

### TAREA No. 3

#### Examen Final

1) Resuelva las ecuaciones exponenciales y logarítmicas

- a)  $2[\log_{25}(x)]^2 = \log_{25}(x^3)$
- b)  $5^{x+1} + 5^{2-x} = 126$
- c)  $9\log_{1000}x = [\log(x)]^3$
- d)  $5(25)^x = \frac{6^x}{36}$
- e)  $\sqrt[x]{3^{x+6}} - x^{-1}\sqrt{3^x}$
- f)  $4\log\left(\frac{x}{5}\right) + \log\left(\frac{625}{4}\right) = 2\log x$
- g)  $\log_4(x+1) = 2 + \log_4(3x-2)$
- h)  $(\log_3 x)^2 - 6\log_9 x + 2 = 0$
- i)  $4^{x-1} + 3 \cdot 4^{x+1} = 196$
- j)  $22\log_4(x-1) + 6\log_8\sqrt{x+1} = 3$

2) Resuelva los siguientes problemas de Modelado con funciones exponenciales

- a) En el laboratorio se estudia una muestra de Bismuto 210, la que luego de 8 días se ha reducido a un tercio de la cantidad original. Con esta información determine:
  - 1. Determine un modelo que pronostique la cantidad de Bismuto 210 que queda después de que ha transcurrido un tiempo t.
  - 2. La vida media del bismuto 210
  - 3. ¿después de cuánto tiempo quedara únicamente el 15% de la muestra original.
- b) La población de una comunidad crece de acuerdo con un modelo exponencial. Los datos aportan evidencia de que la población se duplico en 5 años.
  - 1) Construya una función que modele el crecimiento poblacional
  - 2) Determine en cuanto tiempo se triplicará la población
- c) Se sabe que cierto material radiactivo se desintegra a una razón proporcional a la cantidad presente. Si inicialmente hay 80 miligramos de material y después de 3 horas se observa que el material ha perdido el 10% de su masa original.
  - 1) Obtenga una expresión para la masa de material restante en un momento t
  - 2) ¿Cuántos miligramos quedan después de 8 horas?
  - 3) ¿Cuál es la vida media de este material?
  - 4) Esboce la gráfica de la función
- d) La población de una comunidad crece de acuerdo con un modelo natural. Si la población es de 60000 personas después de 3 años y tarda 5 años en duplicarse la población inicial, entonces responda lo siguiente:
  - 1) Calcule la población inicial y la tasa de crecimiento
  - 2) después de definir el modelo de crecimiento, ¿Cuál será la población a los 8 años?
- e) La aspirina se elimina del organismo de acuerdo con un modelo exponencial. Un comprimido (1 pastilla) de 500 mg se reduce a 171 mg después de cuatro horas y que el medicamento surta efecto, debe haber un mínimo de 100 mg en el cuerpo.

- 1) Si Juan toma dos comprimidos a las 12:00 horas, ¿a que hora dejara de surtir efecto el medicamento?
  - 2) ¿Cuál es la vida media de la aspirina?
- f) El einstenio 253 decae con una rapidez proporcional a la cantidad que se tenga. Determinar la vida media del einstenio si este material pierde un tercio de su masa en 11.7 días.
- g) Si una taza de café tiene una temperatura de  $200^{\circ}\text{F}$  cuando acaba de servirse y un minuto después se ha enfriado hasta  $190^{\circ}\text{F}$  en un cuarto cuya temperatura es de  $70^{\circ}\text{F}$ , determine el momento en que el café alcanza una temperatura de  $150^{\circ}\text{F}$ .
- h) La temperatura máxima que puede medir cierto termómetro es de  $110^{\circ}\text{F}$ . Cuando el termómetro marca  $36^{\circ}\text{F}$ , se coloca en un horno. después de 1 y 2 minutos, las temperaturas respectivas son de  $60^{\circ}\text{F}$  y  $80^{\circ}\text{F}$ . ¿Cuál es la temperatura del horno?
- i) Un refresco que estaba a  $10^{\circ}\text{C}$ , se calienta hasta  $20^{\circ}\text{C}$  en un lugar con temperatura ambiente de  $40^{\circ}\text{C}$
- 1) Encontrar su temperatura después de 20 minutos y después de media hora.
  - 2) En qué momento será la temperatura de  $25^{\circ}\text{C}$ .
- 3) Resuelva los siguientes problemas de triángulos
- a) Un globo aerostático es suspendido en el aire, pero sujetado con dos cables que se anclan a la ladera de una colina cuyo ángulo de inclinación es de  $30^{\circ}$ . El primer cable de 12 metros de longitud se ancla a un punto A, que se encuentra a la izquierda del globo y ladera arriba. Los cables están perfectamente tensos y unidos al globo en un punto común C. Si la distancia sobre la colina entre los puntos de anclaje es de 20 m, determine:
- a) el ángulo de elevación del cable anclado en el punto A, use la ley de cosenos
  - b) el ángulo de elevación del cable anclado en el punto B, use la ley de senos,
  - c) la distancia mas corta del globo (en el punto C) a la colina.
- b) Sobre la ladera de una colina que tiene una inclinación de  $30^{\circ}$ , se instala un poste de 20 metros de altura. El poste se sujeta con un cable de acero perfectamente tensado en un punto de anclaje que se localiza 20 metros colina debajo de la base del poste. Si el ángulo que se forma entre el poste y la ladera de la colina es de  $120^{\circ}$  calcule:
- a) la longitud del cable,
  - b) el ángulo de elevación del cable
- c) Desde un barco que navega hacia un faro, se observa que el ángulo de elevación a la parte mas alta del faro es de  $15^{\circ}$ , cuando el barco se ha desplazado 100 metros hacia el faro el ángulo de elevación es de  $23^{\circ}$ , determine:
- a) calcular la altura del faro,
  - b) calcule la distancia a la que se encuentre el barco del faro en el momento de segunda observación.
- d) Dos autos A y B que se encuentra a 5 millas de distancia entre sí, se encuentran estacionados en el borde de una carretera recta. En ese instante un helicóptero que esta volando sobre la carretera observa los dos autos con ángulos de depresión de  $32^{\circ}$  y  $48^{\circ}$  respectivamente,
- a) determine la distancia del helicóptero al punto A.
  - b) la altitud a la que vuela el helicóptero.
- e) Se instalará un poste de tensión eléctrica sobre una colina cuyo ángulo de inclinación es de  $30^{\circ}$ . Se colocarán un cable de sujeción que ira desde la parte superior del poste a un punto que se localiza a 8 metros colina abajo. Si el ángulo de elevación desde el punto de

sujeción a la parte mas alta del poste es desde  $45^\circ$ , encuentre a) la longitud del cable de sujeción, b) la altura del poste utilizando la ley de cosenos.

- f) Un topógrafo parte de la estación A y se desplaza 25 millas en la dirección  $N65^\circ E$  y llega a la estación B de donde parte en dirección  $N15^\circ O$  desplazándose 45 millas, llegando a la estación C. a) encuentre la distancia de la estación C a la estación A, b) encuentre el rumbo de la estación C a la estación A.
- g) Un velero con motor sale de Naples, hacia Key West, que está a 160 millas en dirección noreste. Mantiene una velocidad constante de 20 millas por hora, pero dado que hay vientos cruzados y corrientes fuertes, la tripulación encuentra, después de 4 horas que esta  $25^\circ$  fuera de curso. A partir de esta información, determine: a) a que distancia esta el velero de Key West en este momento, b) En qué dirección debe girar el velero para corregir su rumbo, c) cuanto tiempo se agregó al viaje suponiendo que la velocidad se conserva constante de 20 min/h

4. Resuelva las ecuaciones trigonométricas

- a)  $\operatorname{sen} x + 1 = \cos x$  para  $[0, 2\pi]$   
 b)  $5\operatorname{sen}^2 x - 7\cos x - 3 = 0$   
 c)  $\cos(2x) + \cos(x) = 2$   $[0, 2\pi]$   
 d)  $2\sec x \operatorname{sen} x + 2 = 4\operatorname{sen} x + \sec x$   $[0, 2\pi]$   
 e)  $4\cos^2(x) + 7\cos(x) + 3 = 0$

5. Dada la siguiente función trigonométrica

a)  $f(x) = -3 \cos\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right) + 2$

Determine: a) el valor de la amplitud, b) el ángulo de cambio de fase, c) el periodo de la función, d) grafica de la función.

b)  $f(x) = -3 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$

Determine: a) el valor de la amplitud, b) el ángulo de cambio de fase, c) el periodo de la función, d) grafica de la función.

c)  $f(x) = -3 \cos(6x + \pi) - 2$

Determine: a) el valor de la amplitud, b) el ángulo de cambio de fase, c) el periodo de la función, d) grafica de la función.

d) La siguiente figura, muestra la gráfica de una función trigonométrica f, trazada en un periodo. Halle una formula para ella.



