

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-107-1-M-2-00-2017



| | |
|------------------------------|--------------------------------|
| CURSO: | Matemática Intermedia 1 |
| SEMESTRE: | Segundo |
| CÓDIGO DEL CURSO: | 107 |
| TIPO DE EXAMEN: | Primer Examen Parcial |
| FECHA DE REALIZACIÓN: | 24 de enero de 2018 |
| DIGITALIZÓ EL EXAMEN: | Rodolfo Guzmán Cermeño |
| REVISÓ EL EXAMEN: | Inga. Vera Marroquín |

Tema No. 1: (50 Puntos, 10 puntos cada inciso)
 Resuelva las siguientes integrales:

a) $\int \frac{\sec^4 \theta}{\sqrt{\tan \theta}} d\theta$

b) $\int \frac{dx}{x^2(x^2 + 4)}$

c) $\int \sin(\ln(x)) dx$

d) $\int \frac{s}{\sqrt{s^2 - 6s + 13}} ds$

e) $\int \frac{dx}{2(\sqrt[3]{x}) + \sqrt{x}}$

Tema No. 2: (11 puntos) Encuentre el valor de w (por medio de cofactores usando fila 3), sabiendo que el valor del determinante es 8.

$$\begin{vmatrix} w & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

Tema No. 3: (11 puntos) A menudo, en Inglaterra las intersecciones se construyen en forma de “glorieta” con un solo sentido, como indica la figura. Suponga que el tráfico debe moverse en la dirección mostrada. Encuentre la solución general del flujo de la red. Plantee el sistema de ecuaciones lineales y encuentre la solución al problema planteado, usando eliminación gaussiana.

Tema No. 4: (16 puntos) Encuentre la matriz inversa de la matriz de coeficientes del sistema

$$\begin{array}{rrcr} 2x & +4y & +6z & = 18 \\ 4x & +5y & +6z & = 24 \\ 3x & +y & -2z & = 4 \end{array}$$

a) Usando cofactores (11 puntos).
 b) Usando A^{-1} encuentre la solución al sistema (5 puntos).

Tema No. 5: (12 puntos) Determine si el siguiente sistema homogéneo tiene soluciones no triviales. Si es así, expréselas en forma matricial.

$$\begin{array}{rrcr} 3x & +5y & -4z & = 0 \\ -3x & -2y & +4z & = 0 \\ 6x & +y & -8z & = 0 \end{array}$$

SOLUCIÓN DEL EXAMEN

Índice

| | |
|--------------|----|
| Tema 1:..... | 3 |
| Tema 2:..... | 10 |
| Tema 3:..... | 11 |
| Tema 4:..... | 14 |
| Tema 5:..... | 17 |

Tema 1:

(50 Puntos, 10 puntos cada inciso) Resuelva las siguientes integrales:

Inciso a)

$$\int \frac{\sec^4 \theta}{\sqrt{\tan \theta}} d\theta$$

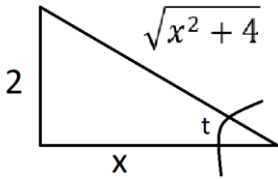
| No. | Explicación | Operatoria |
|-----|--------------------------------------|---|
| 1. | Factorizamos el numerador. | $\int \frac{\sec^2 \theta \sec^2 \theta d\theta}{\sqrt{\tan \theta}}$ |
| 2. | Hacemos sustitución pitagórica. | $\int \frac{(1 + \tan^2 \theta) \sec^2 \theta d\theta}{\sqrt{\tan \theta}}$ |
| 3. | Efectuamos la siguiente sustitución. | $u = \tan \theta$ $du = \sec^2 \theta d\theta$ |
| 4. | | $\int \frac{(1 + u^2) du}{\sqrt{u}}$ |
| 5. | Reescribimos la expresión. | $\int \left(\frac{1}{\sqrt{u}} + \frac{u^2}{\sqrt{u}} \right) du$ |
| 6. | Reescribimos nuevamente. | $\int (u^{-1/2} + u^{3/2}) du$ |

| | | |
|----|---------------------------|---|
| 7. | Integramos. | $2u^{1/2} + \frac{2}{5}u^{5/2} + C$ |
| 8. | Retomamos la sustitución. | $2(\tan \theta)^{1/2} + \frac{2}{5}(\tan \theta)^{5/2} + C$ |

$$\int \frac{\sec^4 \theta d\theta}{\sqrt{\tan \theta}} = 2(\tan \theta)^{1/2} + \frac{2}{5}(\tan \theta)^{5/2} + C$$

Inciso b)

$$\int \frac{dx}{x^2(x^2 + 4)}$$

| No. | Explicación | Operatoria |
|-----|---|---|
| 1. | Hacemos una sustitución trigonométrica. |  |
| 2. | La primera sustitución será. | $\sin t = \frac{op}{hip} = \frac{2}{\sqrt{x^2 + 4}}$ |
| 3. | Transformamos algebraicamente. | $(\sqrt{x^2 + 4})^2 = \left(\frac{2}{\sin t}\right)^2 \Rightarrow x^2 + 4 = 4 \csc^2 t$ |
| 4. | La segunda sustitución será. | $\tan t = \frac{op}{ady} = \frac{2}{x}$ |
| 5. | Diferenciamos. | $\sec^2 t dt = -\frac{2dx}{x^2}$ |
| 6. | Transformamos algebraicamente. | $-\frac{\sec^2 t dt}{2} = \frac{dx}{x^2}$ |

| | | |
|-----|---|--|
| 7. | Sustituimos. | $\int \frac{dx}{x^2(x^2 + 4)}$ $= \int \frac{1}{(x^2 + 4)} \left(\frac{dx}{x^2} \right)$ $= \int \frac{1}{(4 \csc^2 t)} \left(-\frac{\sec^2 t \, dt}{2} \right)$ |
| 8. | Reescribimos la expresión. | $\int \frac{-\sec^2 t}{8 \csc^2 t} dt = - \int \frac{\sin^2 t}{8 \cos^2 t} dt = - \int \frac{(1 - \cos^2 t)}{8 \cos^2 t} dt$ |
| 9. | Seguimos reescribiendo. | $-\frac{1}{8} \int (\sec^2 t - 1) dt$ |
| 10. | Integramos | $-\frac{1}{8} [\tan t - t] + C$ |
| 11. | Regresamos la sustitución trigonométrica. | $-\frac{1}{8} \left[\frac{2}{x} - \tan^{-1} \frac{2}{x} \right] + C$ |
| 12. | Simplificamos. | $-\frac{1}{4x} + \frac{1}{8} \tan^{-1} \left(\frac{2}{x} \right) + C$ |

$$\int \frac{dx}{x^2(x^2 + 4)} = -\frac{1}{4x} + \frac{1}{8} \tan^{-1} \left(\frac{2}{x} \right) + C$$

Inciso c)

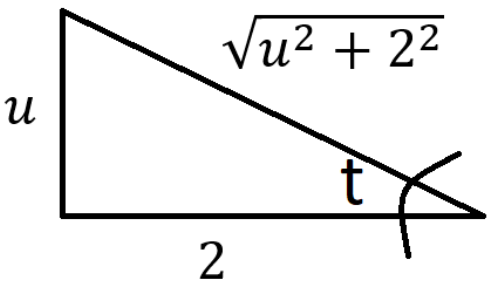
$$\int \sin(\ln(x)) dx$$

| No. | Explicación | Operatoria |
|-----|--|--|
| 1. | Aplicamos integración por partes. | $u = \sin(\ln x) \quad dw = dx$ $du = \cos(\ln x) x^{-1} dx \quad w = x$ |
| 2. | | $\int \sin(\ln x) dx = x \sin(\ln x) - \int x \cos(\ln x) x^{-1} dx$ |
| 3. | Volvemos a aplicar integración por partes. | $m = \cos(\ln x) \quad dn = dx$ $dm = -\sin(\ln x) x^{-1} dx \quad n = x$ |
| 4. | | $\int \sin(\ln x) dx = x \sin(\ln x) - \left[x \cos(\ln x) - \int -x \sin(\ln x) x^{-1} dx \right]$ |
| 5. | Simplificamos. | $\int \sin(\ln x) dx = x \sin(\ln x) - x \cos(\ln x) - \int \sin(\ln x) dx$ |
| 6. | Simplificamos. | $2 \int \sin(\ln x) dx = x \sin(\ln x) - x \cos(\ln x)$ |
| 7. | Despejamos nuestra integral original. | $\int \sin(\ln x) dx = \frac{1}{2} x \sin(\ln x) - \frac{1}{2} x \cos(\ln x)$ |

$$2 \int \sin(\ln x) dx = x \sin(\ln x) - x \cos(\ln x)$$

Inciso d)

$$\int \frac{s}{\sqrt{s^2 - 6s + 13}} ds$$

| No. | Explicación | Operatoria |
|-----|--|--|
| 1. | Tenemos la integral. | $\int \frac{s}{\sqrt{s^2 - 6s + 13}} ds$ |
| 2. | Completamos el cuadrado en el denominador. | $\int \frac{s}{\sqrt{(s - 3)^2 + 2^2}} ds$ |
| 3. | Sustituimos y diferenciamos. | $u = s - 3 \quad s = u + 3$ $du = ds$ |
| 4. | | $\int \frac{u + 3}{\sqrt{u^2 + 2^2}} du$ |
| 5. | Aplicamos sustitución trigonométrica. |  |
| 6. | | $u = 2 \tan t$ $du = 2 \sec^2 t dt$ |
| 7. | | $\int \frac{[(2 \tan t) + 3]}{\sqrt{(2 \tan t)^2 + 4}} (2 \sec^2 t dt)$ |
| 8. | Reescribimos. | $\int \frac{[(2 \tan t) + 3]}{\sqrt{4(\tan^2 t + 1)}} (2 \sec^2 t dt)$ |

| | | |
|-----|------------------------------------|---|
| 9. | Simplificamos. | $\int \frac{(2 \tan t + 3)(2 \sec^2 t) dt}{\sqrt{4 \sec^2 t}}$ |
| 10. | Simplificamos. | $\int \frac{(2 \tan t + 3)(2 \sec^2 t) dt}{2 \sec t}$ |
| 11. | Simplificamos. | $\int (2 \sec t \tan t + 3 \sec t) dt$ |
| 12. | Simplificamos. | $\int (2 \sec t \tan t) dt + \int (3 \sec t) dt$ |
| 13. | Integramos. | $2 \sec t + 3 \ln \sec t + \tan t + C$ |
| 14. | Regresamos la sustitución de t . | $2 \left(\frac{\sqrt{u^2 + 2^2}}{2} \right) + 3 \ln \left \frac{\sqrt{u^2 + 2^2}}{2} + \frac{u}{2} \right + C$ |
| 15. | Regresamos las sustituciones. | $2 \left(\frac{\sqrt{s^2 - 6s + 13}}{2} \right) + 3 \ln \left \frac{\sqrt{s^2 - 6s + 13}}{2} + \frac{s - 3}{2} \right + C$ |

$$\int \frac{s}{\sqrt{s^2 - 6s + 13}} ds = \sqrt{s^2 - 6s + 13} + 3 \ln \left| \frac{\sqrt{s^2 - 6s + 13}}{2} + \frac{s - 3}{2} \right| + C$$

Inciso e)

$$\int \frac{dx}{2(\sqrt[3]{x}) + \sqrt{x}}$$

| No. | Explicación | Operatoria |
|-----|--------------------------------|---|
| 1. | Transformamos algebraicamente. | $\int \frac{dx}{2x^{1/3} + x^{1/2}} = \int \frac{dx}{2(x^{1/6})^2 + (x^{1/6})^3}$ |

| | | |
|----|---|---|
| 2. | Aplicamos una sustitución y la diferenciamos. | $u = x^{1/6}$ <div style="border-left: 1px dashed black; padding-left: 10px; margin-left: 20px;"> $\begin{aligned} du &= \frac{1}{6} x^{-5/6} dx \\ &= \frac{1}{6} (x^{-1/6})^{-5} \\ &= \frac{1}{6} u^{-5} dx \end{aligned}$ $dx = 6u^5 du$ </div> |
| 3. | Sustituimos. | $\int \frac{dx}{2(x^{1/6})^2 + (x^{1/6})^3} = \int \frac{(6u^5 du)}{2(u)^2 + (u)^3}$ |
| 4. | Dividimos los polinomios. | $\int \frac{6u^5}{2u^2 + u^3} du = \int \left(u^2 - 2u + 4 - \frac{8u^2}{u^3 + 2u^2} \right) du$ |
| 5. | Simplificamos. | $\int 6 \left(u^2 + 2u + 4 - \frac{8}{u + 2} \right) du$ |
| 6. | Integramos. | $6 \left[\frac{1}{3} u^3 - u^2 + 4u - 8 \ln(u + 2) \right] + C$ |
| 7. | Sustituimos. | $2x^{1/2} - 6x^{1/3} + 24x^{1/6} - 48 \ln x^{1/6} + 2 + C$ |

$$\int \frac{dx}{2\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}} = 2x^{1/2} - 6x^{1/3} + 24x^{1/6} - 48 \ln|x^{1/6} + 2| + C$$

Tema 2:

(11 puntos) Encuentre el valor de w (por medio de cofactores usando fila 3), sabiendo que el valor del determinante es 8.

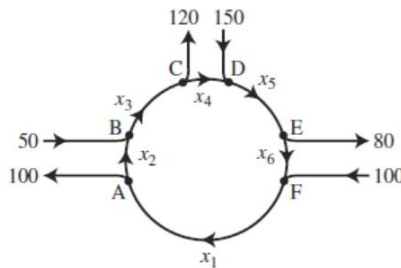
$$\begin{vmatrix} w & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

| No. | Explicación | Operatoria |
|-----|--|---|
| 1. | Sabemos que el determinante D es igual a 8. | $\begin{vmatrix} W & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 8 = D$ |
| 2. | Calcularemos el determinante D por cofactores usando la fila 3. | $D = a_{31}c_{31} + a_{32}c_{32} + a_{33}c_{33} + a_{34}c_{34}$ |
| 3. | Como las entradas $a_{32} = a_{33} = 0$, el determinante D queda: | $D = (-3)c_{31} + (2)c_{34}$ |
| 4. | Calculamos el cofactor c_{31} . | $c_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$ |
| 5. | Volvemos a usar el método de cofactores. | $c_{31} = (-1)^4 \{(1)(-1)^{1+1}[(-1)(-1) - (3)(1)]\}$ |
| 6. | | $c_{31} = -2$ |
| 7. | Usando el mismo procedimiento que en c_{31} calculamos c_{34} . | $c_{34} = \dots = w - 1$ |
| 8. | Introducimos valores en la fórmula anterior. | $D = (-3)(-2) + (2)(w - 1) = 4 + 2w$ |
| 9. | Como el determinante D es igual a 8, tenemos: | $8 = 4 + 2w$ |
| 10. | Despejamos. | $w = 2$ |

$$w = 2$$

Tema 3:

(11 puntos) A menudo, en Inglaterra las intersecciones se construyen en forma de “glorieta” con un solo sentido, como indica la figura. Suponga que el tráfico debe moverse en la dirección mostrada. Encuentre la solución general del flujo de la red. Plantee el sistema de ecuaciones lineales y encuentre la solución al problema planteado, usando eliminación gaussiana.



| No. | Explicación | Operatoria |
|-----|---|--|
| 0. | La forma de trabajar el problema es bajo el principio de que en cada intersección (o nodo), las cuales están identificadas con letras mayúsculas, la cantidad de vehículos que entra siempre es igual a la cantidad de vehículos que sale. Por lo tanto, podemos igualar los vehículos de entrada con los de salida en cada intersección. | |
| 1. | En la intersección A entran x_1 vehículos y salen 100 más x_2 vehículos. | $x_1 = 100 + x_2$ |
| 2. | Lo mismo hacemos con el resto de intersecciones. | $A: x_1 = 100 + x_2$ $B: x_2 + 50 = x_3$ $C: x_3 = 120 + x_4$ $D: x_4 + 150 = x_5$ $E: x_5 = 80 + x_6$ $F: 100 + x_6 = x_1$ |
| 3. | Separamos variables y constantes. | $x_1 - x_2 = 100$ $x_2 - x_3 = -50$ $x_3 - x_4 = 120$ $x_4 - x_5 = -150$ $x_5 - x_6 = 80$ $-x_1 + x_6 = -100$ |

| | | |
|----|--------------------------------------|---|
| 4. | Escribimos el sistema como matriz. | $\begin{array}{cccccc c} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -50 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 120 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -150 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 80 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -100 \end{array}$ |
| 5. | Operamos entre filas. (Gauss-Jordan) | $\begin{array}{cccccc c} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -50 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 120 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -150 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 80 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$ $F_6 + F_1$ |
| 6. | Operamos entre filas. | $\begin{array}{cccccc c} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 50 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -50 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 120 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -150 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 80 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -50 \end{array}$ $F_1 + F_2$ $F_6 + F_2$ |
| 7. | Operamos entre filas. | $\begin{array}{cccccc c} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 170 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 70 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 120 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -150 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 70 \end{array}$ $F_1 + F_3$ $F_2 + F_3$ $F_6 + F_3$ |
| 8. | Operamos entre filas. | $\begin{array}{cccccc c} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 20 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -80 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -30 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -150 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -80 \end{array}$ $F_1 + F_4$ $F_2 + F_4$ $F_3 + F_4$ $F_6 + F_4$ |
| 9. | Operamos entre filas. | $\begin{array}{cccccc c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 100 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -70 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$ $F_1 + F_5$ $F_2 + F_5$ $F_3 + F_5$ $F_4 + F_5$ $F_6 + F_5$ |

| | | |
|-----|---|--|
| 10. | Obtuvimos un sistema con infinitas soluciones. | Infinitas soluciones. |
| 11. | Escribimos como sistema de ecuaciones. | $\begin{aligned}x_1 - x_6 &= 100 \\x_2 - x_6 &= 0 \\x_3 - x_6 &= 50 \\x_4 - x_6 &= -70 \\x_5 - x_6 &= 80\end{aligned}$ |
| 12. | Introducimos un parámetro. | $x_6 = a$ |
| 13. | Sustituimos el parámetro. | $\begin{aligned}x_1 - a &= 100 \\x_2 - a &= 0 \\x_3 - a &= 50 \\x_4 - a &= -70 \\x_5 - a &= 80\end{aligned}$ |
| 14. | Despejamos las variables y agregamos la sexta ecuación. | $\begin{aligned}x_1 &= 100 + a \\x_2 &= a \\x_3 &= 50 + a \\x_4 &= -70 + a \\x_5 &= 80 + a \\x_6 &= a\end{aligned}$ |
| 15. | Escribimos en forma matricial. | $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 50 \\ -70 \\ 80 \\ 0 \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ |

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 50 \\ -70 \\ 80 \\ 0 \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tema 4:

(16 puntos) Dado el sistema:

$$2x + 4y + 6z = 18$$

$$4x + 5y + 6z = 24$$

$$3x + y - 2z = 4$$

Inciso a)

a) Encuentre la matriz inversa A^{-1} usando cofactores (11 puntos).

| No. | Explicación | Operatoria |
|-----|--|---|
| 1. | Escribimos la matriz de coeficientes. | $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ |
| 2. | La inversa de A es igual a al inverso de su determinante por su adjunta. | $A^{-1} = \frac{1}{ A } \cdot Adj A$ |
| 3. | La adjunta de A es igual a la transpuesta de la matriz de cofactores. | $Adj A = C^T$ |
| 4. | Calculamos el cofactor c_{11} . | $c_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$ $c_{11} = (1)^2 [(5)(-2) - (6)(1)]$ $c_{11} = -16$ |
| 5. | Calculamos el resto de cofactores de igual manera. | $c_{12} = (-1)^{1+2} [(4)(-2) - (3)(6)] = 26$ $c_{13} = -11$ $c_{21} = 14$ $c_{22} = -22$ $c_{23} = 10$ $c_{31} = -6$ $c_{32} = 12$ $c_{33} = -6$ |

| | | |
|-----|---|---|
| 6. | Escribimos la matriz de cofactores. | $C = \begin{bmatrix} -16 & 26 & -11 \\ 14 & -22 & 10 \\ -6 & 12 & -6 \end{bmatrix}$ |
| 7. | Calculamos la transpuesta de la matriz de cofactores. | $C^T = \begin{bmatrix} -16 & 14 & -6 \\ 26 & -22 & 12 \\ -11 & 10 & -6 \end{bmatrix}$ |
| 8. | Extendemos A para calcular su determinante. | $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ |
| 9. | Multiplicamos, sumamos y restamos diagonales principales. | $ A =$ $(2)(5)(-2)$ $+ (4)(6)(3)$ $+ (6)(4)(1)$ $- (6)(5)(3)$ $- (2)(6)(1)$ $- (4)(4)(-2)$ |
| 10. | | $ A = 6$ |
| 11. | Como $A^{-1} = \frac{Adj A}{ A }$ | $A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -16 & 14 & -6 \\ 26 & -22 & 12 \\ -11 & 10 & -6 \end{bmatrix}$ |
| 12. | Por lo que: | $A^{-1} = \begin{bmatrix} -8/3 & 7/3 & -1 \\ 13/3 & -11/3 & 2 \\ -11/6 & 5/3 & -1 \end{bmatrix}$ |

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -8/3 & 7/3 & -1 \\ 13/3 & -11/3 & 2 \\ -11/6 & 5/3 & -1 \end{bmatrix}$$

Inciso b)

b) Use A^{-1} para encontrar la solución al sistema (5 puntos).

| No. | Explicación | Operatoria |
|-----|--|---|
| 1. | La multiplicación entre la inversa de la matriz de coeficientes A^{-1} y la matriz de términos independientes B da la solución del sistema X . | $X = A^{-1} \cdot B$ |
| 2. | Como conocemos A^{-1} y B . | $X = \begin{bmatrix} -8/3 & 7/3 & -1 \\ 13/3 & -11/3 & 2 \\ -11/6 & 5/3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 18 \\ 24 \\ 4 \end{bmatrix}$ |
| 4. | Multiplicamos. | $X = \begin{bmatrix} 18\left(-\frac{8}{3} + \frac{13}{3} - \frac{11}{6}\right) \\ 24\left(\frac{7}{3} - \frac{11}{3} + 2\right) \\ 4(-1 + 2 - 1) \end{bmatrix}$ |
| 5. | | $X = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ |
| 6. | La solución es: | $\begin{aligned} x &= 4 \\ y &= -2 \\ z &= 3 \end{aligned}$ |

$$\begin{aligned} x &= 4 \\ y &= -2 \\ z &= 3 \end{aligned}$$

Tema 5:

(12 puntos) Determine si el siguiente sistema homogéneo tiene soluciones no triviales. Si es así, expresaselas en forma matricial.

$$\begin{array}{rrcr} 3x & +5y & -4z & = 0 \\ -3x & -2y & +4z & = 0 \\ 6x & +y & -8z & = 0 \end{array}$$

| No. | Explicación | Operatoria |
|-----|--|--|
| 1. | Escribimos la matriz del sistema. | $\begin{bmatrix} 3 & 5 & -4 & 0 \\ -3 & 2 & 4 & 0 \\ 6 & 1 & -8 & 0 \end{bmatrix}$ |
| 2. | Realizamos operaciones entre filas. (Gauss-Jordan) | $\begin{array}{l} F_2 + F_1 \\ F_3 - 2F_1 \end{array} \begin{bmatrix} 3 & 5 & -4 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ |
| 3. | Realizamos operaciones entre filas. | $\begin{array}{l} F_1 - \frac{5}{3} F_2 \\ F_3 + 3 F_2 \end{array} \begin{bmatrix} 3 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ |
| 4. | Lo convertimos en sistema de ecuaciones. | $\begin{array}{l} 3x - 4z = 0 \\ 3y = 0 \end{array}$ |
| 5. | Agregamos un parámetro. | $z = a$ |
| 6. | Sustituimos en el sistema de ecuaciones. | $\begin{array}{l} 3x - 4a = 0 \\ 3y = 0 \end{array}$ |
| 7. | Despejamos las variables. | $\begin{array}{l} x = 4/3 a \\ y = 0 \\ z = a \end{array}$ |
| 8. | Escribimos en forma matricial. | |

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 4/3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$