Resumen de estructuras algebraicas

Grupo – Es un conjunto *cerrado* respecto de una operación **asociativa** con **cero** e **inverso**. Es decir:
a) si a ∈ G ^ b ∈ G -> a (+) b ∈ G

b) (a (+) b) (+) c = a (+) (b (+) c)

c) Existe un e ∈ G tal que para todo a ∈ G es a (+) e = e (+) a = a

d) Dado a ∈ G existe un a' ∈ G tal que a (+) a' = e

Un grupo se llama conmutativo o abeliano si, además de cumplir las reglas indicadas, la operación (+) es **conmutativa**. Es decir: a (+) b = b (+) a

Anillo – Es un grupo cerrado respecto de 2 operaciones (+) y (x) que es un grupo abeliano respecto de (+) y tal que la (x) es asociativa y distributiva respecto de (+). Es decir, si a, b, c pertenecen a A, el conjunto del Anillo.
a) a (+) b ∈ A; (a (+) b) (+) c = a (+) (b (+) c);

existe e | a (+) e = e (+) a = a; existe a´| a (+) a´= e; a (+) b = b (+) a;

b) a (*) b ∈ A; (a (*) b) (*) c = a (*) (b (*) c);

c) (a (+) b) (*) c = (a (*) c) (+) (b (*) c); a (*) (b (+) c) = (a (*) b) (+) (a (*) c);

El anillo se llama **con unidad** si existe un elemento u tal que: a (x) u = u (x) a = a para todo a ∈ A

El anillo es conmutativo si a (x) b = b (x) a.

Dominio de integridad, D, Es un anillo de conmutación con unidad en el cual si a,b,c pertenecen a D entonces c (x) a = c (x) b -> a = b (multiplicación).

Cuerpo, K
Es un dominio de integridad tal que todo elemento menos el neutro tiene un inverso multiplicativo. Es decir para todo a ∈ K y a diferente de e existe a' tal que a (x) a' = u

Algebra de Boole Es un conjunto con dos operaciones idempotentes, conmutativas, asociativas respectivamente distributivas, entre cuyos términos tienen una relación de inclusión reflexiva, antisemétrica y transitiva (=) consistente con las operaciones, con dos cotas universales y una operación de complementación involutiva que sigue la ley dual (de De Morgan)

No hay ningún entero entre 0 y 1.
Demostración:

Sea 0 < c < 1

Sea C = {todos los c tales que 0 < c < 1}

Sea m el menor de los c (axioma 14)

Se tiene que 0 < m < 1 y por tanto:

m 0 < m . m < ______ . Sin embargo, m^2 es un entero mayor que cero pero menor que ______. Luego es menor que 1. Luego m no es el menor de los c.

Este teorema permite ver el siguiente que es la base del principio de inducción.

Si un conjunto C de enteros positivos contiene al 1 y siempre que contenga al n contiene también al n + 1, entonces contiene a los enteros positivos.