Clase Física 1 02

Funciones del movimiento circular

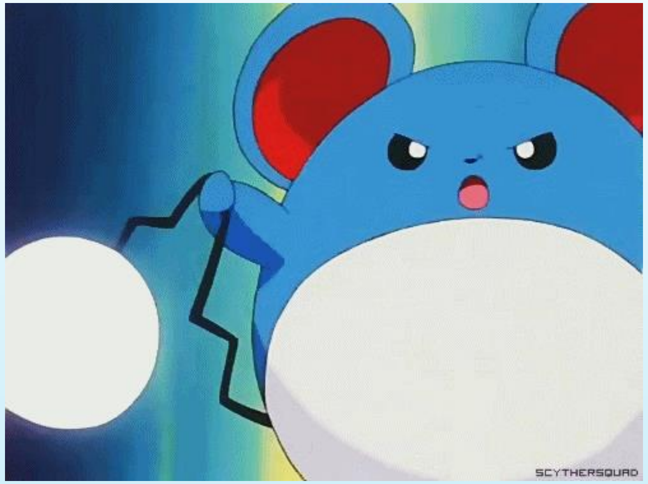
Teoría MCUV

Ejemplos MCUV

Relaciones Lineales y Angulares

Ejemplo Relaciones combinado

Ejemplo: Se tiene una pelea entre dos Pokémon (marril y charmander), marril en un punto de la pelea quiere realizar un golpe con su cola sobre charmander para terminarla. Realizando un movimiento circular con ella, el comportamiento del mismo se modela a partir de la siguiente función de posición angular $\theta(t) = 5 + 10t + 5t^3 \; en \; radianes$



Determinar:

a) Posición de la cola del Pokémon para el ataque en los tiempos 0.0s, 1.5s y 3.0s

b) Velocidad angular media en el intervalo 1.5s y 3.0s

c) Velocidad instantánea en los tiempos 0.0s, 1.5s y 3.0s

d) Aceleración angular media en el intervalo de 1.5s y 3.0s

e) Aceleración instantánea en lo tiempos 0.0s, 1.5s

a) Posición de la cola del Pokémon para el ataque en los tiempos 0.0s, 1.5s y 3.0s

$$\theta(t=0) = 5 + 10t + 5t^3 = 5 + 10(0) + 5(0)^3 = \; 5.0 \, rad$$

$$\theta(t=1.5) = 5 + 10t + 5t^3 = 5 + 10(1.5) + 5(1.5)^3 = \; 36.875 \, rad$$

$$\theta(t=3) = 5 + 10t + 5t^3 = 5 + 10(3) + 5(3)^3 = \; 170.0 \, rad$$

b) Velocidad angular media en el intervalo 1.5s y 3.0s

$$\omega_{media} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_f - \theta_o}{t_f - t_o} = \frac{170 - 36.875}{3.0 - 1.5} = 88.75 \; {}^{rad}/_{s}$$

c) Velocidad instantánea en los tiempos 0.0s, 1.5s y 3.0s

Se parte de la función de posición angular $\theta(t) = 5 + 10t + 5t^3$

$$\omega(t) = \frac{d\,\theta(t)}{dt} = 10 + 15t^2 \;\; en\, rad/s$$

$$\omega(t = 0) = 10 + 15t^2 = 10 + 15(0)^2 = 10\,\frac{rad}{s}$$

$$\omega(t = 1.5) = 10 + 15t^2 = 10 + 15(1.5)^2 = 43.75\,\frac{rad}{s}$$

$$\omega(t = 3.0) = 10 + 15t^2 = 10 + 15(3.0)^2 = 145\,\frac{rad}{s}$$

d) Aceleración angular media en el intervalo de 1.5s y 3.0s

$$\alpha_{media} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_o}{t_f - t_o} = \frac{145 - 43.75}{3.0 - 1.5} = 67.5\,{}^{rad}/_{s^2}$$

e) Aceleración instantánea en lo tiempos 0.0s, 1.5s

$$\alpha(t) = \frac{d\,\omega(t)}{dt} = 30t \;\; en\, rad/s^2$$

$$\alpha(t = 0) = 30t = 30(0) = 0\,{}^{rad}/_{s^2}$$

$$\alpha(t = 1.5) = 30t = 30(1.5) = 45\,{}^{rad}/_{s^2}$$

Movimiento Circular Uniformemente Variado (MCUV)

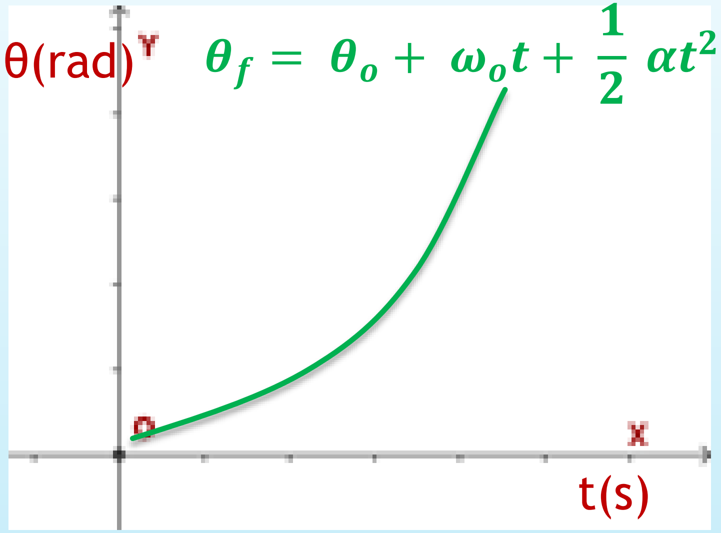
Es un movimiento circular cuya aceleración angular α media y instantánea son iguales, constante pero diferente de cero. $\alpha_{media} = \alpha_{ins} = constante$

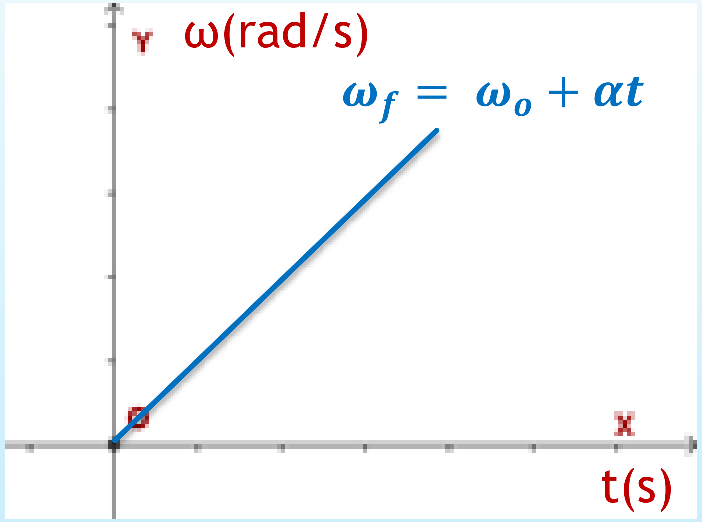
$$\theta_f = \theta_o + \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega_f = \omega_o + \alpha t$$

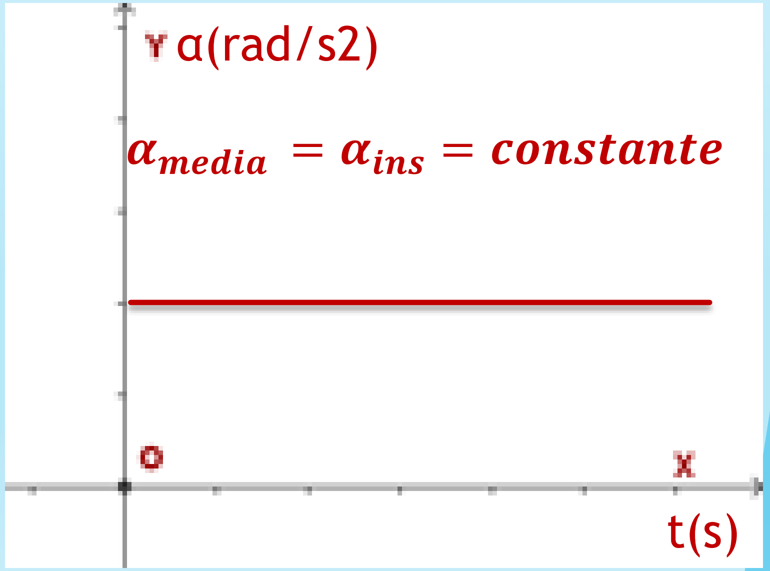
$$\omega_f^2 = \omega_o^2 + 2\alpha\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{(\omega_f + \omega_o)t}{2}$$





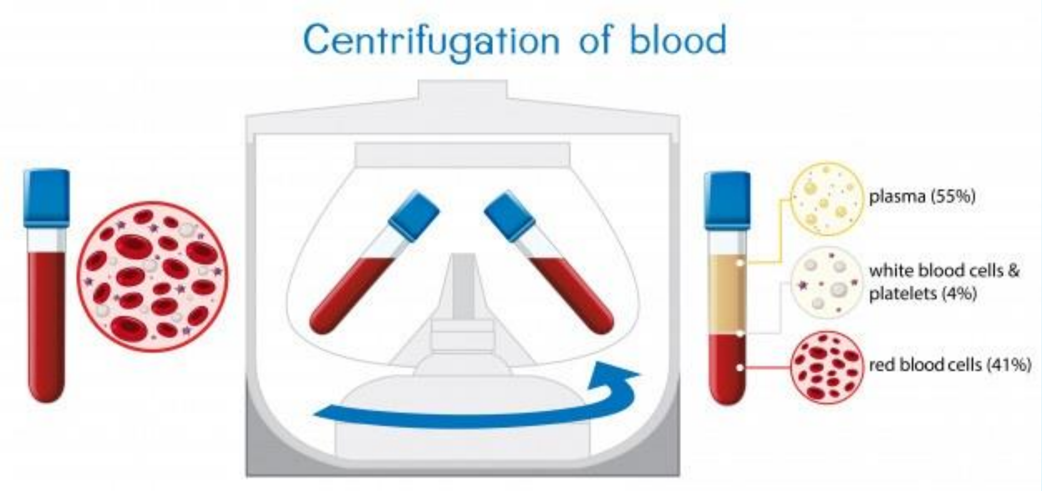
$$\bar{\omega} = \frac{\omega_f + \omega_o}{2}$$



Una centrifugadora de un laboratorio medico gira a una rapidez angular 3,600 rev/min. Cuando es apagada, gira 50 veces antes de llegar al reposo. Encuentre la aceleración angular de la centrifugadora y el tiempo necesario para llegar al reposo.

Resolución se establece las condiciones del movimiento y alguna dirección del movimiento

Toda la información debe de estar en el mismo sistema de unidades.



$$\omega_f = 0\,\frac{rad}{s} \qquad \Delta\theta = 50\,\cancel{rev} * \frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}} = 100\pi\,rad$$

$$\omega_o = 3600\,\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} * \frac{2\pi\,rad}{1\cancel{rev}} * \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} = 120\pi\,\frac{rad}{s}$$

Caculo aceleración angular de la centrifugadora ?

$$\cancel{\omega_f^2} = \omega_o^2 + 2\alpha\Delta\theta$$

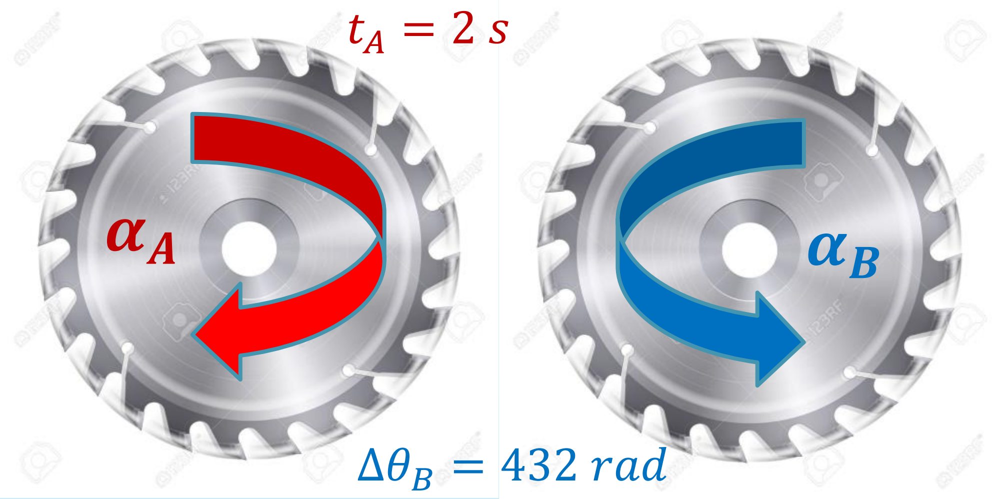
$$\alpha = \frac{-\omega_o^2}{2\Delta\theta} = \frac{-(120\pi)^2}{2(100\pi)} = \boldsymbol{-72\pi\ {}^{rad}/_{s^2}}$$

El tiempo necesario para llegar al reposo?

$$\cancel{\omega_f} = \omega_o + \alpha t \quad \rightarrow$$

$$t = \frac{-\omega_o}{\alpha} = \frac{-120\pi}{-72\pi} = \boldsymbol{1.67\ s}$$

9.19 En t = 0, la velocidad angular de una rueda de afilar era de 24.0 rad/s, y tuvo una aceleración angular constante de 30.0 rad/s², hasta que un interruptor de circuito se abrió en t= 2.00 s. A partir de ese momento, la rueda giró 432 rad con aceleración angular constante hasta parar. *a*) ¿Qué ángulo total giró la rueda entre t = 0 y el instante en que se detuvo? *b*) ¿En qué tiempo se detuvo? *c*) ¿Qué aceleración tenía al irse frenando?



Se establece por partes el sistema de la sierra entre el proceso

de aceleración y en el de frenado.

$$Tramo\ A(acelerado)\quad \omega_{Ao} = 24.0\frac{rad}{s} \quad \alpha_A = 30.0\frac{rad}{s^2} \quad t_A = 2.0\ s$$

$$Tramo\ \ B(frenado)\ \omega_{Bf} = 0\frac{rad}{s} \quad \Delta\theta_B = 432\ rad$$

Las condiciones para unir los dos tramos, la velocidad angular final del tramo A es la velocidad inicial del tramo B

$$\boldsymbol{\omega_{Af} = \omega_{Bo}}$$

a) ¿Qué ángulo total giró la rueda entre t = 0 y el instante en que se detuvo?

$$\boldsymbol{\Delta\theta_{total} = \Delta\theta_A + \Delta\theta_B}$$

$$\theta_f = \theta_o + \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \rightarrow \quad \theta_f - \theta_o = \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \rightarrow \quad \Delta\theta_A = \omega_{Ao} t_A + \frac{1}{2}\alpha_A t_A^2$$

$$\Delta\theta_A = (24)(2) + \frac{1}{2}(30)(2)^2 = 108\ rad$$

$$\Delta\theta_{total} = \Delta\theta_A + \Delta\theta_B = 108\ rad + 432\ rad = \boldsymbol{540\ rad}$$

b) ¿En qué tiempo se detuvo? *c*) ¿Qué aceleración tenía al irse frenando?

$$Tramo\ A(acelerado)\quad \omega_{Ao} = 24.0\frac{rad}{s} \quad \alpha_A = 30.0\frac{rad}{s^2} \quad t_A = 2.0\ s$$

$$\omega_{fA} = \omega_{oA} + \alpha_A t_A = 24.0 + 30(2) = 84.0\frac{rad}{s}$$

$$\boldsymbol{\omega_{Af} = \omega_{Bo} = 84.0\frac{rad}{s}} \quad Tramo\ \ B(frenado)\ \omega_{Bf} = 0\frac{rad}{s} \quad \Delta\theta_B = 432\ rad$$

$$\cancel{\omega_{Bf}^2} = \omega_{Bo}^2 + 2\alpha_B\Delta\theta_B$$

$$\alpha_B = \frac{-\omega_{Bo}^2}{2\Delta\theta_B} = \frac{-(84.0)^2}{2(432)} = -8.17\ \ rad/s^2$$

$$\cancel{\omega_{Bf}} = \omega_{Bo} + \alpha_B t_B$$

$$t_B = \frac{-\omega_{Bo}}{\alpha_B} = \frac{-84.0}{-8.17} = 10.29\ s\ el\ tiempo\ del\ el\ sistema\ su\ frenado$$

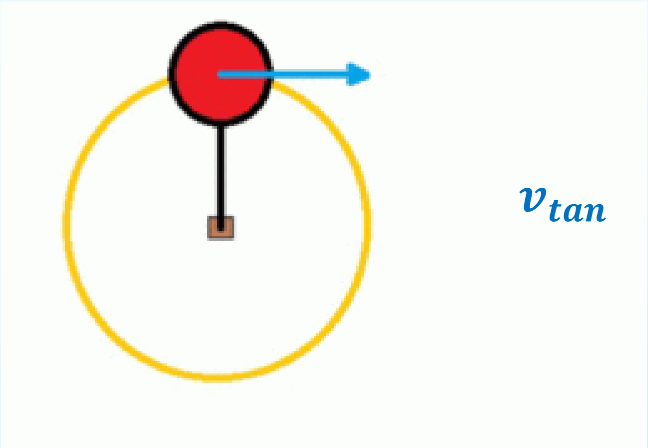
$$El\ tiempo\ total\ desde\ que\ se\ inicia\ \ hasta\ detenerse\ t_{total} = t_A + t_B = 2 + 10.29 = \boldsymbol{12.29s}$$

Relaciones Lineales y Angulares

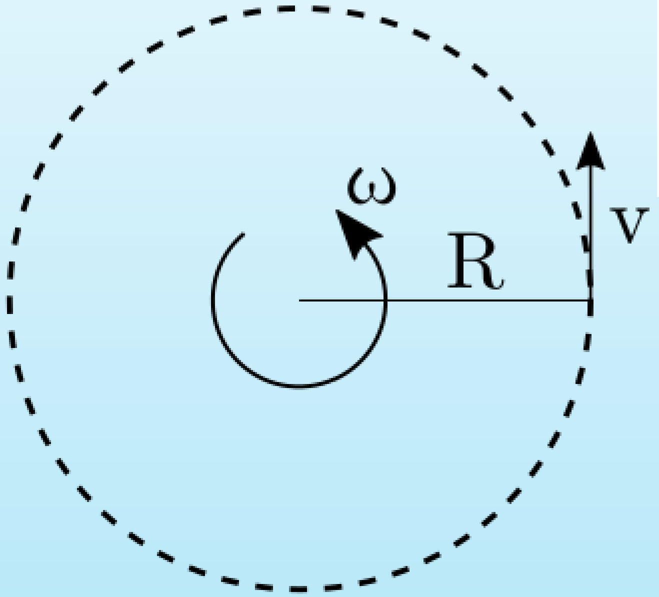
Toda Partícula del cuerpo rígido se mueve en un movimiento circular con las mismas relaciones angulares pero diferentes relaciones lineales

Relación para la velocidad Angular

La dirección de la velocidad de un móvil en movimiento circular es tangente a la circunferencia que describe.

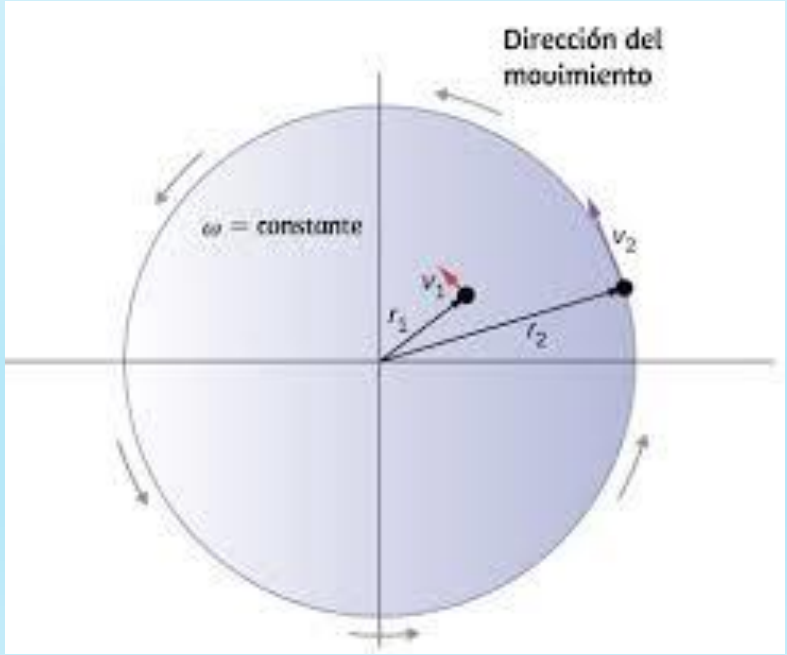


La velocidad tangencial depende totalmente
Del punto donde se evalué del movimiento
Circular



$$v_{tan} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d(r\theta)}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} = r\omega$$

$$\boldsymbol{v_{tan} = r\omega}\ [m/s]$$

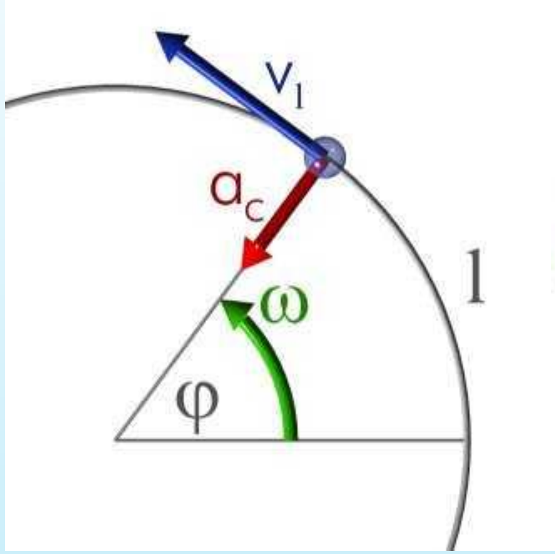


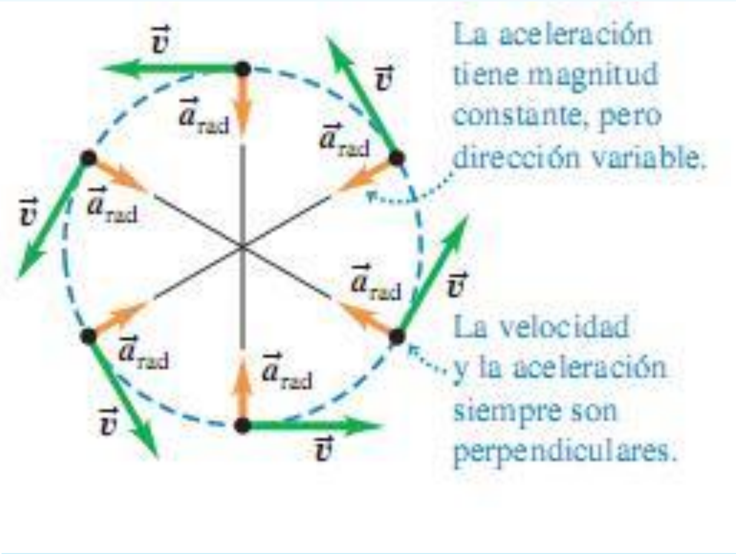
Por lo tanto para un mismo movimiento circular con un determinado
Valor de velocidad angular puede existir un sinfín de valores de velocidad
Tangencial

Nota: para realizar todas la relaciones se debe de tener las expresiones del
Desplazamiento angular en las unidades de Rad, de lo contrario si existe problema

Relaciones para la aceleración en el movimiento angular

En el caso de la aceleración se establece la situación de la aceleración total como el conjunto de las aceleraciones que afectan a un cuerpo rígido en el movimiento circular.





Aceleración radial o centrípeta

Es aquella que se obtiene por medio de la relación de

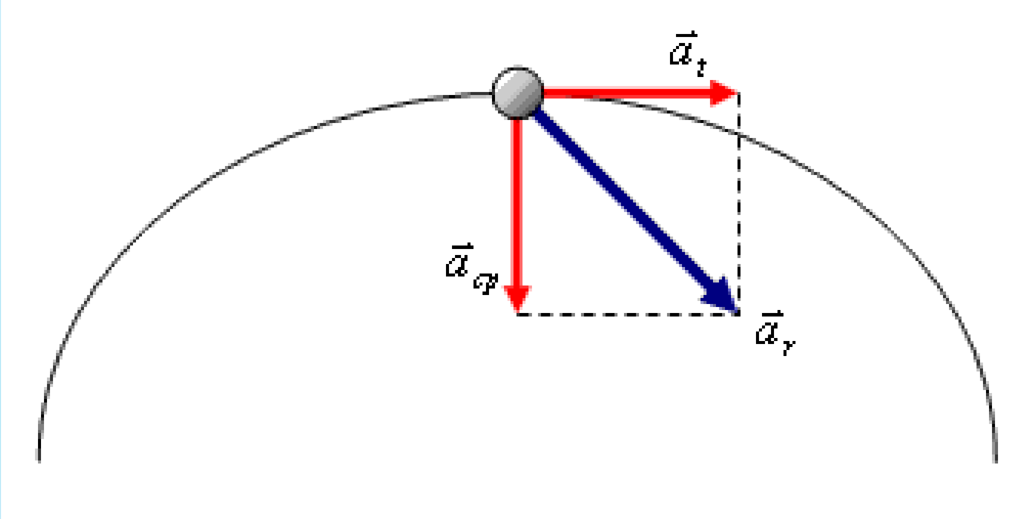
la velocidad del cuerpo rígido en el movimiento circular.

$$\boldsymbol{a_c = \frac{v_{tan}^2}{r} = r\omega^2 \;\left[{}^{m}/_{s^2}\right]}$$

Aceleración tangencial

Esta es la relación con la aceleración angular del movimiento

Circular del cuerpo rígido.



$$a_{tan} = \frac{dv_{tan}}{dt} = \frac{dr\omega}{dt} = r\,\frac{d\omega}{dt} = r\;\alpha$$

$$\boldsymbol{a_{tan} = r\alpha \left[{}^{m}/_{s^2}\right]}$$

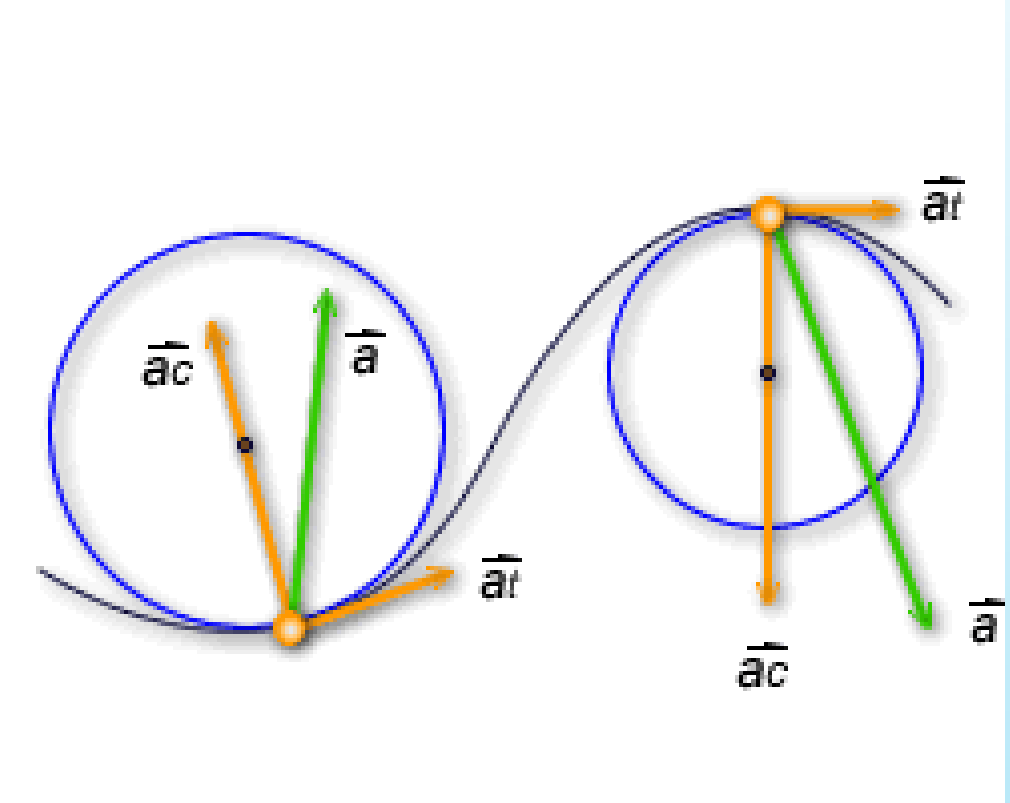
Aceleración Lineal o Total

Es el vector de aceleración resultante del movimiento circular pero en este caso depende de las dos aceleraciones anteriores por lo cual se considera una forma vectorial

$$\vec{a}_{lineal} = \vec{a}_c + \vec{a}_{tan}$$

En este caso se establece que en FB. No existía aceleración

Tangencial por lo tanto era igual la aceleración centrípeta



Para el calcular de ella se da en forma vectorial o de forma de

Magnitud de vector de aceleración lineal o total

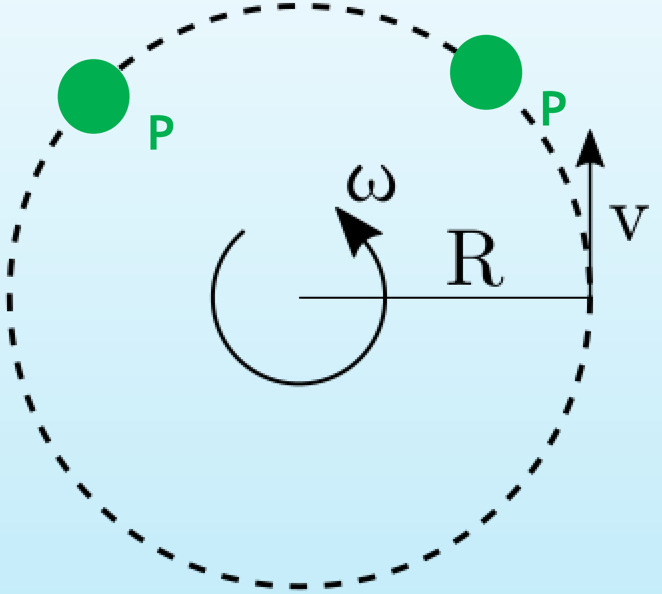
$$|a_{total}| = \sqrt[2]{a_c^2 + a_{tan}^2} \qquad \beta = \tan^{-1} \frac{cat.opuesto}{cat.adyacente}$$

$$|a_{total}| = r\sqrt[2]{\omega^4 + \alpha^2} \quad [^m/_{s^2}]$$

Nota: la ultima expresión surge de la racionalización de las aceleraciones para simplificar su calculo al tener ya los datos de las características angulares.

Ejemplo: una rueda de 2m de diámetro se encuentra en un plano vertical y gira con una aceleración angular constante de 4 rad/s2 en sentido anti horario, la rueda inicia del reposo en el instante t= 0s y el radio vector de cierto punto P sobre el borde hace un ángulo de 57.3° con la horizontal en este tiempo. En t= 2s encuentre:

A)La rapidez angular de la rueda, B) la rapidez tangencial y la magnitud de la aceleración total del punto P y C) la posición angular del punto P.



Resolución para este caso se debe de resolver la parte angular para proceder a la lineal.

$$Datos: \varphi = 2m \quad R = 1m \quad \alpha = \; 4\, {}^{rad}/_{s^2} \quad \omega_o = \; 0\frac{rad}{s} \quad \theta_o = 57.3\,° \; \approx 1.0\, rad$$

a)Para el tiempo t= 2s la posición P a cambiado por lo cual es necesario realizar

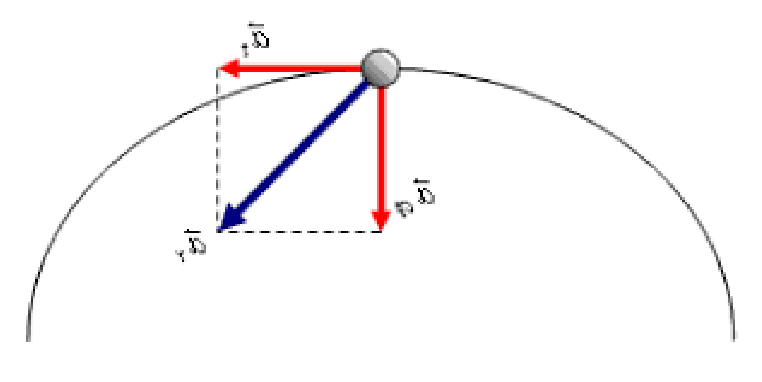
El calculo de la rapidez angular de la rueda en ese momento.

$$\omega_f \; = \; \omega_o + \; \alpha t = \; \; 0 + 4(2) = \; \; 8\frac{rad}{s}$$

b) Rapidez lineal y aceleración total en t = 2 s

$$|v_{tan}| = R\omega_f = (1\, m)\left(8\frac{rad}{s}\right) \; = 8\frac{m}{s}$$

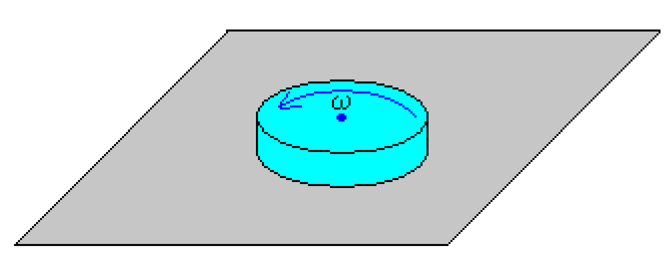
$$|a_{total}| = R \; \sqrt{\omega_f^4 \; + \; \alpha^2} \; = (1)\sqrt{8^4 + \; 4^2} = 64.12\, m/s^2$$



c) La posición angular del punto P en el tiempo t= 2s

$$\theta_f \; = \; \theta_o + \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \; = 1 + 0(2) + \frac{1}{2}(4)(2)^2 = 9\, rad$$

Problema 1. Un disco uniforme de radio R= 0.4m y masa de 45kg gira en un plano horizontal alrededor de un eje vertical sin fricción que pasa por el centro del disco. La aceleración que gira el disco varía con el tiempo de acuerdo con la función $\alpha(t) = 4.10t + 12.6t^2$ dado en rad/s2 y teniendo que el instante t= 0s parte del reposo Calcule:



a) Cual será la velocidad angular en el instante de 10 s.

b) Cual será el desplazamiento en el intervalo de t= (0, 10)s .

c) Los valores de rapidez tangencial y aceleración tangencial, total en el instante de 10s.

a)$\omega(t) = \int \alpha(t)dt = \int (4.10t + 12.6t^2)dt = 2.05\,t^2 + 4.20t^3 + \omega_o$

$$\omega_f = \omega_o + 2.05\,t^2 + 4.20t^3 = 0 + 2.05(10)^2 + 4.20(10)^3 = 4{,}405\,\frac{rad}{s}$$

b) $\theta(t) = \int \omega(t)dt = \int_0^{10} (2.05t^2 + 4.2t^3)dt = 0.68\,t^3 + 1.05t^4 = 0.68\,(10)^3 + 1.05(10)^4 = 11{,}180\,rad$

Nota: en este caso se encontró un desplazamiento y no una posición final angular debido a que no se sabe de donde parte su posición inicial el sistema.

c) $|v_{tan}| = R\omega_f = (0.4\,m)\left(4{,}405\,\frac{rad}{s}\right) = 1{,}762\,\frac{m}{s}$

$$\alpha(t = 10s) = 4.10t + 12.6t^2 = 4.10(10) + 12.6(10)^2 = 1{,}301\ {rad}/{s^2}$$

$$|a_{tan}| = R\alpha = (0.4\,m)\left(1{,}301\,\frac{rad}{s^2}\right) = 520.4\,\frac{m}{s^2}$$

$$|a_{total}| = R\,\sqrt{\omega_f^4 + \alpha^2} = (0.4)\sqrt{4{,}405^4 + 1{,}301^2} = 7{,}761{,}610.01\,\frac{m}{s^2} \approx 7.761\,x10^6\,m/s^2$$