Calcular la Tranformada de Laplace $\mathcal{L}\{f(t)\}$ por definicion de :

2) $f(t) = te^{t}$ $\rightarrow$ $\mathcal{L}\{te^{t}\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot te^{t}\, dt = \int_0^{\infty} e^{-t(s-1)} \cdot t\, dt$

d	$\int$
t (+)	$e^{-t(s-1)}$
1 (−)	$\frac{-1}{s-1} e^{-t(s-1)}$
0	$\frac{1}{(s-1)^2} e^{-t(s-1)}$

$$\mathcal{L}\{te^{t}\} = \frac{-t}{s-1} e^{-t(s-1)} - \frac{1}{(s-1)^2} e^{-t(s-1)} \Big|_0^{\infty}$$

$$\mathcal{L}\{te^{t}\} = \frac{-t}{(s-1)e^{t(s-1)}} - \frac{1}{(s-1)^2 e^{t(s-1)}} \Big|_0^{\infty}$$

$$\mathcal{L}\{te^{t}\} = \lim_{b\to\infty} \left[\cancel{\frac{-b}{(s-1)e^{b(s-1)}}}^{\,0} - \cancel{\frac{1}{(s-1)^2 e^{b(s-1)}}}^{\,0} + \frac{1}{(s-1)^2} \right]$$

$$* \lim_{b\to\infty} \frac{-b}{(s-1)e^{b(s-1)}} \rightarrow L'H \rightarrow \lim_{b\to\infty} \frac{-1}{(s-1)^2 e^{b(s-1)}} = \emptyset$$

$$\mathcal{L}\{te^{t}\} = \frac{1}{(s-1)^2} \rightarrow F(s) = \frac{1}{(s-1)^2}$$

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

TRANSFORMADAS DE LAPLACE	
$\mathscr{L}\{f(t)\} = \lim_{b\to\infty}\left[\int_0^b e^{-st} f(t)dt\right]$ ✓	
$f(t)$	$\mathscr{L}\{f(t)\} = F(s)$
$\mathbb{C}$;donde “C” es una constante	$\frac{\mathbb{C}}{s}$
t^n ; $n > 0$ y es entero	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at} ; $a = \pm cons$	$\begin{cases} si \quad +a & \frac{1}{s-a} \\ si \quad -a & \frac{1}{s+a} \end{cases}$
$\cos(kt)$; $k = cons$	$\frac{s}{s^2+k^2}$
$\operatorname{sen}(kt)$; $k = cons$	$\frac{k}{s^2+k^2}$
$\cos h(kt)$; $k = cons$	$\frac{s}{s^2-k^2}$

$\rightarrow senh(kt);\quad k = cons$		$\dfrac{k}{s^2 - k^2}$
$f^{(n)}(t)$;	Donde "n" es el orden de derivación	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f^{I}(0) - s^{n-3} f^{I\,I}(0) - \cdots$
$t^n f(t)$;	Donde "n" es un entero	$(-1)^n \dfrac{d}{ds^n} \mathscr{L}\{f(t)\}$
$\mathbb{C}\mathcal{U}(t-a);\ \mathbb{C} = cons$		$\dfrac{\mathbb{C}}{s} e^{-as}$
$(t-a)\mathcal{U}(t-a)$		$e^{-as}F(s)$
$\mathscr{L}\{f(t) * g(t)\}$		$\mathscr{L}\{f(t)\}\ \mathscr{L}\{g(t)\}$
$\mathscr{L}\left\{\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau\right\}$		$\mathscr{L}\{f(t)\}\ \mathscr{L}\{g(t)\}$
$e^{at}f(t)$		$F(s-a)$
$f(t+T)$;	Donde "T" es el periodo	$\dfrac{1}{1-e^{-sT}}\left(\int_o^T e^{-st} f(t)dt\right)$

Calcular la Tranformada de Laplace $\mathcal{L}\{f(t)\}$ de :

1) $\boldsymbol{f(t) = 4t^2 - 5e^t + \cos(2t)}$

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = 4\mathcal{L}\{t^2\} - 5\mathcal{L}\{e^t\} + \mathcal{L}\{\cos(2t)\}$$

$$t^n \ ; n=2 \qquad e^{at} \ ; a=1 \qquad \cos(kt) \ ; k=2$$

$$F(s) = 4\left[\frac{\overset{1\times 2}{2!}}{s^{2+1}}\right] - 5\left[\frac{1}{s-1}\right] + \frac{s}{s^2+4}$$

$$F(s) = \frac{8}{s^3} - \frac{5}{s-1} + \frac{s}{s^2+4}$$

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

Calcular la Tranformada de Laplace $\mathcal{L}\{f(t)\}$ de :

2) $f(t) = \cosh(3t) + 3\sinh(4t)$

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \mathcal{L}\{\cosh(3t)\} + 3\,\mathcal{L}\{\operatorname{senh}(4t)\}$$

$\cosh(kt)$; $k=3$ $\operatorname{senh}(kt)$; $k=4$

$$F(s) = \frac{s}{s^2-9} + 3\left[\frac{4}{s^2-16}\right]$$

$$F(s) = \frac{s}{s^2-9} + \frac{12}{s^2-16}$$

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

Calcular la Tranformada de Laplace $\mathcal{L}\{f(t)\}$ de :

3) $f(t) = (e^t - e^{-t})^2 = e^{2t} - 2 + e^{-2t}$

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \mathcal{L}\{e^{2t}\} - \mathcal{L}\{2\} + \mathcal{L}\{e^{-2t}\}$$

e^{at} ; $a=2$ $\qquad$ $C=2$ $\qquad$ e^{at} ; $a=-2$

$$F(s) = \frac{1}{s-2} - \frac{2}{s} + \frac{1}{s+2}$$

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA