

Plan del curso. Matemática Discretas

<i>Unidad- Familia de Modelos</i>	<i>Familia Problema</i>	<i>Lenguaje</i>
1.- Lógica de agentes	Cómo describir a una persona.	Lógica
2.- Conjuntos Venn Pares ordenados Productos cartesianos Relaciones Funciones	Cómo describir sistemas	Matemáticas Discretas
3.- Estructuras algebraicas	Cómo describir estructuras	
4.- Números enteros e inducción	Conteo	
5.- Números racionales	Medición entera	
6.- Combinatoria Permutaciones Variaciones y Combinaciones.. Funciones generatrices. Técnicas de conteo de Polya	Conteo en Sistemas complejos	
7.- Introducción a la Complejidad computacional.		
9.- Conjuntos infinitos		
10.- Automátas		

La lógica de Aristóteles.
¿Qué es una proposición?

Aristóteles dice: "Toda oración tiene significado.. por acuerdo. Pero no toda oración es una proposición; sólo son proposiciones aquellas oraciones que tienen en ellas certidumbre o falsedad. Así, un clamor es una oración, pero no es ni cierta ni falsa".

Estoy complacido con el resultado de la elección

Wittgenstein dice (en el Tractatus):

3.1 En una proposición, un pensamiento encuentra una expresión que puede ser percibida por los sentidos.

3.11 Usamos el signo perceptible de una proposición (hablado o escrito) como una proyección de una situación posible. El método de proyección es pensar en el sentido de la proposición.

3.12 Yo llamo el signo que expresa un pensamiento un signo proposicional. Y una proposición es un signo proposicional en su relación proyectiva con el mundo.

3.13 Una proposición, por tanto, no contiene su sentido, pero si contiene la posibilidad de expresarlo. ("El contenido de una proposición" significa ~~que~~ contenido de una proposición que tiene sentido). Una proposición contiene la forma, pero en contenido, de su sentido.

3.141 Una proposición no es un mezcla de palabras (De la misma manera que un tema musical no es una mezcla de notas). Una proposición es articulada.

3.341 Así, lo que es esencial a una proposición es lo que todas las proposiciones que pueden expresar el mismo sentido tiene en común.

5 Una proposición es una función de verdad de proposición elementales. (Una proposición elemental es una función de verdad de si misma).

Un proyecto de investigación en busca del lenguaje perfecto

- 1.- Si Elena pertenece al comité directivo, entonces ella pertenece al comité central. Esta declaración puede deducirse lógicamente de cuáles de las siguientes declaraciones:
 - (A) Todos los miembros del comité central están en el comité directivo.
 - (B) Elena está o bien en el comité central ó en el comité directivo.
 - (C) Todo aquel que está en el comité directivo, está también en el comité central.
 - (D) Algunos miembros del comité central están en el comité directivo.
 - (E) Elena está en el comité directivo.

- 2.- Francisco debe ser un jugador de fútbol; está usando una camiseta. Esta conclusión es válida sólo si es cierto que:
 - (A) Los jugadores de fútbol usan camisetas con frecuencia.
 - (B) Todos los jugadores de fútbol usan camisetas.
 - (C) Los jugadores de fútbol no usan otra cosa que camisetas.
 - (D) Los jugadores de fútbol deben usar camisetas.
 - (E) Sólo los jugadores de fútbol usan camisetas.

¿Para qué estudiamos lógica?

Para comunicarnos mejor, entendiendo cómo usar los datos que recibimos para argumentar.

Las instalaciones de cierta iglesia eran demasiado pequeñas para acomodar a toda la feligresía para unos servicios religiosos especiales de dos días. Los miembros de la iglesia obtuvieron un permiso para usar un parque público e inmediatamente instalaron un sistema de avisos al público. Los ciudadanos que no eran miembros de esa iglesia protestaron la concesión del permiso por parte de la alcaldía.

¿Cuál de los siguientes es el mejor argumento que podían usar los ciudadanos que protestaron la concesión de ese permiso por la alcaldía?

1. Se violentó la libertad de expresión.
2. Se impediría a los ciudadanos el disfrute del parque durante los dos días de los servicios religiosos.
3. Se incurriría en violaciones de las ordenanzas acerca del nivel de ruido permitido.
4. Se debió realizar un referendun en todo el municipio.
5. La alcaldía tendría que cubrir los gastos de limpieza del parque luego de los dos días de servicios religiosos.

(Tomado del GRE)

¿Para qué estudiamos lógica?

Para comunicarnos mejor, entendiendo cómo extraer información de los datos que recibimos.

Antonio mide más de 1,80 mts. de altura.

¿De cuál de las siguientes declaraciones se puede deducir esa afirmación?

1. La altura promedio de los miembros del equipo de baloncesto es superior a 1,80 m. Antonio es el central del equipo de baloncesto.
2. Si no le piden a Antonio que se una al equipo de baloncesto, entonces Antonio no mide más de 1,80m. A Antonio le pidieron que se uniera al equipo de baloncesto.
3. Si Antonio mide más de 1,80m entonces puede ver el partido desde la cerca. Antonio puede ver el partido desde la cerca.
4. En el seminario del Prof. Dávila, todos los que no miden más de 1,80m se sientan en la primera fila. El prof. Dávila sentó a Antonio en la segunda fila.
5. Todos los que miden más de 1,80m tienen que ayudar a apilar cajas en el almacén. Antonio tiene que ayudar a apilar cajas en el almacén.

(Tomado del GRE)

¿Es cierta proposición independiente de otras dadas?

Test:- Demuestre que es posible que todas las otras proposiciones sean ciertas y la que se evalúa sea falsa al mismo tiempo".

Si la proposición evaluada tiene que, necesariamente, ser falsa, se dice que todo el conjunto es inconsistente (es decir, es posible derivar una contradicción a partir de ese conjunto).

¿Es cierto conjunto de proposiciones consistente?

Test:- ¿Es posible que todas las proposiciones en el conjunto sean ciertas?. Si es posible, el conjunto es consistente. Si no es posible, el conjunto es inconsistente.

El presidente Menem declarando para la VoA (7-10-98):

- Menem dice: Los países que quieren desarrollarse deben "hacer la tarea".
- Menem cree: Hacer la tarea incluye, entre otras cosas, eliminar los subsidios a la agricultura nacional.
- Menem dice: Los países desarrollados mantienen los subsidios para sus agriculturas y no nos permiten competir en igualdad de condiciones.

¿Qué se puede decir acerca de las creencias de Menem y de su consistencia lógica?

Ayudando a Sancho Panza

2da. parte

El acusador :

Suponga que : no *se_le_sentencia_a_morir*.

pero el dijo que moriría. En este caso:

dice_mentira :- no *se_le_sentencia_a_morir*.

así que concluimos :

dice_mentira.

luego, por (2), tambien concluimos : *se_le_sentencia_a_morir*.

Por otro lado :

si *se_le_sentencia_a_morir*

entonces *se_le_sentencia_a_morir* por orden de la autoridad

Así que en ambos casos : *se_le_sentencia_a_morir*.

Un proyecto de investigación en busca del lenguaje perfecto

- 1.- Si Elena pertenece al comité directivo, entonces ella pertenece al comité central. Esta declaración puede deducirse lógicamente de cuáles de las siguientes declaraciones:
 - (A) Todos los miembros del comité central están en el comité directivo.
 - (B) Elena está o bien en el comité central ó en el comité directivo.
 - (C) Todo aquel que está en el comité directivo, está también en el comité central.
 - (D) Algunos miembros del comité central están en el comité directivo.
 - (E) Elena está en el comité directivo.
- 2.- Francisco debe ser un jugador de fútbol; está usando una camiseta. Esta conclusión es válida sólo si es cierto que:
 - (A) Los jugadores de fútbol usan camisetas con frecuencia.
 - (B) Todos los jugadores de fútbol usan camisetas.
 - (C) Los jugadores de fútbol no usan otra cosa que camisetas.
 - (D) Los jugadores de fútbol deben usar camisetas.
 - (E) Sólo los jugadores de fútbol usan camisetas.

23

Un ejemplo concreto en PROLOG

NOTES ON AN EDITORIAL EXPERT SYSTEM (IN PROLOG) AT TV GUIDE
http://www.logic-programming.org/appls/tv_guide.html

Copyright 1995 Nathan Finstein
Programmers who have worked on the project

Introduction

TV Guide Magazine's new production system includes a large process written in (Quintus) Prolog to automatically format the TV show listing sections.

An early attempt to produce a formatter using 'C' failed. Prolog, being an implementation of logic, allows for a more direct and more concise expression of the editorial rules where the rules can be expressed as logical statements.

Here is a brief description of that Prolog process and a more detailed description of two of its many components.

24

La argumentación antes de Aristóteles.

“ Sócrates cree que la gente con frecuencia parece caer inconcientemente en meras disputas que confunden con argumentos razonables, siendo incapaces de señalar las diferencias propias del tópico; De esta forma, en lugar de un intercambio filosófico de ideas, se enfrascan en la búsqueda de contradicciones puramente verbales.”

- ..Dijiste que tienes un perro.
- Si, uno muy malvado, dice Ctesipo.
- y ¿tiene perritos?.
- Si, y se le parecen mucho.
- y, el perro, ¿es el padre de ellos?.
- Si, dijo Ctesipo, yo ciertamente lo ví aparearse con la madre de los perritos.
- y, ¿acaso no es cierto que el es tuyo?.
- Ciertamente que lo es.
- Entonces, el es un **padre**, y el es **tuyo**, ergo, el es el **padre tuyo** y los perritos son tus hermanos.

Consequentia mirabilis
(Gerolamo Saccheri, 1667-1733).

- Suponga que cierta proposición A es cierta.
- Como consecuencia (directa de esa proposición) A es cierta.
- Suponga ahora que A es falsa.
- Demuestre, partiendo de esta última suposición, que A es cierta.
- Dado que A tiene que ser ó cierta ó falsa y se ha establecido que partiendo de cada caso termina siendo cierta,
- entonces A tiene que necesariamente ser cierta.

$$\begin{array}{l} A \rightarrow A \\ A \rightarrow \neg A \\ \neg(A \wedge \neg A) \end{array}$$

La lógica de Aristóteles.
¿Qué es una proposición?

Una proposición simple, según Aristóteles, es “una oración, con significado, acerca de la presencia de algo en un sujeto o de su ausencia”.

- Hay proposiciones *compuestas* que se construyen a partir de proposiciones simples.
- Hay proposiciones *universales* que afirman o niegan el predicado para toda instancia del sujeto.
- Hay proposiciones *particulares* que afirman o niegan el predicado para alguna (al menos una) instancia del sujeto.
- Hay proposiciones *singulares* que afirman o niegan el predicado de un sujeto que denota (se refiere a) una sola cosa exactamente.

Universal Afirmativa				Universal Negativa
<i>Toda mujer es bella</i>	A	$\leftarrow \text{Contrarios} \rightarrow$	E	<i>Ninguna mujer es bella</i>
		$\nabla \text{Contradictorios} \nwarrow$		
<i>Alguna mujer es bella</i>	I	$\leftarrow \text{Subcontrarios} \rightarrow$	O	<i>Alguna mujer no es bella</i>
Particular Afirmativa				Particular Negativa

(Por favor, revisar la pregunta de la semana 01)

$$\begin{array}{l} \mathbf{A} \models_{\text{Aristóteles}} \mathbf{I} \\ \mathbf{E} \models_{\text{Aristóteles}} \mathbf{O} \end{array}$$

Aristóteles fue el primero en usar símbolos en lógica

La lógica de Aristóteles.
La lógica de los silogismos

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4
Premisa mayor	Inter-Mayor	Mayor-Inter	Inter-Mayor	Mayor-Inter
Premisa menor	Menor-Inter	Menor-Inter	Inter-Menor	Inter-Menor
Conclusi	Menor-Mayor	Menor-Mayor	Menor-Mayor	Menor-Mayor

“Si A entonces A”.. una forma simple de probar cualquier cosa..

Reducción:

Ningún P es M
todo S es M
Por tanto ningún S es P

se convierte en:

Ningún M es P
todo S es M
entonces ningún S es P

Bien deberíamos filosofar o no deberíamos. Si deberíamos, entonces deberíamos. Si no deberíamos, entonces deberíamos [.. para justificar esa afirmación]. Por lo tanto en cualquier caso deberíamos filosofar.

Aristóteles: el maestro de los que saben y de los que buscan saber.

La paradoja del mentiroso

1. Los cretenses siempre mienten (dicho por un cretense).
2. Quien dice "estoy mintiendo", miente y dice la verdad al mismo tiempo.
3. Esta proposición no es cierta.

Considere esta proposición similar:

Esta proposición no se puede probar.

Observe que esa proposición puede ser cierta. No constituye un reto al juicio cierto ó falso. Otras formas de escribirla podrían ser:

D: la proposición D no se puede probar.

prueba D :- not prueba D.

*La matemática y la lógica después de Aristóteles***Nociones comunes según Euclides:**

1. Las cosas que son iguales a la misma cosa, son también iguales entre sí.
2. Si se agrega lo mismo a cantidades iguales, los totales son iguales.
3. Si se resta lo mismo a cantidades iguales, los restantes son iguales.
4. Las cosas que coinciden entre ellas son iguales.
5. El todo es más grande que la parte.

De acuerdo a Aristóteles, las definiciones tienen que ser objetivas y ciertas. Objetivas en cuanto a que no puede violar el uso establecido. Ciertas en un sentido derivativo: Una definición se torna cierta si se prueba que la cosa que corresponde a la definición existe y que tiene las propiedades esenciales que tiene la definición. Pero no se puede probar que todas las cosas que requieren las definiciones existen. Uno debe suponer que ciertas cosas existen.

Una función de los **postulados** es hacer explícitas esas suposiciones. Otra función es afirmar la posibilidad de ciertas construcciones. Y una última función es afirmar ciertas relaciones básicas.

Las **nociones comunes** son suposiciones básicas comunes a todas las ciencias.

Las proposiciones (ó teoremas) se supone debe derivarse de las definiciones, postulados y nociones comunes, sin recurrir a otras suposiciones.

Los axiomas (supuestos básicos) deben ser más claros, simples y más *ciertos* que los teoremas.

¿Son estas dos formas de decir lo mismo?

Quinto postulado de Euclides: si una línea recta que intercepta dos líneas rectas hace que los ángulos interiores en el mismo lado sean menores que dos ángulos rectos, entonces las dos líneas rectas, si se les extiende indefinidamente, se encuentran en el lado sobre el cual están los dos ángulos que son menores que los dos ángulos rectos.

Postulado de Playfair (1748-1819): A través de un punto, sólo se puede trazar una paralela a cierta línea recta dada”.

Entonces, ¿acerca de qué son ciertas las proposiciones de Euclides?: Acerca de nuestras intuiciones a priori.

La matemática y la lógica después de Aristóteles

Más definiciones de Euclides.

- 19 Las *figuras rectilíneas* son aquellas contenidas por líneas rectas. Las *figuras trilateras* son aquellas contenidas por tres líneas, *cuadriláteras* las contenidas por cuatro y *multiláteras* las contenidas por más de cuatro líneas rectas.
- 20 Entre las trilateras, un *triángulo equilátero* es aquel que tiene sus tres lados iguales. Un *triángulo isosceles* tiene dos lados iguales. Un *triángulo escaleno* tiene sus tres lados desiguales.
- 23 Las líneas rectas paralelas son líneas rectas que, si están en el mismo plano y se les extiende indefinidamente en ambas direcciones, no se encuentran en ninguna dirección.

Postulados de Euclides:

1. Se dibuja una línea recta entre cualquier punto y cualquier otro punto.
2. Se extiende una línea recta finita continuamente sobre otra línea recta.
3. Se describe un círculo con cualquier centro y una distancia [al centro].
4. Que todos los ángulos rectos son iguales.
5. Que, si una línea recta que intercepta dos líneas rectas hace que los ángulos interiores en el mismo lado sean menores que dos ángulos rectos, entonces las dos líneas rectas, si se les extiende indefinidamente, se encuentran en el lado sobre el cual están los dos ángulos que son menores que los dos ángulos rectos.

Paradojas y auto-referencia

Rusell:

- Un conjunto abnormal es un conjunto que se contiene a si mismo. Un conjunto normal es un conjunto no es es abnormal. Considere el conjunto de todos los conjuntos normales. ¿Es normal ó abnormal?.

Cantor:

- Considere el conjunto de todos los conjuntos. Si formamos el conjunto de todos los subconjuntos de ese conjunto, tenemos un conjunto con un número cardinal más grande que el del conjunto inicial. Pero ese inicial incluía *todos* los conjuntos. Ergo, hemos construido un conjunto que es más grande que el conjunto de todos los conjuntos.

1. Esta oración es corta.
2. Esta oración está en Alemán.
3. Esta oración contiene cuatro palabras.
4. Esta oración contiene cinco palabras.
5. Esta oración es falsa.

La matemática y la lógica despues de Aristóteles

“Alguien quien había comenzado a leer geometría con Euclides, cuando hubo aprendido el primer teorema, le preguntó a Euclides “pero, ¿qué voy a obtener aprendiendo estas cosas?”. Euclides llamó a su esclavo y dijo, “Dale tres peniques dado que el tiene que tener ganancia de lo que aprende”.

Definiciones

1. Un punto es aquello que no tiene partes.
2. Una línea es una longitud sin espesor.
3. Los extremos de una línea son puntos.
4. Una línea recta es una línea que yace plana sobre sus puntos.
5. Una superficie es eso que tiene sólo longitud y anchura.
- 7 Una superficie plana es una superficie que yace plana sobre las líneas que la componen.
- 10 Si una línea recta que intercepta otra línea recta hace que los ángulos adyacentes sean iguales entre sí, entonces cada uno de los ángulos es recto y la línea recta que se posa sobre la otra es llamada una perpendicular a la otra.
- 15 Un círculo es una figura plana contenida por una línea tal que todas las líneas rectas que caen sobre esa línea, desde [cierto] punto dentro de la figura, son iguales entre sí.
- 16 Ese punto es el centro del círculo.