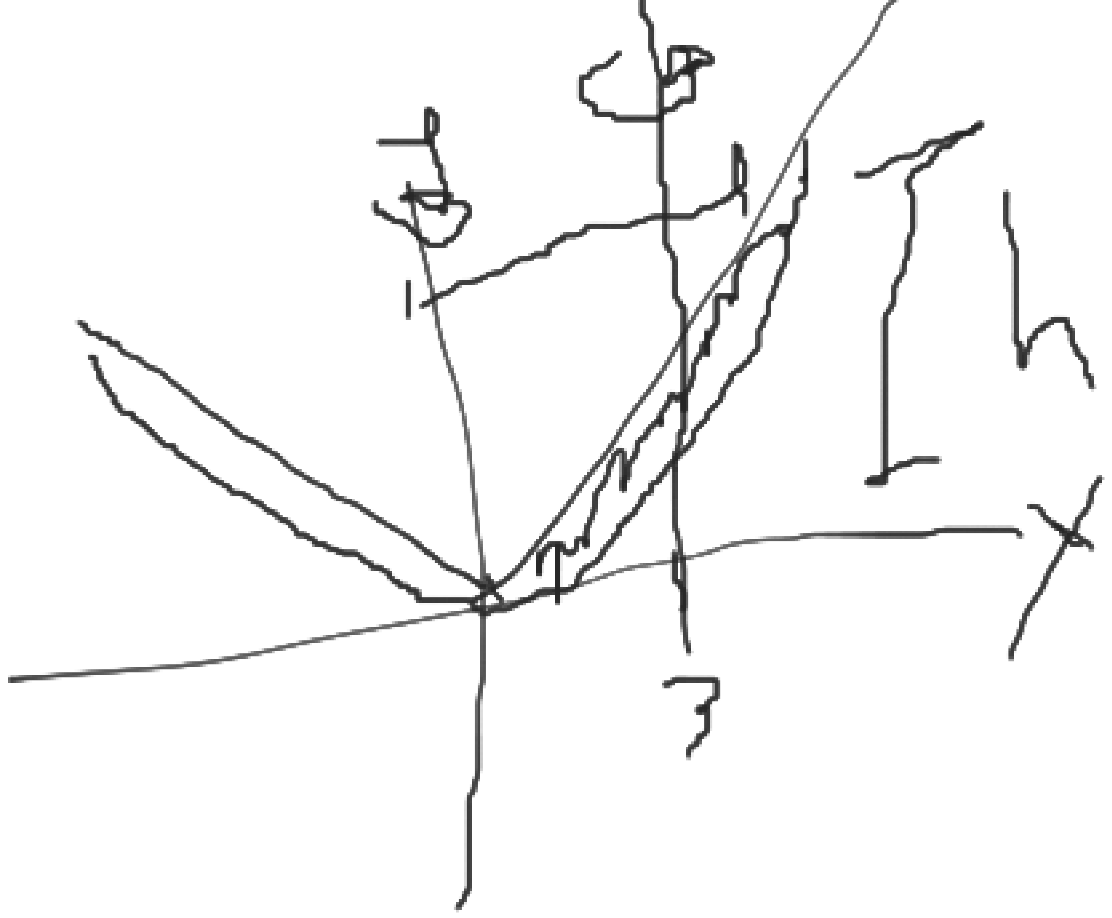
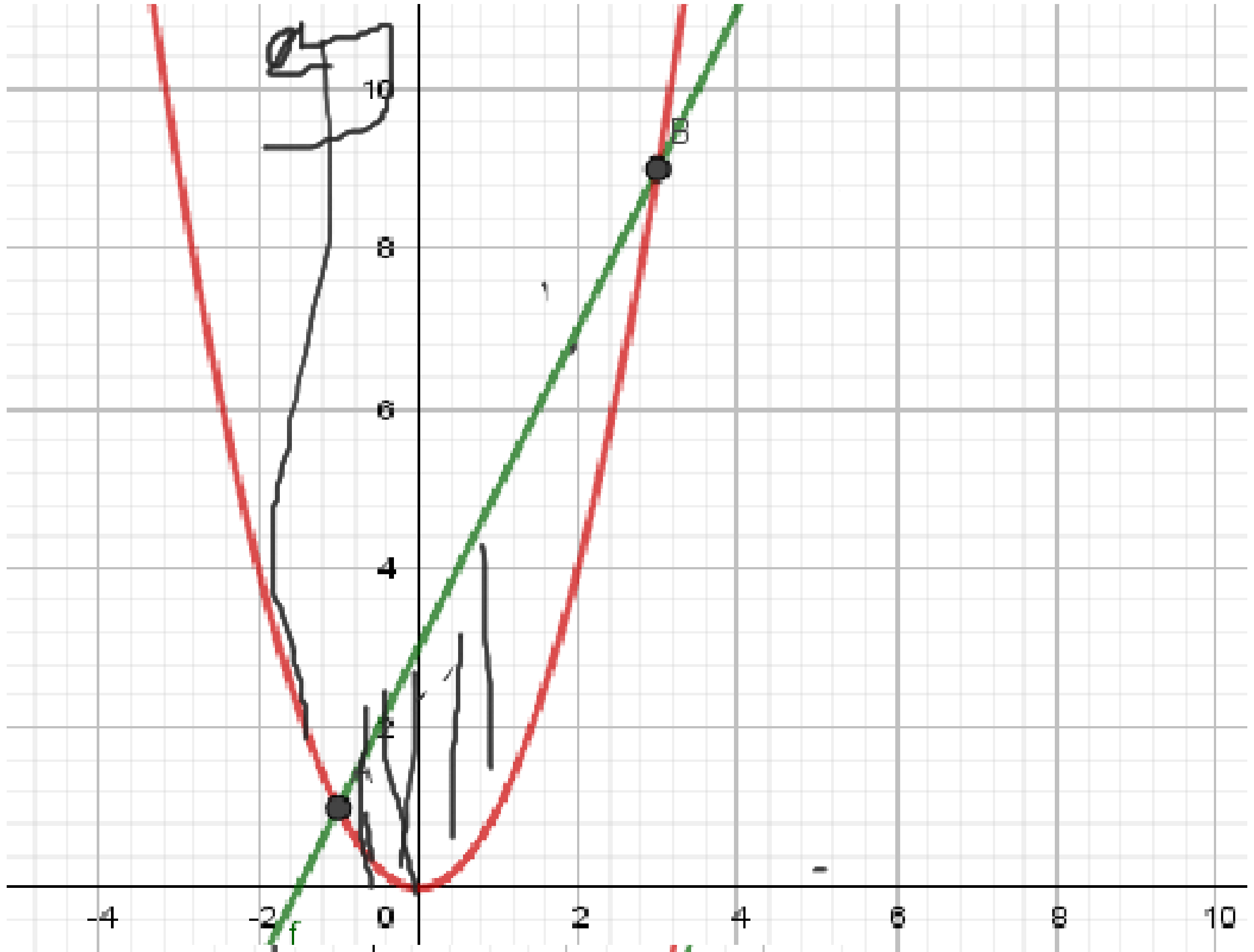
Cascarones cilíndricos



$$V=\int_a^b A(x,y)\, 2\pi r h \, dx/dy$$

Ejemplo 1: Encuentre el volumen que encierran las curvas y1=2x+3 y y2=x^2, cuando se hace girar el eje en x=-1



$h = y_r - y_2$

$A = u^2$

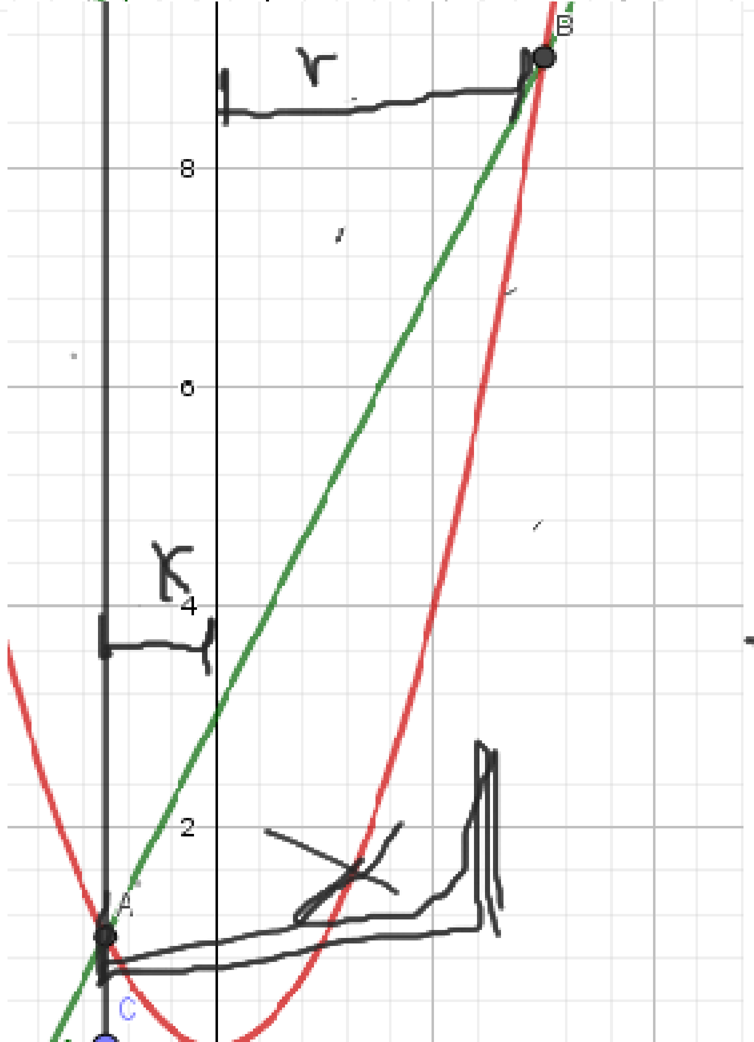
$V = u^3$

1) $= 2x + 3 - x^2$

2) $2x + 3 = x^2$

$-x^2 + 2x + 3 = 0$

$x_1 = -1 \quad x_2 = 3$



3) $r = x + 1$

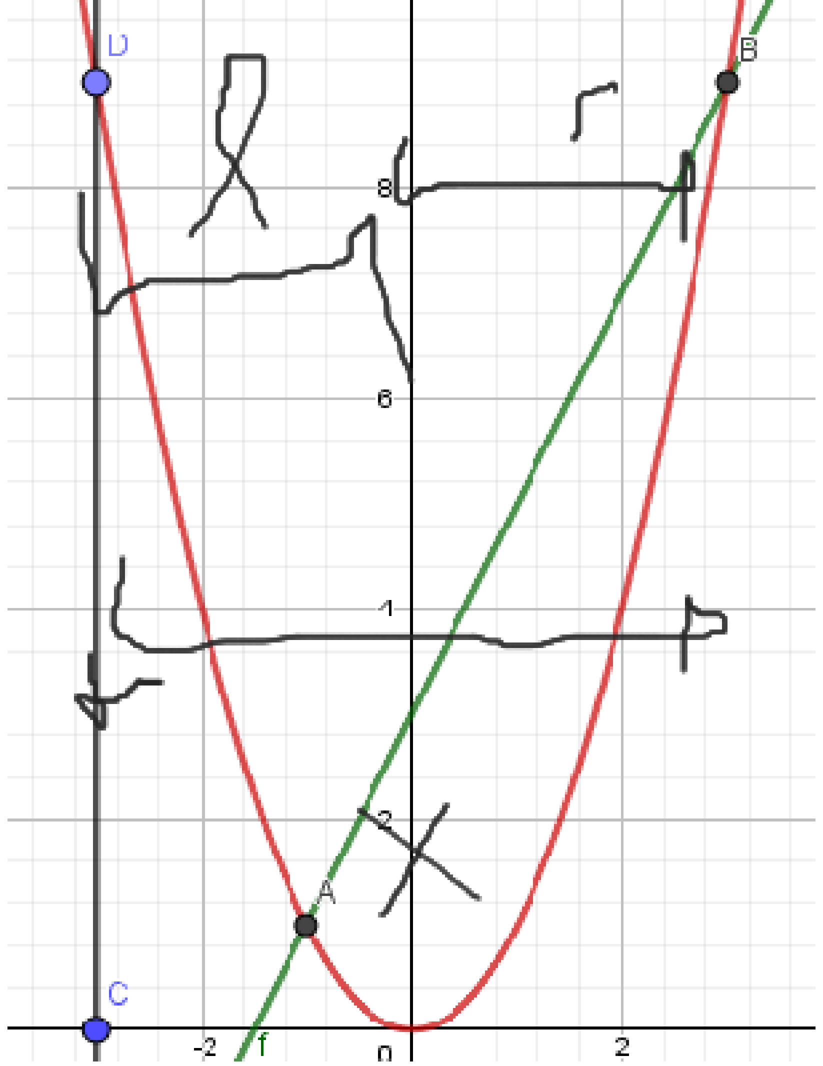
4) $V = x + 1$

$$V = 2\pi \int_{-1}^{3} (x+1)(2x+3-x^2)\,dx$$

Ejemplo 2: Encuentre el volumen que encierran las curvas y1=2x+3 y y2=x^2, cuando se hace girar el eje en x=-3

1) $h = 2x + 3 - x^2$

2) $x_1 = -1 \qquad x_2 = 3$



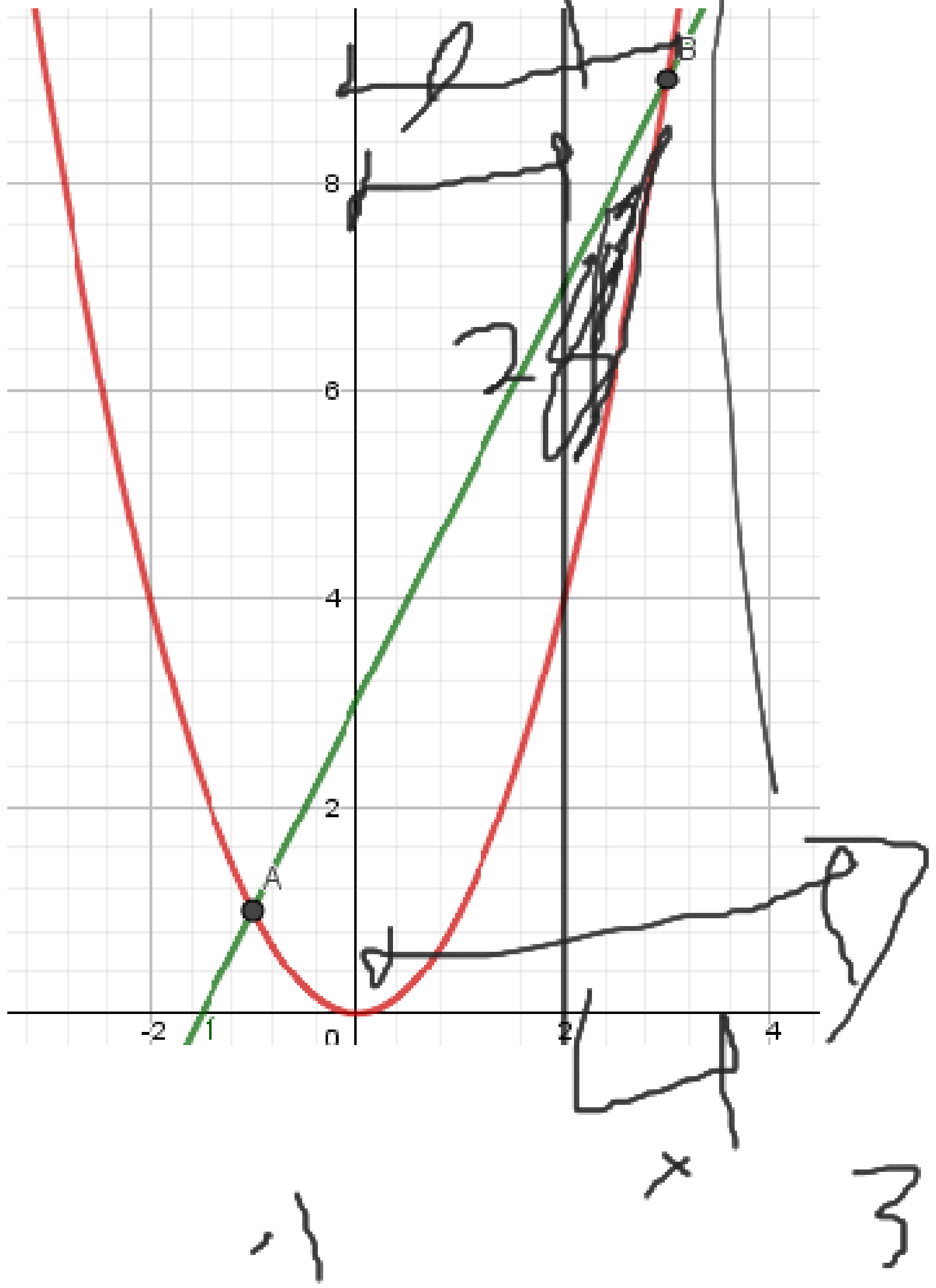
$r + P = x$ $\qquad$ $x = -3$ $\qquad$ $r - 3 = x$

$r = x + 3$ $\qquad$ Δ

$h = A$

$$V = 2\pi \int_{-1}^{3} (x+3)(2x+3-x^2)\,dx$$

Ejemplo 2: Encuentre el volumen que encierran las curvas y1=2x+3 y y2=x^2, cuando se hace girar el eje en x=2



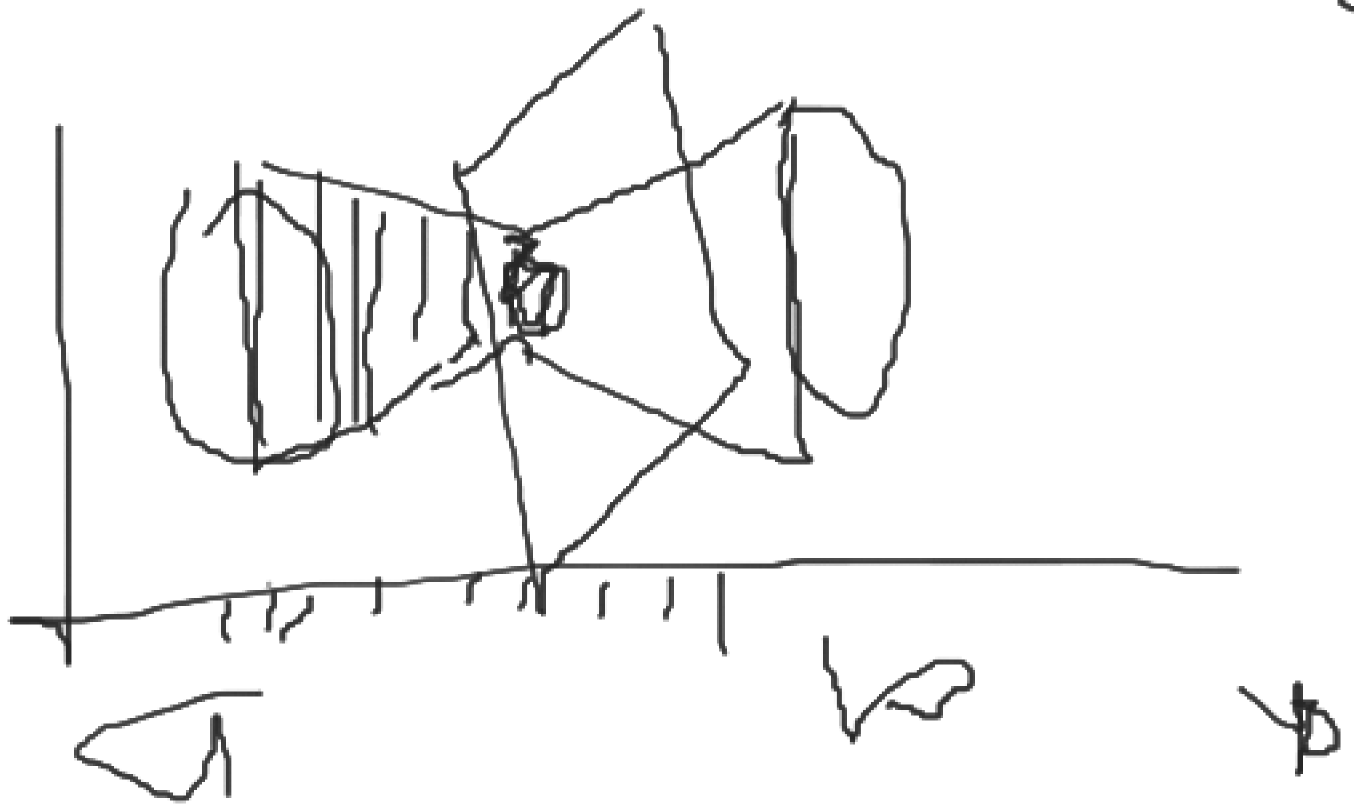
1) $h = 2x + 3 - x^2 \rightarrow l = -x + 10$

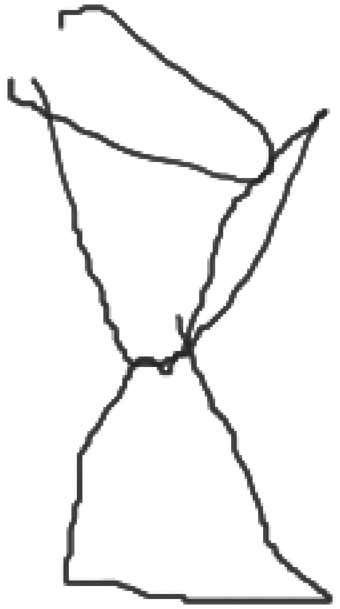
2) $x_1 = -1 \quad x_2 = 3$

3) $-x + 2 = r$

$$V = 2\pi \int_{-1}^{3} (-x+2)\,|2x+3-x^2|\,dx$$

Secciones transversales



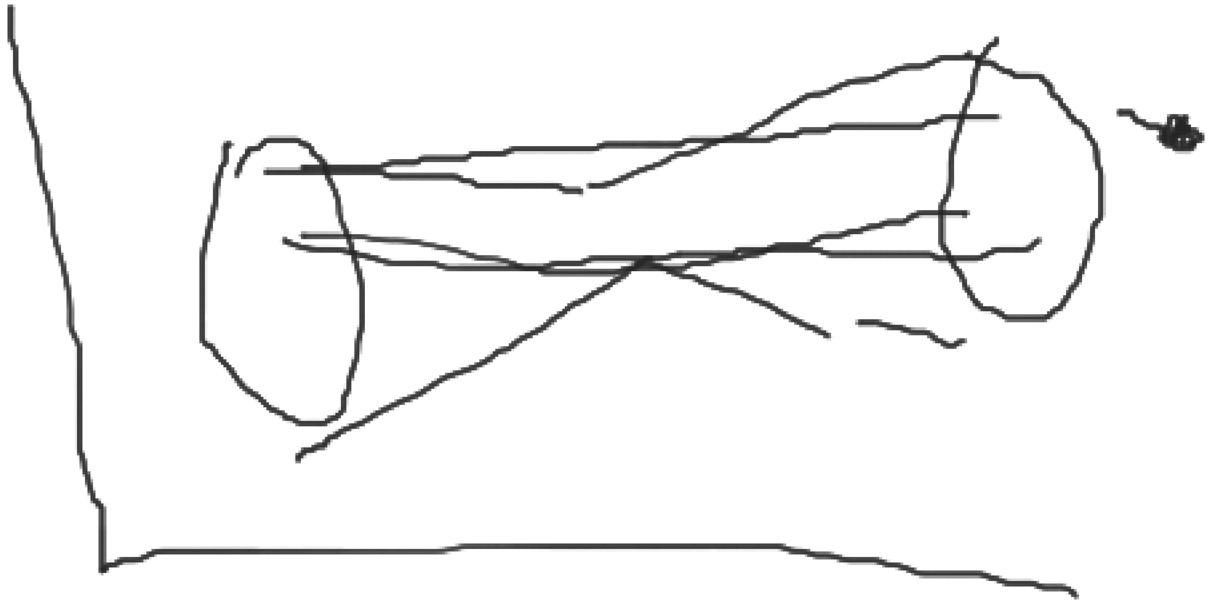


$A(x)$

$k>1$

πr^2

$$V = \int_a^b A(x)\,dx$$



$$V = \int_a^b A(y)\,dy$$

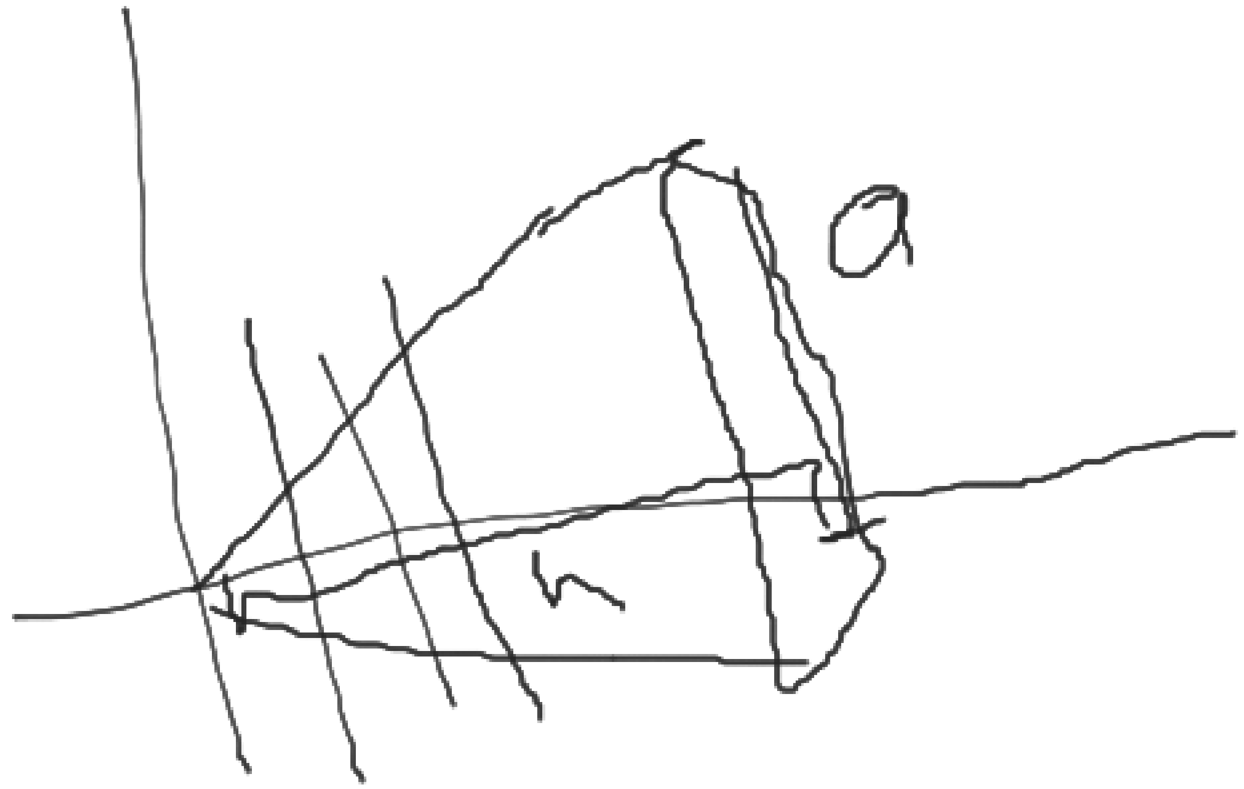
Pasos:

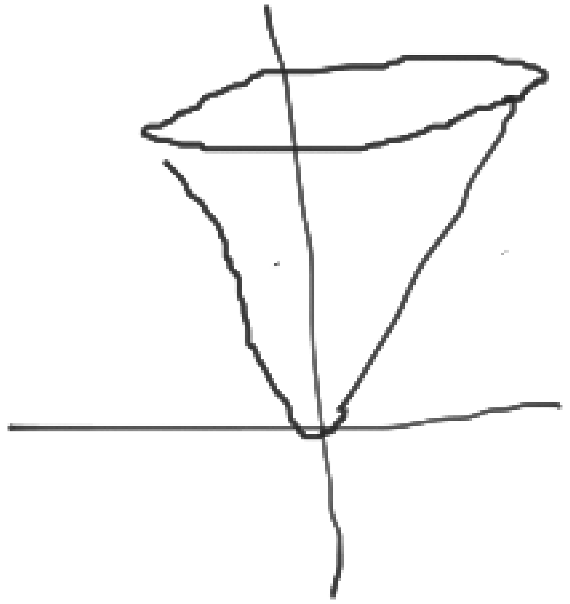
1) Identificar el volumen (bosquejo)
2) Determinar el área transversal
3) Determinar el intervalo de la integral
4) Integrar

Ejemplo 1:

Calcular el volumen de un cono circular recto de radio $a>0$ y altura $h>0$, comenzando en el origen.

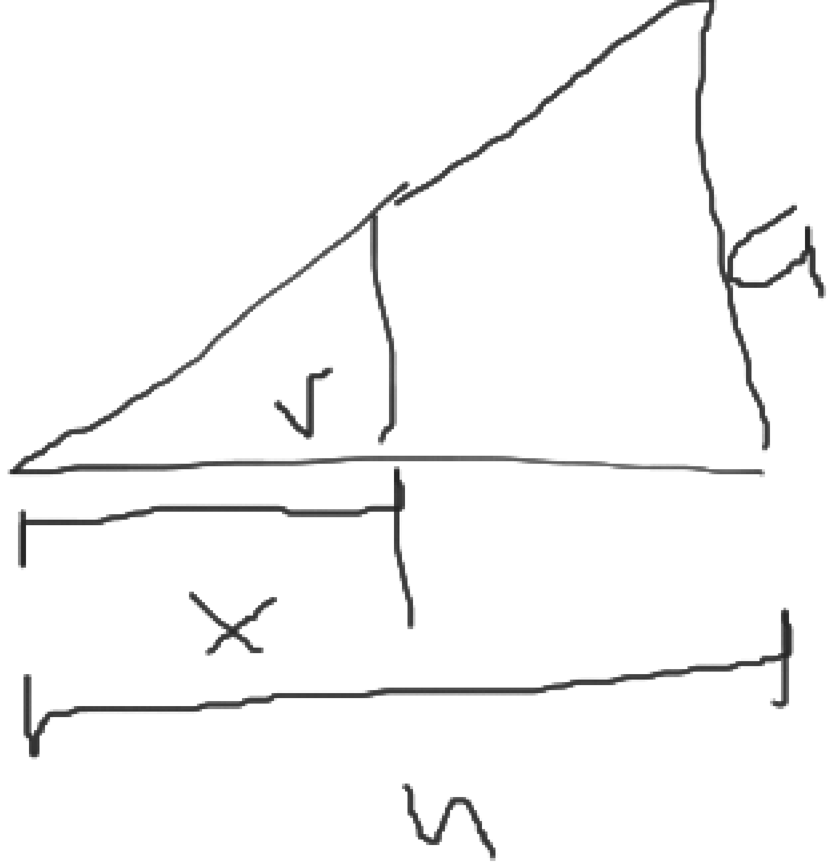
1)

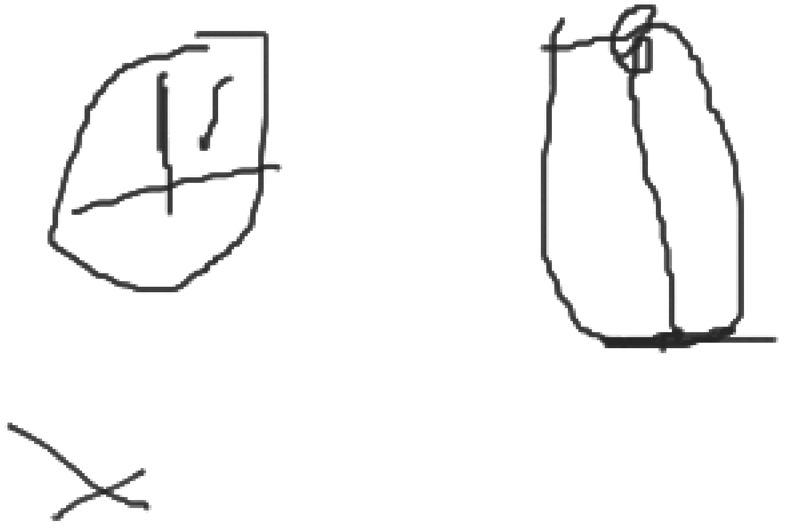




dx

2)





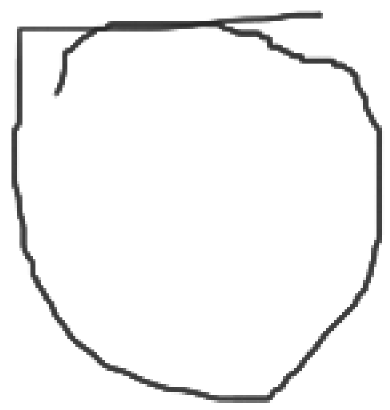
$A = \pi r^2 d_x$

2

$$\frac{r}{x} = \frac{a}{h} \Rightarrow r = \left(\frac{ax}{h}\right)$$

$A = \pi$

2)



$$A = \pi r^2 \, dx$$

$$\frac{r}{x} = \frac{a}{h}$$

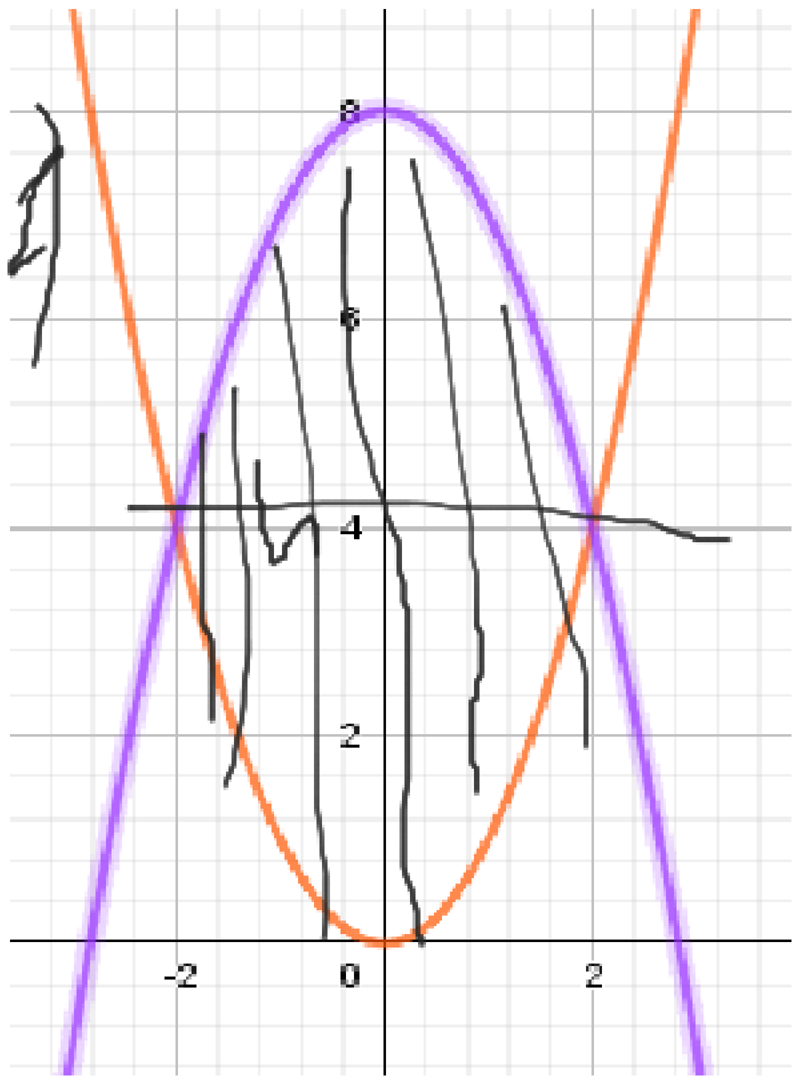
$$A = \pi \frac{a^2 x^2}{h^2}$$

$$V = \int_0^h \pi \frac{a^2 x^2}{h^2} \, dx$$

$$V = \frac{\pi a^2}{h^2} \int_0^h x^2 \, dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^h$$

$$= \frac{\pi a^2 h^3}{3 \cancel{h^2}} = \frac{\pi a^2 h}{3}$$

Un solido A es cortado por planos perpendiculare al eje x, encuentre el volumen que se genera entre las curvas y=x^2 y y=8-x^2



$A = \pi r^2$

$2)\ d = 8 - x^2 - x^2$

$8 - 2x^2$

$r = 4 - x^2$

$A = \pi (4 - x^2)^2$

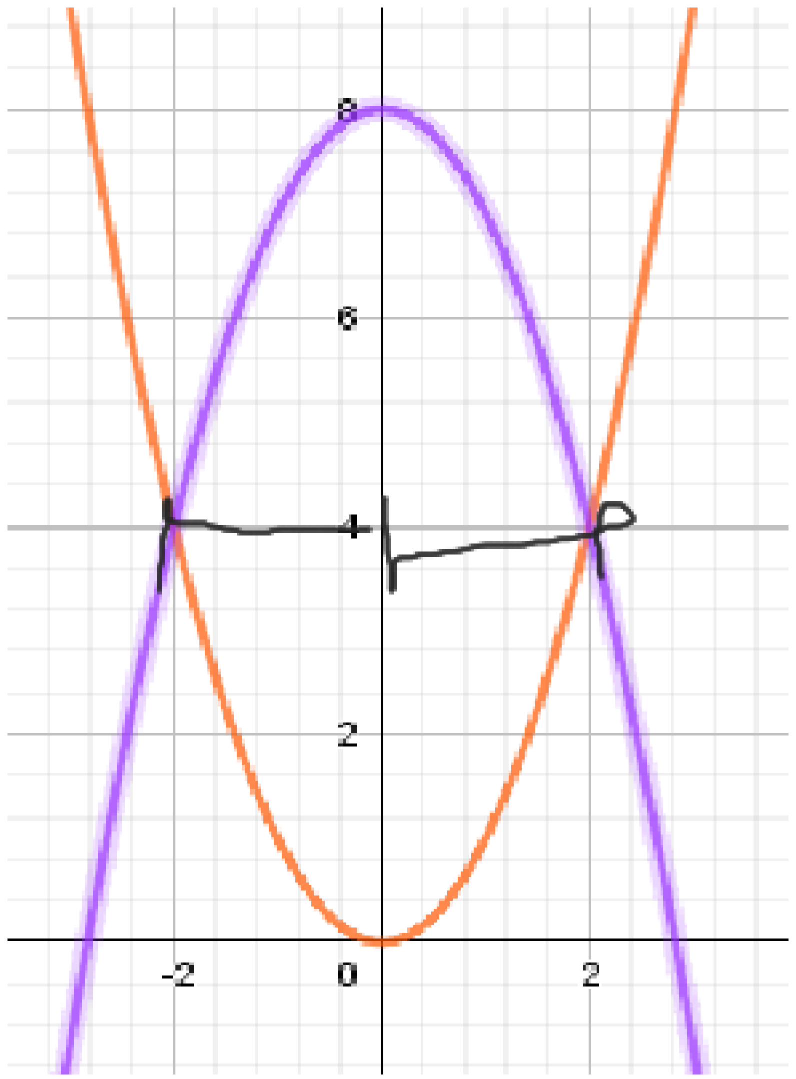
3) $8 - x^2 = x^2$

$8 = 2x^2$

$x = \sqrt{4}$

$x_{1,2} = \pm 2$

4)



$V_1 = \int_0^2 2\pi (4 - x^2)^2 \, dx$ ✓

$V_2 = \int_{-2}^{2} \pi (4 - x^2)^2 \, dx$

$\pi 32 | 3$