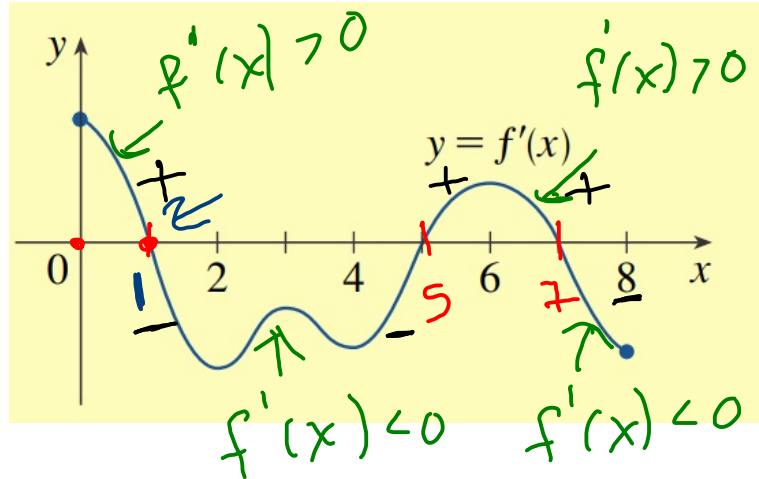


# ***Aplicaciones de la derivada***

**5-6** En los ejercicios 5 y 6, se muestran las gráficas de la derivada  $f'$  de una función  $f$ .

- (a) ¿En qué intervalos  $f$  crece o decrece?
- (b) ¿Para qué valores de  $x$ ,  $f$  tiene un máximo o mínimo local?



a)  $(0, 1)$   $f(x)$  ~~DECRECE~~ **CRECE**  
 $(1, 5)$   $f(x)$  ~~CRECE~~ **DECRECE**  
 $(5, 7)$   $f(x)$  ~~DECRECE~~ **CRECE**  
 $(7, 8)$   $f(x)$  ~~CRECE~~ **DECRECE**.

b)  $f'(x) = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 5$ ,  $x = 7$

$x = 1$  MÁXIMO LOCAL,  $f(1) = \text{VALOR MÁXIMO LOCAL}$

$x = 5$  MÍNIMO LOCAL,  $f(5) = \text{VALOR MÍNIMO LOCAL}$

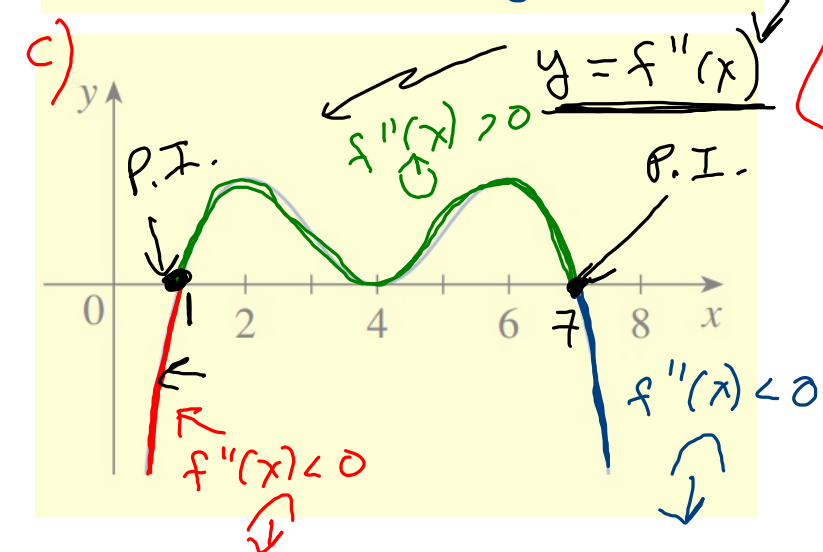
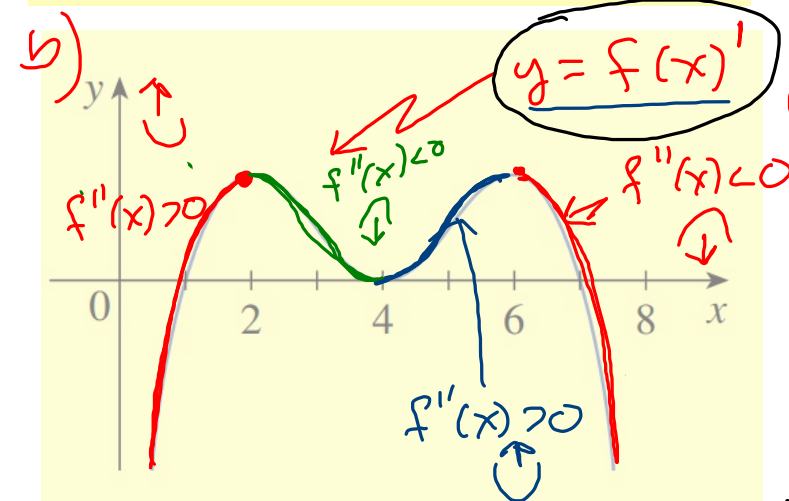
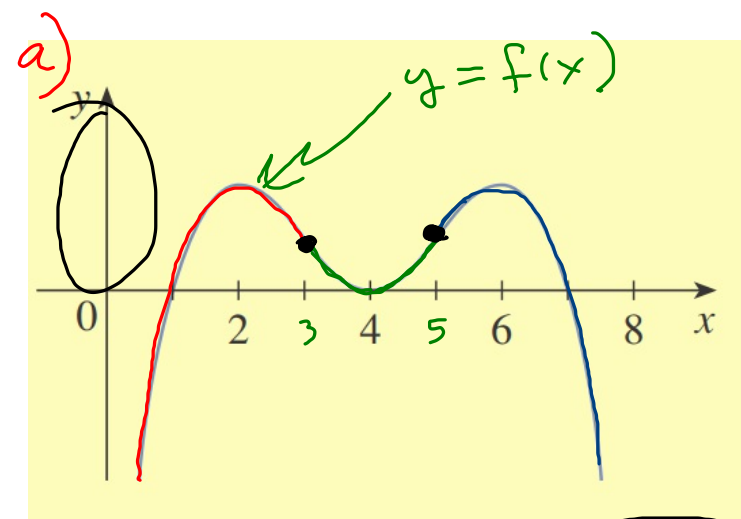
$x = 7$  MÁXIMO LOCAL,  $f(7) = \text{VALOR MÁXIMO LOCAL}$

**Prueba de la primera derivada** Suponga que  $c$  es un número crítico de una función continua  $f$ .

- (a) Si  $f'$  cambia de positiva a negativa en  $c$ , entonces  $f$  tiene un máximo local en  $c$ .
- (b) Si  $f'$  cambia de negativa a positiva en  $c$ , entonces  $f$  tiene un mínimo local en  $c$ .
- (c) Si  $f'$  es positiva por ambos lados de  $c$ , o negativa por ambos lados de  $c$ , entonces  $f$  no tiene ningún máximo o mínimo local en  $c$ .

En cada inciso establezca las coordenadas  $x$  de los puntos de inflexión de  $f$ . Dé las razones de sus respuestas.

- (a) La curva dada es la gráfica de  $f$ .  
 (b) La curva dada es la gráfica de  $f'$ . ←  
 (c) La curva dada es la gráfica de  $f''$ .



a) ↓ ↓  
 cóncava  
 ABAJO  
↓ ↑ ←  
 cóncava  
 ARRIBA

(0, 3) conc. ↓ Ptos  
 INFLEXIÓN  
 (3, 5) conc. ↑ (3, f(3))  
 (5, 8) conc. ↓ (5, f(5))

$f''(x) > 0$   $f'(x)$  CRECE  
 (0, 2)

$f''(x) < 0$ ,  $f'(x)$  DECRECE  
 Ptos INFLEXIÓN  
 (2, f(2)), (4, f(4)), (6, f(6))

$f''(x) > 0$   $f''(x) < 0$

PUNTOS INFLEXIÓN (P.I.)  
 (1, f(1)) (7, f(7))

- (a) Encuentre los intervalos sobre los cuales  $f$  es creciente o decreciente.
- (b) Encuentre los valores máximos y mínimos locales de  $f$ .
- (c) Encuentre los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión.

$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$

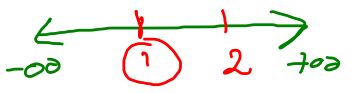
a)  $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 0$

$f'(x) = 0$

$f'(x) \neq 0$

$(-\infty, 1) \quad (1, 2) \quad (2, +\infty)$

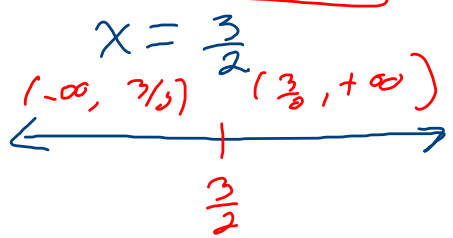
b)  $x = 1, x = 2$



INTERVALO	SIGNO $\rightarrow f'(x)$	CONCLUSIÓN
$\rightarrow (-\infty, 1) \quad (1, 2)$	$+ \leftarrow$	$f$ CRECE
$\rightarrow x = 1$		MÁX LOCAL
$\rightarrow (1, 2) \quad (2, +\infty)$	$\leftarrow -$	$f$ DECRECE
$\rightarrow x = 2$		MÍN LOCAL
$(2, +\infty)$	$+ \rightarrow$	$f$ CRECE

c)  $f''(x) = 12x - 18 = 0$

VALORES CRÍTICOS



INTERVALO	SIGNO $\rightarrow f''(x)$	CONCLUSIÓN
$\rightarrow (-\infty, \frac{3}{2}) \quad (0)$	$- \leftarrow$	$f \downarrow$ cóncava ABAJA
$\rightarrow x = \frac{3}{2}$		PUNTO INFLEXIÓN $(\frac{3}{2}, f(\frac{3}{2}))$
$\rightarrow (\frac{3}{2}, +\infty) \quad (5)$	$+ \rightarrow$	$f \uparrow$ cóncava ARRIBA

$f''(\frac{3}{2}) = 0$

24-31 Trace la gráfica de una función que satisfaga todas las condiciones. dadas.

$f'(5) = 0, \quad f'(x) < 0$  cuando  $x < 5,$

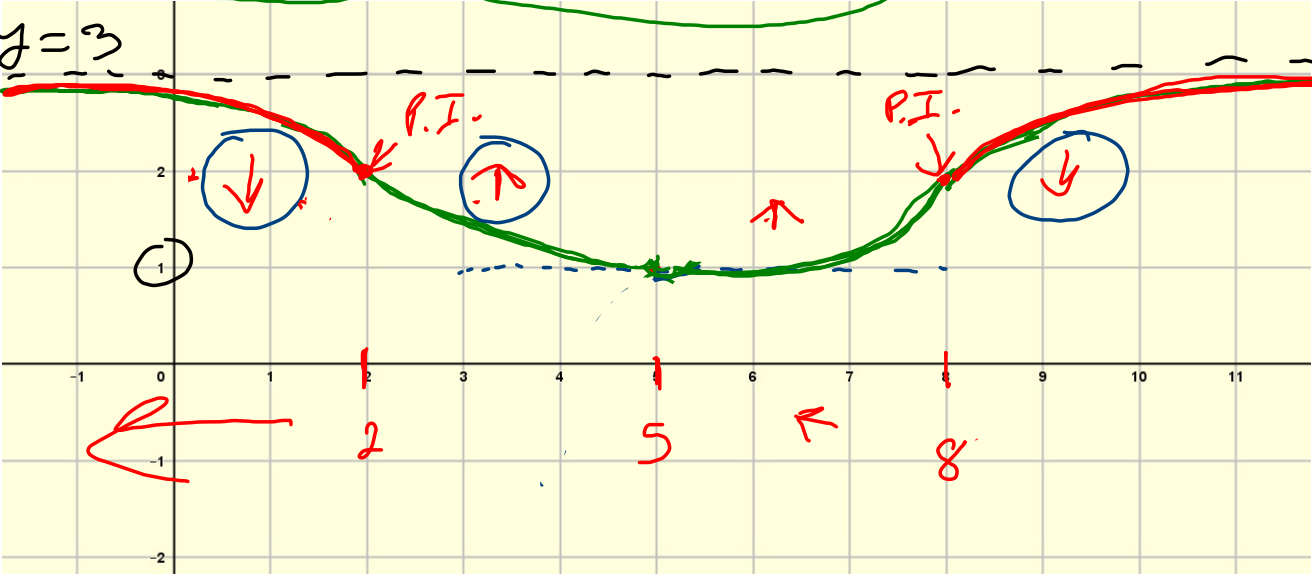
$f'(x) > 0$  cuando  $x > 5, \quad f''(2) = 0, \quad f''(8) = 0,$

$f''(x) < 0$  cuando  $x < 2$  o  $x > 8,$

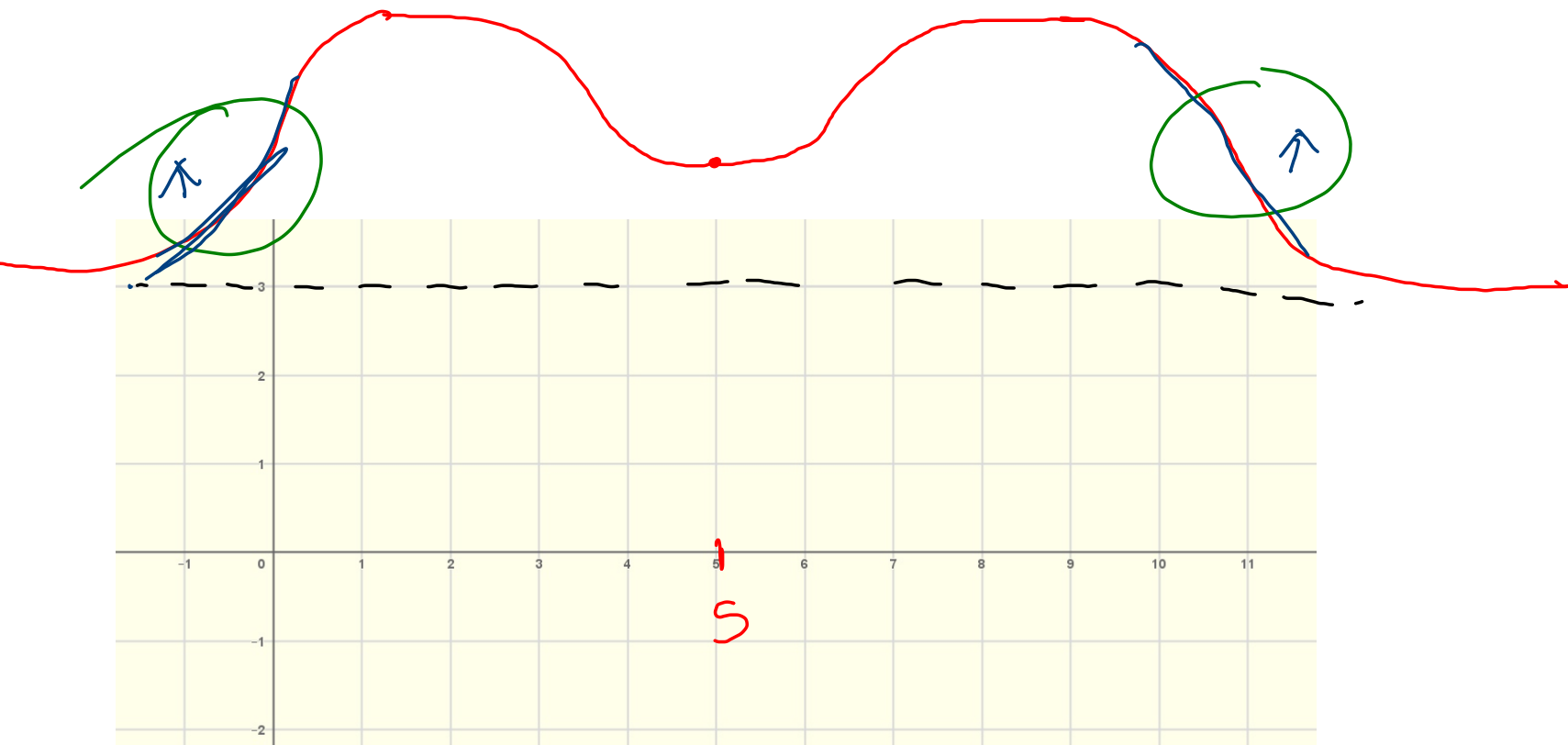
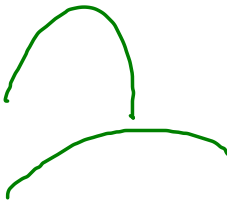
$f''(x) > 0$  para  $2 < x < 8, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$

$f$  DECRECE  
P.I.?

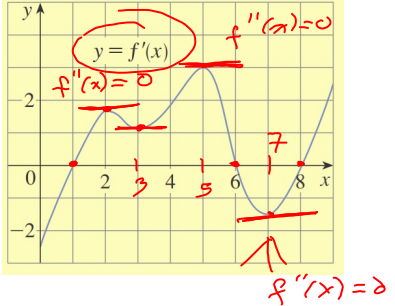
A.H.  $y = 3$



$y = f(x)$



- 35-36** Se muestra la gráfica de la derivada  $f'$  de una función continua  $f$ .
- (a) ¿En qué intervalos es  $f$  creciente? ¿Decreciente?
  - (b) ¿En qué valores de  $x$  tiene  $f$  un máximo local? ¿Y un mínimo local?
  - (c) ¿En qué intervalos es  $f$  cóncava hacia arriba? ¿Cóncava hacia abajo?
  - (d) Establezca las coordenadas  $x$  de los puntos de inflexión.
  - (e) Suponiendo que  $f(0) = 0$ , trace una gráfica de  $f$ .



VALORES CRÍTICOS ( $f'$ ,  $f''$ )

$f'(x)=0$ ,  $x=1, 3, 5, 7, 8$

$f''(x)=0$ ,  $x=2, 3, 5, 7$



INTERVALO	SIGNO $f'(x)$	SIGNO $f''(x)$	CONCLUSIÓN
$(-\infty, 1) \cup (0.5)$	$-$	$+$	DECRECE, $\uparrow$
$x=1$			MÍN LOCAL.
$(1, 2) \cup (1.5)$	$+$	$+$	CRECE, $\uparrow$
$x=2$			P.I.
$(2, 3) \cup (2.5)$	$+$	$-$	CRECE, $\downarrow$
$x=3$			P.I.
$(3, 5) \cup (4)$	$+$	$+$	CRECE, $\uparrow$
$x=5$			P.I.
$(5, 6) \cup (5.5)$	$+$	$-$	CRECE, $\downarrow$
$x=6$			MÁX LOCAL.
$(6, 7) \cup (6.5)$	$-$	$-$	DECRECE, $\downarrow$
$x=7$			P.I.
$(7, 8) \cup (7.5)$	$-$	$+$	DECRECE, $\uparrow$
$x=8$			MÍN LOCAL.
$(8, +\infty) \cup (8.5)$	$+$	$+$	CRECE, $\uparrow$

