

Programación equitativa de carga de vehículos eléctricos en estaciones de servicio desde un enfoque adaptativo

Javier Esteban Barrera Hernandez^a

^a*Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Los Andes, Colombia*

Abstract

La programación eficiente de la carga de vehículos eléctricos en estaciones de servicio es crucial para optimizar recursos, minimizar esperas y asegurar la rentabilidad operativa ante su creciente adopción. Sin embargo, los sistemas de gestión tradicionales a menudo fallan en equilibrar eficiencia económica y equidad. Este artículo aborda este desafío desarrollando y comparando tres enfoques metodológicos para el problema de programación de estaciones de carga: un modelo de programación lineal entera mixta para optimización exacta, una heurística constructiva rápida y una metaheurística de búsqueda adaptativa de vecindad amplia. Una contribución central es la integración explícita de la equidad en una función objetivo bajo un marco operacional unificado, buscando un balance entre rentabilidad y satisfacción justa del usuario. Los modelos se validan y comparan exhaustivamente mediante instancias de prueba representativas. Los resultados experimentales, respaldados por análisis estadístico, demuestran que mientras el modelo de programación lineal entera mixta proporciona *benchmarks* óptimos (con alto coste computacional en instancias grandes), la heurística constructiva, si bien reduce el tiempo computacional promedio en un 99.99 % frente al modelo exacto, presenta una brecha objetivo promedio del 16.11 %. Mientras que la búsqueda adaptativa de vecindad amplia emerge como un enfoque robusto: logra un rendimiento en la función objetivo estadísticamente indistinguible del modelo de programación lineal entera mixta (limitado en tiempo) y supera significativamente a la heurística constructiva, operando con una reducción del tiempo computacional promedio del 96.9 % respecto al modelo exacto. Este trabajo ofrece una perspectiva unificada sobre las ventajas relativas de estos paradigmas, subrayando la eficacia de la búsqueda adaptativa de vecindad amplia para alcanzar excelentes soluciones con un costo computacional bajo.

Keywords: Programación de carga; optimización MILP; heurística constructiva; metaheurística ALNS; equidad en el servicio; estaciones de carga EV, utilidad operacional, nivel de servicio.

1. Introducción

Este artículo aborda el desafío de la programación eficiente de la carga de vehículos eléctricos (VE) en estaciones de servicio. Los sistemas tradicionales de gestión de carga, a menudo basados en reglas simples como "primero en llegar, primero en ser atendido" (FCFS), frecuentemente fallan en responder de manera óptima a las fluctuaciones en la demanda de energía, la variabilidad de los precios de la electricidad y las limitaciones de la infraestructura de carga. Esto resulta en una asignación ineficiente de recursos, tiempos de espera prolongados para los usuarios, y una subutilización de la capacidad instalada o, por el contrario, sobrecargas en la red. Estos problemas son particularmente agudos a medida que la adopción de VE se acelera, incrementando la presión sobre las estaciones de carga existentes.

Email address: j.barrerahu@uniandes.edu.co (Javier Esteban Barrera Hernandez)

En el contexto actual de transición energética, la ineficiencia en la gestión de las estaciones de carga de VE (EVCS) representa una barrera significativa. Los usuarios pueden experimentar insatisfacción debido a la imposibilidad de cargar sus vehículos cuando lo necesitan o a la percepción de un trato injusto en la asignación de turnos de carga, especialmente durante periodos de alta demanda. Para los operadores de las EVCS, una gestión subóptima se traduce en mayores costos operativos (debido por ejemplo a la compra de energía en momentos de precios elevados) y una menor rentabilidad, lo que puede desincentivar la inversión en la expansión de la infraestructura necesaria. Estas condiciones reflejan desafíos comunes a muchas EVCS que buscan equilibrar la calidad del servicio con la viabilidad económica.

Aunque numerosos estudios han propuesto enfoques basados en optimización para la programación de la carga de VE, incluyendo modelos de Programación Lineal Entera Mixta (MILP) y diversas metaheurísticas (como algoritmos genéticos, colonias de abejas o búsqueda local), muchos de estos se centran predominantemente en la minimización de costos o tiempos, sin abordar explícitamente la equidad en la distribución del servicio. Además, son escasos los trabajos que realizan una comparación rigurosa y unificada de diferentes paradigmas de solución (exacto y aproximado) bajo un mismo marco experimental. Esta brecha dificulta la selección adecuada de metodologías para establecer la estrategia más adecuada para diferentes contextos operativos, según las necesidades del operador y los recursos disponibles.

Las principales contribuciones de este artículo son:

- Desarrollamos y comparamos tres enfoques metodológicos distintos para el Problema de Programación de Estaciones de Carga de Vehículos Eléctricos (EVCSP): un modelo MILP para la optimización exacta, una heurística constructiva, y una metaheurística de Búsqueda Adaptativa de Vecindad Amplia (ALNS).
- Nuestro enfoque principal es la integración explícita de un criterio de equidad en la función objetivo, buscando un balance entre la rentabilidad operativa de la estación y la satisfacción justa de las demandas de energía de los usuarios.
- Validamos y comparamos exhaustivamente nuestros modelos utilizando un conjunto de instancias de prueba representativas, demostrando la eficacia de cada enfoque en términos de calidad de solución, valor de carga entregado al cliente y esfuerzo computacional, ofreciendo una perspectiva unificada sobre sus ventajas relativas.

El resto de este artículo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2 se presenta una revisión de la literatura relevante sobre la programación de carga de vehículos eléctricos y los enfoques de optimización aplicados. La Sección 3 detalla la metodología desarrollada presentando la formulación matemática del modelo MILP, y la descripción de la heurística constructiva y la metaheurística ALNS desarrollada, incluyendo sus componentes y algoritmos. La Sección 4 presenta el diseño experimental, los resultados obtenidos y un análisis comparativo. La Sección 5 presenta una validación de los resultados obtenidos a partir de un análisis estadístico riguroso, y la Sección 6 concluye el trabajo y delinea futuras líneas de investigación.

2. Estado del Arte

A lo largo de la última década se ha consolidado un cuerpo de investigación robusto en torno al problema del scheduling para la carga de vehículos eléctricos, impulsado tanto por la creciente penetración de estos sistemas como por la necesidad de gestionar de forma eficiente y equitativa las limitaciones impuestas por la infraestructura de redes eléctricas y estacionamientos. Programar

adecuadamente los tiempos de carga para un conjunto de vehículos eléctricos puede generar ahorros de energía, pero también puede ser un problema complejo debido a restricciones físicas (potencia máxima, balance entre líneas en instalaciones de carga) y a la heterogeneidad en las demandas de los usuarios. Diversos autores han abordado el problema desde enfoques exactos basados en formulaciones matemáticas como MIP, MILP y MINLP hasta alternativas heurísticas y metaheurísticas junto a sus hibridaciones con el fin de ofrecer soluciones factibles en entornos reales en los que la incertidumbre de la demanda y las restricciones operativas imponen retos adicionales.

García Álvarez et al. [1] presentan un algoritmo basado en la colonia de abejas (ABC) que se complementa con un procedimiento de búsqueda local para refinar iterativamente las soluciones, permitiendo ajustarlas a las restricciones particulares de la estación, y estrategias de “mating” inspiradas en algoritmos genéticos para incrementar la calidad de las soluciones introduciendo mecanismos para la recombinación de soluciones, ampliando la exploración del espacio de búsqueda y favoreciendo la diversificación en etapas tempranas. Su objetivo es satisfacer la demanda de carga en estacionamientos en un entorno residencial donde cada vehículo tiene un espacio de estacionamiento específico, optimizando el uso de la potencia disponible y reduciendo el retraso total en la salida de los EVs. Los resultados experimentales indican que la propuesta reduce el retraso en comparación con métodos basados en algoritmos genéticos simples o reglas de prioridad, aunque la dependencia de parámetros específicos puede afectar la reproducibilidad en distintos contextos.

Mavrovouniotis et al. [2] exploran el uso de un sistema basado en colonia de hormigas para coordinar la carga en estacionamientos, aprovechando su capacidad para resolver problemas NP-hard mediante la generación iterativa de soluciones factibles. El enfoque tiene como objetivo principal minimizar el retraso en la carga a través la simulación de la forma en que las hormigas encuentran caminos cortos utilizando feromonas, lo cual se traduce en un procedimiento iterativo que va actualizando probabilidades de selección de secuencias de carga de los vehículos, teniendo en cuenta las limitaciones de la infraestructura, como la capacidad máxima de carga simultánea y las restricciones en el balance de carga entre diferentes líneas de alimentación. Los resultados obtenidos evidencian que el método es eficaz en escenarios dinámicos donde la llegada de vehículos es incierta o variable, aunque resulta necesario ajustar cuidadosamente los parámetros de feromonas para asegurar la eficiencia en entornos altamente dinámicos.

Hernández et al. [3] plantean el problema de la carga de EVs en una comunidad privada mediante la formulación como un Problema de Satisfacción de Restricciones Dinámicos (DCSP), enfocándose al igual que el anterior en la programación dinámica de la carga. En este enfoque la programación se descompone en tres instancias de secuenciación en una máquina con capacidad variable, donde en cada etapa se resuelve un problema de secuenciación de una máquina con capacidad variable, lo que permite abordar simultáneamente restricciones de potencia y de balance en la red. Las simulaciones demuestran que la metodología supera en eficiencia a las reglas de despacho convencionales como LST gracias a la gestión de las restricciones de equilibrio; sin embargo, la orientación hacia contextos con restricciones fijas puede limitar la adaptabilidad ante variaciones abruptas en la demanda.

Lacombe et al. [4] extienden el análisis al contexto del transporte público abordando el scheduling integrado y el control operativo de una red de autobuses eléctricos con capacidad de carga limitada (generalmente excluido). Su propuesta se basa en un marco de control jerárquico en el que se estructura un modelo de programación lineal entera mixta (MILP) incorporando variables y restricciones tanto para la asignación de viajes como para la programación de carga. Entre las restricciones se incluyen las limitaciones físicas de los cargadores, los perfiles de consumo de los autobuses y la disponibilidad del tiempo para carga. Para abordar la escalabilidad del MILP, el artículo emplea una relajación lagrangiana que posibilita la descomposición en subproblemas más simples, cada uno de ellos relacionado con un conjunto particular de líneas de autobuses, optimizándose mediante heurísticas de búsqueda local. El procedimiento se prueba en una red de autobuses

de Chicago demostrando que la integración de decisiones de carga con el control operativo mejora el nivel de servicio y reduce los costos de carga, aunque la escalabilidad a redes de mayor dimensión representa un reto.

Wu et al. [5] por su parte se centra en la asignación dinámica de recursos en estacionamientos públicos, donde el objetivo es optimizar la asignación de los recursos (energía y cargadores) en intervalos de tiempo definidos buscando minimizar costos. Se propone una variante de Particle Swarm Optimization (PSO) con un sistema difuso para manejar la incertidumbre y las variaciones en las solicitudes de carga. Este algoritmo recibe soluciones iniciales factibles generadas por un método de asignación basado en proporciones. Al dividir el día en intervalos de tiempo, el algoritmo optimiza la asignación de carga según las variaciones en el precio de la electricidad, las restricciones de carga de cada EV y la capacidad del transformador. Los resultados muestran una reducción significativa del costo eléctrico y una mejora en la satisfacción de las solicitudes de carga en comparación con métodos tradicionales, permitiendo manejar el dinamismo propio de un estacionamiento con alta variabilidad en la llegada de vehículos.

Yang et al. [6] proponen una estrategia mejorada basada en Particle Swarm Optimization para coordinar la carga de EVs en redes de distribución eléctrica, combinando la maximización del nivel de servicio de los usuarios con la minimización de los costos operativos de la red. Se plantea un modelo que integra el flujo de potencia óptimo (OPF) junto con consideraciones sobre la demanda y la respuesta de los EVs. La versión optimizada del algoritmo mejora la búsqueda global y previene la convergencia prematura a óptimos locales, mediante la incorporación de algoritmos genéticos y recocido simulado. Las simulaciones en una red de 10 nodos demuestran que la estrategia mejorada permite una reducción en los costos operativos al tiempo que logra un alto nivel de satisfacción de los usuarios.

Desde una perspectiva data driven, Liu et al. [7] integran técnicas de pronóstico de la demanda basadas en redes neuronales con una formulación de programación no lineal mixta (MINLP) que contempla múltiples objetivos: minimizar el costo de la energía de acuerdo con los precios TOU, reducir la degradación de las baterías y disminuir la insatisfacción del usuario. Esta aproximación permite ajustar el scheduling de carga de forma dinámica en estaciones con recursos limitados, aunque el incremento de la complejidad computacional puede dificultar su aplicación en entornos en tiempo real. La integración de datos en tiempo real y técnicas predictivas permite obtener una asignación de carga más dinámica y eficiente, previniendo la subutilización de cargadores, al anticipar y adaptarse a la demanda.

Arias et al. [8] y Panayiotou et al. [9] se orientan a la coordinación óptima de la carga en sistemas de distribución con generación distribuida mediante metodologías metaheurísticas como Tabu Search, GRASP y algoritmos evolutivos. El modelo establecido tiene como objetivo minimizar los costos operativos teniendo en cuenta las preferencias y prioridades de los usuarios, logrando un equilibrio entre eficiencia económica y equidad en la distribución de la carga, respetando las restricciones propias de la operación de la red. Se obtienen soluciones de alta calidad, aun en escenarios con alta penetración de EVs y fluctuaciones en la generación distribuida. Se destaca la eficiencia computacional y la capacidad de adaptación de los métodos híbridos en entornos reales.

Morais [10] presenta un modelo basado en programación lineal mixta orientado a mejorar el índice de equidad para distribuir de manera justa la carga entre los vehículos, lo cual se presenta como un componente ignorado por la literatura y clave en la gestión de estacionamientos eléctricos. El modelo distingue entre diferentes tipos de contratos, lo cual añade una dimensión realista al problema, ya que no todos los usuarios tienen las mismas prioridades. Se realizaron simulaciones comparativas, utilizando el enfoque propuesto frente a estrategias basadas en First-In First-Served (FIFS), evidenciando mejoras sustanciales en el índice de equidad, aprovechando mejor la capacidad instalada de los estacionamientos equilibrando la satisfacción de los usuarios.

Por su parte, van Huffelen et al. [11] abordan la programación en línea de la carga de EVs en redes de estacionamientos con restricciones de capacidad de carga y disponibilidad de energía (generación solar). El objetivo es minimizar el retraso en la salida de los EVs que no hayan terminado su carga en el tiempo deseado. El algoritmo planteado adapta un esquema clásico de generación de horarios para trabajar en tiempo real, mediante heurísticas de destrucción-reparación que reconstituye parcialmente la solución cada vez que se produce un evento (llegada o salida de un EV). Adicionalmente, se tiene en cuenta la flexibilidad en las tasas de carga de cada vehículo, permitiendo ajustar la solución de forma dinámica y priorizar a aquellos con restricciones de tiempo más críticas. Los experimentos basados en simulaciones de eventos discretos evidencian que la aplicación del algoritmo incrementa el número de EVs cargados reduciendo el retraso promedio.

En términos generales, todos los trabajos mencionados buscan equilibrar restricciones de capacidad (transformadores, potencia, número de cargadores) y satisfacer, en mayor o menor medida, la demanda de los vehículos con algún criterio de eficiencia económica u operativa. Sin embargo, se observan similitudes claras en varios frentes: (i) el interés compartido en minimizar costos, reflejando la relevancia de la satisfacción del usuario en la mayoría de enfoques, (ii) la consideración de la naturaleza dinámica del arribo de vehículos y la variabilidad en la demanda, y (iii) la tendencia a combinar metodologías exactas con metaheurísticas o algoritmos de búsqueda local para superar los cuellos de botella de escalabilidad. Aun así, destacan diferencias marcadas: por un lado, ciertos estudios con técnicas inspiradas en insectos (ABC, ACO) se apoyan fuertemente en el ajuste de parámetros para mejorar su convergencia; por otro lado, enfoques como los basados en marcos jerárquicos y relajaciones abordan simultáneamente la operación de la flota y el scheduling de carga, enfocándose en la descomposición en subproblemas de gran escala. Además, los trabajos que introducen variantes de PSO resultan más apropiados cuando el precio de la energía y la llegada de vehículos varían de forma significativa, mientras que las aproximaciones que integran pronósticos de demanda añaden precisión pero incrementan la complejidad computacional. En cuanto a la equidad, algunos autores plantean mecanismos explícitos de reparto justo que influyen en la función objetivo, frente a estudios donde el foco recae más en la eficiencia global. Finalmente, también varía el grado de adaptabilidad de las propuestas: si bien ciertos algoritmos operan “en línea” con eventos de llegada y salida, otros parten de supuestos estáticos con todos los vehículos conocidos a priori. Ante esta diversidad, se revelan limitaciones transversales, como la necesidad de calibrar numerosos parámetros en las metaheurísticas, la dependencia de supuestos simplificados sobre preferencias de usuarios o la calidad de datos disponibles y, sobre todo, la complejidad creciente en formulaciones exactas a medida que aumenta el tamaño del problema. Estas semejanzas y divergencias enfatizan la pertinencia de enfoques integrados y flexibles que aborden múltiples objetivos (eficiencia, equidad y satisfacción de usuarios) en contextos realistas y adaptables a condiciones diversas.

La Tabla 1 presenta una comparación de varios enfoques representativos de la literatura, destacando sus objetivos principales, la metodología empleada, las variables de decisión clave, las restricciones consideradas y el contexto de aplicación. Se puede observar, que si bien existe una diversidad de enfoques metaheurísticos greedy tradicionales para el EVCSP, persisten áreas de oportunidad para la investigación en enfoques con mas capacidad de adaptación para problemas NP-Hard como el abordado. Por ejemplo, la Búsqueda de Vecindad Amplia Adaptativa (ALNS, por sus siglas en inglés) es una metaheurística que destaca por su mecanismo de auto-adaptación en la selección de operadores de destrucción y reparación. Esta característica le permite lograr un equilibrio efectivo entre la exploración y la explotación del espacio de soluciones, facilitando así la evasión de óptimos locales. Aunque ALNS ha demostrado una notable eficacia y robustez en una amplia variedad de problemas de optimización combinatoria —particularmente en dominios de planificación de tareas, como en el trabajo de Tan et al. [12], en problemas de ruteo de vehículos con ventanas temporales, como lo muestra Wang et al. [13], e incluso en enfoques híbridos para la gestión de la fatiga al volante,

como el propuesto por Wen et al. [14]— su aplicación al EVCSP ha sido escasamente explorada. Esto resulta llamativo, considerando que la estructura del ALNS lo convierte en un candidato promisorio para competir, e incluso superar, el desempeño de los enfoques existentes para este problema.

Tabla 1: Comparación de enfoques seleccionados en el estado del arte del EVCSP.

Referencia	Objetivo	Metodología	Variables de Decisión	Restricciones	Contexto Aplicación
García Álvarez et al. [1]	Minimizar retraso total	ABC Híbrido (Búsqueda Local, Algoritmos Genéticos)	Secuencia/tiempos de carga	Balance de líneas, capacidad estación	Estacionamiento residencial
Mavrounioti et al. [2]	Minimizar retraso total de vehículos	Colonia de Hormigas (ACO)	Secuencia/tiempos de carga	Balance de líneas, capacidad máx. carga	Estacionamiento carga general
Hernández et al. [3]	Satisfacer demandas (minimizar tardanza implícita)	DCSP, Descomposición (Secuenciación máquina capacidad variable)	Tiempos de inicio de carga	Potencia, balance de líneas	Comunidad privada
Lacombe et al. [4]	Mejorar nivel servicio, Reducir costos carga	MILP Jerárquico, Relajación Lagrangiana, Búsqueda Local	Asignación viajes, programación carga	Capacidad cargadores, consumo buses, tiempo carga	Red autobuses (Chicago)
Wu et al. [5]	Minimizar costo eléctrico (Estacionamiento)	PSO con Lógica Difusa, Asignación Proporcional	Cantidad energía por timeslot	Tasa carga VE, capacidad transformador, precios TOU	Estacionamiento público dinámico
Yang et al. [6]	Maximizar satisfacción usuario, Minimizar costos red	PSO Mejorado (Algoritmos Genéticos, Recocido Simulado), OPF	Potencia carga/descarga VEs	Flujo de potencia, límites red, Estado de Carga (SOC)	Red distribución
Liu et al. [7]	Minimizar costo TOU, degradación batería, insatisfacción	MINLP + Pronóstico (Red Neuronal)	Potencia carga por timeslot	Capacidad cargadores, precios TOU	Estacionamiento carga limitada
Arias et al. [8]	Minimizar costos operativos del Sistema de Distribución Eléctrica (EDS)	Metaheurísticas (Búsqueda Tabú, GRASP, Híbrido)	Programación carga VEs, despacho Generación Distribuida (GD)	Preferencias/prioridades usuarios, restricciones red	Sistema distribución con GD
Panayiotou et al. [9]	Maximizar equidad (α -fairness)	ILP, Colonia de Hormigas (ACO)	Asignación utilidad (tiempo carga)	Demanda mín/máx VE, capacidad estación	Estacionamiento cloud-based (con reservas)
Morais [10]	Mejorar índice de equidad	MILP	Potencia carga por contrato	Tipos de contrato, Estado de Carga (SOC)	Estacionamiento residencial
Van Huffelen et al. [11]	Minimizar retraso total (en salida)	Heurística Destrucción-Reparación (en línea)	Perfil y tasa de carga	Capacidad red/cables, generación solar, flexibilidad tasas	Red estacionamientos (online)
Nuestro Trabajo	Maximizar utilidad neta y nivel de servicio equitativamente	MILP, Heurística Constructiva, ALNS	Asignación x_{ite}, Energía E_i, Finalización F_i, Equidad f_{var}	Capacidad, Plazas, Ventanas tiempo, Balance equidad	Estación de Carga Genérica (configurable)

El presente trabajo busca llenar esta brecha y avanzar el estado del arte mediante las siguientes contribuciones distintivas:

- **Aplicación y Adaptación Específica de ALNS al EVCSP:** se diseña e implementa una metaheurística ALNS con un conjunto de operadores de destrucción y reparación específicamente concebidos para las particularidades del EVCSP. Esto incluye operadores que consideran la estructura temporal, las características de los vehículos y las restricciones de la estación de carga, con el fin de generar vecindarios de búsqueda amplios y relevantes.
- **Integración Central de la Equidad:** a diferencia de muchos trabajos que se enfocan primordialmente en la optimización económica o de tiempos, nuestra función objetivo, compartida por los tres enfoques (MILP, Heurística Constructiva y ALNS), incorpora explícitamente un término de penalización por inequidad.
- **Marco de Comparación Unificado y Riguroso:** se establece un marco experimental común para la evaluación de tres paradigmas de solución distintos: exacto (MILP), heurístico constructivo (HC), y metaheurístico (ALNS). Esta comparación directa, utilizando las mismas instancias y métricas (incluyendo la función objetivo unificada), permite un análisis robusto de las fortalezas, debilidades y compromisos entre calidad de solución y esfuerzo computacional de cada enfoque.
- **Calibración Sistemática de Hiperparámetros:** los parámetros críticos de los algoritmos HC y ALNS son ajustados mediante un proceso de optimización. Este paso metodológico asegura que los algoritmos se evalúen cerca de su máximo potencial, lo que aumenta la fiabilidad de las comparaciones y conclusiones extraídas.
- **Análisis Estadístico del Rendimiento:** el estudio incluye un análisis estadístico para determinar la significancia de las diferencias observadas en el rendimiento de los algoritmos, proporcionando así una base más sólida para las conclusiones sobre su efectividad relativa.

3. Metodología

Esta sección describe el marco metodológico adoptado para abordar el problema de la programación de carga de vehículos eléctricos en estaciones de servicio, considerando la eficiencia operativa y la equidad en la asignación. El enfoque integra tres componentes principales: (i) un modelo de optimización exacta basado en Programación Lineal Entera Mixta (MILP); (ii) una heurística constructiva para la generación rápida de soluciones; y (iii) una metaheurística de Búsqueda Adaptativa de Vecindad Amplia (ALNS) para la exploración avanzada del espacio de soluciones. Cada componente desempeña un papel complementario en el diseño, implementación y evaluación del sistema propuesto, permitiendo una valoración integral de su rendimiento en términos de eficiencia económica, calidad de servicio y equidad.

El desafío central radica en equilibrar la oferta de energía de carga con la demanda de los vehículos eléctricos a lo largo de intervalos de tiempo discretos, respetando las limitaciones de la infraestructura. Formalmente, consideramos un problema de planificación de horizonte finito y tiempo discreto, donde las decisiones sobre qué vehículo se carga, en qué cargador y durante qué periodo deben tomarse para optimizar un conjunto de objetivos. Sea \mathcal{I} el conjunto de vehículos eléctricos, \mathcal{C} el conjunto de cargadores, y $\mathcal{T} = \{0, 1, \dots, H\}$ el conjunto de periodos de tiempo dentro del horizonte de planificación. Cada vehículo $i \in \mathcal{I}$ tiene un tiempo de llegada α_i , un tiempo de salida β_i , y una energía requerida r_i .

Para establecer un punto de referencia de rendimiento y obtener soluciones óptimas para instancias de tamaño manejable, se desarrolla un modelo de optimización exacta utilizando Programación Lineal Entera Mixta (MILP). Este modelo captura las restricciones fundamentales del sistema, incluyendo la capacidad del transformador, la potencia de los cargadores, el número de plazas, las ventanas de tiempo de los vehículos, entre otras condiciones operacionales. La formulación MILP busca optimizar una función objetivo que integra los ingresos por venta de energía, los costos operativos y un término de penalización por inequidad maximizar el valor de carga entregado a cada uno de los clientes de manera equitativa.

Basándose en la necesidad de generar soluciones de alta calidad en tiempos computacionalmente eficientes, especialmente para instancias grandes, se diseña una heurística constructiva. Esta heurística asigna dinámicamente los vehículos a los cargadores disponibles utilizando criterios de prioridad que consideran la urgencia y el valor de cada solicitud de carga. Simula la evolución temporal del sistema, actualizando el estado de los recursos (cargadores, transformador, plazas) y reevaluando las decisiones de asignación en cada período $t \in \mathcal{T}$. La heurística busca optimizar la misma función de utilidad que el MILP, definiéndose en términos de beneficio neto y equidad:

$$Z = \text{Ingresos} - \text{Costos Operativos} - \text{Penalización por Inequidad}.$$

Para explorar de manera más exhaustiva el espacio de soluciones y superar las limitaciones de los óptimos locales a los que podría llegar la heurística constructiva, se implementa una metaheurística de Búsqueda Adaptativa de Vecindad Amplia (ALNS). Partiendo de una solución inicial generada por la heurística constructiva, el ALNS aplica iterativamente operadores de destrucción, que eliminan una parte de la solución actual, y operadores de reparación, que la reconstruyen inteligentemente. Un mecanismo de aprendizaje adaptativo guía la selección de estos operadores, y un criterio de aceptación basado en *Simulated Annealing* permite una exploración robusta. Este enfoque está diseñado para encontrar soluciones de muy alta calidad, aunque con un mayor coste computacional que la heurística constructiva.

La metodología combinada está diseñada para alcanzar tres objetivos principales:

1. **Optimización rigurosa:** utilizar el modelo MILP para obtener soluciones óptimas y cotas de calidad como benchmark comprendiendo la estructura fundamental del problema.
2. **Eficiencia computacional y calidad de solución:** proveer, mediante la heurística constructiva, una política de asignación rápida y efectiva que genere soluciones de buena calidad de forma dinámica.
3. **Exploración avanzada y robustez:** emplear la metaheurística ALNS para refinar soluciones y alcanzar niveles de rendimiento superiores, validando su capacidad para mejorar consistentemente las soluciones en diversos escenarios con un costo computacional reducido.

Este enfoque integrador de metodologías exactas y aproximadas se alinea con las tendencias recientes en la optimización de sistemas complejos, enfatizando la sinergia entre el modelado matemático riguroso y las técnicas heurísticas/metaheurísticas avanzadas. Las subsecciones siguientes proporcionan formulaciones detalladas de las suposiciones del sistema, el modelo de optimización, la heurística constructiva, la metaheurística ALNS y los procedimientos de evaluación estadística.

3.1. Formulación MILP para la Programación Óptima de Carga de Vehículos Eléctricos

En esta sección se presenta el modelo base para la operación de una estación de carga de vehículos eléctricos. El modelo se formula como un problema de optimización lineal entero mixto, en el que se busca maximizar el beneficio neto total de la operación, considerando el ingreso por la energía

entregada, los costos energéticos, y una penalización por inequidad para incentivar una asignación equitativa de la carga entre los vehículos.

La siguiente formulación modela el problema de la programación óptima de carga de vehículos eléctricos sobre un horizonte de planificación discretizado. El modelo captura las decisiones temporales de asignación, la factibilidad operativa de la estación de carga, las limitaciones de la infraestructura y los objetivos de rentabilidad y equidad. La formulación se define sobre un horizonte de planificación discretizado en períodos de tiempo indexados por $t \in \mathcal{T} = \{0, 1, \dots, H\}$, donde H es el número total de períodos. Los conjuntos de vehículos y cargadores se denotan por \mathcal{I} y \mathcal{C} , respectivamente. Los conjuntos e índices, parámetros y variables de decisión se definen formalmente en la Tabla 2.

$$\text{máx } Z = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{t \in T_i} \sum_{c \in C_i} w_i \cdot \text{price}_t \cdot P_c \cdot \Delta t \cdot \eta_c^c \cdot x_{itc} - \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{t \in T_i} \sum_{c \in C_i} o_c \cdot \Delta t \cdot x_{itc} - \delta \sum_{i \in \mathcal{I}} \left(\frac{E_i}{r_i} - f_{\text{var}} \right)^2 \quad (1)$$

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{I} \\ t \in T_i, c \in C_i}} x_{itc} \leq 1, \quad \forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (2)$$

$$\sum_{c \in C_i} x_{itc} \leq 1, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall t \in T_i \quad (3)$$

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{I} \\ t \in T_i}} \sum_{c \in C_i} P_c \cdot x_{itc} \leq L, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4)$$

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{I} \\ t \in T_i}} z_{it} \leq N_s, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (5)$$

$$z_{it} = \sum_{c \in C_i} x_{itc}, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall t \in T_i \quad (6)$$

$$E_i = \sum_{t \in T_i} \sum_{c \in C_i} P_c \cdot \Delta t \cdot \eta_c^c \cdot x_{itc}, \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (7)$$

$$E_i \leq r_i, \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (8)$$

$$F_i \geq T(t) + \Delta t - M(1 - z_{it}), \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall t \in T_i \quad (9)$$

$$F_i \leq \beta_i, \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (10)$$

$$f_{\text{var}} = \frac{1}{|\mathcal{I}|} \sum_{i \in \mathcal{I}} \frac{E_i}{r_i}, \quad (11)$$

Las Ecuaciones (1)-(11) definen conjuntamente el problema de optimización. La Ecuación (1) establece el objetivo de la formulación: maximizar la utilidad neta de la estación. Esta se calcula como la diferencia entre los ingresos generados por la energía suministrada a los vehículos (considerando la disposición a pagar de cada usuario w_i y el precio dinámico de la energía price_t) y los costos operativos directos de los cargadores o_c . Crucialmente, a esta utilidad económica se le resta una

penalización cuadrática, ponderada por δ , que mide la desviación del nivel de servicio de cada vehículo (E_i/r_i) con respecto al nivel de servicio promedio (f_{var}), promoviendo así maximizar la energía entregada al cliente con una distribución más equitativa de la carga.

Las restricciones operativas y lógicas garantizan la factibilidad de la programación. Las Ecuaciones (2) y (3) imponen la unicidad en el uso de los recursos: un cargador solo puede atender a un vehículo por período, y un vehículo solo puede conectarse a un cargador en un instante dado. La Ecuación (4) asegura que la demanda agregada de potencia de todos los vehículos cargando simultáneamente no sobrepase la capacidad máxima L del transformador de la estación, previniendo sobrecargas. De manera similar, la Ecuación (5) limita el número de vehículos en proceso de carga al total de plazas de estacionamiento N_s equipadas para ello. La Ecuación (6) establece una coherencia lógica, indicando que un vehículo i ocupa una plaza de carga ($z_{it} = 1$) si y solo si está siendo efectivamente asignado a algún cargador ($x_{itc} = 1$).

La energía total E_i transferida a cada vehículo se contabiliza en la Ecuación (7), considerando la potencia del cargador P_c , su eficiencia η_c^e y la duración del período Δt . Esta energía acumulada no debe superar la energía requerida r_i por el vehículo, como se estipula en la Ecuación (8). Finalmente, las restricciones sobre el tiempo de finalización de la carga F_i son gestionadas por las Ecuaciones (9) y (10). La primera, mediante una formulación Big-M, define F_i como el instante en que concluye el último período de carga del vehículo i . La segunda asegura que esta finalización ocurra antes o en el tiempo de partida β_i del vehículo. Complementariamente, la Ecuación (11) define el nivel de servicio promedio f_{var} , utilizado en el componente de equidad de la función objetivo. El modelo propuesto permite la toma de decisiones tácticas y operativas, optimizando la asignación de recursos de carga en la estación, adaptándose a las condiciones particulares de cada escenario analizado.

Aunque el modelo exacto desarrollado garantiza la búsqueda de soluciones óptimas para el EVCS, su complejidad computacional aumenta significativamente con el tamaño de la instancia, particularmente con el número de vehículos $|\mathcal{I}|$, la cantidad de cargadores $|\mathcal{C}|$, y el número de períodos de tiempo $|\mathcal{T}|$. El número de variables binarias x_{itc} escala del orden de $|\mathcal{I}| \cdot |\mathcal{T}| \cdot |\mathcal{C}|$, y el número de variables z_{it} del orden de $|\mathcal{I}| \cdot |\mathcal{T}|$. El número de restricciones también crece considerablemente con estas dimensiones. Estas características implican costos computacionales elevados cuando se trabaja con un gran número de vehículos o un horizonte de planificación con alta granularidad temporal, lo que puede dificultar la resolución directa del modelo para instancias a gran escala en tiempos razonables.

Para mejorar la factibilidad computacional en tales casos, se pueden emplear técnicas avanzadas de optimización. La configuración de parámetros del solver, como el establecimiento de un límite de tiempo (`TimeLimit`) y una tolerancia de optimalidad (`MIPGap`), es una primera aproximación práctica. Adicionalmente, estrategias como la generación de cortes válidos (e.g., cortes de Gomory) dentro de un esquema de Branch-and-Cut, o técnicas de descomposición (como la descomposición de Benders, si la estructura del problema lo permite para ciertos subconjuntos de variables) podrían ser exploradas para reducir el espacio de búsqueda factible o dividir el problema en subproblemas más manejables, idealmente sin comprometer significativamente la calidad de la solución obtenida.

Otra estrategia para mitigar la complejidad implica la reducción de la granularidad temporal, es decir, considerar períodos de tiempo Δt más largos. Si bien esto simplifica el modelo al disminuir el número de variables y restricciones dependientes del tiempo, también limita la capacidad del modelo para capturar dinámicas de corto plazo y adaptarse con precisión a fluctuaciones específicas en la disponibilidad de vehículos o precios de energía. Por lo tanto, cualquier reducción en la granularidad debe evaluarse cuidadosamente para equilibrar la simplificación computacional con la fidelidad en la representación de la operación de la estación de carga. En este trabajo, sin embargo, nos centramos en la resolución del modelo tal como está formulado, utilizando un solver MILP estándar como Gurobi, y comparando su rendimiento con los enfoques heurísticos y metaheurísticos que se describirán

Tabla 2: Conjuntos, Parámetros y Variables de Decisión del Modelo MILP para EVCS.

Símbolo	Tipo	Descripción
\mathcal{I}	Conjunto	Conjunto de vehículos eléctricos.
\mathcal{T}	Conjunto	Conjunto de períodos de tiempo discretos ($t \in \mathcal{T}$).
H	Parámetro	Horizonte de planificación (número total de períodos).
T_i	Conjunto	Períodos donde el vehículo $i \in \mathcal{I}$ está presente.
\mathcal{C}	Conjunto	Conjunto de cargadores en la estación.
C_i	Conjunto	Cargadores compatibles con el vehículo $i \in \mathcal{I}$.
price_t	Parámetro	Precio de la energía en el período $t \in \mathcal{T}$ (€/kWh).
Δt	Parámetro	Duración de un período de tiempo (h).
α_i, β_i	Parámetros	Tiempos de llegada y salida del vehículo $i \in \mathcal{I}$.
r_i	Parámetro	Energía requerida por el vehículo $i \in \mathcal{I}$ (kWh).
w_i	Parámetro	Factor de disposición a pagar del vehículo $i \in \mathcal{I}$.
P_c	Parámetro	Potencia del cargador $c \in \mathcal{C}$ (kW).
η_c^c	Parámetro	Eficiencia del cargador $c \in \mathcal{C}$.
o_c	Parámetro	Costo de operación por hora del cargador $c \in \mathcal{C}$ (€/h).
N_s	Parámetro	Número total de plazas de estacionamiento/carga.
L	Parámetro	Límite de potencia del transformador (kW).
$r_{\min,i}, r_{\max,i}$	Parámetro	Tasa de carga mínima y máxima para el vehículo $i \in \mathcal{I}$ (kW).
M	Parámetro	Constante Big-M.
δ	Parámetro	Parámetro de penalización por inequidad.
$T(t)$	Parámetro	Tiempo de inicio del período $t \in \mathcal{T}$.
$x_{i,t,c} \in \{0, 1\}$	Variable	1 si el vehículo $i \in \mathcal{I}$ usa el cargador $c \in C_i$ en el período $t \in T_i$, 0 c.c.
$z_{i,t} \in \{0, 1\}$	Variable	1 si el vehículo $i \in \mathcal{I}$ ocupa una plaza en el período $t \in T_i$, 0 c.c.
$E_i \geq 0$	Variable	Energía total entregada al vehículo $i \in \mathcal{I}$ (kWh).
$F_i \geq 0$	Variable	Tiempo de finalización de carga del vehículo $i \in \mathcal{I}$.
$f_{\text{var}} \geq 0$	Variable	Nivel de servicio promedio.

posteriormente.

3.2. Heurística Constructiva

La heurística constructiva propuesta busca generar rápidamente soluciones de alta calidad para el EVCS, integrando criterios de priorización dinámicos y un mecanismo de mejora local. Su diseño se basa en una simulación iterativa de la operación de la estación de carga, período por período, donde se toman decisiones de asignación basadas en la urgencia y el valor de cada vehículo, respetando las restricciones de infraestructura. El objetivo principal es maximizar la misma función de utilidad establecida en el modelo MILP, considerando ingresos, costos operativos y equidad.

3.2.1. Parámetros y Estructuras de Datos de la Heurística

Adicional a los parámetros de la instancia del problema (Tabla 2), el comportamiento de la heurística constructiva se rige por dos hiperparámetros clave, cuyo ajuste se realiza mediante calibración. El algoritmo también emplea parámetros específicos y gestiona estructuras de datos internas, todos detallados en la Tabla 3.

Tabla 3: Parámetros Específicos y Estructuras de Datos Internas de la Heurística Constructiva.

Símbolo	Tipo	Descripción
<code>tournament_size</code>	Parámetro	Tamaño del torneo aleatorio para la selección de vehículos (entero).
<code>swap_threshold</code>	Parámetro	Umbral de ganancia neta relativa para aceptar un intercambio (real).
ϵ	Parámetro	Constante pequeña para evitar divisiones por cero o errores de precisión (real, e.g., 1×10^{-6}).
$VAL[i]$	Estructura	Valor monetario o disposición a pagar del vehículo $i \in \mathcal{I}$ (calculado como w_i).
$U[i]$	Estructura	Métrica de urgencia de carga para el vehículo $i \in \mathcal{I}$, actualizada dinámicamente.
<i>assign</i>	Estructura	Diccionario que almacena las asignaciones $(i, t, c) \mapsto \text{true}$.
$E_{\text{del}}[i]$	Estructura	Diccionario con la energía entregada acumulada al vehículo $i \in \mathcal{I}$ (kWh).
<i>landed</i>	Conjunto	Conjunto de identificadores de vehículos que han completado su demanda de energía.
$park[t]$	Arreglo	Número de vehículos cargando en el período $t \in \mathcal{T}$.
$tx[t]$	Arreglo	Potencia total consumida del transformador en el período $t \in \mathcal{T}$ (kW).
$avail[c][t]$	Matriz	Arreglo booleano que indica si el cargador $c \in \mathcal{C}$ está disponible en el período $t \in \mathcal{T}$.
Q	Estructura	Lista (cola) de vehículos candidatos a ser cargados en el período actual.

3.2.2. Algoritmo General de la Heurística Constructiva

El procedimiento general de la heurística se describe en el Algoritmo 1. El algoritmo itera a través de cada período de tiempo del horizonte de planificación. En cada período, primero se realiza una fase de asignación principal donde se intenta asignar vehículos a cargadores, y luego se ejecuta una fase de intercambio para mejorar potencialmente dichas asignaciones.

Algorithm 1 Esquema General de la Heurística Constructiva

- 1: **Entrada:** Instancia del problema (según Tabla 2), δ , y parámetros de la heurística (según Tabla 3).
 - 2: **Salida:** Asignación $\{x_{itc}\}$, energías entregadas E_i , niveles de servicio svc_i , y métricas de rendimiento Z_{heur} .
 - 3: Inicializar estructuras de datos: $E_{\text{del}}[i]$, *assign*, *landed*, $park[t]$, $tx[t]$, $avail[c][t]$, $VAL[i]$.
 - 4: **for** $t \in \{0, \dots, H - 1\}$ **do**
 - 5: *ActualizarUrgenciasYCola*($\mathcal{I}, t, T_i, r_i, E_{\text{del}}, \text{landed}, U$)
 - 6: *FaseAsignacion*($Q, t, \mathcal{I}, C_i, N_s, L, VAL, U, park, tx, avail, E_{\text{del}}, \text{landed}, \text{tournament_size}$)
 - 7: *FaseMejoraIntercambio*($Q, t, \mathcal{I}, \mathcal{C}, T_i, VAL, assign, E_{\text{del}}, \text{landed}, park, tx, avail, price_t, P_c, \eta_c^c, o_c, \Delta t, \text{swap_threshold}$)
 - 8: **end for**
 - 9: *CalcularMetricas*(*assign*, $E_{\text{del}}, r_i, w_i, price_t, P_c, \eta_c^c, o_c, \Delta t, \delta, \mathcal{I}$) y obtener Z_{heur}
 - 10: **return** *assign*, E_{del} , *svc*, Z_{heur} y otras métricas.
-

El algoritmo comienza con la inicialización de todas las estructuras de datos necesarias para

el seguimiento del estado del sistema y la solución (línea 3). Esto incluye la energía entregada $E_{\text{del}}[i]$ (inicializada a cero para cada vehículo i), la estructura de asignaciones *assign* (vacía), el conjunto *landed* de vehículos con carga completa (vacío), los arreglos *park*[t] y *tx*[t] (uso de plazas y transformador, inicializados a cero para cada período t), la matriz de disponibilidad de cargadores *avail*[c][t] (todos disponibles), y el cálculo del valor $VAL[i]$ (basado en w_i) para cada vehículo.

Posteriormente, el algoritmo itera sobre cada período de tiempo t del horizonte de planificación (línea 4). En el procedimiento *ActualizarUrgenciasYCola* (línea 5), se actualiza primero la métrica de urgencia $U[i]$ para cada vehículo $i \in \mathcal{I}$ que aún no ha completado su carga ($i \notin \text{landed}$) y cuya ventana de servicio T_i incluye el período actual t .

$$U[i] = \frac{r_i - E_{\text{del}}[i]}{\text{máx}((\beta_i - \text{TiempoActual}(t)), \epsilon)} \quad (12)$$

En la ecuación 12 se define la urgencia del vehículo definida como la energía restante por suministrar dividida por el tiempo físico restante hasta la partida del vehículo donde $\text{TiempoActual}(t)$ es el tiempo real correspondiente al inicio del período t . Una vez actualizadas las urgencias, se construye la cola Q con los vehículos candidatos a ser cargados en el período t .

A continuación, se ejecuta la *FaseDeAsignacionPrincipal* (línea 6). En esta fase, mientras existan plazas de carga libres ($\text{park}[t] < N_s$), capacidad disponible en el transformador ($\text{tx}[t] < L$), y vehículos en la cola Q , se procede a asignar cargas. La selección del vehículo i^* a cargar se realiza mediante un mecanismo de torneo: se toma una muestra aleatoria de vehículos de Q (de tamaño *tournament_size*) y se escoge aquel con la mayor prioridad combinada, determinada por su disposición a pagar respecto al precio de la red $VAL[i]$ y su urgencia actual $U[i]$. Se verifica que el vehículo no haya sido ya asignado en el mismo período t para evitar inconsistencias. Luego, se busca el primer cargador c^* compatible y disponible que no exceda la capacidad restante del transformador. Si se encuentra, se efectúa la asignación, actualizando el estado de los recursos (cargador, plaza, transformador) y la energía $E_{\text{del}}[i^*]$ suministrada. Si un vehículo completa su demanda r_i , se marca como *landed* y se retira de la consideración para futuras asignaciones.

Después de la asignación principal, se invoca la *FaseDeMejoraPorIntercambio* (línea 7). Este procedimiento intenta realizar, como máximo, un intercambio (swap) beneficioso dentro del período t . Se consideran los vehículos i_{alt} que permanecieron en la cola Q (es decir, no fueron asignados) y se evalúa si alguno de ellos podría reemplazar ventajosamente a un vehículo i_x que ya fue asignado a un cargador c_{assigned} en el período t . Un intercambio se considera solo si el candidato está dispuesto a pagar más que el cliente ya asignado en ese momento ($VAL[i_{\text{alt}}]$ superior a $VAL[i_x]$). Para determinar la viabilidad del swap, se calcula el margen neto que i_x aporta en su asignación actual y se busca la mejor opción para reubicar a i_x en un período futuro (t_2, c_2) , minimizando la "pérdida" de margen que esta reubicación implicaría para i_x . Si se encuentra una reubicación factible para i_x , y el margen que i_{alt} aportaría en (t, c_{assigned}) (descontando la pérdida de i_x) supera un umbral relativo predefinido *swap_threshold* respecto al margen original de i_x , el intercambio se lleva a cabo. Esto implica desasignar i_x de (t, c_{assigned}) , reasignarlo a (t_2, c_2) , y asignar i_{alt} a (t, c_{assigned}) , actualizando consecuentemente todas las estructuras de estado.

Una vez que se han procesado todos los períodos del horizonte, la función *CalcularMetricasFinales* (línea 9) se encarga de computar el nivel de servicio svc_i para cada vehículo, los ingresos totales, los costos operativos y la penalización por inequidad, basándose en las asignaciones finales. Con estos valores, se calcula la función objetivo de la heurística, Z_{heur} . El algoritmo concluye retornando la planificación de carga detallada (*assign*), las energías entregadas, los niveles de servicio y el valor objetivo Z_{heur} , junto con otras métricas de rendimiento que se expondrán más adelante (línea 10).

3.3. Metaheurística de Búsqueda Adaptativa de Vecindad Amplia (ALNS)

Para explorar de manera más exhaustiva el espacio de soluciones del EVCSP y con el objetivo de encontrar soluciones de alta calidad y bajo costo computacional, se ha desarrollado una metaheurística de Búsqueda Adaptativa de Vecindad Amplia. La ALNS, propuesta originalmente desarrollada por Ropke et al. [15], es un procedimiento iterativo que refina progresivamente una solución mediante la aplicación sistemática y adaptativa de operadores de destrucción y reparación. Este enfoque es particularmente efectivo para problemas de optimización combinatoria complejos, donde las heurísticas constructivas simples pueden quedar atrapadas en óptimos locales. La metaheurística combina la exploración de grandes vecindarios (definidos implícitamente por los operadores) con un mecanismo de aprendizaje que guía la selección de los operadores más prometedores a lo largo de la búsqueda.

3.3.1. Parámetros y Componentes Clave de la Metaheurística

Además de los parámetros de la instancia del problema (definidos en la Tabla 2), la ALNS implementada utiliza un conjunto de hiperparámetros específicos que gobiernan su comportamiento de búsqueda, el mecanismo de aceptación de soluciones y el proceso de adaptación de los operadores. Estos, junto con las estructuras internas para la gestión de la solución, se detallan en la Tabla ??.

Tabla 4: Parámetros Específicos y Componentes Internos de la ALNS.

Símbolo/Nombre	Tipo	Descripción
time limit	Parámetro	Límite de tiempo de ejecución para la ALNS (s).
T_0	Parámetro	Temperatura inicial del Recocido Simulado.
α_{temp}	Parámetro	Tasa de enfriamiento geométrico de la temperatura ($0 < \alpha_{\text{temp}} < 1$).
λ	Parámetro	Factor de decaimiento para la actualización de pesos de los operadores ($0 \leq \lambda \leq 1$).
Ω_-	Conjunto	Conjunto de operadores de destrucción disponibles.
Ω_+	Conjunto	Conjunto de operadores de reparación disponibles.
ρ_d^-	Variable	Peso adaptativo del operador de destrucción $d \in \Omega_-$.
ρ_r^+	Variable	Peso adaptativo del operador de reparación $r \in \Omega_+$.
π_d^-	Variable	Probabilidad de selección del operador destrucción d .
π_r^+	Variable	Probabilidad de selección del operador reparación r .
$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$	Parámetros	Puntuaciones para la actualización de pesos según el resultado de una iteración.
x_{current}	Estructura	Solución actual en la iteración actual.
x_{best}	Estructura	Mejor solución encontrada globalmente.
$Obj(x)$	Función	Valor de la función objetivo para una solución x .
T_{current}	Variable	Temperatura actual del Recocido Simulado.

3.3.2. Algoritmo General de la Metaheurística

El Algoritmo ?? describe el flujo principal de la metaheurística desarrollada. El proceso comienza con una solución inicial factible, generada generalmente por una heurística constructiva, y luego itera, aplicando operadores de destrucción y reparación, hasta que se cumple el criterio de parada definido por un límite de tiempo de búsqueda.

Algorithm 2 Esquema General de la Metaheurística ALNS para el EVCSP

```
1: Entrada: Instancia del problema, datos auxiliares,  $\delta$ , y parámetros de la ALNS (Tabla 4).
2: Salida: Mejor solución encontrada  $x_{\text{best}}$  y su valor objetivo  $Obj(x_{\text{best}})$ .
3:  $x_{\text{current}} \leftarrow \text{GenerarSolucionInicialHC}(\text{instancia}, \text{parámetros HC})$   $\triangleright$  Obtener solución inicial con
   la heurística constructiva
4:  $Obj_{\text{current}} \leftarrow Obj(x_{\text{current}})$ 
5:  $x_{\text{best}} \leftarrow x_{\text{current}}; Obj_{\text{best}} \leftarrow Obj_{\text{current}}$ 
6: Inicializar pesos  $\rho_d^- \leftarrow 1$  para todo  $d \in \Omega_-$ ;  $\rho_r^+ \leftarrow 1$  para todo  $r \in \Omega_+$ .
7:  $T_{\text{current}} \leftarrow \max(1, 0, T0\_factor \cdot |Obj_{\text{current}}|)$   $\triangleright$  Temperatura Inicial SA
8:  $iter \leftarrow 0; iter\_sin\_mejora \leftarrow 0; t_{\text{inicio}} \leftarrow \text{tiempo actual}$ .
9: while no CriterioDeParada(tiempo actual -  $t_{\text{inicio}}$ ,  $iter\_sin\_mejora$ ,  $iter$ ) do
10:    $iter \leftarrow iter + 1; T_{\text{current}} \leftarrow T_{\text{current}} \cdot \alpha_{\text{temp}}$   $\triangleright$  Enfriamiento geométrico
11:    $d^* \leftarrow \text{SeleccionarOperadorRuleta}(\Omega_-, \rho^-)$ 
12:    $r^* \leftarrow \text{SeleccionarOperadorRuleta}(\Omega_+, \rho^+)$ 
13:    $x_{\text{parcial}}, \text{vehiculos\_eliminados} \leftarrow d^*(x_{\text{current}}, \text{datos})$   $\triangleright$  Fase de Destrucción
14:    $x_{\text{temp}} \leftarrow r^*(x_{\text{parcial}}, \text{datos})$   $\triangleright$  Fase de Reparación
15:    $Obj_{\text{temp}} \leftarrow Obj(x_{\text{temp}})$ 
16:   if  $Obj_{\text{temp}} > Obj_{\text{current}}$  o  $\text{randomReal}(0, 1) < \exp\left(\frac{Obj_{\text{temp}} - Obj_{\text{current}}}{T_{\text{current}}}\right)$  then
17:      $x_{\text{current}} \leftarrow x_{\text{temp}}; Obj_{\text{current}} \leftarrow Obj_{\text{temp}}$   $\triangleright$  Aceptar y actualizar solución actual
18:   end if
19:   if  $Obj_{\text{current}} > Obj_{\text{best}}$  then
20:      $x_{\text{best}} \leftarrow x_{\text{current}}; Obj_{\text{best}} \leftarrow Obj_{\text{current}}; iter\_sin\_mejora \leftarrow 0$ 
21:   else
22:      $iter\_sin\_mejora \leftarrow iter\_sin\_mejora + 1$ 
23:   end if
24:    $\psi \leftarrow \text{CalcularPuntuacion}(Obj_{\text{temp}}, Obj_{\text{current}}, Obj_{\text{best}}, \text{aceptada})$ 
25:    $\rho_{d^*}^- \leftarrow \lambda \rho_{d^*}^- + (1 - \lambda) \psi$ 
26:    $\rho_{r^*}^+ \leftarrow \lambda \rho_{r^*}^+ + (1 - \lambda) \psi$ 
27: end while
28: return  $x_{\text{best}}, Obj(x_{\text{best}})$ 
```

El procedimiento ALNS, como se ilustra en el Algoritmo ??, comienza con la generación de una solución inicial x_{current} (línea 3) utilizando la heurística constructiva previamente descrita. Esta solución también se designa como la mejor solución global encontrada hasta el momento, x_{best} (línea 4). Los pesos ρ_d^- y ρ_r^+ para todos los operadores de destrucción $d \in \Omega_-$ y reparación $r \in \Omega_+$ se inicializan con un valor uniforme, típicamente 1, para asegurar una selección equitativa al inicio del proceso (línea 5). La temperatura inicial T_0 para el mecanismo de Recocido Simulado (SA) se establece mediante el parámetro $T0_factor$ y el valor absoluto de la función objetivo de la solución inicial, $Obj(x_{\text{current}})$, como $T_{\text{current}} = \max(1, 0, T0_factor \cdot |Obj(x_{\text{current}})|)$ (línea 6). Esta normalización ayuda a que el criterio de aceptación sea menos sensible a la escala del valor objetivo.

El bucle principal de la ALNS (líneas 9-24) se ejecuta hasta que se cumple uno de los criterios de parada establecidos: un límite de tiempo total (*time limit*), un número máximo de iteraciones totales, o un número máximo de iteraciones consecutivas sin mejora en x_{best} . En cada iteración, la temperatura T_{current} del SA se reduce mediante un factor de enfriamiento geométrico α_{temp} (línea 10), donde $0 < \alpha_{\text{temp}} < 1$.

Posteriormente, se seleccionan de forma adaptativa un operador de destrucción d^* del conjunto Ω_- y un operador de reparación r^* del conjunto Ω_+ (líneas 11-12). La selección de cada operador

op se realiza mediante un mecanismo de ruleta (*SeleccionarOperadorRuleta*), donde la probabilidad π_{op} de elegir un operador es proporcional a su peso actual ρ_{op} , calculada según la Ecuación 13.

$$\pi_{op} = \frac{\rho_{op}}{\sum_{op' \in \Omega} \rho_{op'}} \quad (13)$$

Este mecanismo de selección probabilística favorece a los operadores que han demostrado un mejor rendimiento en iteraciones previas. Una vez seleccionados, el operador de destrucción d^* se aplica a la solución actual x_{current} , generando una solución parcial x_{parcial} y una lista de los vehículos o asignaciones eliminadas (línea 13). Seguidamente, el operador de reparación r^* toma x_{parcial} y la reconstruye (o completa) para formar una nueva solución candidata x_{temp} (línea 14).

La calidad de la solución x_{temp} se evalúa calculando su valor objetivo $Obj(x_{\text{temp}})$ (línea 15). La decisión de si x_{temp} reemplaza a x_{current} para la siguiente iteración se toma mediante el criterio de aceptación de Metropolis del Recocido Simulado (línea 16). Si $Obj(x_{\text{temp}})$ es mejor que $Obj(x_{\text{current}})$ (teniendo en cuenta que se está trabajando sobre un problema de maximización), x_{temp} se acepta siempre. Si x_{temp} es peor, se acepta con una probabilidad P_{aceptar} dada por la Ecuación 14.

$$P_{\text{aceptar}} = \exp\left(\frac{Obj(x_{\text{temp}}) - Obj(x_{\text{current}})}{T_{\text{current}}}\right) \quad (14)$$

Este mecanismo probabilístico permite a la búsqueda escapar de óptimos locales, siendo esta capacidad más pronunciada en las etapas iniciales cuando la temperatura T_{current} es alta. Si x_{temp} es aceptada, actualiza x_{current} y su correspondiente valor objetivo Obj_{current} (línea 17).

Independientemente de si x_{current} fue actualizada, se compara $Obj(x_{\text{current}})$ con $Obj(x_{\text{best}})$ (líneas 17-20). Si la solución actual es mejor que la mejor solución global encontrada hasta el momento, x_{best} y $Obj(x_{\text{best}})$ se actualizan, y se reinicia el contador de iteraciones sin mejora.

Finalmente, se actualizan los pesos de los operadores d^* y r^* que fueron utilizados en la iteración (líneas 25-26). Primero, se calcula una puntuación ψ (línea 21) mediante la función *CalcularPuntuacion*. Esta puntuación depende del resultado de la iteración: se asigna el valor más alto ω_1 si x_{temp} se convirtió en la nueva x_{best} ; ω_2 si x_{temp} fue aceptada y mejoró x_{current} (pero no x_{best}); ω_3 si x_{temp} fue aceptada pero no mejoró x_{current} ; y ω_4 si x_{temp} fue rechazada. Típicamente, se cumple que $\omega_1 > \omega_2 > \omega_3 > \omega_4 \geq 0$. Los pesos se actualizan utilizando una regla de suavizado exponencial:

$$\rho_{d^*}^- \leftarrow \lambda \rho_{d^*}^- + (1 - \lambda) \psi \quad (15)$$

$$\rho_{r^*}^+ \leftarrow \lambda \rho_{r^*}^+ + (1 - \lambda) \psi \quad (16)$$

donde $\lambda \in [0, 1]$ es el factor de decaimiento. Un valor de λ cercano a 1 da más peso al rendimiento histórico acumulado del operador, mientras que un valor cercano a 0 hace que los pesos reaccionen más rápidamente a las puntuaciones recientes. Este mecanismo adaptativo permite que la ALNS aprenda qué operadores son más efectivos para la instancia particular y la fase actual de la búsqueda. Al concluir el bucle, el algoritmo devuelve la mejor solución x_{best} encontrada (línea 25).

Operadores de Destrucción: su función es eliminar una parte de la solución actual x_{current} para generar una solución parcial x_{parcial} y una lista de *vehiculos_eliminados* (o asignaciones eliminadas). Los operadores implementados son:

- **Destrucción Aleatoria (*DRandom*):** este operador introduce diversificación eliminando las asignaciones de un número k de vehículos seleccionados completamente al azar de x_{current} . Los parámetros $k_{\text{min_frac}}$ y $k_{\text{max_frac}}$ (e.g., 0.1 y 0.3 respectivamente) definen el rango, como fracción del total de vehículos asignados, del cual se elige k aleatoriamente.

- **Destrucción por Peor Contribución (*DWorst*):** para intensificar la búsqueda en regiones problemáticas, este operador calcula la contribución marginal neta (ingresos generados menos costos operativos incurridos) de cada vehículo actualmente asignado. Posteriormente, elimina las asignaciones de una fracción p (e.g., 0.2) de los vehículos con la menor (peor) contribución.
- **Destrucción por Franja Horaria (*DBand*):** este operador explota la estructura temporal del problema. Selecciona aleatoriamente un período de inicio t_0 y una duración b (determinada por b_{frac} , e.g., entre 5 % y 15 % del horizonte) y elimina todas las asignaciones de carga que ocurren dentro de la franja horaria $[t_0, t_0 + b - 1]$. Esto puede ayudar a resolver conflictos de recursos localizados en el tiempo.
- **Destrucción de Vehículos Relacionados (*DRelated*):** este operador se basa en la idea de que vehículos con características similares (tiempos de llegada/salida, demanda energética) podrían ser intercambiables o requerir una re-secuenciación conjunta. Elige un vehículo i_0 al azar y luego identifica sus $q - 1$ "vecinos" más relacionados según una métrica de distancia que considera $|\alpha_{i_0} - \alpha_j|$, $|\beta_{i_0} - \beta_j|$ y $|r_{i_0} - r_j|$. El parámetro q se elige de un conjunto de opciones (e.g., $\{3, 5, 8\}$). Las asignaciones de este grupo de q vehículos son eliminadas.

Operadores de Reparación: toman la solución parcial x_{parcial} y la lista de vehículos U que actualmente no tienen asignaciones completas (es decir, todos los vehículos en \mathcal{I} que no están en x_{parcial} o cuya demanda no está satisfecha) e intentan reinsertarlos para construir una nueva solución completa y factible x_{temp} . Los operadores implementados son:

- **Reparación Golosa por Ingreso (*RGreedyRev*):** este operador intenta reinsertar iterativamente los vehículos de la lista U . En cada paso, considera todas las posibles asignaciones factibles (vehículo, período, cargador) para los vehículos restantes en U y selecciona aquella que maximiza el incremento marginal en el beneficio neto (ingresos de la nueva asignación menos su costo operativo), siempre respetando las restricciones de capacidad de cargadores, plazas y transformador.
- **Reparación Golosa por Nivel de Servicio (*RGreedyServ*):** este operador prioriza la reinserción de vehículos ordenándolos primero según una métrica de urgencia (e.g., energía requerida dividida por el tiempo restante hasta la partida). Para cada vehículo en este orden, busca la asignación (período, cargador) que le permita recibir la mayor cantidad de energía posible en un solo slot, o que maximice su nivel de servicio incremental. Los empates se resuelven buscando el mayor beneficio neto.
- **Reparación por Costo Mínimo Neto (*RMinCost*):** este operador busca reinsertar vehículos de manera eficiente desde la perspectiva de costos de la estación. Para cada vehículo en U , considera todas las asignaciones factibles y elige aquella que minimiza una función de costo neto, definida como (costo de la energía en el período de carga + costo de operación del cargador) - ingreso generado por la carga del vehículo. El objetivo es encontrar asignaciones donde el ingreso supere significativamente el costo de proveer el servicio.

La combinación de estos diversos operadores de destrucción y reparación, junto con el mecanismo de adaptación de pesos, permite a la ALNS navegar de manera robusta y eficiente por el complejo espacio de soluciones del EVCSP.

3.4. Calibración de Hiperparámetros

El rendimiento de los algoritmos heurísticos y metaheurísticos a menudo depende sensiblemente de la configuración de sus hiperparámetros. Para asegurar una comparación justa y obtener el máximo potencial de la heurística constructiva y la metaheurística ALNS propuestas, se lleva a cabo

un proceso de calibración sistemática. Para ello se utilizó la herramienta de optimización de hiperparámetros Optuna [16], un framework eficiente que se integra con facilidad en entornos Python y emplea algoritmos de búsqueda avanzados, como el Estimador de Parzen Arborizado (TPE), para encontrar configuraciones de parámetros que optimicen una función objetivo.

El proceso de calibración se realiza de forma independiente para la heurística constructiva y para la ALNS, utilizando un subconjunto común de instancias de prueba representativas. Para cada algoritmo, se define una función objetivo específica que Optuna debía minimizar. Esta función objetivo consiste en ejecutar el algoritmo correspondiente múltiples veces con una configuración de hiperparámetros sugerida por Optuna en cada trial (evaluación) y retornar el negativo del valor promedio de la utilidad neta obtenida (Z_{heur} para la heurística y $Obj(x_{\text{best}})$ para la ALNS), dado que Optuna busca minimizar por defecto y nuestro problema es de maximización.

3.4.1. Calibración de la Heurística Constructiva

Para la heurística constructiva, los hiperparámetros sujetos a calibración mediante Optuna son el tamaño del torneo para la selección de vehículos, *tournament_size*, y el umbral relativo para la aceptación de intercambios, *swap_threshold*. La función objetivo para la calibración de la heurística se define como sigue: para una instancia dada y una configuración de hiperparámetros (*tournament_size*, *swap_threshold*) propuesta por Optuna, la heurística se ejecuta 5 veces para mitigar la variabilidad inherente a su componente estocástico. El valor retornado a Optuna es el negativo del promedio de los valores Z_{heur} (Ecuación 1, evaluada con la solución heurística) obtenidos en las 5 ejecuciones, buscando así maximizar indirectamente Z_{heur} .

Los rangos de exploración recomendados para estos hiperparámetros son:

- *tournament_size*: entero en el rango [2, 10].
- *swap_threshold*: real en el rango [0,01, 0,50].

3.4.2. Calibración de la Metaheurística ALNS

Para la metaheurística ALNS, los hiperparámetros que a calibrar son: el factor para determinar la temperatura inicial del Recocido Simulado, *T0_factor*; la tasa de enfriamiento de la temperatura, α_{temp} ; y el factor de decaimiento para la actualización de los pesos de los operadores, λ . De manera análoga al proceso de la heurística, la función objetivo para la calibración de la ALNS implica ejecutar el algoritmo ALNS 3 veces por cada configuración de hiperparámetros (*T0_factor*, *alpha_temp*, *lam*) sugerida por Optuna. Durante esta fase de tuning, se define un límite de tiempo reducido de 30 segundos para cada ejecución de ALNS, con el objetivo de agilizar el proceso de calibración sobre múltiples *trials*. El valor retornado a Optuna es el negativo del promedio de los valores de utilidad neta $Obj(x_{\text{best}})$ obtenidos.

Los rangos de exploración recomendados para estos hiperparámetros son:

- *T0_factor*: real en el rango [0,01, 1,0].
- α_{temp} : real en el rango [0,90, 0,999].
- λ : real en el rango [0,1, 0,9].

Para ambos algoritmos, se realizan 50 trials de Optuna por cada instancia utilizada en el proceso de tuning. Las configuraciones de hiperparámetros que resultan en el mejor rendimiento promedio para cada instancia se utilizan como la configuración óptima específica de dicha instancia en los experimentos computacionales, con el fin de evaluar el máximo potencial de cada algoritmo en cada escenario particular.

Este procedimiento de calibración estructurado y automatizado asegura que tanto la heurística constructiva como la metaheurística ALNS se evalúen utilizando configuraciones de parámetros que maximizan su potencial, permitiendo así una comparación más equitativa y una evaluación más fiable de su verdadero rendimiento frente al modelo exacto y entre sí en la resolución del EVCSP.

3.5. Métricas de Evaluación del Rendimiento

Tras la generación de una planificación de carga por cada uno de los métodos evaluados (MILP, HC y ALNS), se procede al cálculo de un conjunto de métricas de rendimiento globales. Estas métricas permiten una evaluación integral de la efectividad y eficiencia de la estrategia de programación implementada. Las principales métricas consideradas son:

- **Utilidad Operacional Neta (Z):** evalúa la rentabilidad global de la estación de carga. Corresponde directamente al valor de la función objetivo optimizada por los tres métodos.

$$Z = \text{Ingresos Totales} - \text{Costos Operativos Totales} - \text{Penalización por Inequidad Total} \quad (17)$$

Donde los ingresos se calculan a partir de la energía vendida E_i multiplicada por la disposición a pagar del cliente w_i y el precio de la energía price_t , los costos operativos por el uso de los cargadores $o_c \cdot \Delta t$, y la penalización por inequidad según la desviación del nivel de servicio de cada vehículo respecto al promedio f_{var} . Esta métrica representa la utilidad total de la operación de la estación.

- **Nivel de Servicio Promedio (NS_{prom}):** mide la proporción promedio de la demanda de energía que es satisfecha para el conjunto de vehículos. Es el valor f_{var} calculado en la Ecuación 11.

$$NS_{\text{prom}} = f_{\text{var}} = \frac{1}{|\mathcal{I}|} \sum_{i \in \mathcal{I}} \frac{E_i}{r_i} \quad (18)$$

Un valor cercano a 1 indica que, en promedio, los vehículos reciben la mayor parte de la energía que requieren. Esta métrica es fundamental para evaluar la equidad y la satisfacción general del usuario.

- **Energía Total Entregada (E_{total}):** suma de toda la energía efectivamente transferida a los vehículos.

$$E_{\text{total}} = \sum_{i \in \mathcal{I}} E_i \quad (19)$$

Esta métrica refleja la cantidad total de "producto"(energía) que la estación ha logrado comercializar.

- **Utilización Promedio de Cargadores (UC_{prom}):** indica el porcentaje promedio de tiempo que los cargadores estuvieron activos durante el horizonte de planificación.

$$UC_{\text{prom}} = \left(\frac{\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{t \in T_i} \sum_{c \in C_i} x_{itc} \cdot \Delta t}{|\mathcal{C}| \cdot H \cdot \Delta t} \right) \times 100 \% \quad (20)$$

Se calcula comparando el tiempo total de uso de todos los cargadores con el tiempo total que estuvieron disponibles. Una alta utilización puede indicar eficiencia, pero también posible congestión si los niveles de servicio son bajos.

- **Utilización Promedio del Transformador (UT_{prom}):** muestra la carga promedio a la que operó el transformador en relación con su capacidad máxima L .

$$UT_{prom} = \left(\frac{\sum_{t \in \mathcal{T}} \left(\sum_{i \in \mathcal{I} \text{ s.t. } t \in T_i} \sum_{c \in C_i} P_c \cdot x_{itc} \right)}{H \cdot L} \right) \times 100 \% \quad (21)$$

Esta métrica es crucial para evaluar si la infraestructura está siendo bien aprovechada sin incurrir en riesgos de sobrecarga prolongada. Se calcula como la potencia promedio consumida en cada período dividida por la capacidad del transformador.

- **Tiempo de Cómputo (CPU Time):** tiempo requerido por cada algoritmo para generar la solución.

Estas métricas proporcionan información esencial para valorar la efectividad de cada enfoque de programación e identificar áreas potenciales de mejora, y ofrecen una base sólida para la toma de decisiones sobre ajustes en los parámetros operativos o la asignación de recursos, como se discutirá en la sección de experimentales computacionales.

4. Experimentos Computacionales y Análisis de Resultados

En esta sección se presenta un análisis de los resultados obtenidos mediante los tres enfoques propuestos para la resolución del Problema de Programación de Estaciones de Carga de Vehículos Eléctricos (EVCSP): el modelo exacto basado en optimización mediante Programación Lineal Entera Mixta (MILP), la heurística constructiva (HC), y la metaheurística de Búsqueda Adaptativa de Vecindad Amplia (ALNS). El objetivo principal es evaluar y comparar rigurosamente el desempeño de estos métodos en términos de calidad de solución, eficiencia computacional y capacidad para abordar las complejidades inherentes al problema.

La evaluación comparativa de los tres enfoques metodológicos se realizó sobre un conjunto de siete instancias de prueba estática distintas. Estas instancias fueron diseñadas para representar escenarios operativos diversos y realistas para una estación de carga de vehículos eléctricos (ECVS), incorporando variabilidad en las condiciones de entrada y en los parámetros de la infraestructura.

Cada instancia se define a través de un perfil dinámico de precios de la energía a lo largo del horizonte de planificación, con una resolución temporal Δt establecida. Así mismo, cada una contiene información detallada sobre un conjunto de vehículos, especificando para cada uno su tiempo de llegada, tiempo de partida planificado, la energía total requerida para su carga completa, un factor multiplicador de la disposición a pagar respecto al precio de la energía, y las tasas de carga mínima y máxima que el vehículo puede soportar. Finalmente, las instancias detallan la configuración de la propia estación de carga, incluyendo el número total de plazas disponibles, la capacidad límite del transformador principal, y las características de cada cargador individual, tales como su potencia nominal, eficiencia de carga y costo operativo por hora.

La Tabla 5 resume las dimensiones principales de cada una de las siete instancias de prueba utilizadas en este estudio. Esta diversidad permite evaluar el comportamiento y la escalabilidad de los algoritmos bajo diferentes niveles de demanda y congestión de recursos. Este conjunto de instancias permite simular un amplio espectro de condiciones operativas, facilitando una evaluación robusta del rendimiento de los algoritmos bajo condiciones operativas.

Todos los experimentos se llevaron a cabo en una computadora con sistema operativo Windows 11, equipada con un procesador Intel Core i5-12450H 9^a generación funcionando a 2.4 GHz y con 8 GB de memoria RAM. Los tres enfoques metodológicos fueron implementados en un entorno Python 3.11.7. Para el modelo MILP, se utilizó el solver Gurobi (versión 12.0.1) a través de su interfaz Python

Tabla 5: Características de las instancias de prueba utilizadas.

Instancia	Vehículos	Intervalos	Plazas
1	103	56	10
2	183	56	20
3	217	56	30
4	286	56	50
5	341	56	100
6	462	56	150
7	592	56	200

(gurobipy). La heurística constructiva y la metaheurística ALNS fueron implementadas utilizando bibliotecas estándar de Python. La calibración de hiperparámetros para la HC y la ALNS, como se describió en la Sección 3.4, se realizó con la librería Optuna.

4.1. Implementación del Modelo de Optimización (MILP)

Como se mencionó anteriormente, para implementar el modelo de optimización MILP, se utilizó el solver Gurobi. Dada la complejidad inherente a los problemas de programación entera mixta, y considerando el tamaño de las instancias de prueba, se estableció un criterio de parada para la ejecución del solver: un límite de tiempo de búsqueda de 7200 segundos o alcanzar una brecha de optimalidad (MIPGap) relativa inferior al 2 %.

Tabla 6: Función objetivo, Brecha MIP y Tiempo de Cómputo del Modelo MILP.

Instancia	Función Objetivo (€)	Brecha MIP (%)	Tiempo Gurobi (s)
1	36,174.78	2.00	72.63
2	134,191.35	1.62	37.01
3	213,053.47	1.97	119.28
4	321,911.30	1.76	287.97
5	513,444.93	2.00	1204.35
6	539,654.89	2.00	4680.33
7	891,468.66	3.54	7201.50

La Tabla 6 presenta el rendimiento global del modelo MILP en términos de la calidad de la solución y el esfuerzo computacional para cada una de las siete instancias de prueba. El valor de la función objetivo (que representa la utilidad neta de la operación) muestra una considerable variabilidad entre las instancias, oscilando entre aproximadamente 36 mil euros para la Instancia 1 y superando los 891 mil euros para la Instancia 7. Esta dispersión es un reflejo directo de las diferencias en la escala y complejidad de cada escenario, determinadas por factores como el número de vehículos, la cantidad de cargadores, los perfiles de precios de energía y las demandas de carga.

En cuanto a la calidad de las soluciones, la brecha de optimalidad (MIPGap) se mantuvo por debajo o muy cerca del umbral del 2 % establecido para las primeras seis instancias, lo que indica que las soluciones encontradas por Gurobi son muy próximas al óptimo teórico. La Instancia 7, la de mayor envergadura, finalizó por alcanzar el límite de tiempo de 7200 segundos, resultando en una brecha de optimalidad ligeramente superior, del 3.54 %. Los tiempos de cómputo también exhiben una marcada variación: mientras que las instancias más pequeñas (1 y 2) se resolvieron en menos de dos minutos, las instancias de mayor tamaño y complejidad (especialmente 5, 6 y 7) requirieron un tiempo de solución significativamente mayor, llegando al límite de tiempo en el caso más extremo. Estos resultados subrayan la dependencia del rendimiento del MILP con respecto al tamaño y las características intrínsecas del problema.

La Tabla 7 complementa el análisis con métricas operativas y de nivel de servicio derivadas de las soluciones óptimas o cercanas al óptimo obtenidas por el MILP. La energía promedio entregada

Tabla 7: Métricas globales del modelo MILP

Instancia	Energía entregada (kWh)	Nivel Servicio	Utilización Cargadores (%)	Utilización Transformador (kW)
1	8.09	0.252	29.46	64.02
2	13.89	0.478	39.76	193.63
3	17.24	0.585	37.50	284.55
4	22.18	0.725	32.89	482.00
5	27.08	0.881	30.39	702.04
6	27.03	0.900	28.43	948.84
7	26.36	0.925	25.15	1186.50

por vehículo varía entre 8.09 kWh (Instancia 1) y 27.08 kWh (Instancia 5), lo que nuevamente refleja la heterogeneidad en la demanda energética de los escenarios. El nivel de servicio promedio muestra una tendencia creciente con la complejidad o tamaño de la instancia, comenzando en 0.252 para la Instancia 1 y alcanzando 0.925 para la Instancia 7. Este comportamiento indica que, con las configuraciones analizadas, el modelo tiende a cubrir una mayor proporción de la demanda energética en escenarios con un mayor número de vehículos o interacciones. Esto se debe a las diferencias en los recursos disponibles entre las distintas instancias. Como se muestra en la Tabla 5, en las instancias más pequeñas (1, 2, 3) hay aproximadamente un cargador por cada 10 vehículos, mientras que en las instancias más grandes (5, 6, 7) esta proporción mejora a tres cargadores por cada 10 vehículos.

La utilización promedio de los cargadores varía, con valores que oscilan entre el 25.15 % (Instancia 7) y el 39.76 % (Instancia 2). Estos niveles de utilización sugieren que, en general, existe capacidad de carga disponible en la estación, aunque su aprovechamiento óptimo está condicionado por el límite del transformador y la distribución temporal de la demanda. Finalmente, la utilización promedio del transformador incrementa consistentemente con el número de la instancia, desde 64.02 kW hasta 1186.50 kW, lo que indica que las instancias de mayor numeración imponen una carga progresivamente mayor sobre la infraestructura central de la estación. Estos indicadores ofrecen una visión detallada del comportamiento operativo resultante de la optimización y sirven como referencia para la evaluación de los métodos heurísticos.

Para ilustrar la naturaleza de las soluciones generadas, la Figura 1 presenta el diagrama de Gantt de la programación de carga obtenida por el modelo MILP para la Instancia 2. Cada fila representa un cargador y cada bloque de color dentro de una fila indica un vehículo específico siendo cargado durante un intervalo de tiempo.

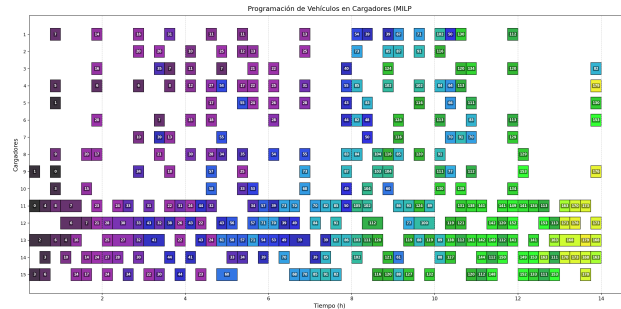


Figura 1: Programación de la carga de vehículos eléctricos para la instancia 2 establecida por el modelo

En la Figura 1 se visualiza la asignación de vehículos eléctricos para los cinco cargadores dispo-

nibles establecida por el modelo para la instancia 1. Cada bloque de color en cada fila representa a un vehículo particular asignado a un cargador durante un intervalo de tiempo. Se aprecia que la mayoría de los cargadores se encuentran activos en simultáneo en ciertas franjas horarias, mientras que en otras, algunos cargadores permanecen ociosos. Esto indica que el modelo explota los períodos de menor costo energético, así como las ventanas de disponibilidad de los vehículos, para ubicar estratégicamente las cargas y así maximizar la utilización de la red sin generar retrasos innecesarios.

4.2. Implementación de la heurística constructiva

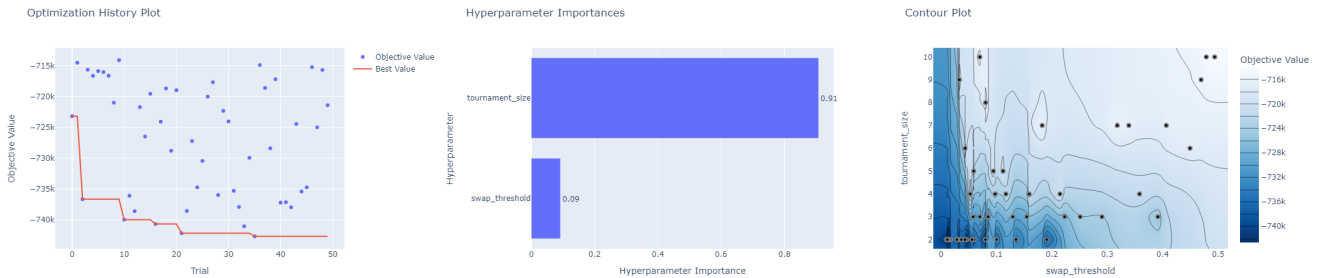
La heurística constructiva (HC) fue evaluada en el mismo conjunto de siete instancias de prueba. Debido a la componente estocástica inherente a su mecanismo de selección por torneo, cada instancia se ejecutó 30 veces para asegurar una caracterización estadística robusta de su rendimiento. Los hiperparámetros de la HC, a saber, el tamaño del torneo (*tournament_size*) y el umbral de aceptación para los intercambios (*swap_threshold*), fueron previamente calibrados para cada instancia mediante el framework Optuna, como se describió en la Sección 3.4. Los valores calibrados específicos utilizados para cada instancia se presentan junto con los resultados de rendimiento.

Tabla 8: Función objetivo, Tiempo de Cómputo (Media \pm Desv. Est.) y Parámetros Calibrados de la Heurística Constructiva (HC) tras 30 ejecuciones.

Instancia	Tournament Size	Swap Threshold	Función Objetivo (€)	Tiempo Cómputo (s)
1	10	0.169	29,933.32 \pm 65.60	0.0178 \pm 0.0072
2	10	0.107	104,836.14 \pm 309.56	0.0333 \pm 0.0059
3	10	0.116	191,037.26 \pm 281.18	0.0446 \pm 0.0107
4	6	0.202	281,248.57 \pm 648.81	0.0541 \pm 0.0091
5	2	0.237	414,291.00 \pm 3595.03	0.0518 \pm 0.0069
6	2	0.107	464,985.47 \pm 1155.81	0.0900 \pm 0.0159
7	2	0.047	736,418.41 \pm 4692.57	0.1134 \pm 0.0093

La Tabla 8 presenta los resultados agregados para la función objetivo y el tiempo de cómputo de la HC, junto con los valores de los hiperparámetros calibrados *tournament_size* y *swap_threshold* para cada instancia. Se observa que la HC es consistentemente rápida, con tiempos de ejecución promedio que no exceden los 0.12 segundos, incluso para la instancia de mayor tamaño (Instancia 7). Esta alta eficiencia computacional es una característica destacada de este enfoque.

La variabilidad en el valor de la función objetivo, reflejada en la desviación estándar, es relativamente contenida, aunque tiende a incrementarse en las instancias más grandes (5 y 7), lo cual es atribuible a la mayor dimensionalidad del espacio de búsqueda y a la naturaleza del componente aleatorio del algoritmo. No obstante, la desviación estándar se mantiene por debajo del valor medio del objetivo, lo que sugiere una consistencia en la calidad de las soluciones producidas.



(a) Historial de Optimización.

(b) Importancia de Hiperparámetros.

(c) Gráfico de Contorno.

Figura 2: Visualizaciones del proceso de calibración de hiperparámetros de la HC para la Instancia 7.

Los parámetros calibrados muestran una adaptación a la complejidad de la instancia; por ejemplo, un *tournament_size* menor y un *swap_threshold* más bajo son preferidos para las instancias de mayor tamaño, mientras que para las instancias de menor tamaño se tienen mejores desempeños con torneos más grandes. Para ilustrar con mayor detalle el proceso de calibración y la influencia de los hiperparámetros, la Figura 4 muestra los resultados generados por Optuna durante la calibración para la Instancia 7.

El historial de optimización (Figura 2a) para la Instancia 7 muestra la convergencia de Optuna hacia mejores valores de la función objetivo a medida que avanzan los *trials*. Se observa que las mejoras significativas ocurren en los primeros *trials*, estabilizándose posteriormente. El gráfico de importancia de hiperparámetros (Figura 2b) para esta instancia revela que el *tournament_size* (con una importancia del 0.91) tiene una influencia considerablemente mayor en el rendimiento de la HC que el *swap_threshold* (importancia del 0.09). Esto sugiere que una correcta elección del mecanismo de selección de vehículos es más crítica que el ajuste fino del umbral de intercambio para este escenario. Finalmente, el gráfico de contorno (Figura 2c) visualiza la relación entre los dos hiperparámetros y el valor objetivo. Las regiones más oscuras indican las combinaciones de *tournament_size* y *swap_threshold* que tienden a producir los mejores resultados. Para la instancia, se observa que valores bajos de *tournament_size* (entre 2 y 3) combinados con un rango relativamente amplio de *swap_threshold* (aproximadamente entre 0.0 y 0.2) parecen ser los más efectivos, lo cual es consistente con los valores óptimos encontrados (*tournament_size* = 2, *swap_threshold* = 0,047).

Tabla 9: Métricas globales de la heurística constructiva (HC) (Media \pm Desv. Est.) tras 30 ejecuciones.

Instancia	Energía entregada (kWh)	Nivel Servicio	Utilización Cargadores (%)	Utilización Transforma- dor (kW)
1	6.85 \pm 0.00	0.242 \pm 0.005	57.68 \pm 0.00	54.57 \pm 0.00
2	11.14 \pm 0.00	0.401 \pm 0.008	70.60 \pm 0.00	156.64 \pm 0.00
3	15.88 \pm 0.00	0.525 \pm 0.006	73.78 \pm 0.00	264.46 \pm 0.00
4	20.82 \pm 0.00	0.677 \pm 0.004	71.57 \pm 0.00	456.84 \pm 0.00
5	26.31 \pm 0.13	0.839 \pm 0.003	74.28 \pm 0.17	689.11 \pm 3.41
6	25.21 \pm 0.00	0.827 \pm 0.004	71.20 \pm 0.00	895.13 \pm 0.07
7	26.55 \pm 0.10	0.901 \pm 0.003	66.56 \pm 0.13	1208.64 \pm 4.65

Las métricas operativas y de servicio adicionales para la HC se resumen en la Tabla 9. La energía promedio entregada por vehículo y el nivel de servicio promedio tienden a incrementarse con la complejidad de la instancia, un comportamiento análogo al observado con el modelo MILP. Es destacable que la HC, a pesar de su simplicidad y velocidad, alcanza niveles de servicio superiores a 0.82 en las instancias más demandantes (5, 6 y 7). La utilización promedio de los cargadores se sitúa consistentemente por encima del 57 %, superando el 70 % en varias instancias, lo que indica un aprovechamiento efectivo de los recursos de carga individuales. La utilización del transformador escala con el tamaño de la instancia, como era de esperar. La baja desviación estándar en la mayoría de estas métricas operativas sugiere que la HC genera planes de carga con características consistentes a través de múltiples ejecuciones, si bien las instancias 5 y 7 presentan una mayor variabilidad en la energía entregada y la utilización del transformador, lo cual puede atribuirse a la mayor sensibilidad del mecanismo de torneo en escenarios con un mayor número de decisiones interdependientes.

La Figura 3 ilustra la programación de carga generada por la heurística constructiva (HC) para la Instancia 2. Al igual que en la visualización del MILP, cada fila corresponde a un cargador y los bloques de colores representan la asignación de vehículos específicos a lo largo del tiempo. La programación generada presenta diferencias notables con respecto a la solución del MILP.

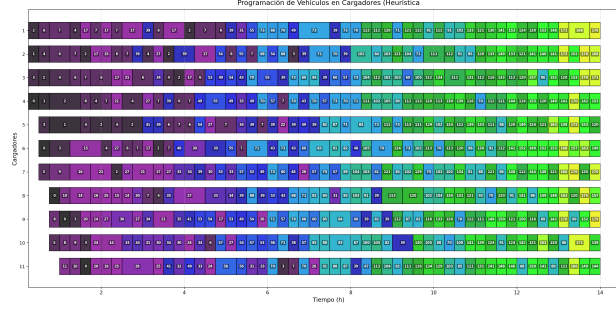


Figura 3: Programación de la carga de vehículos eléctricos para la instancia 2 establecida por la heurística

Se observa una ocupación de cargadores más densa, pero utilizando menos cargadores en comparación con el MILP. Esto es consistente con la naturaleza golosa y de priorización de la heurística: el algoritmo asigna vehículos basándose en criterios de urgencia y valor en cada período, lo que puede llevar a que los vehículos se carguen tan pronto como sea posible si los recursos lo permiten, sin la misma capacidad de exploración para ver otros espacios y momentos de carga.

La fragmentación de la carga para un mismo vehículo es una característica presente, reflejando la lógica iterativa por período del algoritmo y la posterior fase de intercambio (swap), que podría reubicar porciones de carga. La heurística también gestiona el límite del transformador y la disponibilidad de plazas en cada paso de asignación, pero la optimización local inherente a su enfoque puede resultar en patrones de utilización de recursos diferentes a los de una optimización global. Por ejemplo, algunos cargadores podrían mostrar una actividad más constante si los vehículos de alta prioridad son asignados consistentemente a ellos, mientras que otros podrían tener una actividad más esporádica. La rapidez de la heurística, no obstante, se logra a costa de esta visión global, resultando en una solución que, aunque factible y de buena calidad, no logra explotar los recursos con la misma eficiencia que el MILP.

4.3. Implementación de la Metaheurística ALNS

La metaheurística ALNS fue evaluada utilizando el mismo conjunto de siete instancias de prueba. Dada su naturaleza estocástica, derivada de la selección probabilística de operadores y del criterio de aceptación de Recocido Simulado, cada instancia fue resuelta 30 veces para obtener estadísticas de rendimiento fiables. Los hiperparámetros de la ALNS —factor de temperatura inicial $T0_factor$, tasa de enfriamiento α_{temp} , y factor de decaimiento de pesos λ — fueron calibrados previamente para cada instancia mediante Optuna, como se expuso en la Sección 3.4. Los valores calibrados específicos se reportan junto con los resultados de rendimiento. Para todas las ejecuciones, se estableció un límite de tiempo computacional de 60 segundos.

Tabla 10: Función objetivo, Tiempo de Cómputo (Media \pm Desv. Est.) y Parámetros Calibrados de la Metaheurística ALNS tras 30 ejecuciones (límite de tiempo de 60s/ejecución).

Instancia	T0_factor	Alpha_temp	Lambda	Función Objetivo (€)	Tiempo Cómputo (s)
1	0.0176	0.9459	0.7782	30,428.70 \pm 386.84	58.89 \pm 3.49
2	0.0101	0.9111	0.7341	114,393.23 \pm 910.92	60.08 \pm 0.02
3	0.2192	0.9207	0.1102	191,842.32 \pm 1403.60	60.15 \pm 0.05
4	0.0111	0.9036	0.5403	289,586.95 \pm 3225.61	60.32 \pm 0.10
5	0.0139	0.9596	0.1163	441,371.22 \pm 8592.08	60.61 \pm 0.24
6	0.0129	0.9715	0.8509	478,324.52 \pm 4082.97	61.20 \pm 0.46
7	0.1089	0.9142	0.1914	778,920.36 \pm 21527.02	62.94 \pm 1.98

La Tabla 10 consolida los resultados de rendimiento de la ALNS. Los tiempos de cómputo promedio se aproximan consistentemente al límite de 60 segundos, con una variabilidad mínima. La

desviación estándar del valor de la función objetivo es, como se esperaba, mayor que la observada en la heurística constructiva, lo que refleja la naturaleza exploratoria más amplia de la ALNS y su capacidad para converger a diferentes óptimos locales de alta calidad. Esta variabilidad tiende a ser más acentuada en las instancias de mayor envergadura (5 y 7). Es importante destacar que los hiperparámetros calibrados por Optuna muestran una notable variación entre las distintas instancias, lo que subraya la relevancia de un ajuste específico de parámetros para maximizar el rendimiento de la ALNS en escenarios con características diversas. Por ejemplo, para la Instancia 7, se seleccionó un $T0_factor$ relativamente alto (0.1089) y un λ bajo (0.1914), lo que podría sugerir una preferencia por una exploración más amplia al inicio y una adaptación más rápida de los pesos de los operadores en este escenario complejo. Para profundizar en el proceso de calibración de la ALNS, la Figura ?? presenta las visualizaciones generadas por Optuna para la Instancia 7.

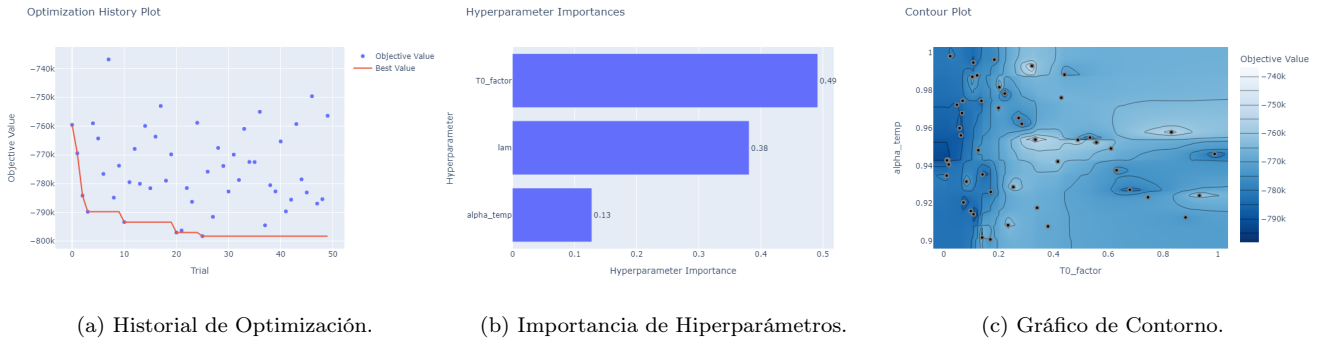


Figura 4: Visualizaciones del proceso de calibración de hiperparámetros de la ALNS para la Instancia 7.

El historial de optimización para la ALNS en la Instancia 7 (Figura 4a) ilustra cómo Optuna explora el espacio de hiperparámetros, convergiendo hacia configuraciones que mejoran progresivamente el valor objetivo (valores más negativos). El gráfico de importancia de hiperparámetros (Figura 4b) revela que, para esta instancia, el $T0_factor$ (con una importancia del 0.49) fue el parámetro más influyente en el rendimiento, seguido por λ (0.38) y finalmente α_{temp} (0.13). Esto sugiere que la correcta configuración de la temperatura inicial y del mecanismo de adaptación de los pesos de los operadores es más crítica para la ALNS que el esquema exacto de enfriamiento en este escenario. El gráfico de contorno (Figura 4c), mostrando la interacción entre $T0_factor$ y α_{temp} , indica que los mejores valores objetivos (regiones más oscuras) se encuentran a menudo con valores bajos de $T0_factor$ (menores a 0.2 aproximadamente) y un rango amplio de α_{temp} , aunque la región óptima no es trivialmente identificable y presenta múltiples óptimos locales, justificando el uso de una herramienta de calibración como Optuna.

Tabla 11: Métricas globales de la metaheurística ALNS (Media \pm Desv. Est.) tras 30 ejecuciones.

Instancia	Energía entregada (kWh)	Nivel Servicio	Utilización Cargadores (%)	Utilización Transformador (kW)
1	7.19 \pm 0.19	0.273 \pm 0.020	53.82 \pm 2.30	57.15 \pm 1.47
2	12.68 \pm 0.13	0.489 \pm 0.013	61.17 \pm 3.84	177.59 \pm 1.69
3	15.99 \pm 0.15	0.528 \pm 0.012	72.98 \pm 1.30	266.16 \pm 2.35
4	21.48 \pm 0.18	0.697 \pm 0.010	63.19 \pm 5.22	470.25 \pm 3.85
5	25.35 \pm 1.38	0.771 \pm 0.040	55.31 \pm 11.93	661.03 \pm 37.52
6	25.11 \pm 0.50	0.777 \pm 0.020	56.84 \pm 7.37	887.94 \pm 19.02
7	25.46 \pm 1.28	0.831 \pm 0.046	50.92 \pm 9.89	1154.19 \pm 60.78

Las métricas operativas y de servicio complementarias para la ALNS se detallan en la Tabla 11. En general, se tiende a alcanzar valores de energía entregada y niveles de servicio promedio superiores a los de la heurística constructiva, y en muchos casos, cercanos a los obtenidos por el modelo MILP. Por ejemplo, para la Instancia 7, la ALNS logra un nivel de servicio promedio de 0.831, en comparación con el 0.901 de la HC y el 0.925 del MILP.

La utilización de los cargadores y del transformador presenta una mayor variabilidad (desviación estándar más alta) en comparación con la HC, especialmente en las instancias más grandes (5, 6 y 7). Esto puede interpretarse como una consecuencia de la naturaleza exploratoria más profunda de la ALNS; diferentes ejecuciones pueden converger a soluciones con distintas estrategias de consolidación de carga, resultando en perfiles de utilización de recursos diversos, aunque con valores de función objetivo similares o mejores. Por ejemplo, en la Instancia 7, la utilización del transformador tiene una desviación estándar de 60.78 kW, lo que indica una considerable dispersión en cómo se gestiona la carga global del sistema entre las diferentes soluciones de alta calidad encontradas por la ALNS.

En resumen, la metaheurística ALNS, configurada con parámetros calibrados, demuestra la capacidad de encontrar soluciones de alta calidad para el EVCS dentro de un límite de tiempo computacional razonable para aplicaciones operativas. Aunque presenta una mayor variabilidad en sus resultados que la heurística constructiva, su potencial para alcanzar mejores valores de la función objetivo la convierte en una herramienta poderosa para este problema de optimización. La efectividad de sus operadores de destrucción y reparación, junto con el mecanismo de adaptación de pesos y el criterio de aceptación del Recocido Simulado, le permiten navegar por el espacio de soluciones.

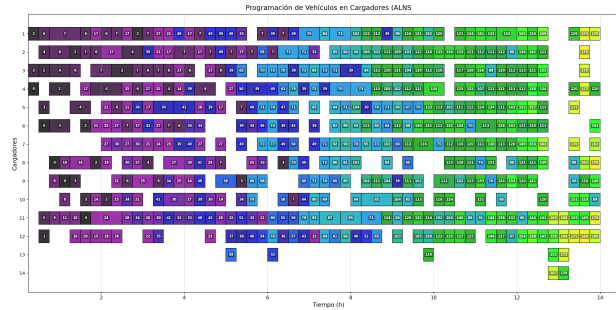


Figura 5: Programación de la carga de vehículos eléctricos para la instancia 2 establecida por la metaheurística ALNS

La programación de carga visualizada en la Figura 5 establecida por la metaheurística para la instancia 2, tiende a exhibir una mayor densidad y una utilización de más cargadores en comparación con la heurística constructiva. Esto es un indicativo de la capacidad de la metaheurística para explorar el espacio de soluciones de manera más profunda y refinar la asignación de recursos, asemejándose más a la estructura del MILP.

Los operadores de destrucción y reparación trabajan iterativamente para modificar y reconstruir porciones de la solución. Este proceso permite, por ejemplo, mover vehículos o fragmentos de su carga a diferentes cargadores o períodos de tiempo si esto resulta en una mejora global, o si es aceptado por el criterio de Recocido Simulado para escapar de óptimos locales. Como resultado, la distribución de la carga entre los cargadores puede ser más homogénea o estratégicamente concentrada en ciertos períodos, dependiendo de la interacción entre los precios de la energía, la disponibilidad de vehículos y las restricciones del sistema.

Si bien la solución es de alta calidad, no hay garantía de optimalidad global, pero sí una fuerte indicación de una utilización eficiente de los recursos de la estación de carga, buscando un buen compromiso entre los diversos componentes de la función objetivo.

4.4. Evaluación Comparativa de los Métodos

En esta sección se realiza una evaluación comparativa para medir la efectividad y eficiencia de la heurística constructiva (HC) y la metaheurística ALNS en la obtención de soluciones para el EVCS, utilizando como referencia el modelo de optimización exacta (benchmark). La comparación se centra principalmente en la métrica principal del problema: la función objetivo (utilidad neta). Sin embargo, también se examina el rendimiento a través de otras métricas clave que proporcionan información relevante sobre la operación del sistema, tales como el nivel de servicio promedio, la energía promedio entregada, y la utilización de los cargadores y del transformador.

Para cuantificar las diferencias entre las soluciones obtenidas por el modelo MILP y los métodos aproximados, la comparación se establece utilizando el gap relativo. Este se calcula para la función objetivo y para cada una de las métricas de rendimiento secundarias, según la Ecuación 22. Un gap positivo indica que el valor del modelo MILP es superior al del método aproximado, mientras que un gap negativo indicaría que el método aproximado superó al MILP (lo cual podría ocurrir dado que el MILP no alcanzó la optimalidad total debido a límites de tiempo).

$$\text{Gap Relativo (\%)} = \frac{\text{Valor}_{\text{MILP}} - \text{Valor}_{\text{Aproximado}}}{\text{Valor}_{\text{MILP}}} \times 100 \quad (22)$$

La Tabla 12 presenta las brechas relativas promedio (para HC y ALNS, se utiliza el promedio de las 30 ejecuciones) en la función objetivo y en las principales métricas de rendimiento para las siete instancias analizadas.

Tabla 12: Brechas Relativas de Rendimiento de la Heurística Constructiva (HC) y la Metaheurística ALNS con respecto al Modelo MILP (Valores Promedio para HC y ALNS).

Instancia	Gap Objetivo (%)		Gap Nivel Servicio (%)		Gap Energía Entreg. (%)		Gap Util. Carg. (%)	
	HC	ALNS	HC	ALNS	HC	ALNS	HC	ALNS
1	17.25	15.99	4.15	-11.02	15.32	10.67	-95.76	-80.61
2	21.87	14.86	16.24	-2.27	19.77	8.50	-77.54	-54.79
3	10.37	10.30	10.13	-10.35	7.85	-7.22	-96.75	-94.61
4	12.61	10.12	6.64	-4.10	6.16	2.97	-117.57	-92.10
5	19.24	13.78	4.79	-11.41	2.73	4.64	-144.45	-82.14
6	13.89	11.28	8.08	-13.56	6.71	6.39	-150.47	-100.00
7	17.54	12.08	2.57	-9.89	-0.67	2.77	-164.66	-102.47

Al analizar las brechas en la función objetivo, se observa que tanto la heurística constructiva como la metaheurística generan soluciones con valores inferiores a los obtenidos por el modelo MILP, lo cual es esperado dado que el MILP busca la solución óptima (o una muy cercana a ella). La ALNS consistentemente presenta brechas menores que la HC en todas las instancias. Por ejemplo, para la Instancia 1, la HC tiene un gap del 17.25 %, mientras que la ALNS lo reduce al 15.99 %. Esta tendencia se mantiene, siendo la diferencia más notable en la Instancia 2, donde la HC alcanza un gap del 21.87 % y la ALNS uno del 14.86 %. En promedio, la ALNS logra cerrar una porción significativa de la brecha dejada por la HC con un gap promedio de 12.63 % respecto al 16.11 % de la heurística, demostrando su capacidad para encontrar soluciones de mayor calidad a través de una exploración más sofisticada del espacio de búsqueda. La Instancia 3 es la que presenta las menores brechas para ambos métodos aproximados (alrededor del 10.3 %), lo que podría indicar una estructura de problema relativamente más sencilla para estos enfoques en ese escenario particular.

Respecto al Nivel de Servicio, la HC consistentemente muestra un desempeño inferior al MILP con un gap promedio de 7.51 %, lo que significa que entrega una menor proporción de la energía requerida por los vehículos. La ALNS, por otro lado, presenta un comportamiento más variable: en las instancias 1, 2, 4, 6 y 7, la ALNS logra un nivel de servicio superior al del MILP (gaps negativos),

lo que es un resultado destacable. Esto sugiere que la ALNS, al optimizar la función objetivo global que incluye un término de equidad, puede encontrar configuraciones que, aunque no maximicen estrictamente la utilidad económica total tanto como el MILP, sí logran una mejor distribución de la energía que se traduce en un mayor nivel de servicio promedio. En las instancias 3 y 5, el nivel de servicio de la ALNS es inferior, pero aún competitivo. Con este comportamiento, la metaheurística obtiene un gap promedio general de 5.15 % respecto al modelo exacto, 2.36 puntos por debajo del constructivo.

En cuanto a la Energía Entregada, los resultados siguen una pauta similar. La HC entrega menos energía que el MILP. La ALNS muestra un gap negativo (más energía entregada que el MILP) en la Instancia 3, e iguala o supera ligeramente a la HC en las demás, pero generalmente por debajo del MILP. La excepción es la Instancia 7, donde la HC entrega más energía que el MILP (gap de -0.67 %), un resultado que podría relacionarse con la brecha de optimalidad del MILP en esa instancia.

La métrica de Utilización de Cargadores presenta gaps consistentemente negativos para ambos métodos aproximados, lo que indica que tanto la HC como la ALNS tienden a utilizar los cargadores durante un porcentaje de tiempo mayor que el MILP. Esto es un resultado directamente relacionado a lo visto en los diagramas de Gantt, donde se evidencia cómo los métodos aproximados tienden a utilizar una menor cantidad de cargadores, pero son menos eficientes en consolidar la carga en menos tiempo (resultando en períodos de carga más largos o más fraccionados). La ALNS generalmente muestra gaps de utilización de cargadores menos negativos (más cercanos a cero o incluso positivos) que la HC, debido a que en ciertas instancias esta suele usar más cargadores que la heurística para poder ajustar cargas en espacios y momentos más eficientes mediante sus operadores.

Más allá de la calidad de la solución, el esfuerzo computacional requerido por cada método es un factor determinante para su aplicabilidad práctica. El modelo MILP, si bien establece el benchmark de rendimiento, exhibió tiempos de cómputo que escalaron significativamente con la complejidad de la instancia, variando desde aproximadamente 37 segundos para la Instancia 2 hasta alcanzar el límite de 7200 segundos (2 horas) en la Instancia 7. En marcado contraste, la heurística constructiva demostró una velocidad excepcional, con tiempos de ejecución promedio que no superaron los 0.12 segundos incluso para la instancia más grande. Esto se traduce en una reducción porcentual del tiempo computacional promedio del 99.997 % en comparación con el MILP, subrayando su idoneidad para escenarios que demandan respuestas casi instantáneas, aunque, como se discutió, a expensas de la calidad de la solución.

La metaheurística ALNS, por su parte, se posicionó como una alternativa intermedia en términos de esfuerzo computacional, operando dentro de un límite de tiempo preestablecido de 60 segundos por ejecución para todas las instancias en este estudio. Esta restricción temporal es considerablemente menor que los tiempos requeridos por el MILP para alcanzar soluciones de alta calidad en instancias complejas. En promedio, la ALNS logró una reducción del tiempo computacional del 96.885 % respecto al MILP (considerando el tiempo total de ejecución del MILP para cada instancia). Esta sustancial ganancia en eficiencia computacional, combinada con su capacidad para generar soluciones de alta calidad, como se evidencia en los gaps de la función objetivo, resalta el atractivo de la ALNS para la toma de decisiones operativas donde existe un compromiso entre la optimalidad y la rapidez de respuesta.

Adicionalmente, para evaluar cómo cada enfoque gestiona la carga agregada del sistema, la Figura 6 compara la utilización de la capacidad del transformador eléctrico (límite de 200 kW) y el perfil de precios de la energía para la instancia 2.

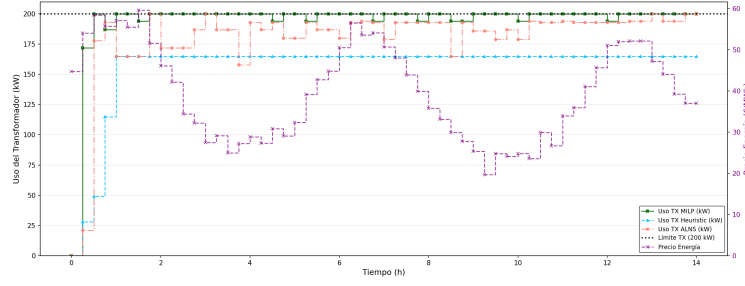


Figura 6: Utilización de la capacidad del transformador eléctrico obtenida por los 3 métodos para la instancia 2

Se puede observar que el MILP (línea verde) tiende a operar el transformador cerca de su capacidad máxima durante períodos extensos, particularmente cuando los precios de la energía son bajos, reflejando una estrategia de optimización global. La Heurística Constructiva (línea azul discontinua) presenta un perfil de uso estable alrededor del 80 % de la capacidad del transformador, consecuencia de sus decisiones de asignación locales y secuenciales. Por su parte, la ALNS (línea naranja punteada-discontinua) exhibe un comportamiento dinámico, ajustando la carga de forma más reactiva a las variaciones del precio de la energía; logra altos niveles de utilización en momentos de bajo costo, similares al MILP, pero reduce la carga de manera más pronunciada cuando los precios aumentan, llegando a estar incluso en los niveles de la heurística. Los tres métodos respetan el límite de 200 kW del transformador, pero la ALNS y el MILP demuestran una mayor capacidad para modular la carga total en respuesta a los costos energéticos en comparación con la estrategia directa de la HC.

En general, los resultados confirman la jerarquía esperada en el rendimiento: el modelo MILP establece el benchmark de la mejor calidad de solución posible (o una cota superior muy cercana), la ALNS se aproxima consistentemente a estos resultados con un esfuerzo computacional significativamente menor que el requerido por el MILP para alcanzar una baja brecha de optimalidad, y la heurística constructiva ofrece una alternativa extremadamente rápida, aunque con una calidad de solución inferior a los otros dos métodos.

Es importante destacar que, si bien el MILP puede no ser siempre viable para la toma de decisiones operativas en tiempo real debido a sus requerimientos computacionales para instancias grandes, su rol como herramienta de análisis y benchmark es invaluable. La ALNS emerge como un candidato prometedor para la implementación práctica, ofreciendo un excelente compromiso entre la calidad de la solución y el tiempo de cómputo. La heurística constructiva, por su parte, puede ser muy útil para obtener soluciones iniciales rápidas para la ALNS o para escenarios donde la velocidad de respuesta es el factor más crítico, incluso a costa de cierta suboptimalidad. La elección del método dependerá, en última instancia, de los requisitos específicos de la aplicación, incluyendo las restricciones de tiempo y la importancia relativa de la calidad de soluciones frente a la rapidez en la toma de decisiones.

5. Análisis Estadístico Comparativo del Rendimiento

Con el fin de realizar una comparación rigurosa del desempeño de la heurística constructiva, la metaheurística y el modelo exacto, se llevó a cabo un análisis estadístico sobre las dos métricas principales de interés: el valor de la función objetivo (utilidad) y el nivel de servicio promedio, el cual está directamente relacionado con el objetivo. Este análisis busca determinar si las diferencias observadas en el rendimiento de los algoritmos son estadísticamente significativas. Se establece un nivel de significancia $\alpha = 0,05$ para todas las pruebas de hipótesis.

5.1. Análisis Comparativo entre Heurística Constructiva y ALNS

Dado que la HC y la ALNS son algoritmos con componentes estocásticos y se ejecutaron 30 veces para cada una de las 7 instancias, se desarrolló la verificación de los supuestos de normalidad y homocedasticidad de los datos generados por cada algoritmo para cada instancia. Esto es crucial para determinar el tipo de prueba más adecuada para la comparación.

5.1.1. Comprobación de Supuestos (Normalidad y Homocedasticidad)

Para cada una de las 7 instancias y para cada una de las dos métricas (utilidad y nivel de servicio), se aplicó la prueba de Shapiro-Wilk para evaluar la normalidad de las 30 observaciones obtenidas por la HC y la ALNS; esta prueba plantea la hipótesis nula (H_0) de que los datos siguen una distribución normal, frente a la hipótesis alternativa (H_1) de que no la siguen. Posteriormente, se utilizó la prueba de Levene para comparar la igualdad de varianzas entre las distribuciones de resultados de la HC y la ALNS para cada métrica en cada instancia, donde la hipótesis nula (H_0) es que las varianzas son iguales entre los grupos, y la hipótesis alternativa (H_1) es que al menos una varianza es diferente. Los resultados de estas pruebas se resumen en la Tabla 13. Un valor $p < \alpha = 0,05$ indica un rechazo de la hipótesis nula (normalidad para Shapiro-Wilk, homocedasticidad para Levene).

Tabla 13: Resultados de las pruebas de Shapiro-Wilk (SW) para normalidad y Levene para homocedasticidad (valores p) entre Heurística (H) y ALNS (A) por instancia, para el Valor Objetivo (Obj) y Nivel de Servicio (SL). Nivel de significancia $\alpha = 0,05$.

Instancia	SW H Obj	SW A Obj	Levene Obj	SW H SL	SW A SL	Levene SL
1	0.039*	0.137	<0.001*	0.590	0.027*	<0.001*
2	0.500	0.677	<0.001*	0.245	0.770	0.033*
3	0.047*	<0.001*	0.003*	0.225	0.011*	0.029*
4	0.367	0.744	<0.001*	0.617	0.216	<0.001*
5	0.407	0.915	<0.001*	0.176	<0.001*	<0.001*
6	0.130	0.002*	0.004*	0.242	0.789	<0.001*
7	0.048*	0.008*	<0.001*	0.908	0.422	<0.001*

* Rechazo de la hipótesis nula ($p < 0,05$).

Como se observa en la Tabla 13, en múltiples casos se rechaza la hipótesis de normalidad (especialmente para los resultados de ALNS en el valor objetivo y nivel de servicio, y para la HC en el valor objetivo en algunas instancias). Además, la prueba de Levene indica que las varianzas entre los resultados de la HC y la ALNS son significativamente distintas para ambas métricas en la gran mayoría de las instancias. La violación de estos supuestos sugiere que la aplicación de pruebas paramétricas como la t de Student para muestras independientes podría no ser apropiada.

5.1.2. Prueba de Mann-Whitney U para la Comparación de HC y ALNS

Dada la violación de los supuestos de normalidad y homocedasticidad, se optó por utilizar la prueba no paramétrica de Mann-Whitney U para comparar las distribuciones de los resultados de la HC y la ALNS para cada métrica en cada instancia. Esta prueba evalúa si es igualmente probable que un valor seleccionado al azar de una población sea mayor o menor que un valor seleccionado al azar de la otra población. La hipótesis nula (H_0) es que las medianas de los dos grupos son iguales, mientras que la hipótesis alternativa (H_1) es que son diferentes (prueba de dos colas).

Los resultados de la prueba (Tabla 14) indican que, para el valor objetivo, existen diferencias estadísticamente significativas entre la HC y la ALNS en 6 de las 7 instancias (todas excepto la Instancia 3). Dado que la ALNS consistentemente produce valores objetivos promedio más altos (como se vio en la Sección 4), estos resultados sugieren que la ALNS es significativamente superior a la HC en términos de la utilidad neta alcanzada. Para el nivel de servicio, también se encontraron diferencias estadísticamente significativas en 6 de las 7 instancias (nuevamente, todas excepto la

Tabla 14: Resultados de la prueba de Mann-Whitney U para la comparación de Heurística Constructiva (HC) vs. ALNS por instancia. Nivel de significancia $\alpha = 0,05$.

Instancia	Métrica	Estadístico U	Valor p	Diferencia Significativa
1	Valor Objetivo	78.0	<0.001	Sí
	Nivel Servicio	106.0	<0.001	Sí
2	Valor Objetivo	0.0	<0.001	Sí
	Nivel Servicio	0.0	<0.001	Sí
3	Valor Objetivo	352.0	0.149	No
	Nivel Servicio	441.0	0.900	No
4	Valor Objetivo	3.0	<0.001	Sí
	Nivel Servicio	9.0	<0.001	Sí
5	Valor Objetivo	0.0	<0.001	Sí
	Nivel Servicio	900.0	<0.001	Sí
6	Valor Objetivo	28.0	<0.001	Sí
	Nivel Servicio	893.0	<0.001	Sí
7	Valor Objetivo	26.0	<0.001	Sí
	Nivel Servicio	856.0	<0.001	Sí

Instancia 3). Analizando los valores promedio y los estadísticos U (donde un valor U cercano a 0 o a $n_1 \times n_2 = 30 \times 30 = 900$ indica una fuerte separación, y valores U grandes aquí significan que ALNS tiende a tener valores de servicio mayores), se puede inferir que la ALNS también tiende a ser significativamente superior en esta métrica. Por ejemplo, para la Instancia 5, el estadístico U de 900.0 con $p < 0,001$ indica que todos los valores de nivel de servicio de ALNS fueron superiores a los de la HC. La Instancia 3 es la única en la que no se encontraron diferencias significativas entre la HC y la ALNS para ninguna de las dos métricas, lo que sugiere que para este escenario particular, ambos algoritmos aproximados convergen a soluciones de calidad similar.

5.2. Análisis Comparativo Global de los Tres Métodos (HC, ALNS, MILP)

Por otro lado, se realiza una prueba Omnibus para la comparación global de los tres algoritmos, utilizando la prueba no paramétrica del test de Friedman. Esta prueba es adecuada para comparar múltiples tratamientos (en este caso, los algoritmos) sobre múltiples sujetos (las instancias), cuando los datos no cumplen los supuestos de un ANOVA de medidas repetidas. Para este análisis, se consideró la mediana del rendimiento de la HC y la ALNS en cada instancia (obtenida de las 30 ejecuciones), y el único valor obtenido por el MILP. La hipótesis nula (H_0) de la prueba de Friedman es que no hay diferencias entre las medianas de los rendimientos de los algoritmos.

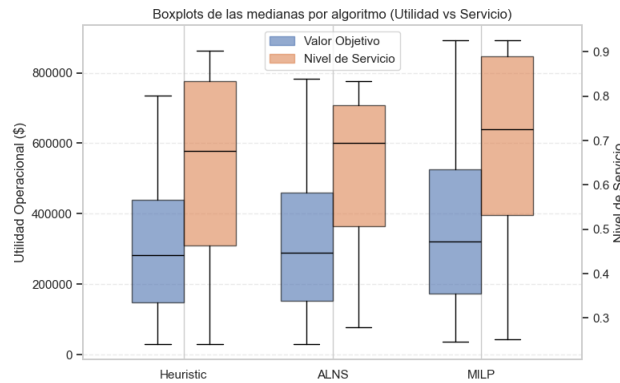


Figura 7: Diagrama de cajas de las medianas del Valor Objetivo por algoritmo para las 7 instancias.

5.3. Discusión de los Resultados Estadísticos

5.3.1. Resultados de la Prueba de Friedman

Se aplicó la prueba de Friedman de forma independiente para la utilidad operacional (objetivo) y para el nivel de servicio.

- **Valor Objetivo:** Se obtuvo un estadístico de prueba $\chi_F^2 = 14,0000$ con un valor $p = 0,0009$.
- **Nivel de Servicio:** Se obtuvo un estadístico de prueba $\chi_F^2 = 5,4286$ con un valor $p = 0,0663$.

Para el Valor Objetivo, el valor p es menor que el nivel de significancia $\alpha = 0,05$, por lo que se rechaza la hipótesis nula. Esto indica que existen diferencias estadísticamente significativas en el rendimiento mediano del valor objetivo entre al menos dos de los tres algoritmos. Para el Nivel de Servicio, el valor p es mayor que la significancia establecida. Por lo tanto, no se puede rechazar la hipótesis nula, lo que sugiere que, a nivel global y considerando las medianas por instancia, no existen diferencias estadísticamente significativas en el nivel de servicio promedio alcanzado por los tres métodos. Este resultado es interesante, ya que aunque el MILP y la ALNS tienden a mostrar valores promedio descriptivamente más altos, la variabilidad entre instancias y la naturaleza de la prueba de Friedman sobre medianas no permite concluir una superioridad significativa en esta métrica específica.

5.3.2. Análisis Post-Hoc de Nemenyi para el Valor Objetivo

Dado que la prueba de Friedman fue significativa para el Valor Objetivo, se procedió a realizar una prueba post-hoc de Nemenyi para identificar qué pares de algoritmos difieren significativamente entre sí. La prueba de Nemenyi compara las sumas de los rangos promedio de los algoritmos en todas las instancias. Los resultados se presentan en la Tabla 15 como una matriz de valores p ajustados.

Tabla 15: Valores p ajustados de la prueba post-hoc de Nemenyi para comparaciones por pares del Valor Objetivo.

	Heurística	ALNS	MILP
Heurística	1.000000	0.147193	0.000536*
ALNS	0.147193	1.000000	0.147193
MILP	0.000536*	0.147193	1.000000

* Diferencia significativa ($p < 0,05$).

Los resultados de la prueba revelan las relaciones de significancia entre los algoritmos en cuanto al valor objetivo mediano. Se confirma una diferencia estadísticamente significativa entre la Heurística Constructiva y el MILP ($p = 0,000536$), lo que indica, como era de esperar, que el modelo exacto produce un rendimiento significativamente superior respecto del constructivo. Por otro lado, no se encontraron diferencias estadísticamente significativas entre el constructivo y la metaheurística ($p = 0,147193$), ni entre la ALNS y el MILP ($p = 0,147193$) en términos del valor objetivo mediano a través de las 7 instancias.

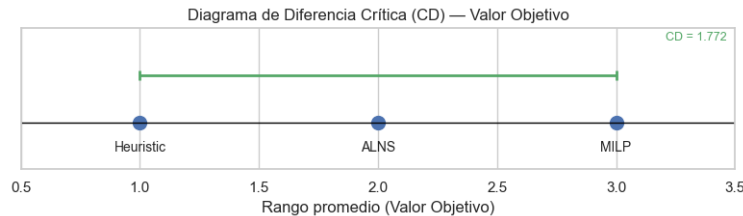


Figura 8: Diagrama de Diferencia Crítica (CD) para el Valor Objetivo, basado en la prueba de Nemenyi.

El Diagrama de Diferencia Crítica (CD) presentado en la Figura 8 ayuda a visualizar estas comparaciones. El diagrama posiciona cada algoritmo según su rango promedio de rendimiento. Las líneas horizontales conectan grupos de algoritmos cuyas diferencias no son estadísticamente significativas según la diferencia crítica calculada ($CD = 1.772$). Observando la figura, y en consonancia con la Tabla 15, se puede inferir que mientras la Heurística y el MILP no están conectados directamente (o pertenecen a grupos que no se solapan completamente, indicando su diferencia significativa), la ALNS se sitúa en una posición intermedia, no mostrando una diferencia estadísticamente significativa ni con la Heurística ni con el MILP. Es decir, la ALNS y el MILP forman un grupo de algoritmos cuyo rendimiento no es distinguible estadísticamente, y similarmente para ALNS y Heurística, pero Heurística y MILP sí son distinguibles.

Este análisis conjunto (Tabla 15 y Figura 8) sugiere que la ALNS, aunque es un método aproximado, logra un rendimiento en la función objetivo que no es estadísticamente diferente del obtenido por el modelo exacto MILP (considerando que el MILP pudo no alcanzar la optimalidad completa en todas las instancias debido a los límites de tiempo). Esto posiciona a la ALNS como una alternativa muy competitiva, especialmente si se tiene en cuenta su menor tiempo de ejecución promedio para alcanzar soluciones de alta calidad.

5.4. *Discusión de los Resultados Estadísticos*

El análisis estadístico proporciona una perspectiva más profunda sobre el rendimiento relativo de los tres enfoques. La comparación directa entre la HC y la ALNS mediante la prueba de Mann-Whitney U demostró que la ALNS es, en la mayoría de los escenarios individuales, significativamente superior tanto en la maximización de la utilidad neta como en la provisión de un mayor nivel de servicio. La única excepción fue la Instancia 3, donde ambos métodos aproximados mostraron un rendimiento similar.

El análisis global con la prueba de Friedman y el post-hoc de Nemenyi para el valor objetivo confirmó la superioridad del MILP sobre la HC. De manera destacada, no se encontró una diferencia estadísticamente significativa entre el rendimiento de la ALNS y el MILP en términos del valor objetivo mediano. Este hallazgo es de gran importancia, ya que sugiere que la ALNS es capaz de alcanzar una calidad de solución comparable a la del método exacto (o sus mejores soluciones dentro de límites de tiempo prácticos), pero con una fracción del esfuerzo computacional requerido por el MILP para instancias complejas. Para el Nivel de Servicio, la prueba de Friedman no detectó diferencias globales significativas entre los tres métodos, lo que podría indicar que todos los enfoques logran un nivel de servicio comparable cuando se consideran las medianas a través de todas las instancias, a pesar de las diferencias observadas en las comparaciones por pares en algunas instancias.

Estos resultados estadísticos, combinados con el análisis descriptivo de las secciones anteriores, refuerzan la conclusión de que la metaheurística ALNS representa el mejor compromiso entre calidad de solución y eficiencia computacional para el EVCSP entre los métodos evaluados.

6. Conclusiones

Este artículo ha abordado el Problema de Programación de Estaciones de Carga de Vehículos Eléctricos (EVCSP), centrándose en la integración de la eficiencia económica y la equidad en el servicio. Para ello, se desarrollaron, implementaron y compararon rigurosamente tres paradigmas de solución: un modelo exacto de Programación Lineal Entera Mixta (MILP), una heurística constructiva (HC) de alta velocidad y una metaheurística de Búsqueda Adaptativa de Vecindad Amplia (ALNS). Una contribución fundamental fue la incorporación de un término de equidad en la función objetivo, compartida por los tres métodos, para equilibrar la utilidad neta de la estación con una distribución justa del servicio entre los usuarios. El desempeño de estos enfoques fue evaluado

exhaustivamente mediante un diverso conjunto de instancias de prueba y un análisis estadístico robusto, ofreciendo una perspectiva unificada sobre sus ventajas relativas.

Los resultados demostraron que el modelo MILP, si bien proporciona soluciones óptimas o cercanas al óptimo que sirven como benchmark, enfrenta limitaciones de aplicabilidad en tiempo real debido a su coste computacional, especialmente en instancias de gran tamaño, incluso cuando se imponen límites de tiempo y gaps de optimalidad. Por su parte, la heurística constructiva destacó por su velocidad, generando soluciones en fracciones de segundo, lo que la hace útil para estimaciones rápidas; sin embargo, la calidad de sus soluciones fue consistentemente inferior a la de los otros dos métodos. La metaheurística ALNS emergió como el enfoque más equilibrado y prometedor. Logró una calidad de solución superior a la HC en la mayoría de los escenarios, tanto en la función objetivo como en el nivel de servicio. De manera notable, la metaheurística alcanzó valores objetivos que, en términos de medianas por instancia, no fueron estadísticamente diferentes de los obtenidos por el modelo MILP, subrayando su capacidad para encontrar soluciones de muy alta calidad en reducidos tiempos computacionales. Este método demostró ser eficaz en la gestión del compromiso entre rentabilidad y equidad, adaptándose a diversas configuraciones del problema.

En conjunto, este trabajo no solo presenta y adapta métodos de optimización para el EVCS, sino que también ofrece una validación estadística de su rendimiento relativo, destacando la ALNS como una herramienta robusta y eficiente. La inclusión explícita de la equidad y el marco de comparación unificado representan contribuciones significativas al estado del arte, facilitando una evaluación más holística y una selección informada de estrategias de gestión para estaciones de carga, un aspecto escasamente abordado con tal nivel de detalle comparativo en la literatura existente.

De cara al futuro, existen varias líneas de investigación prometedoras. Primero, la incorporación de incertidumbre en los tiempos de llegada de los VE, sus demandas energéticas o la variabilidad en los precios de la energía y la generación renovable, mediante modelos estocásticos o robustos, así como la adaptación de los algoritmos para una operación completamente dinámica y en línea, son extensiones naturales. Segundo, la exploración de enfoques multi-objetivo explícitos, en lugar de una función objetivo ponderada, para analizar el frente de Pareto entre rentabilidad, equidad y otros criterios, y la integración más detallada de sistemas de reserva y preferencias individuales de los usuarios podrían refinar aún más la personalización y eficiencia del servicio. Finalmente, la validación a gran escala con datos de casos de estudio reales y la investigación de técnicas avanzadas como el aprendizaje por refuerzo para desarrollar políticas de programación adaptativas ofrecerían nuevas perspectivas para optimizar la gestión de la infraestructura de carga de VE. Este estudio sienta una base sólida para dichos desarrollos futuros en la búsqueda de sistemas de carga más inteligentes, eficientes y equitativos.

Referencias

- [1] Jorge García Álvarez et al. “Electric Vehicle Charging Scheduling by an Enhanced Artificial Bee Colony Algorithm”. En: *Energies* 11.10 (2018). ISSN: 19961073. DOI: [10.3390/en11102752](https://doi.org/10.3390/en11102752).
- [2] Michalis Mavrovouniotis, Georgios Ellinas y Marios Polycarpou. “Electric Vehicle Charging Scheduling Using Ant Colony System”. En: *2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. 2019, págs. 2581-2588. DOI: [10.1109/CEC.2019.8789989](https://doi.org/10.1109/CEC.2019.8789989).
- [3] Alejandro Hernández-Arauzo et al. “Electric vehicle charging under power and balance constraints as dynamic scheduling”. En: *Computers & Industrial Engineering* 85 (2015), págs. 306-315. ISSN: 0360-8352. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.04.002>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835215001515>.

- [4] Rémi Lacombe et al. “Integrated charging scheduling and operational control for an electric bus network”. En: *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 186 (2024), pág. 103549. ISSN: 1366-5545. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2024.103549>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554524001406>.
- [5] Hao Wu et al. “Dynamic resource allocation for parking lot electric vehicle recharging using heuristic fuzzy particle swarm optimization algorithm”. En: *Applied Soft Computing Journal* 71 (oct. de 2018), págs. 538-552. ISSN: 15684946. DOI: [10.1016/j.asoc.2018.07.008](https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.07.008).
- [6] Jun Yang, Lifu He y Siyao Fu. *An improved PSO-based charging strategy of electric vehicles in electrical distribution grid*. Sep. de 2014. DOI: [10.1016/j.apenergy.2014.04.047](https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2014.04.047).
- [7] Jiayan Liu et al. “Data-driven intelligent EV charging operating with limited chargers considering the charging demand forecasting”. En: *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* 141 (oct. de 2022). ISSN: 01420615. DOI: [10.1016/j.ijepes.2022.108218](https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2022.108218).
- [8] Nataly Bañol Arias et al. “Metaheuristic optimization algorithms for the optimal coordination of plug-in electric vehicle charging in distribution systems with distributed generation”. En: *Electric Power Systems Research* 142 (ene. de 2017), págs. 351-361. ISSN: 03787796. DOI: [10.1016/j.epsr.2016.09.018](https://doi.org/10.1016/j.epsr.2016.09.018).
- [9] Tania Panayiotou, Michalis Mavrovouniotis y Georgios Ellinas. “On the Fair-Efficient Charging Scheduling of Electric Vehicles in Parking Structures”. En: *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, Proceedings, ITSC*. Vol. 2021-September. Institute of Electrical y Electronics Engineers Inc., sep. de 2021, págs. 1627-1634. ISBN: 9781728191423. DOI: [10.1109/ITSC48978.2021.9565024](https://doi.org/10.1109/ITSC48978.2021.9565024).
- [10] Hugo Morais. “New approach for electric vehicles charging management in parking lots considering fairness rules”. En: *Electric Power Systems Research* 217 (abr. de 2023). ISSN: 03787796. DOI: [10.1016/j.epsr.2022.109107](https://doi.org/10.1016/j.epsr.2022.109107).
- [11] Emily van Huffelen, Roel Brouwer y Marjan van den Akker. “Grid-constrained online scheduling of flexible electric vehicle charging”. En: (mar. de 2024). URL: <http://arxiv.org/abs/2403.03109>.
- [12] Yingjia Tan et al. “Novel model for integrated demand-responsive transit service considering rail transit schedule”. En: *Mathematical Biosciences and Engineering* 19.12 (2022), págs. 12371-12386. ISSN: 15510018. DOI: [10.3934/mbe.2022577](https://doi.org/10.3934/mbe.2022577).
- [13] Sihan Wang, Wei Sun y Min Huang. “An adaptive large neighborhood search for the multi-depot dynamic vehicle routing problem with time windows”. En: *Computers & Industrial Engineering* 191 (2024), pág. 110122. ISSN: 0360-8352. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2024.110122>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835224002432>.
- [14] M Wen et al. “An adaptive large neighborhood search heuristic for the Electric Vehicle Scheduling Problem”. En: *Computers & Operations Research* 76 (2016), págs. 73-83. ISSN: 0305-0548. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.06.013>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054816301460>.
- [15] Stefan Ropke y David Pisinger. “An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows”. En: *Transportation science* 40.4 (2006), págs. 455-472.
- [16] Takuya Akiba et al. “Optuna: A Next-generation Hyperparameter Optimization Framework”. En: (jul. de 2019). URL: <http://arxiv.org/abs/1907.10902>.