SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN HOMOGENIOS (*VALORES Y VECTORES PROPIOS*)

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

$$
\begin{aligned}
x'_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n \\
x'_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n \\
\vdots \quad & \qquad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
x'_m &= a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mn}x_n
\end{aligned}
$$

$$
\begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{1n} \\ a_{21} + a_{22} + a_{23} + \cdots + a_{2n} \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ a_{m1} + a_{m2} + a_{m3} + \cdots + a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_2 \end{pmatrix}
$$

$$X' = ax \qquad \boxed{x = \mathbb{C}Ke^{\lambda t}}$$

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

$$x = \mathbb{C}Ke^{\lambda t}$$ ✓

$$X' = \underbrace{\lambda \mathbb{C}Ke^{\lambda t}}$$

$$X' = ax$$

$$\rightarrow \underbrace{\lambda} \cancel{\mathbb{C}} K \cancel{e^{\lambda t}} = a(\cancel{\mathbb{C}} K \cancel{e^{\lambda t}})$$

$$aK - \lambda K = 0$$

$$(a - \lambda)K = 0$$

$$(a - \lambda I)K = 0$$

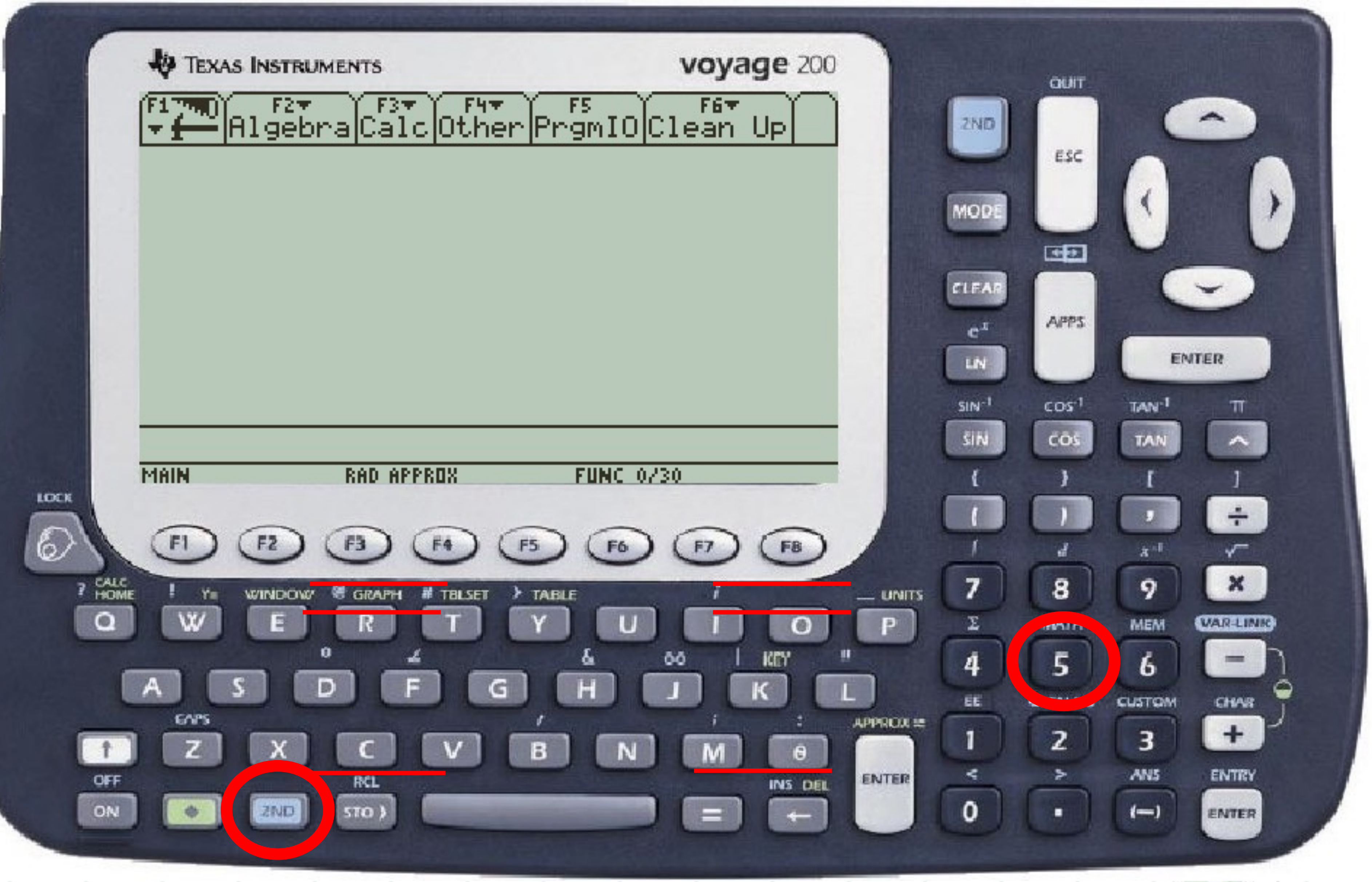
$$|a - \lambda I| = 0$$

1. Reales Distintos.
2. Reales Repetidos.
3. Complejos.

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA


2ND


MATH
5


TEXAS INSTRUMENTS
voyage 200
F1
F2 Algebra
F3 Calc
F4 Other
F5 PrgmIO
F6 Clean Up
MAIN
RAD APPROX
FUNC 0/30
2ND
MATH
5
STO
ENTER

1. VALORES PROPIOS REALES DISTINTOS:

$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n \qquad k_1, k_2 \ldots k_n$$

$$x_G(t) = C_1 k_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 k_2 e^{\lambda_2 t} + \cdots C_n k_n e^{\lambda_n t}$$

i) Resolver El siguiente Sistema de Ecuaciones Diferenciales Homogéneo:

$X' = aX$

$$X' = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} x$$

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

$$|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{\lambda I}| = 0$$

$$\left| \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}}_{a} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = 0$$

$$\begin{vmatrix} -1-\lambda & 4 & 2 \\ 4 & -1-\lambda & -2 \\ 0 & 0 & 6-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\boldsymbol{Det} = (-1)^{i+j} \boldsymbol{a_{ij}} |\boldsymbol{M_{ij}}|$$

$$\boldsymbol{det} = (-1-\lambda) \begin{vmatrix} -1-\lambda & -2 \\ 0 & 6-\lambda \end{vmatrix} - (4) \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 6-\lambda \end{vmatrix} + (2) \begin{vmatrix} 4 & -1-\lambda \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$-\lambda^3 + 4\lambda^2 + 27\lambda - 90 = 0$$

$$\lambda_1 = -5; \quad \lambda_2 = 6; \quad \lambda_3 = 3$$

AHORA PARA CADA VALOR PROPIO HAY QUE CALCULARLE SU VECTOR PROPIO DE SOLUCION, ENTONCES TENEMOS: