Teoría del Conteo.
Introducción a las funciones generatrices

Tomado de Mohammad Dadashzadeh “the essentials of discrete structures”, Research and Education Association, EEUU, 1991.
Traducción Libre de Jacinto Dávila.

El procedimiento general para contar permutaciones o combinaciones está basado en el concepto de función generatriz: una función polinómica cuyos coeficientes son los valores que buscamos al contar. Para combinaciones, la observación básica es que el valor $\binom{n}{r}$ representa los coeficientes de la expansión binomial:

$$(1+x)^n=\sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}x^r$$

La interpretación del lado izquierdo de esta fórmula dice que estamos manipulando n objetos (n es el exponente), cada uno de los cuáles puede ser seleccionado una vez (el 1 en el término x; $x=x^1$) o ninguna vez (el 0 en el término 1; $x=x^0$).

La interpretación del lado derecho de la fórmula dice que el coeficiente que acompañe al término x^r es el número de formas en que puedo escoger r objetos a partir de n (es decir, n tomados de r en r).

Ejemplo: ¿De cuantas maneras podemos seleccionar 8 bolitas de color a partir de un montón con 2 rojas, 3 azules, 4 amarillas y 5 negras, sujetas a la restricción de que el número de negras sea impar?

Para las rojas	$(1+x+x^2)$
Para las azules	$(1+x+x^2+x^3)$
Para las amarillas	$(1+x+x^2+x^3+x^4)$
Para las negras	$(1+x^3+x^5)$

La respuesta está en el coeficiente de x^8 en la expansión del producto de esos polinomios.