Clase Física Básica

Tiro parabólico

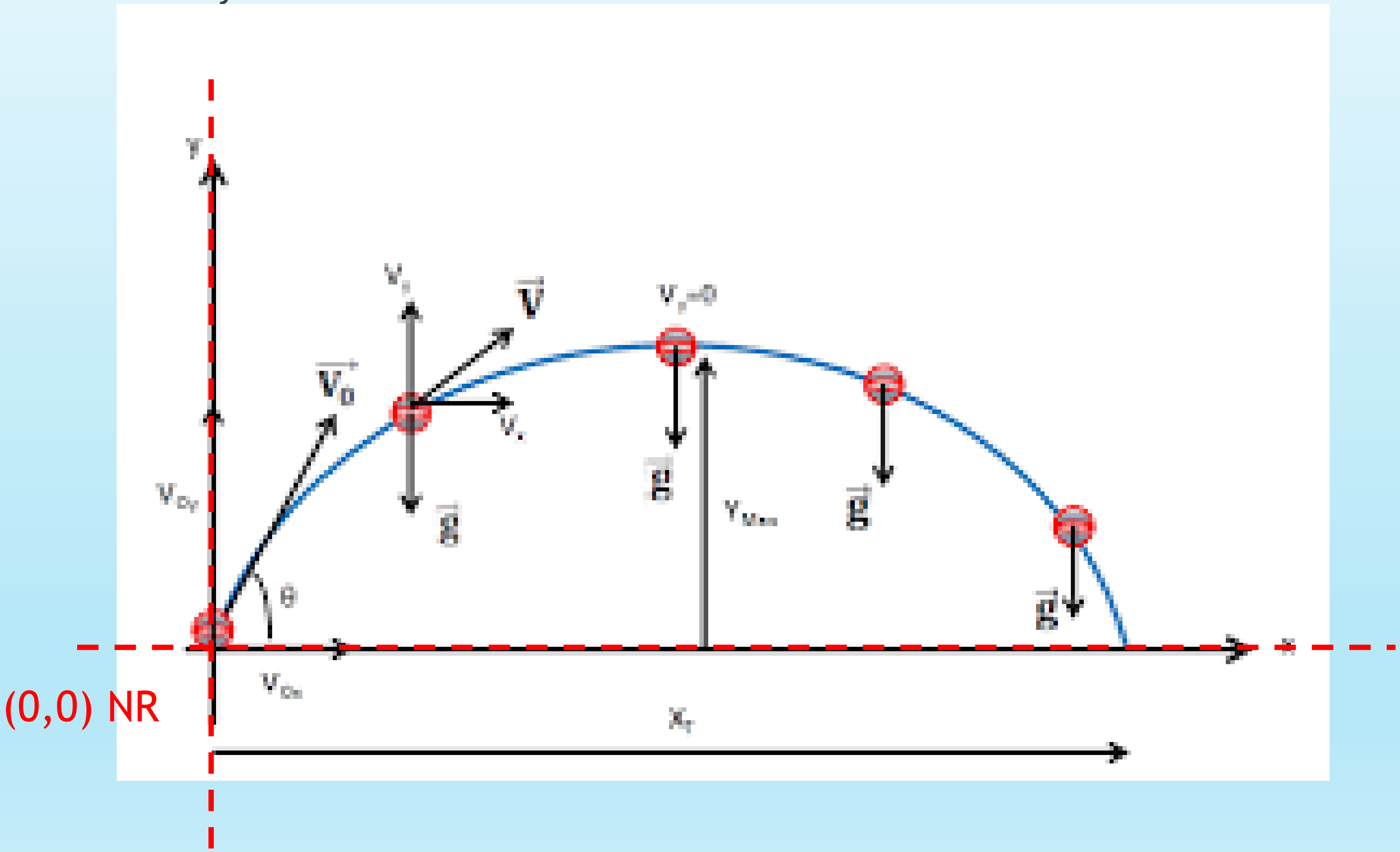
Ejemplos de tiro parabólico.

Ing. Eddy Solares

USAC

Tiro Parabólico

Se denomina **movimiento parabólico** al movimiento realizado por cualquier objeto cuya trayectoria describe una parábola, el cual corresponde con la trayectoria ideal de un proyectil que se mueve en un medio que no ofrece resistencia al avance y que está sujeto a un campo gravitatorio uniforme. El movimiento parabólico es un ejemplo de un movimiento realizado por un objeto en dos dimensiones o sobre un plano. Puede considerarse como la combinación de dos movimientos que son un movimiento horizontal uniforme y un movimiento vertical acelerado.



Se descompone los valores de velocidad inicial: $v_x = v_o \cos\theta\, \hat{\imath}$ $\quad v_{oy} = v_o sen\ \theta \hat{\jmath}$

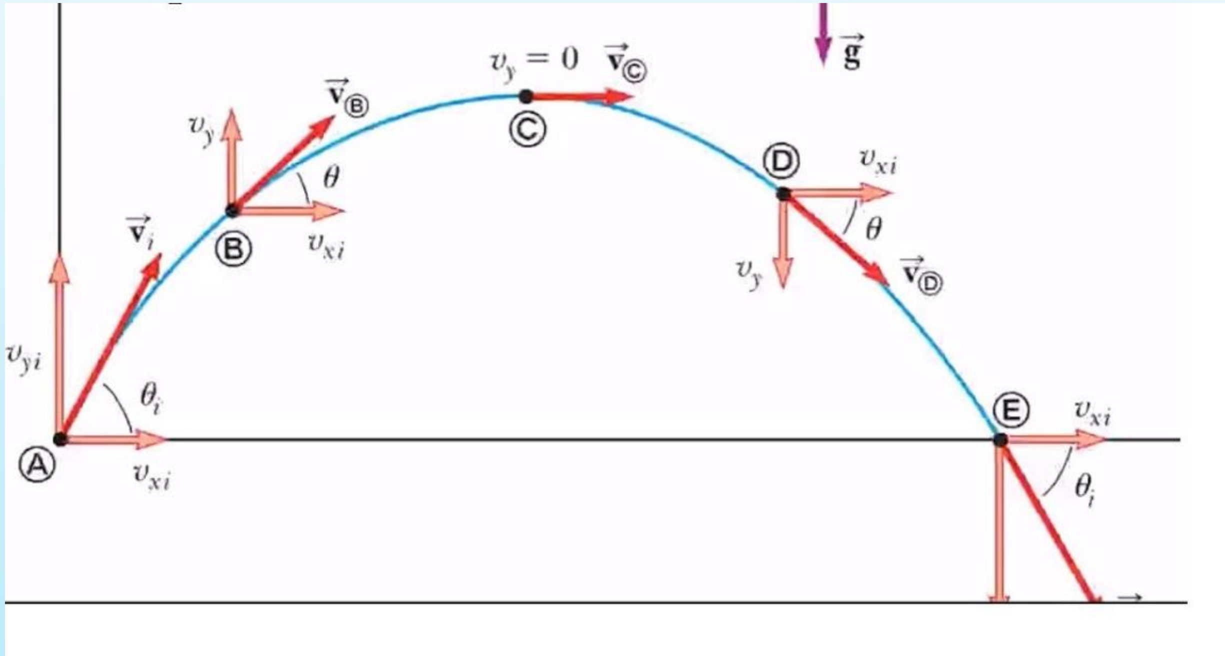
Para la componente del eje "x" su movimiento es constante por lo cual su ecuación seria $v_x = \frac{\Delta x}{t}$

Para la componente del eje "y" se trata de un movimiento parecido al caída libre:

$$y_f = y_o + v_{oy}t - \frac{1}{2}\, g\, t^2$$

$$v_{fy} = v_{oy} - gt$$

$$v_{fy}^2 = v_{oy}^2 - 2g\Delta\vec{y}$$



Para la magnitud del vector al estar seria

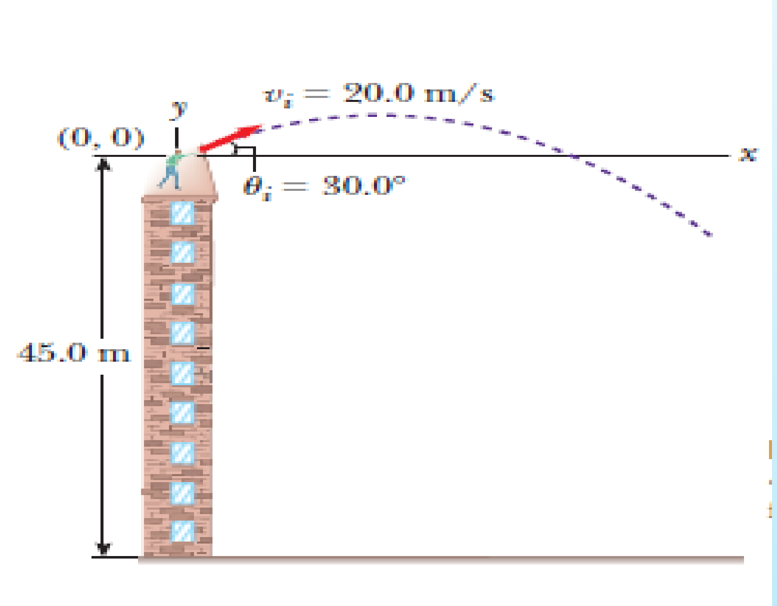
$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

$$|v| = \sqrt[2]{v_x^2 + v_y^2} \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x}$$

El ángulo como la magnitud de la velocidad cambian conforme avanza el movimiento pero conservan la simetría al mismo nivel de referencia.

Ejercicio 1. Una piedra es lanzada hacia arriba desde lo alto de un edificio, a un ángulo de 30° con la horizontal, y con una rapidez inicial de 20.0 m/s, como se muestra en la figura, la altura del edificio es de 45.0m. (a)¿Cuánto tarda la piedra en llegar al suelo? (b)¿Cuál es la rapidez de la piedra justo antes de golpear el suelo?

$v_x = v_o \cos\theta\,\hat{\imath} = 20\cos(30°) = 17.32\frac{m}{s}\,\hat{\imath} \quad v_{oy} = v_o sen\,\theta\hat{\jmath} = 20sen30° = 10\frac{m}{s}\,\hat{\jmath}$



(a)Cuanto tiempo tarda en llegar al suelo

Se plantea por la parte vertical al tener más información

$$v_{fy}^2 = v_{oy}^2 - 2g\Delta\vec{y}$$

$$v_{fy} = \sqrt[2]{v_{oy}^2 - 2g(y_f - \cancel{y_o})} = \sqrt[2]{(+10)^2 - 2(9.8)(-45)} = 31.3368\frac{m}{s} \approx 31.34m/s$$

$$v_{fy} = -31.34\frac{m}{s}\hat{\jmath} \;\; v_{oy} = +10.0\,m/s\hat{\jmath}$$

$$v_{fy} = v_{oy} - gt$$

$$t = \frac{v_{fy} - v_{oy}}{-g} = \frac{-31.34 - (+10.0)}{-9.8} = 4.2183s \approx 4.22s$$

(b) Cual es la rapidez de la piedra justo antes de golpear el suelo.

Se calcula su magnitud y dirección

$$|v| = \sqrt[2]{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt[2]{(17.32)^2 + (-31.34)^2} = 35.8075\frac{m}{s} \approx 35.81\frac{m}{s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x} = \tan^{-1}\frac{-31.34}{17.32} = -61.08°\;por\;debajo\;de\;x+$$

3.14. Una pequeña canica rueda horizontalmente con una rapidez *v0* y cae desde la parte superior de una plataforma de 2.75 m de alto, sin que sufra resistencia del aire. A nivel del piso, a 2.00 m de la base de la plataforma, hay una cavidad (figura 3.40). ¿En qué intervalo de rapideces *v0* la canica caerá dentro de la cavidad?

Resolución se necesitan posibles valores de v en el eje x para esto

Por lo cual se estimara un intervalo con los valores críticos en 2m y 3.5m

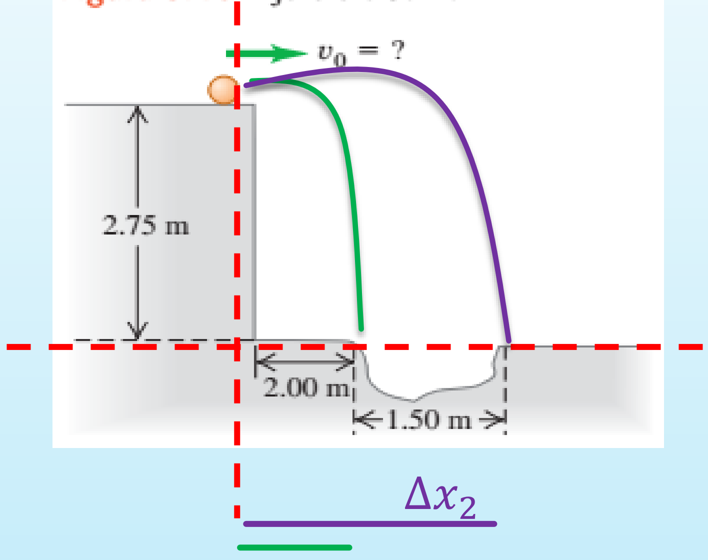


Figura 3.40 Ejercicio 3.14.

$$v_{0y} = 0\frac{m}{s}\hat{j} \;\; v_x = ?????$$

Se buscara el tiempo de vuelo para resolver a partir de las componentes

Verticales del movimiento

- $v_{oy} = 0\frac{m}{s}\hat{j} \quad y_0 = 2.75m\hat{j} \quad y_f = 0m\hat{j} \;\; a_y = -9.8m/s^2\,\hat{j}$
- $\cancel{y_f} = y_o + \cancel{v_{oy}}t - \frac{1}{2}\,g\,t^2$
- $t = \sqrt[2]{\frac{2y_o}{g}} = \sqrt[2]{\frac{2(2.75)}{9.8}} = 0.7491s \;\approx 0.75s$

Se plantea para el eje "x" los valores de velocidad en sus puntos críticos

$$v_{x1} = \frac{\Delta x_1}{t} = \frac{2m}{0.75s} = 2.67\frac{m}{s}\hat{\imath} \qquad v_{x2} = \frac{\Delta x_2}{t} = \frac{3.5m}{0.75s} = 4.67\frac{m}{s}\hat{\imath}$$

$$v_o = (v_{x1}, v_{x2})\frac{m}{s} = \mathbf{(2.67, 4.67)}\ \boldsymbol{m/s}$$

3.60. ¡Cuidado! Una bola de nieve rueda del techo de un granero con inclinación hacia abajo de 40° (figura 3.49). El borde del techo está a 14.0 m del suelo y la bola tiene una rapidez de 7.00 m/s al salir del techo. Puede despreciarse la resistencia del aire. *a*) ¿A qué distancia del borde del granero golpea la bola el piso si no golpea otra cosa al caer? *b*) Un hombre de 1.9 m de estatura está parado a 4.0 m del granero. ¿Lo golpeará la bola?

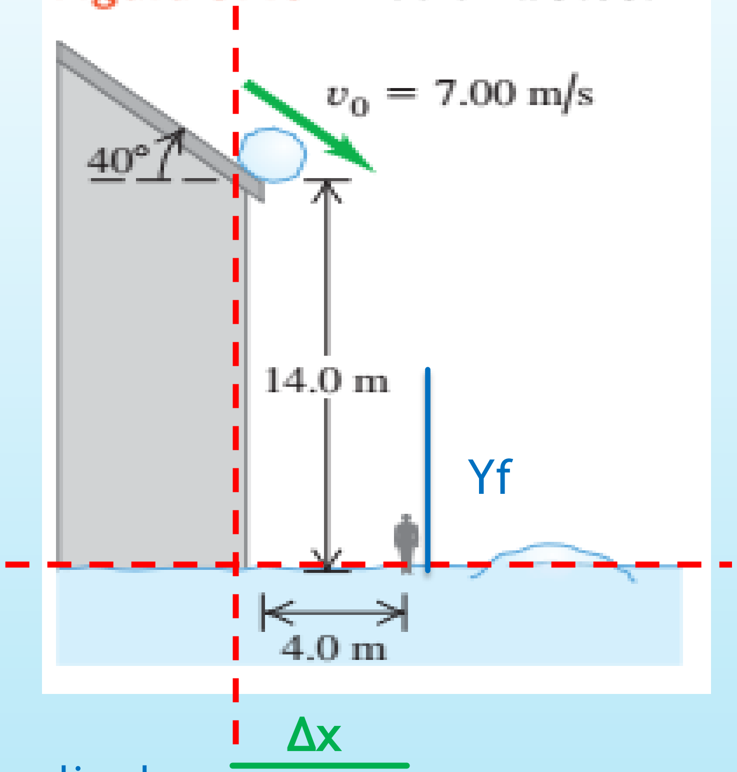
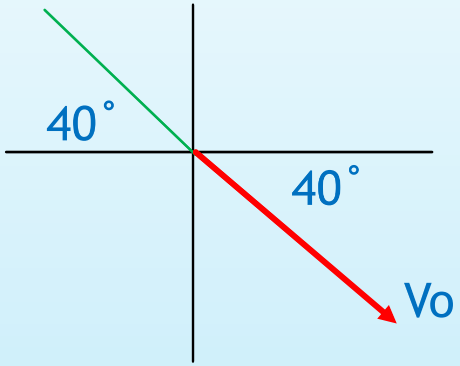


Figura 3.49 Problema 3.60.

Se calcula las componentes de la velocidad inicial de la bola de nieve.

$$v_x = v_o \cos\theta\, \hat{\imath} = 7\cos(40°) = 5.36\frac{m}{s}\,\hat{\imath}$$

$$v_{oy} = v_o sen\,\theta \hat{\jmath} = -7 sen(40°) = -4.50\frac{m}{s}\,\hat{\jmath}$$



(a)Para estimar la distancia a la que llega la bola

De nieve al suelo se plantea desde el eje "y" al tener

Mas información

- $v_{oy} = -4.5\frac{m}{s}\hat{\jmath}$ $\quad y_0 = 14m\hat{\jmath}$ $\quad y_f = 0m\hat{\jmath}$ $\quad a_y = -9.8m/s^2\,\hat{\jmath}$

$$\boldsymbol{y_f = y_o + v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2} \qquad \boldsymbol{0 = 14 - 4.5t - \frac{1}{2}(9.8)t^2} \qquad \boldsymbol{t = -2.21s} \quad \boldsymbol{t = 1.29s}$$

$$v_x = \frac{\Delta x}{t} \quad \rightarrow \quad \Delta x = v_x t = (5.36)1.29 = 6.91m\,\hat{\imath} \quad por\ lo\ tanto\ la\ distancia\ seria\ de\ 6.91m$$

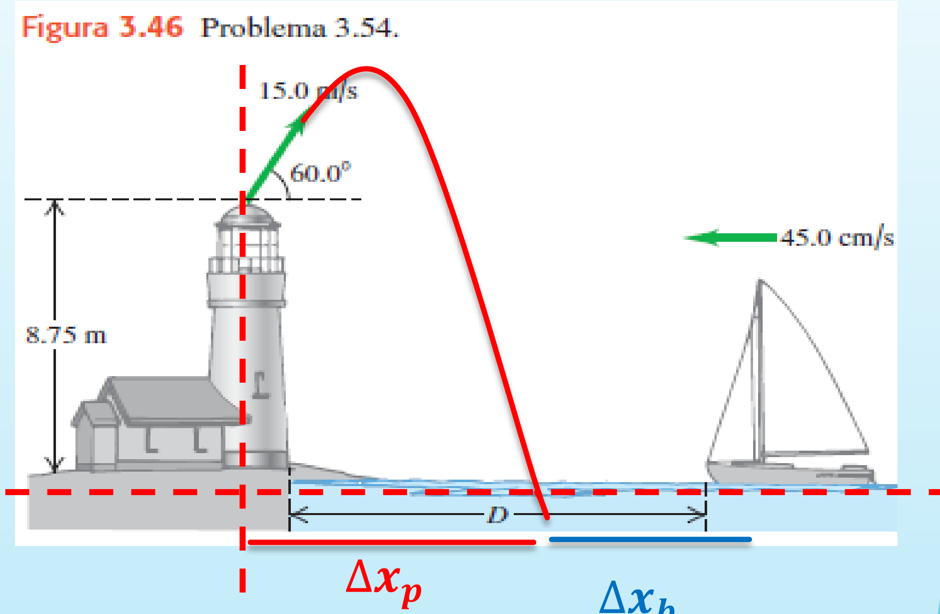
(b) Para estimar si lo golpea plantearemos que altura tiene a la distancia de 4 m donde se localiza la persona.

$$v_x = \frac{\Delta x}{t} \quad \rightarrow \quad t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{4m}{5.36\,m/s} = 0.75s$$

$$\boldsymbol{y_f = y_o + v_{oy}t - \frac{1}{2}g\,t^2 = 14 + (-4.5)(0.75) - \frac{1}{2}(9.8)(0.75)^2 = 7.8687m}$$

$$\boldsymbol{y_f = 7.87m\,\hat{\jmath}\ por\ lo\ tanto\ al\ compararlo\ con\ la\ altura\ de\ la\ persona\ de\ 1.9m}$$
$$\boldsymbol{jamas\ lo\ podra\ golpear\ ya\ que\ pasa\ por\ arriba\ de\ él}$$

3.54. Conforme un barco se acerca al muelle a 45.0 cm/s, es necesario lanzar hacia el barco una pieza importante para que pueda atracar. El equipo se lanza a 15.0 m/s a 60.0° por encima de la horizontal desde lo alto de una torre en la orilla del agua, 8.75 m por encima de la cubierta del barco (figura 3.46). Para que el equipo caiga justo enfrente del barco, ¿a qué distancia *D* del muelle debería estar el barco cuando se lance el equipo? Se desprecia la resistencia del aire.



En este caso para plantear la distancia D debemos de establecer que es formada por las distancias de la pieza y del barco durante el tiempo de vuelo de la pieza en su componente vertical por lo tanto podremos decir que $\boldsymbol{D} = \Delta \boldsymbol{x_p} + |\Delta \boldsymbol{x_b}|$

Se calcula el tiempo a partir de los efectos de la pieza en el eje "y"

$$v_x = v_o \cos\theta\, \hat{\imath} = 15\cos(60°) = 7.5\frac{m}{s}\,\hat{\imath} \quad v_{oy} = v_o sen\,\theta \hat{\jmath} = 15 sen 60° = 13.0\frac{m}{s}\,\hat{\jmath}$$

- $v_{oy} = 13\frac{m}{s}\hat{\jmath} \quad y_0 = 8.75m\hat{\jmath} \quad y_f = 0m\hat{\jmath} \;\; a_y = -9.8m/s^2\,\hat{\jmath}$

$$\boldsymbol{y_f = y_o + v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2} \qquad \boldsymbol{0 = 8.75 + 13t - \frac{1}{2}(9.8)t^2} \qquad \boldsymbol{t = -0.55s \;\; t = 3.21s}$$

Ya con los tiempos estimados se calcula las distancias de las pieza y el barco horizontal

$$para\ la\ pieza\ v_x = \frac{\Delta x_p}{t} \rightarrow \quad \Delta x_p = v_x t = (7.5)(3.21) = 24.075\ m\,\hat{\imath} \quad por\ lo\ tanto\ la\ distancia\ seria\ de\ 24.075m$$

$$para\ el\ barco\ v_b \approx -0.45\frac{m}{s}\hat{\imath} \;\; v_b = \frac{\Delta x_b}{t} \rightarrow \Delta x_b = v_b t = (-0.45)(3.21) = -1.4445\ m\,\hat{\imath}$$

por lo tanto la distancia seria de 1.4445m

$$\boldsymbol{D} = \Delta\boldsymbol{x_p} + |\Delta\boldsymbol{x_b}| = 24.075\text{m} + 1.4445\text{m} = 25.5197\text{m} \approx 25.52m$$

es la distancia a la que debe estar el barco para poder lograr atracar con exito