Primer Parcial Física 2

Justifique todas sus respuestas.

Problema 1

Considere el sistema de partículas de la Figura 1, todas de masa **m**. Las partículas se hayan acopladas mediante resortes de constantes **k** para los resortes verticales y **k'** para el resorte horizontal. Todo los resortes tienen longitud natural l_0.

a) Para el movimiento más general del sistema en el plano del dibujo, ¿cuántos grados de libertad tiene el sistema?.¿Y si el movimiento es sólo longitudinal?

b) Considere al sistema sólo en el caso de movimiento longitudinal.

   I) Obtenga las frecuencias naturales del sistema y sus modos de oscilación. Dibuje la configuración de los modos.

   II) Escriba la solución más general para cada masa.

c) Con la solución hallada en el item anterior,

   I) Escriba la solución del sistema si se las pone a oscilar dando a la partícula **a** una amplitud A_0 y dejando a la partícula **b** quieta. Considere que ambas parten del reposo.

   II) ¿Es posible encontrar batidos en este sistema? De ser así, ¿cuál es la condición para que existan? Realice un gráfico cualitativo del movimiento de cada masa en ese caso, y explique lo más completo y claramente posible el gráfico realizado.

d) Considere que se fuerza al sistema aplicando a la masa de la derecha una fuerza cuyo módulo está dado por $F = F_0 cos(\Omega t)$. Encuentre la solución del régimen estacionario, considerando que hay disipación, con coeficiente γ. ¿Cómo cambia la respuesta del sistema al cambiar la frecuencia del forzado? Si ahora quiere excitar sólo el modo de frecuencia más alta, ¿cómo forzaría al sistema?

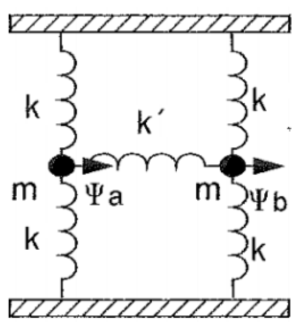

Figura 1: Esquema del sistema

Problema 2

Un alumno de laboratorio 2 está "jugando" con la guitarra y un analizador de espectros que instaló en su celular. Elige una de las cuerdas de su guitarra que tiene largo L, tensión T_0 y y densidad lineal ρ_0. Antes de empezar a "jugar" ayude a este alumno a saber:

a)¿Cuáles son los modos permitidos de oscilación de esta cuerda? Proponga una solución para cada modo modo p de oscilación. Determine los números de onda k^p de cada modo, así como la longitud de onda λ^p asociada a cada uno de ellos. Realice un esquema los 4 primeros modos de oscilación, determinando en cada uno de ellos las frecuencias de oscilación ω^p. ¿A qué velocidad se propagan las ondas en esta cuerda?

A $t = t_0$ le impone a la cuerda la forma que se indica en la Figura 2 y la deja oscilar.

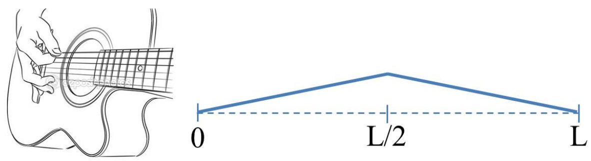

Figura 2: CI sobre cuerda de la guitarra.

b)Determine cuál de los 4 espectros que se muestran en la figura 3 es el que aparecerá en un analizador de frecuencias. Justifique de la forma más completa y clara posible en cada uno de los 4 casos porqué ese espectro es (o no) el espectro esperable. En caso que no lo sea, si es que es posible diga una posible condición inicial que podría haber dado por respuesta ese espectro.

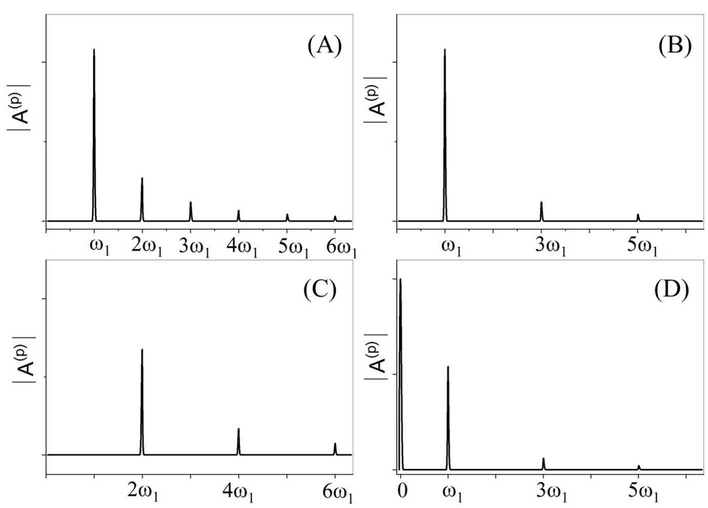

Figura 3: ¿qué espectro espera obtener?

c)Ahora usando la condición inicial de la Figura 2 calcule la solución para el movimiento de la cuerda $\forall(x, t)$. Muestre que la solución hallada se corresponde adecuadamente con el espectro elegido.

Problema 3

En el sistema de la figura se muestra la unión de dos tubos, uno de sección A_1 y otro de sección A_2. El primer tubo se puede considerar semiinfinito mientras que el final del segundo es una estremo abierto ubicado a una distancia L. Por el tubo de la izquierda incide una onda $\delta p_i(x,t) = \delta p(x,t) - p_0 = Ae^{i(\omega t - kx)}$, donde p_0 es la presion a la salida del tubo de largo L.

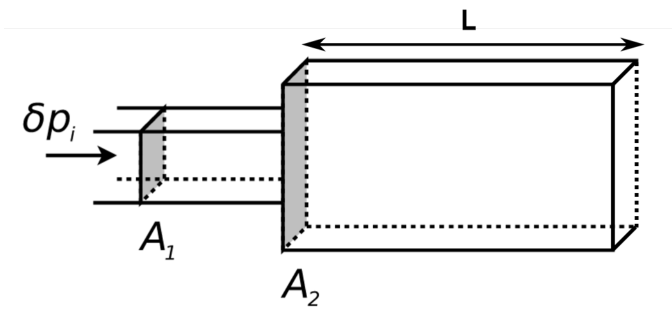

Figura 4: Esquema del sistema.

a) Escriba claramente la expresión de la onda en cada medio y especifique la velocidad de propagación y la relación de dispersión en cada parte del sistema.

b) ¿Qué condiciones de empalme y/o contorno deben verificarse? Obtenga el sistema de ecuaciones necesario para encontrar los coeficientes de trasmisión y reflexión.

c) Calcule los coeficientes en función de los datos del problema y estudie los siguientes casos:

   I) $A_1 \to A_2$. ¿Qué resultado recupera?

   II) Analice e interprete el coeficiente T para el caso particular $L = \frac{2\pi}{k}$

Integrales e identidades que pueden resultarle de utilidad en este examen

La inversa de una matriz A$\in \mathbb{R}^{2X2}$ puede calcularse como $A^{-1} = \frac{1}{det(A)} adj(A)$

$\int_0^L \operatorname{sen}(\frac{q\pi x}{L}) \operatorname{sen}(\frac{n\pi x}{L}) dx = \frac{L}{2}\delta_{qn}$

$\int_0^L \cos(\frac{q\pi x}{L}) \cos(\frac{n\pi x}{L}) dx = \frac{L}{2}\delta_{qn}$

$\int x\cos(kx)dx = \frac{1}{k^2}(kx\sin(kx) + \cos(kx)) + cte$

$\int x\sin(kx)dx = \frac{1}{k^2}(\sin(kx) - kx\cos(kx)) + cte$