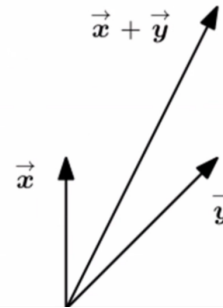


Figura 1. Representación gráfica de un vector.

Un vector se puede ver como un segmento con un punto inicial y uno final; la operación fundamental es restar las coordenadas correspondientes. Normalmente se asume que todos los vectores parten del origen  $(0,0)$  y los ejes dependen de la dimensión que estemos usando.

### III-B. Vectores en Lenguaje Natural

En IA, las palabras se pueden representar como vectores en un espacio semántico. Por ejemplo, las palabras *Rey*, *Reina*, *Hombre*, *Mujer* pueden combinarse de forma vectorial para ver relaciones: *Rey - Hombre + Mujer* da un vector cercano a *Reina*. Esto muestra cómo los vectores son la base para representar conceptos en IA.

### III-C. Magnitud y Distancias

La magnitud indica la distancia entre el punto inicial y final del vector, calculada con la norma  $\|\mathbf{v}\|$ .

- **Distancia Manhattan (L1):** suma de los valores absolutos de las diferencias en cada eje:

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$$

- **Distancia Euclidiana (L2):** hipotenusa del triángulo formado por los vectores:

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$$



Figura 2. Distancia Euclidiana entre dos puntos.

### III-D. Propiedades de la Norma

La norma cumple varias propiedades:

- **Positividad:** siempre es mayor o igual a cero.
- **Homogeneidad:** escalar el vector escala también su norma.
- **Desigualdad triangular:** la norma de la suma es menor o igual que la suma de las normas.

Un caso especial es el **vector unitario**, cuya norma es 1. Normalizar un vector lo convierte en unitario y simplifica cálculos.

### III-E. Producto Punto

El producto punto se define como:

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

$$\mathbf{x}^T \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

Figura 3. Fórmula del producto punto.

El resultado siempre es un escalar. En IA,  $\mathbf{x}$  puede ser un vector de características y  $\mathbf{y}$  un vector de pesos, permitiendo cuantificar la importancia relativa de cada feature.

### III-F. Identidad del Coseno

La identidad del coseno mide la similitud entre vectores. Es útil para comparar palabras en un espacio vectorial. La fórmula es:

$$u \cdot v = \|u\| \cdot \|v\| \cdot \cos(\theta)$$

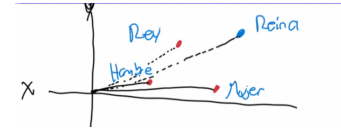


Figura 4. Analogías semánticas usando vectores.

Interpretación: - Ángulo pequeño  $\rightarrow$  vectores similares. - Ángulo  $0^\circ \rightarrow$  mismo vector. - Ángulo grande  $\rightarrow$  vectores lejanos, sin relación.

Aunque se ilustre en 2D, normalmente se calcula en espacios de 500 o 1000 dimensiones.

**III-F1. Ejemplo de cálculo:** Para  $u = (1, 2)$  y  $v = (3, 4)$ :  
1. Calcular  $u \cdot v$ . 2. Calcular  $\|u\|$  y  $\|v\|$ . 3. Sustituir en la fórmula del coseno.

Resultado: ángulo  $\sim 10,3^\circ \rightarrow$  vectores casi codireccionales.

**III-F2. Vectores Codireccionales:** Dos vectores con la misma dirección pero diferente magnitud cumplen  $u = k \cdot v$ . Ángulo  $0^\circ$ , misma dirección.

Producto punto consigo mismo:

$$u \cdot u = \|u\|^2 \implies \|u\| = \sqrt{u \cdot u}$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = \|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{u}\| \cdot \cos(0)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = \|\mathbf{u}\|^2$$

Figura 5. Demostración de  $u \cdot u = \|u\|^2$ .

**III-F3. Ortogonalidad y Ortonormalidad:** Vectores con ángulo  $90^\circ \rightarrow$  producto punto  $= 0 \rightarrow$  ortogonales (). Si además tienen norma 1  $\rightarrow$  ortonormales.

## IV. SUPERVISED LEARNING

En aprendizaje supervisado tenemos dos cosas importantes: **features** y **labels**. - **Features:** propiedades medibles de una entidad (altura, peso, intensidad de píxel, etc.). - **Labels:** valor objetivo que queremos predecir.

Un vector de features  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots)$  describe todas las propiedades de un ejemplo, y la variable dependiente  $y$  depende de estas.

- **Regresión:** predecir valores continuos (por ejemplo, precio de una casa).
- **Clasificación:** asignar a categorías discretas (tipo de vehículo: moto, carro, camión).

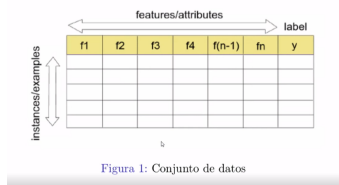


Figura 6. Estructura de un dataset con features y labels.

## V. NOTEBOOK: PROGRAMACIÓN VECTORIAL Y OPERACIÓN CON DATASETS

Se exploraron ventajas de operar un dataset con programación vectorial y álgebra lineal vs usar ciclos tradicionales. Esto mejora la eficiencia y permite trabajar con grandes volúmenes de datos.

### V-A. Introducción a NumPy

NumPy permite: - Arrays multidimensionales (vectores, matrices, tensores). - Operaciones vectorizadas. - Cálculos rápidos gracias a C y Fortran. - Funciones de álgebra lineal y estadísticas. - Integración con Pandas, Matplotlib, Scikit-learn. - Compatibilidad con GPU mediante bibliotecas externas.

### V-B. Creación y manipulación de arrays (pseudocódigo)

- Crear array 1D con números consecutivos. - Crear matriz identidad 3x3. - Realizar operaciones básicas (suma, multiplicación). - Calcular media, desviación estándar y otras estadísticas.

### V-C. Cálculo de la distancia euclidiana (pseudocódigo)

**Ciclos tradicionales:** sumar las diferencias al cuadrado y sacar raíz. **Programación vectorial:** restar vectores, elevar al cuadrado, sumar y sacar raíz. **Comparación:** con vectores grandes, vectorial es mucho más rápido.

### V-D. Creación de datasets con Pandas y NumPy (pseudocódigo)

- Generar 3 clases con distribución normal. - Asignar etiquetas 0, 1, 2. - Combinar datos en un solo dataset. - Crear DataFrame con features y labels. - Visualizar distribución con gráficos.

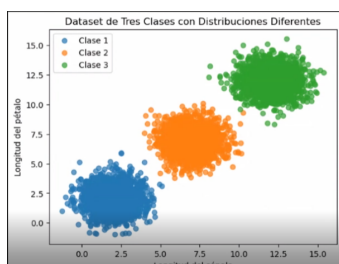


Figura 7. Distribución de clases en el dataset generado.

### V-E. Exploración y visualización de datos

- Ver primeras/últimas filas. - Contar elementos por columna. - Acceder a columnas individuales. - Calcular estadísticas descriptivas (media, desviación, cuartiles, percentiles). - Graficar histogramas para ver distribuciones.

### V-F. Clasificación de nuevos samples

Se entran 100 samples nuevos y se quiere clasificarlos usando el dataset previo.

**Estrategia:** K-Nearest Neighbors (KNN) 1. Tomar dataset de entrenamiento. 2. Para cada nuevo sample: - Calcular distancia a todos los samples de entrenamiento. - Tomar los  $k$  más cercanos. - Asignar la clase más frecuente entre ellos.

**Notas:** - Permite clasificar según proximidad a ejemplos conocidos. -  $k$  es un hiperparámetro que define cuántos vecinos considerar. - Puede aplicarse a clasificación o, en variantes, a regresión.

## VI. CONCLUSIÓN

La Inteligencia Artificial combina matemáticas, programación y consideraciones prácticas. Entender los fundamentos, cuidar la calidad de los datos y practicar con herramientas como NumPy y Pandas es clave para agilizar el manejo de grandes cantidades de datos y la optimización de tiempos de ejecución.

## REFERENCIAS

- [1] Apuntes de la clase de Inteligencia Artificial, Profesor Steven Andres Pacheco Portuguez, Instituto Tecnológico de Costa Rica, 21 de julio de 2025.