

Hipergeométrica

martes, 19 de septiembre de 2023 07:57

HIPERGEOMÉTRICA

$$h(x; N, n, k) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

N = Tamaño de población

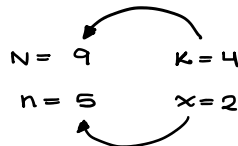
n = muestra

K = No. de éxitos en la población

x = No. de éxitos en la muestra.

Ejemplo 1:

- ¿Cuál es la probabilidad de que una camarera se rehúse a servir bebidas alcohólicas a sólo dos menores si verifica al azar 5 identificaciones de 9 estudiantes, de los cuales 4 son menores de edad?

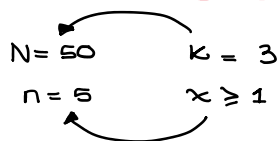


ÉXITO : MENORES DE EDAD

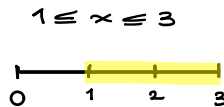
$$h(2; 9, 5, 4) = \frac{4C_2 \cdot 5C_3}{9C_5} = 0,4762$$

Ejemplo 2:

- Una fábrica envía a los comerciantes, lotes embalados de 50 radios de transistores. Antes de que el comerciante acepte el lote, elige 5 radios y los inspecciona. Si ninguno de los radios es defectuoso el lote es aceptado. Si se encuentra que uno o más son defectuosos, se inspecciona el lote completo. Supongamos que en realidad hay tres radios descompuestos en el lote.
- ¿Cuál es la probabilidad de que se necesite una inspección del 100%?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el lote sea aceptado?



ÉXITO ⇒ DEFECTUOSO



$$a.- P(x \geq 1) \quad h(x; 50, 5, 3) = \frac{3C_1 \cdot 47C_4 + 3C_2 \cdot 47C_3 + 3C_3 \cdot 47C_2}{50C_5} = 0,2760$$

$$h(x; 50, 5, 3) = \sum_{x=1}^3 \frac{3C_x \cdot 47C_{(5-x)}}{50C_5} = 0,2760$$

* OTRA FORMA

$$P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) = 1$$

$$\begin{aligned} P(x \geq 1) &= 1 - P(x=0) \\ &= 1 - \frac{3C_0 \cdot 47C_5}{50C_5} \\ &= 0,2760 \end{aligned}$$

b.- SEA ACEPTADO

ÉXITO : NO DEFECTUOSO ✓



$$h(0; 50, 5, 47) = \frac{47C_5 \cdot 3C_0}{50C_5} = 0,7240$$

Ejemplo 3:

- Un almacén contiene diez máquinas impresoras, cuatro de las cuales son defectuosas. Una compañía selecciona cinco de las máquinas al azar pensando que todas están en buenas condiciones.
- ¿Cuál es la probabilidad de que las cinco **no sean defectuosas**?
- ¿Cuál es la probabilidad de que a lo **sumo 2** sean defectuosas?

a.-

$N = 10$ $K = 6$
 $n = 5$ $x = 5$

ÉXITO: NO SEAN DEFECTUOSAS ✓

$$h(5; 10, 5, 6) = \frac{{}_6C_5 \cdot {}_4C_0}{{}_{10}C_5} = 0,0238$$

b.-

$N = 10$ $K = 4$
 $n = 5$ $x \leq 2$ $0 \leq x \leq 2$

ÉXITO: DEFECTUOSO

$$h(x; 10, 5, 4) = \sum_{x=0}^2 \frac{{}_4C_x \cdot {}_6C_{(5-x)}}{{}_{10}C_5} = 0,7381$$

HIPERGEOMÉTRICA MULTIVARIADA

Ejemplo 4:

Se va a utilizar un grupo de 10 individuos para un estudio biológico. El grupo incluye 3 personas con sangre tipo O, 4 con sangre tipo A y 3 con sangre tipo B. ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra aleatoria de 5 personas incluya a 1 con sangre tipo O, 2 con tipo A y 2 con tipo B?

$N = 10$
 $n = 5$

$$h = \frac{{}_3C_1 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_3C_2}{{}_{10}C_5} = 0,2143$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_k; a_1, a_2, \dots, a_k, N, n) = \frac{\binom{a_1}{x_1} \binom{a_2}{x_2} \dots \binom{a_k}{x_k}}{\binom{N}{n}}$$

$$\text{con } \sum_{i=1}^k x_i = n \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^k a_i = N$$

Ejemplo 5

- Un club de estudiantes extranjeros tiene en sus listas a 2 canadienses, 3 japoneses, 5 italianos y 2 alemanes. Si se selecciona un comité de 4 estudiantes aleatoriamente, encuentre la probabilidad de que:
 - A) estén representadas todas las nacionalidades;
 - B) estén representadas todas las nacionalidades, excepto la italiana.

$N = 12$
 $n = 4$

a.-

$$h = \frac{{}_2C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_5C_1 \cdot {}_2C_1}{{}_{12}C_4} = 0,1212$$

b.-

$$P = \frac{{}_5C_0 \cdot {}_2C_2 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_2C_1 + {}_5C_0 \cdot {}_2C_1 \cdot {}_3C_2 \cdot {}_2C_1 + {}_5C_0 \cdot {}_2C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_2C_2}{{}_{12}C_4} = 0,0485$$