

1. Derivada como una función f

Por la ecuación (3) sabemos que la derivada de una función f en un número a está dada por $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$, si hacemos que el número a varíe, reemplazamos a por x y obtenemos

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (4)$$

Si el límite existe

[gráfica](#)

[Gráfica Derivada como función 2](#)

Otras notaciones de derivada

Si $y = f(x)$, la derivada de y respecto de x puede denotarse por

$$f'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx}f(x) = D_x y$$

Función Derivable

Definición: Una función f es **derivable** en a si $f'(a)$ existe.

Es **derivable en un intervalo**, si es derivable en todo número del intervalo.

Nota: como la definición de derivada es el límite de la pendiente de la recta secante, entonces para que la función sea derivable el límite por la izquierda debe ser igual al límite por la derecha, lo que da origen a derivada por la izquierda y derivada por la derecha.

La derivada por la derecha en $x = a$, se define como

$$f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Siempre que este límite exista.

La derivada por la izquierda en $x = a$, se define como

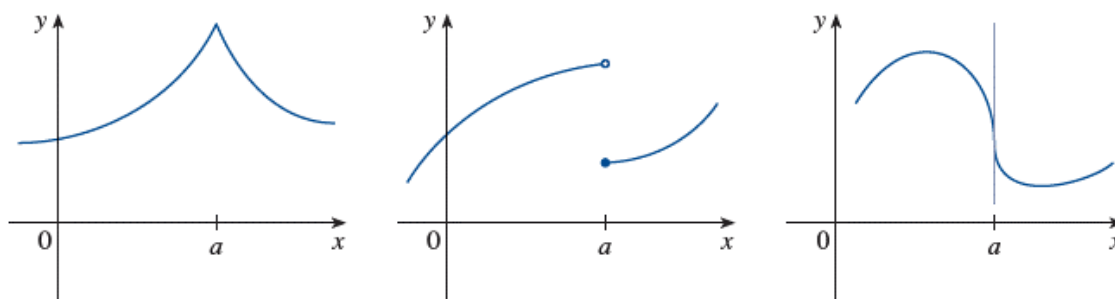
$$f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Siempre que este límite exista.

En casos muy particulares, por ejemplo, las funciones definidas por varias fórmulas; para establecer si la función es derivable en un número a será necesario calcular la derivada por la derecha y la derivada por la izquierda en a .

Teorema: Si f es derivable en a , entonces f es continua en a .

Funciones no derivables



Derivadas de Orden Superior

El orden en una derivada, es el número de veces que una función ha sido derivada.

Si f es una función, entonces f' también es una función

$$f'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) = D_x y$$

$$f''(x) = y'' = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^2 f}{dx^2} = \frac{d^2}{dx^2} f(x) = D_x^2 y$$

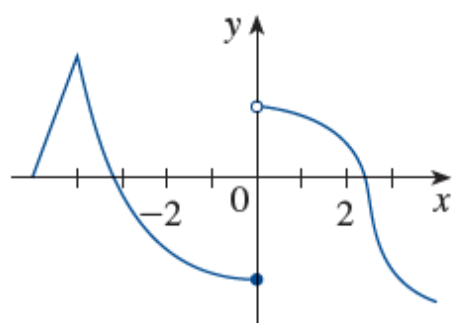
y así sucesivamente

$$f^{(n)}(x) = y^{(n)} = \frac{d^{(n)} f}{dx^{(n)}} = \frac{d^{(n)}}{dx^{(n)}} f(x) = D_x^n y$$

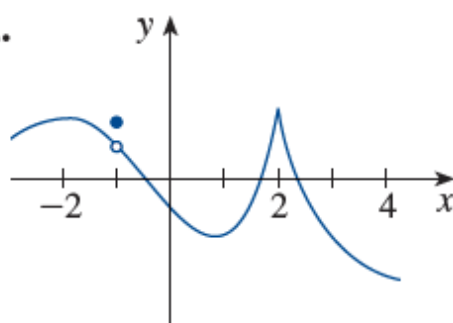
Ejercicios página 163

41–44 Observe la gráfica de f . Indique, con razones, los números en los que f no es derivable.

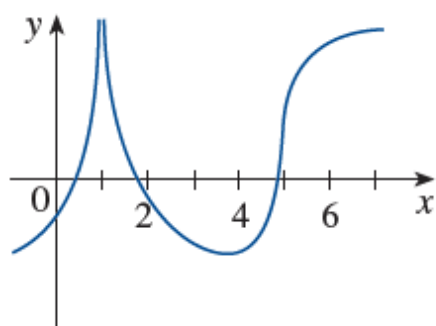
41.



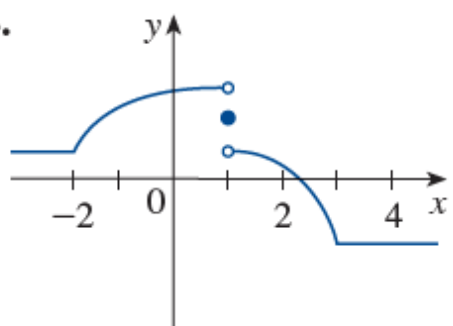
42.



43.

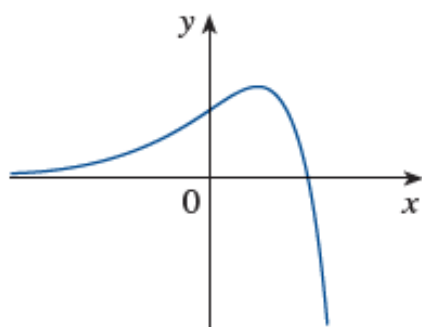


44.

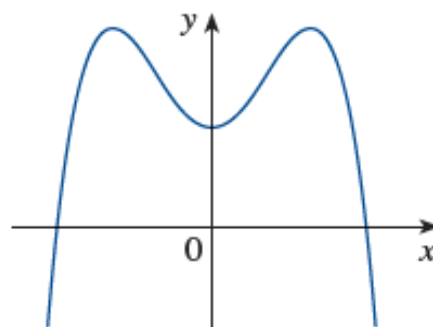


42–44 Trace o copie la gráfica de la función dada. Luego trace directamente debajo su derivada.

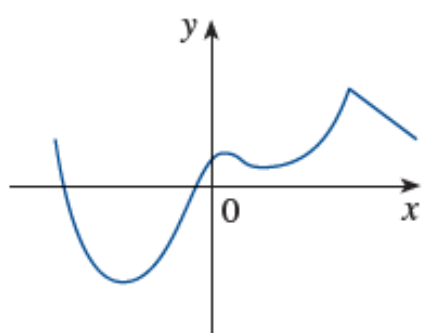
42.



43.



44.



47. Se muestra la gráfica de f . Enuncie, con razones, los números en los que f no es derivable.

