

Distribuciones de probabilidad discreta

miércoles, 6 de septiembre de 2023 08:19

- Ejemplo 1
- Una caja contiene 8 bombillos, de los cuales tres están defectuosos. Se selecciona un bombillo de la caja y se prueba, si éste sale defectuoso se selecciona y se prueba otro bombillo (sin reemplazo), hasta que se escoja un bombillo no defectuoso. Sea X el número de bombillos escogidos.
 - Realice una tabla de distribución de probabilidad de la variable X .
 - Encuentre el número esperado de bombillos seleccionados.
 - Calcule la desviación estándar.

$N=8$

↓
3D 5NO

X : El número de bombillos escogidos

Recorrido $\rightarrow R_x = \{1, 2, 3, 4\}$

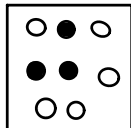
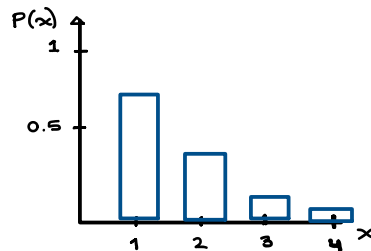


TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

x	$P(x)$	$F(x)$
1	$5/8$	$5/8$
2	$15/56$	$25/28$
3	$5/56$	$55/56$
4	$1/56$	1
	1	



$$P(x=1) = 5/8$$

$$P(x=2) = 3/8(5/7) = 15/56$$

$$P(x=3) = 3/8(2/7)(5/6) = 5/56$$

$$P(x=4) = 3/8(2/7)(1/6)(5/5) = 1/56$$

b.- VALOR ESPERADO = ESPERANZA = PROMEDIO = MEDIA

fórmula 42 $\mu = E(x) = \sum (x \cdot f(x))$

$$\mu = E(x) = 1(5/8) + 2(15/56) + 3(5/56) + 4(1/56)$$

$$\mu = E(x) = 1,5 \text{ BOMBILLOS ESCOGIDOS}$$

c.- Varianza fórmula 43 - 44

$$\sigma^2 = V(x) = E(x^2) - \mu^2 \quad \text{fórmula 43}$$

$$\sigma^2 = V(x) = \sum (x - \mu)^2 f(x) \quad \text{fórmula 44}$$

$$* \quad V(x) = \sigma^2 = 39/14 - (1,5)^2 = 0,5357 \text{ u}^2$$

$$E(x^2) = 1^2(5/8) + 2^2(15/56) + 3^2(5/56) + 4^2(1/56) = 39/14$$

DESVIACIÓN

$$\sigma = s = \sqrt{0,5357} \approx 0,7319 \text{ bombillos escogidos}$$

$$* \quad \sigma^2 = \sum (x - \mu)^2 f(x)$$

$$= (1 - 1,5)^2(5/8) + (2 - 1,5)^2(15/56) + (3 - 1,5)^2(5/56) + (4 - 1,5)^2(1/56)$$

$$= 0,5357$$

Ejemplo 2:

Un hombre tiene cuatro llaves en su bolsa, como está oscuro, no puede ver cuál es la llave de la puerta, por lo que prueba cada una, una a la vez, hasta encontrar la correcta. Sea X el número de llaves que prueba (incluyendo la correcta) para abrir la puerta.

- ¿Cuál es la distribución de probabilidad para X ?
- ¿Cuál es la $P(x \leq 1)$?

X : Número de llaves que prueba

$$R_X = \{1, 2, 3, 4\}$$

x	$P(x)$
1	$1/4$
2	$1/4$
3	$1/4$
4	$1/4$
	1

$$P(X=1) = 1/4$$

$$P(X=2) = 3/4 (1/3) = 1/4$$

$$P(X=3) = 3/4 (2/3) (1/2) = 1/4$$

$$x \times x \checkmark$$

$$P(X=4) = 3/4 (2/3) (1/2) (1/1) = 1/4$$

$$x \times x \times \checkmark$$

$$b. \quad P(X \leq 1) = 1/4$$

$$c. \quad P(X \leq 2) = 1/4 + 1/4 = 1/2$$

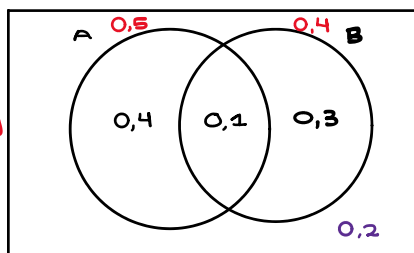
Ejemplo 3:

- Cuando el departamento de salud examinó pozos privados en un condado en busca de dos impurezas que comúnmente se hallan en el agua potable, se encontró que 20% de los pozos no tenían ninguna impureza, 40% tenían la impureza A y 50% tenían la impureza B. (obviamente algunos tenían ambas impurezas). Si uno pozo de los existentes en el condado se escoge al azar, encuentre la distribución de probabilidad para Y , el número de impurezas halladas en el pozo.

Y : Número de impurezas halladas en el pozo

$$R_Y = \{0, 1, 2\}$$

Y	$P(Y)$
0	0,2
1	0,7 = (0,4 + 0,3)
2	0,1
	1



$$P(A \cup B) = 0,8$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,8 = 0,5 + 0,4 - P(A \cap B)$$

Ejemplo 4:

- Un embarque de siete televisores contiene dos unidades defectuosas. Un hotel hace una compra al azar de tres de los televisores. Si x es el número de unidades defectuosas que compra el hotel, encuentre la distribución de probabilidad de X .

$$N=7 \begin{matrix} \nearrow 2D \\ \searrow 5ND \end{matrix}$$

$$n=3$$

X : Número de unidades defectuosas

$$R_X = \{0, 1, 2\}$$

x	0	1	2
$P(x)$	$2/7$	$4/7$	$1/7$

$$P(x=0) = \binom{5}{7} \binom{4}{6} \binom{3}{5} = 2/7 \quad \frac{{}_2C_0 \cdot {}_5C_3}{{}_7C_3} = 2/7$$

✓✓✓

$$P(x=1) = \binom{5}{7} \binom{4}{6} \binom{2}{5} * 3 = 4/7 \quad \frac{{}_2C_1 \cdot {}_5C_2}{{}_7C_3} = 4/7$$

✓✓x
 ✓x✓
 x✓✓

$$P(x=2) = \frac{{}_2C_2 \cdot {}_5C_1}{{}_7C_3} = 1/7$$