Clase Física 2 08

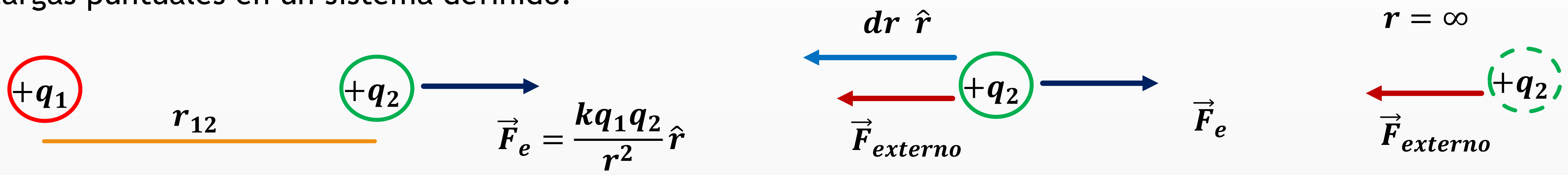
Energía Potencial Eléctrica de partículas

Potencial Eléctrico de Partículas

Superficies equipotenciales

Energía Potencial Eléctrica

La energía potencial electrostática o energía potencial eléctrica es un tipo de energía potencial (medida en julios en el S.I.) que resulta de la fuerza de Coulomb y está asociada a la configuración particular de un conjunto de cargas puntuales en un sistema definido.



la energía potencial electrostática se define como el negativo del trabajo hecho por la fuerza electrostática para llevar la carga desde la posición de referencia

$$W_{Agent\ Ext} = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\infty}^{r_{12}} \vec{F}_{ag\ ext} dr = \int_{\infty}^{r_{12}} -\frac{kq_1q_2}{r^2} dr = -kq_1q_2 \left[\frac{-1}{r}\right]_{\infty}^{r_{12}} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}} \quad [J]$$

Este seria el trabajo general por el agente externo para lograr atraer a dos partículas desde el infinito hasta una distancia r.

$$U = \frac{kq_1q_2}{r_{12}} \qquad \frac{+\ si\ las\ cargas\ tienen\ mismo\ signo}{-\ si\ las\ cargas\ tienen\ signo\ opuesto}$$

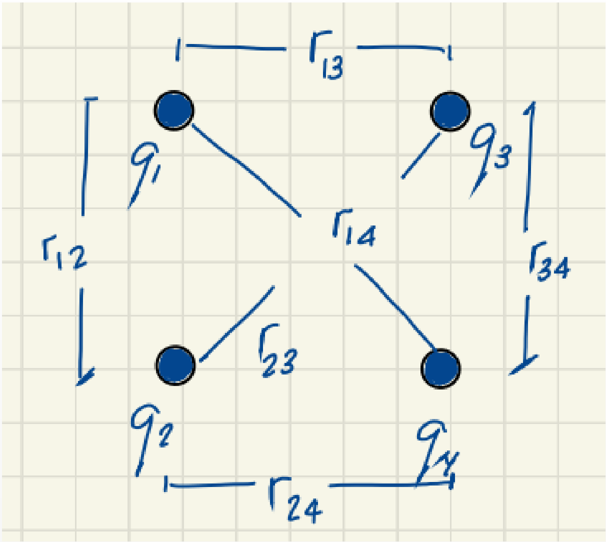
$$U = 0\,J \quad cuando \quad r \to \infty$$

$$W_{externo} = \Delta U = U_f - U_o$$

$$W_{Fe} = -\Delta U = -(U_f - U_o)$$

Energía potencial eléctrica de sistemas de cargas y efectos de Conservación de la energía.

En todo sistema las energías se calculan por todas las posibles interacciones que tienen las cargas entre si.



$$U = \frac{kq_1q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_1q_4}{r_{14}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}} + \frac{kq_2q_4}{r_{24}} + \frac{kq_3q_4}{r_{34}}$$

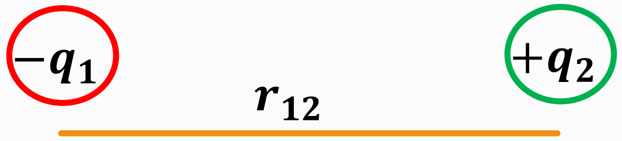
Conservación de la energía para sistemas de cargas

$$E_f = E_o$$
$$K_f + U_f = K_o + U_o$$

Nota: en toda esta sección si será necesario el uso de los signos de las cargas en las expresiones para sus resultados finales.

Ejemplo 1. ¿A que distancia de una carga puntual de $-7\mu C$ se debe de colocar otra carga de $+2.3\mu C$, si se requiere que la energía potencial eléctrica del par de cargas sea de - 0.40 J? Tome la energía potencial cero cuando las cargas están infinitamente lejos separadas la una de la otra.

Resolución como lo que buscamos es la distancia para generar tal energía lo que tendremos que suponer es que estas provienen del infinito llegando a estar separados la distancia requerida.

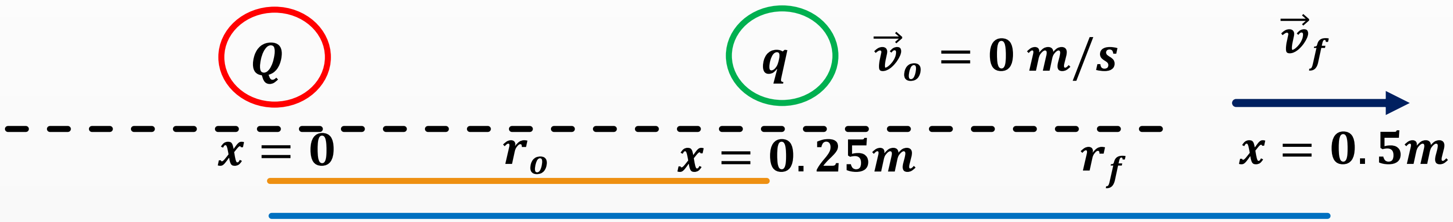


$$U = \frac{kq_1q_2}{r_{12}}$$

$$r_{12} = \frac{kq_1q_2}{U} = \frac{(9x10^9)(-7.2x10^{-6})(2.3x10^{-6})}{-0.40}$$

$$r_{12} = 0.373m$$

Ejemplo 2. Se mantiene fija en el origen una carga puntual $Q = +4.6\ \mu C$. Se coloca sobre el eje “x”, a 0.25m del origen se coloca una segunda carga puntual $q = +1.2\ \mu C$ con una masa de $2.8x10^{-4}\ kg$. a) Cual es la energía potencial eléctrica de las cargas del sistema(tomar siempre en el infinito la energía 0 J). b) se deja libre la segunda carga puntual, inicialmente en reposo. ¿Cuál es su rapidez cuando su distancia con el origen es de 0.5m?



Resolución estableciendo el sistema en la imagen procedemos a realizar el calculo en los puntos establecidos sin considerar los puntos intermedios agregado considerar que la energía potencial eléctrica al infinito cero.

a. la energía potencial al inicio de este sistema se dará a x=0.25m entre las dos partículas.

$$U = \frac{kQq}{r_o} = \frac{(9x10^{9})(4.6x10^{-6})(1.2x10^{-6})}{0.25} = \mathbf{0.19872\ J}$$

b. Calculo de la rapidez cuando la carga “q” llegue a la distancia x=0.5m, considerar teorema de conservación de la energía para este caso. $\boldsymbol{E_f = E_o}$

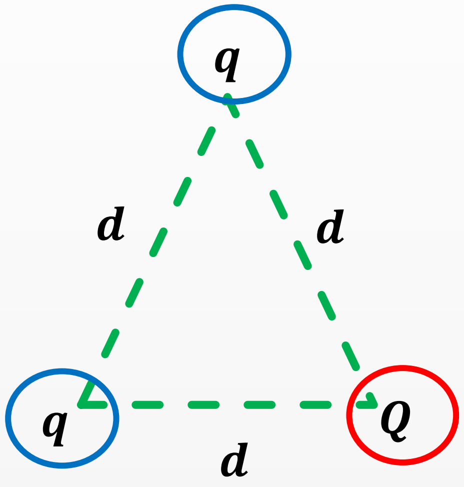
$$\boldsymbol{K_f + U_f = \cancel{K_o} + U_o}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{kQq}{r_f} = \frac{kQq}{r_o}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{kQq}{r_o} - \frac{kQq}{r_f}$$

$$v_f = \sqrt[2]{\frac{2kQq\left({}^{1}/_{r_o} - {}^{1}/_{r_f}\right)}{m}} = \sqrt[2]{\frac{2(9x10^{9})(4.6x10^{-6})(1.2x10^{-6}))\left({}^{1}/_{0.25} - {}^{1}/_{0.5}\right)}{2.8x10^{-4}}} = \mathbf{26.64\ m/s}$$

Ejemplo 3. Tres cargas puntuales que inicialmente están infinitamente lejos las unas de las otras se colocan en los vértices de un triangulo equilátero de lados “d”. Dos de las cargas puntuales son idénticas y su carga es q. si el trabajo neto que se requiere para colocar las tres cargas en los vértices del triangulo es cero. ¿Cuál será la expresión para la carga Q para que este sistema se logre?



Resolución en este caso las cargas estaban en el infinito y fueron forzadas a moverse hasta la configuración deseada por lo tanto es el trabajo del agente externo el que lo genero, pero indican que el trabajo neto del agente externo será de cero para que se pueda determinar la carga Q.

$$W_{externo} = \Delta U = U_f - U_o$$

$$0 = U_f - \cancel{U_o}$$

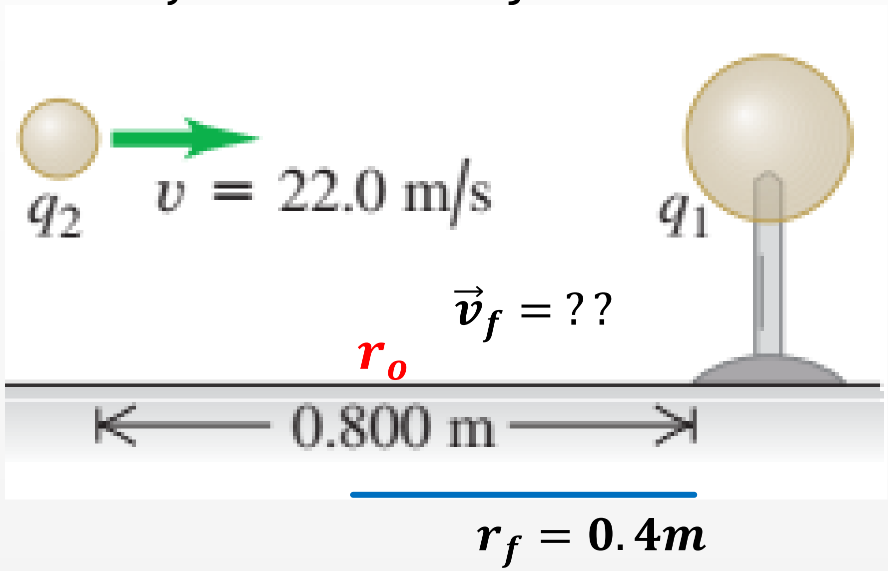
$$0 = \frac{kqq}{d} + \frac{kQq}{d} + \frac{kQq}{d}$$

$$-\frac{2kQq}{\cancel{d}} = \frac{kq^2}{\cancel{d}}$$

$$-2\cancel{k}Q\cancel{q} = \cancel{k}q^{\cancel{2}}$$

$$Q = \frac{-q}{2}$$

Ejemplo 4. Una pequeña esfera de metal con una carga negativa de $q_1 = -2.8\mu C$ se mantiene fija en su posición a través de una varilla aislante de soporte. Una segunda esfera de carga $q_2 = -7.8\mu C$ y con una masa de 1.5g se lanza hacia q1. Cuando las dos esferas están separadas una distancia de 0.8m, q2 se mueve hacia q1 con una velocidad de 22 m/s. a) ¿Cuál es la velocidad de q2 cuando las esferas se encuentran separadas 0.4m? b). que tan cera llegara q2 de q1 ? Ignorar todos los efectos de las fuerzas gravitacionales y tratar a los objetos como partículas puntuales.



Resolución en el sistema al ser dos cargas de mismo signo se repelen por lo tanto es un sistema de frenado por este proceso, pero se podrá conservar la energía del sistema.

a. la velocidad que tendrá la carga q2 cuando se logra acercar a x=0.4m de q1

$$\boldsymbol{E_f = E_o}$$

$$\boldsymbol{K_f + U_f = K_o + U_o}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{kq_2q_1}{r_f} = \frac{kq_2q_1}{r_o} + \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{kq_2q_1}{r_o} - \frac{kq_2q_1}{r_f} + \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$v_f = \sqrt[2]{\frac{2kq_2q_1\left(1/r_o - 1/r_f\right) + mv_o^2}{m}} = \sqrt[2]{\frac{2(9x10^9)(-7.8x10^{-6})(-2.8x10^{-6}))(1/0.8 - 1/0.4) + (0.0015)(22)^2}{0.0015}} = \boldsymbol{12.5\frac{m}{s}}$$

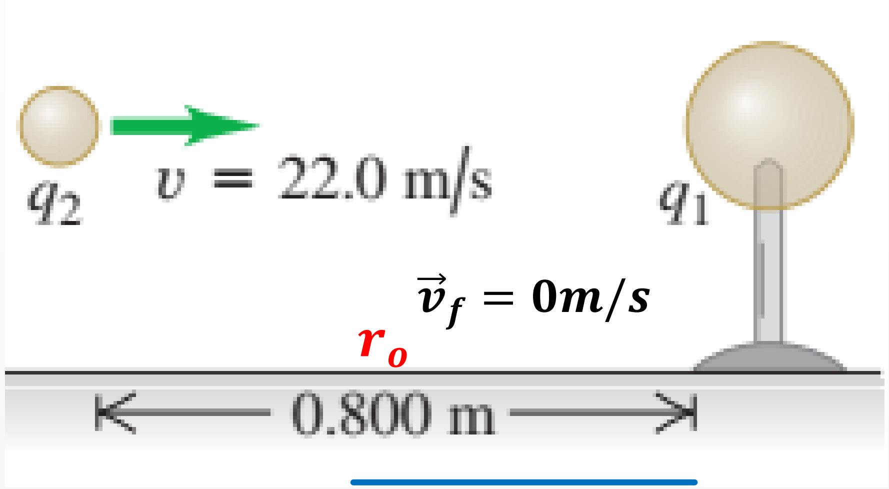
b. Se estimara la distancia mas próxima que podrá tener la partícula q2 al momento de acercarse a q1 teniendo una rapidez en ese momento de cero.

$$\boldsymbol{E_f = E_o}$$

$$\boldsymbol{\cancel{K_f} + U_f = K_o + U_o}$$

$$\frac{kq_2q_1}{r_f} = \frac{kq_2q_1}{r_o} + \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$\frac{kq_2q_1}{r_f} = \frac{kq_2q_1}{r_o} + \frac{1}{2}mv_o^2$$



$\boldsymbol{r_f}$ =??

En este caso por lo extensas de las expresiones se realizara las operaciones para estimar los valores mas próximos.

$$\frac{(9x10^9)(-2.8x10^{-6})(-7.8x10^{-6})}{r_f} = \frac{(9x10^9)(-2.8x10^{-6})(-7.8x10^{-6})}{0.8} + \frac{1}{2}(0.0015)(22)^2$$

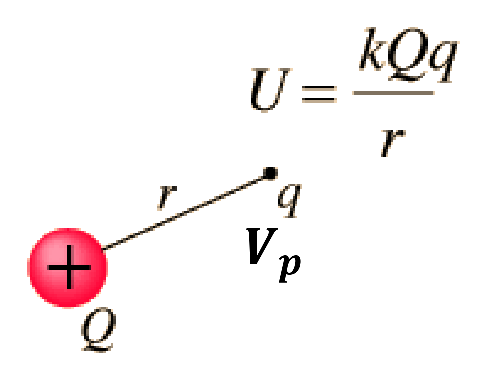
$$\frac{0.19656}{r_f} = 0.2457 + 0.363$$

$$r_f = \frac{0.19656}{0.2457 + 0.363} = \boldsymbol{0.32m}$$

Potencial Eléctrico

El potencial eléctrico o también trabajo eléctrico en un punto, es el trabajo a realizar por unidad de carga para mover dicha carga dentro de un campo electrostático desde el punto de referencia hasta el punto considerado, ignorando el componente irrotacional del campo eléctrico. Dicho de otra forma, es el trabajo que debe realizar una fuerza externa para traer una carga positiva unitaria q desde el punto de referencia hasta el punto considerado, en contra de la fuerza eléctrica y a velocidad constante.

$$V_p = \frac{U}{q} = \frac{kQq/_r}{q} = \frac{kQ}{r} \quad \left[1\frac{J}{C} = 1\,Volt\right]$$



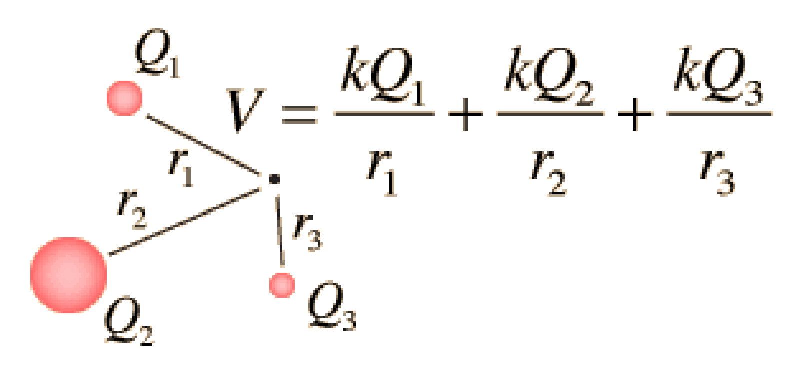
V (+) si la carga es positiva

V (-) si la carga es negativa

V= 0 cuando el radio se aproxime al infinito

$$\boldsymbol{W_{externo} = \Delta U = U_f - U_o = qV_f - qV_o}$$

Sistema de varias cargas en un punto

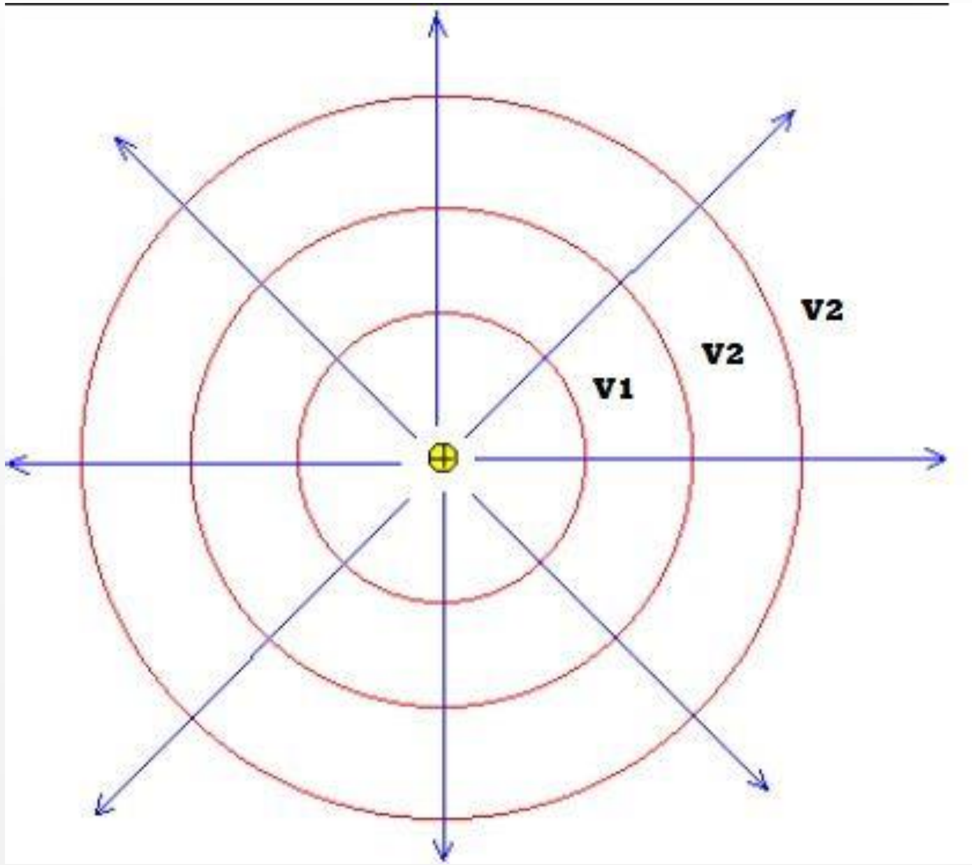


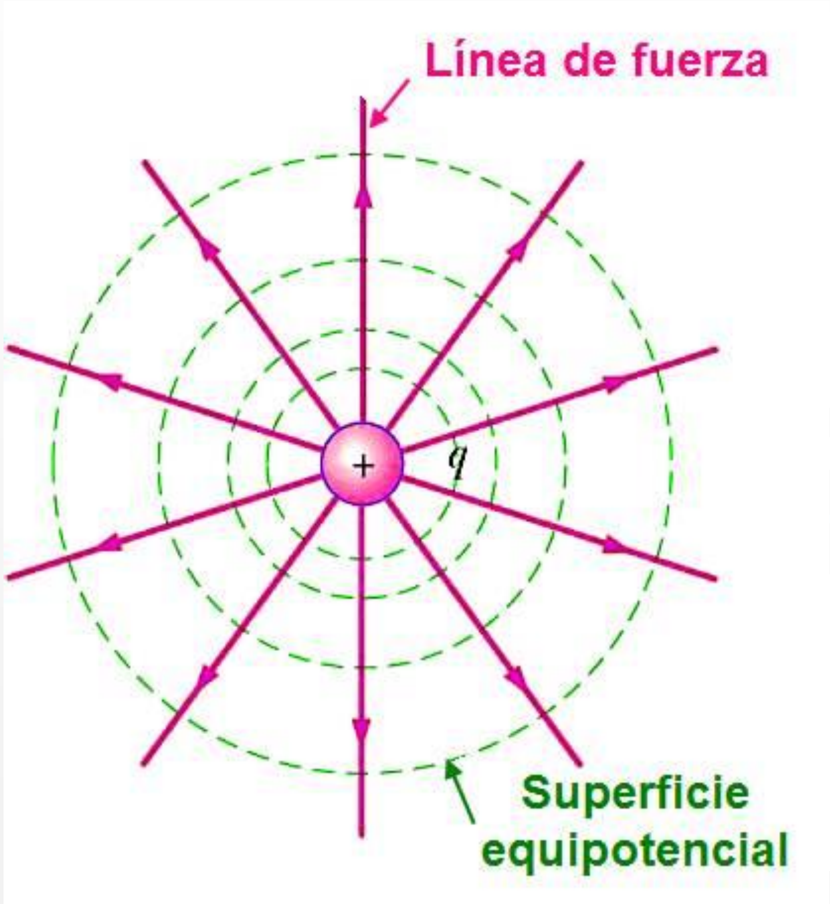
Potencial Eléctrico en forma de distribuciones continuas

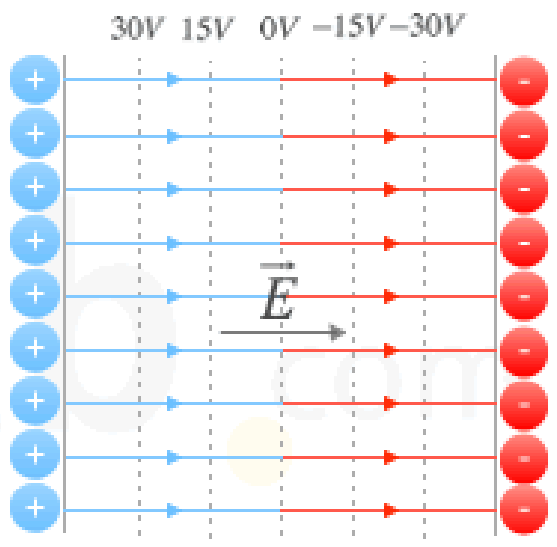
$$V_p = \int dV = \int \frac{kdq}{r} \quad [Volt]$$

Superficies Equipotenciales

Una superficie equipotencial es el lugar geométrico de los puntos de un campo escalar en los cuales el "potencial de campo" o valor numérico de la función que representa el campo, es constante.



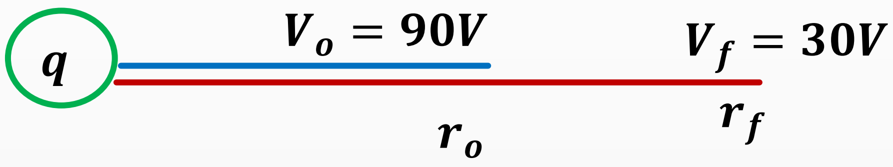




El potencial va disminuyendo conforme se aleje de la fuente de campo y cada superficie equipotencial tendrá el mismo valor de potencial eléctrico asociado a un radio “r” . una partícula podrá experimentar variaciones si tiene cambios entre superficies equipotenciales.

Ejemplo 5. Se tiene una carga puntual de $25x10^{-12}C.$ ¿A que distancia de esta carga el potencial eléctrico es de 90V y 30V ?

Resolución en este caso recordemos que el potencial eléctrico es una medida escalar por lo tanto sabremos que estos valores de potencial estarán dados para una distancia del punto de origen que será la carga puntual.



Para 90V

$$V_o = \frac{kq}{r_o}$$

$$r_o = \frac{kq}{V_o} = \frac{(9x10^9)(25x10^{-12})}{90} = 0.0025\, m \approx 2.5mm$$

Para 30V

$$V_f = \frac{kq}{r_f}$$

$$r_f = \frac{kq}{V_f} = \frac{(9x10^9)(25x10^{-12})}{30} = 0.0075\, m \approx 7.5mm$$