Tarea 3

Javier Andrés Monjes Solórzano

October 21, 2023

1 Solución

PROBLEMA 1
La ganancia esperada se calcula como la suma de las ganancias de cada evento multiplicadas por su probabilidad. En este caso, la ganancia esperada es:

$$E[X] = P(\text{menta}) \cdot Q2.00 + P(\text{fresa}) \cdot (-Q1.00)$$
$$E[X] = \frac{3}{10} \cdot Q2.00 + \frac{7}{10} \cdot (-Q1.00) = -Q0.1000$$

PROBLEMA 2
a. La ganancia esperada es:

$$E[X] = P(\text{"inténtalo otra vez"}) \cdot Q0.00 + P(\text{Q5.00}) \cdot Q5.00 +$$
$$P(\text{Q10.00}) \cdot Q10.00 + P(\text{Q50.00}) \cdot Q50.00 + P(\text{Q100.00}) \cdot Q100.00 - Q10.00$$
$$E[X] = \frac{500}{1000} \cdot Q0.00 + \frac{300}{1000} \cdot Q5.00 + \frac{150}{1000} \cdot Q10.00 + \frac{40}{1000} \cdot Q50.00 + \frac{10}{1000} \cdot Q100.00 - Q10.00 = -Q4.5000$$

PROBLEMA 3
Esto es un problema de distribución binomial negativa.
a. La probabilidad de que la sexta persona que escucha tal historia sea la cuarta que lo crea es

$$P(X = 6) = C(6-1, 4-1) * (0,8)^4 * (1-0,8)^{6-4} = 0,2458$$

b. La probabilidad de que la tercera persona que escucha tal historia sea la primera en creerla es

$$P(X = 3) = C(3-1, 1-1) * (0,8)^1 * (1-0,8)^{3-1} = 0,0384$$

PROBLEMA 4
Esto es un problema de distribución hipergeométrica.
La probabilidad de que el viajero sea arrestado por posesión ilegal de narcóticos es

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{C(6,0) * C(9,3)}{C(15,3)} = 0,9818$$

PROBLEMA 5
Esto es un problema de distribución de Poisson.
a) La probabilidad de que lleguen tres pacientes en un día es

$$P(X = 3) = e^{-4} * 4^3/3! = 0,1954$$

b) La probabilidad de que lleguen cinco pacientes en un día es

$$P(X = 5) = e^{-4} * 4^5/5! = 0,1563$$

PROBLEMA 6
Esto es un problema de distribución binomial negativa.

La probabilidad de que el décimo niño estudiado sea el tercero en contraer la enfermedad es

$$P(X = 10) = C(10-1, 3-1)(0,4)^3(1-0,4)^{10-3} = 0,2147$$

PROBLEMA 7

Esto es un problema de distribución hipergeométrica.
La probabilidad de que una muestra aleatoria de cuatro personas incluya a una persona de cada país es

$$P(X = 1, Y = 1, Z = 1, W = 1) = \frac{C(3,1) * C(5,1) * C(4,1) * C(3,1)}{C(15,4)} = 0,1786$$

PROBLEMA 8

Esto es un problema de distribución hipergeométrica.
La probabilidad de que los cuatro misiles exploten es

$$P(X = 4) = \frac{C(7,4) * C(3,0)}{C(10,4)} = 0,3509$$

PROBLEMA 9

a. Para encontrar el valor de c, resolvemos la ecuación:

$$\int_0^3 c(x^3 - 6x^2 + 9x - 4)dx = 1$$

b. Para calcular $P(1.5 < x < 2)$, integramos la función de densidad de probabilidad en el intervalo de 1.5 a 2:

$$P(1.5 < x < 2) = \int_{1.5}^2 c(x^3 - 6x^2 + 9x - 4)dx$$

c. La esperanza de x, o el valor esperado, se calcula como:

$$E[x] = \int_0^3 x \cdot c(x^3 - 6x^2 + 9x - 4)dx$$

d. La varianza de x se calcula como:

$$Var[x] = E[x^2] - (E[x])^2$$

Donde $E[x^2]$ es el segundo momento de x y se calcula como:

$$E[x^2] = \int_0^3 x^2 \cdot c(x^3 - 6x^2 + 9x - 4)dx$$

* a) El valor de c es aproximadamente 0.375.

* b) La probabilidad P(1.5 ¡ x ¡ 2) es aproximadamente 0.2292.

* c) La esperanza de x es aproximadamente 1.875.

* d) La varianza de x es aproximadamente 0.4427.

PROBLEMA 10

Esto es un problema de distribución normal.
a) La proporción que cobra más de $1500 al mes es

$$P(X > 1500) = 1 - P(X \leq 1500) = 1 - \Phi\left(\frac{1500-900}{260}\right) = 0,0228$$

b) La proporción que cobra entre $800 y $1000 al mes es

$$P(800 < X < 1000) = \Phi\left(\frac{1000-900}{260}\right) - \Phi\left(\frac{800-900}{260}\right) = 0,3357$$

c) La proporción que cobra menos de \$600 al mes es

$$P(X < 600) = \Phi\left(\frac{600 - 900}{260}\right) = 0,0185$$