Clase Física 2 07

Ley de Gauss aplicado a cilindros aislantes

Ley de Gauss para materiales conductores

Sistemas mixtos

Ejemplo 1. Una cubierta cilíndrica con un R de 7cm y longitud de 2.40m tiene una carga con distribución uniforme sobre su superficie curva. la magnitud del campo eléctrico en un punto que esta a 19cm radialmente afuera de su eje(medido a partir del punto de medio de la cubierta) es de 36KN/C. Determine a. la carga sobre la cubierta b. la magnitud del campo eléctrico que existe a un punto situado a 4cm del eje, medido radialmente hacia afuera del punto medio de la cubierta.

Resolución en este caso la distribución de carga se encuentra únicamente en la cubierta del cilindro por lo cual su forma de distribución será superficial, teniendo en cuenta que lo único que se posee es el valor de campo en el R=19cm.

$$q_{enc} = ??? \quad dA = 2\pi r l \quad E = 36x10^3 \; N/C$$

$$\int E dA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi r l) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$q_{enc} = \varepsilon_0 E(2\pi r l) = (8.85x10^{-8})(36x10^3)\big(2\pi(0.19)(2.4)\big) = \mathbf{0.9128x10^{-6}C} \approx \mathbf{0.9128\mu C}$$

En el segundo caso el campo eléctrico en el valor r= 0.04m podemos afirmar que al no tener carga encerrada ya que la carga se encuentra en r=0.07m se considera que el campo eléctrico generado en ese punto es E=0 N/C

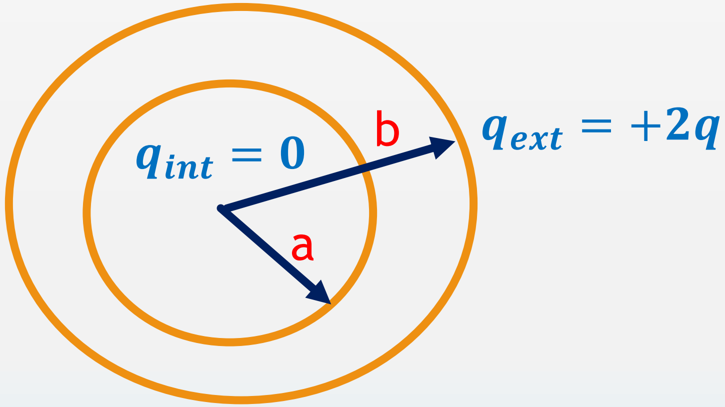
CARGA Sobre Materiales Conductores: estos se polarizan y distribuyen su carga en sus superficies.

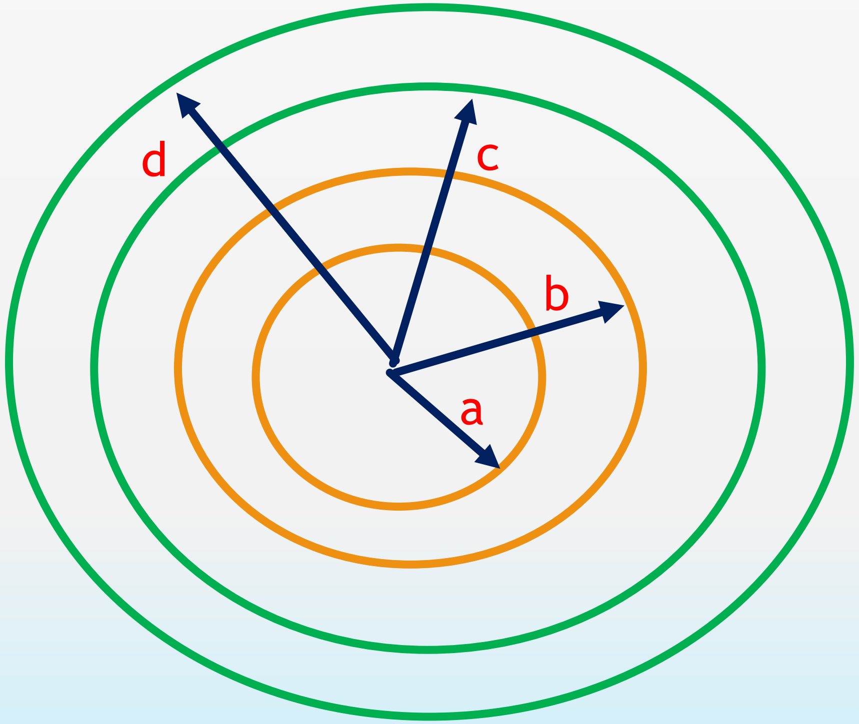
Ejemplo 2. una coraza esférica conductora pequeña de radio interior "a" y radio exterior "b", es concéntrica con una coraza conductora grande de radio interior "c" y radio exterior "d". la coraza interior tiene una carga de +2q y la grande +4q. a. Indique todas las cargas que experimentan las superficies de las corazas en el sistema. b. determine las expresiones del campo eléctrico para los siguientes tramos $\boldsymbol{r < a}$, $\boldsymbol{a < r < b}$, $\boldsymbol{b < r < c}$, $\boldsymbol{c < r < d}$, $\boldsymbol{r > d}$

Resolución en este caso podremos indicar que los materiales conductores no tendrán carga dentro de ellos por lo tanto no existirá nunca campo eléctrico dentro del material conductor.

Los materiales conductores tendrán siempre la misma cantidad de carga neta pero debido a alteraciones que puedan tener por materiales externos tendremos que estimar que $q_{neta} = q_{interna} + q_{externa}$ en todos los conductores.

Para la primera condición veremos que sucede con la esfera pequeña

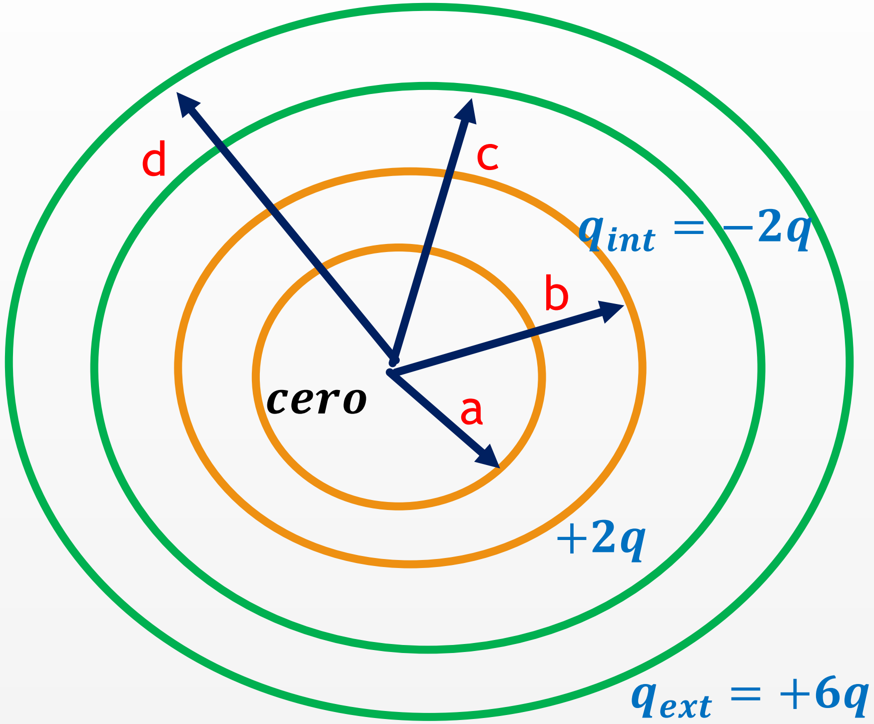




$$q_{neta} = q_{int} + q_{ext} = 0 + 2q = +2q$$

Se analizara el cascaron externo pero en este caso tenemos el problema que debido a que se esta encerrando carga por parte de la esfera pequeña esto obliga a que se polarice la esfera grande para que permanezca la condiciones de no generar campo eléctrico en su centro.

$$q_{neta} = q_{int} + q_{ext} = q_{ext} - 2q$$
$$q_{ext} = q_{neta} - q_{int} = +4q - (-2q) = +6q$$



Ahora se determinaran los campos eléctrico en las regiones

a. r<a en este caso no se encierra nada de carga por lo tanto no generamos nada de campo.

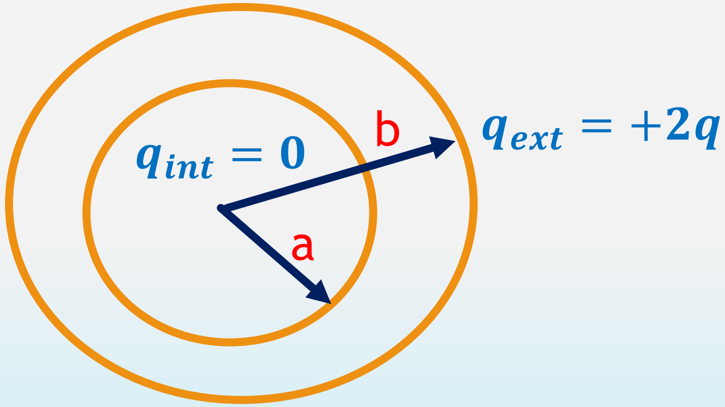
$$\int EdA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

E=0 N/C

b. a<r<b en este caso tampoco estamos encerrando carga alguna.

$$\int EdA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

E=0 N/C



c. Campo eléctrico entre b< r < c en esta región solo estamos encerrando la carga de +2q

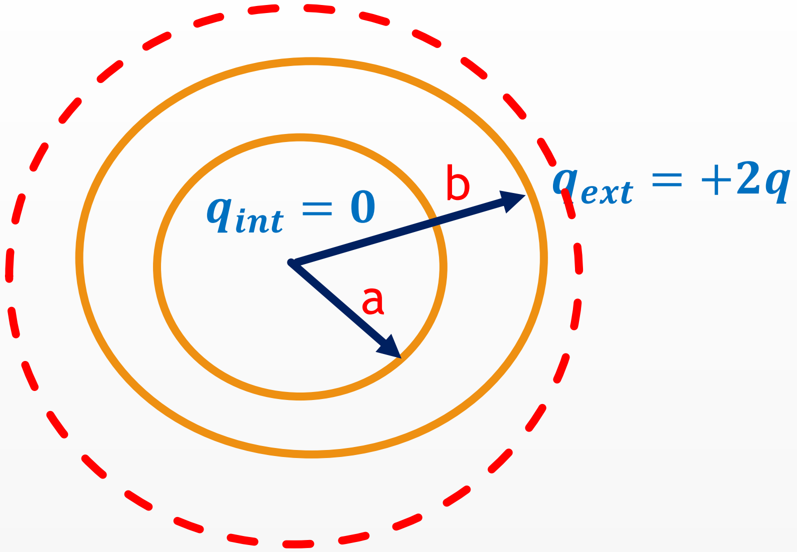
$q_{enc} = +2q$

$$\int EdA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{+2q}{\varepsilon_0}$$

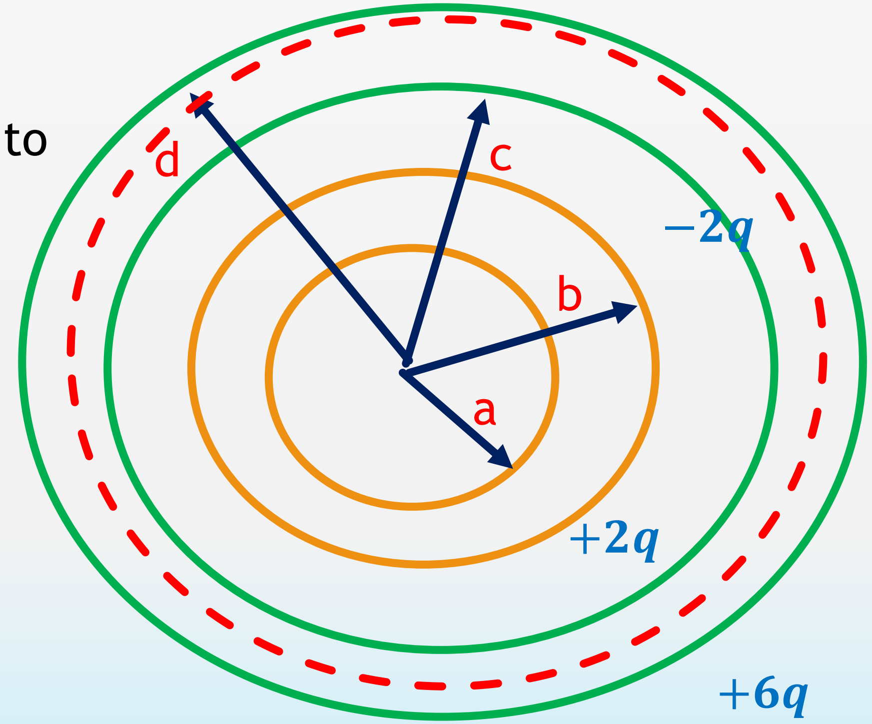
$$E = \frac{+2q}{(4\pi r^2)\varepsilon_0}$$



d. Región c< r < d estamos en la región marcada con el contorno rojo y al sumar las cargas que encierran podemos ver que no hay, por lo tanto el campo es cero. $q_{enc} = +2q - 2q = 0$

$$\int EdA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

E=0 N/C



e. región mayor a d en esta región debemos de tener cuidado la carga que vamos a usar es la carga externa no la carga neta del material conductor externo, ya que es la carga externa es la que demuestra los resultados de las interacciones de las cargas internas del sistema.

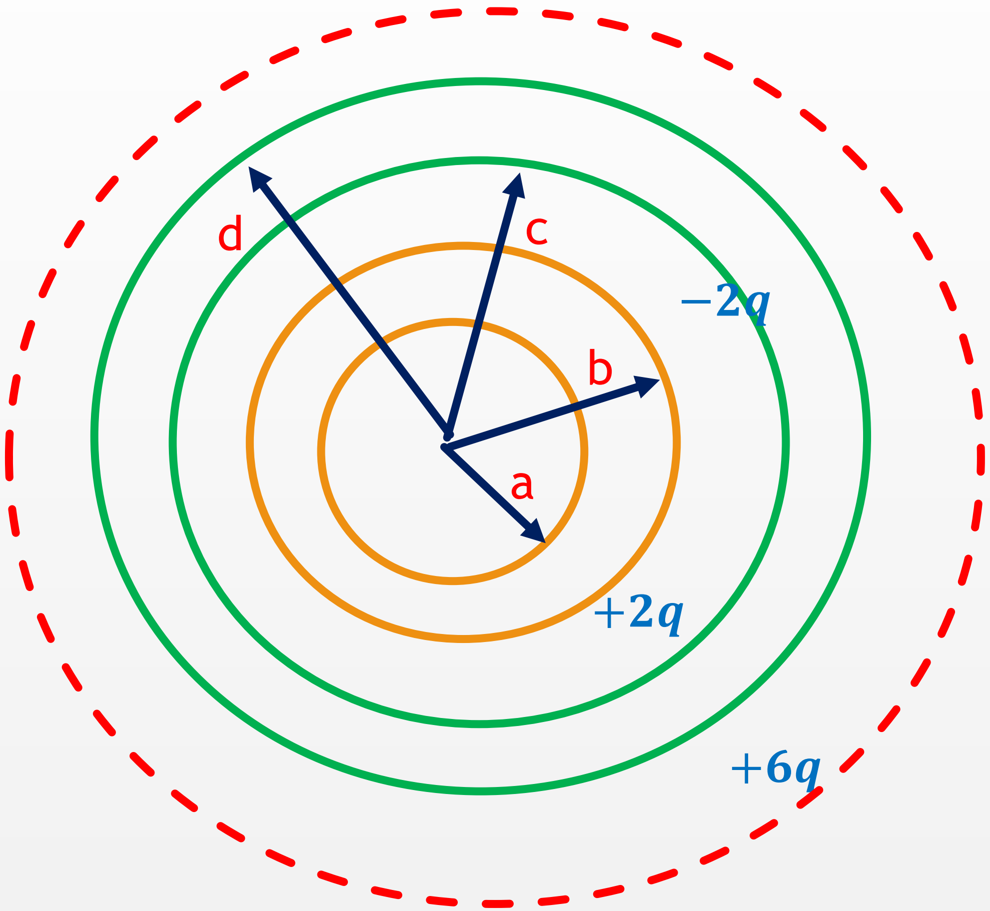
$$q_{enc} = +6q$$

$$\int E dA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{+6q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{+6q}{(4\pi r^2)\varepsilon_0}$$



Ejemplo 3. Se tiene dos esferas concéntricas una solidad aislante de radio a=0.3m y densidad de carga volumétrica de +5nC/m3, otra hueca conductora de interno b= 0.5m y externo c= 0.7m con una carga total de +3nC.

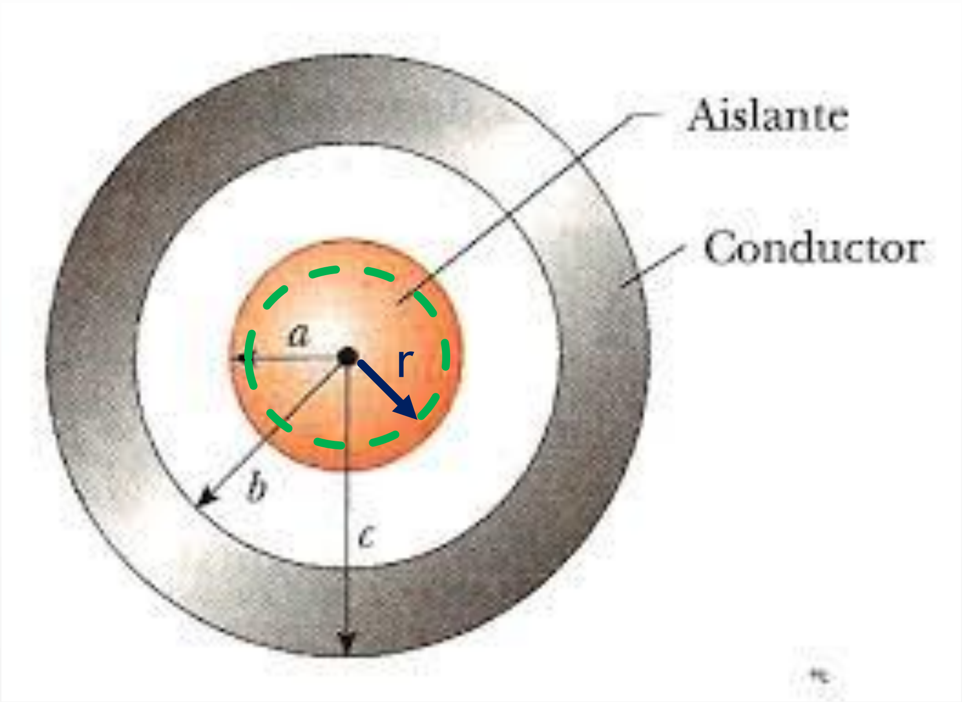
Calcule:

a. El campo eléctrico en r=0.1m

b. La carga en el radio interno y externo del conductor

c. El campo eléctrico en r= 0.6m

d. El campo eléctrico en r=0.9m



Resolución en este caso vamos

a. Campo en r=0.1m nos encontramos dentro de la esfera aislante por lo tanto deberemos de estimar que tenemos el mismo valor de radio en la distribución gaussiana y la carga encerrada

$q_{enc} = \rho \frac{4}{3}\pi r^3 \quad dA = 4\pi r^2$

$$\int E dA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho 4\pi r^3}{3\varepsilon_0(4\pi r^2)} = \frac{\rho r^3}{3\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} = \frac{(5x10^{-9})(0.1)}{3(8.85x10^{-12})} = \mathbf{18.836\frac{N}{C}} \ \boldsymbol{\hat{r}\ saliente}$$

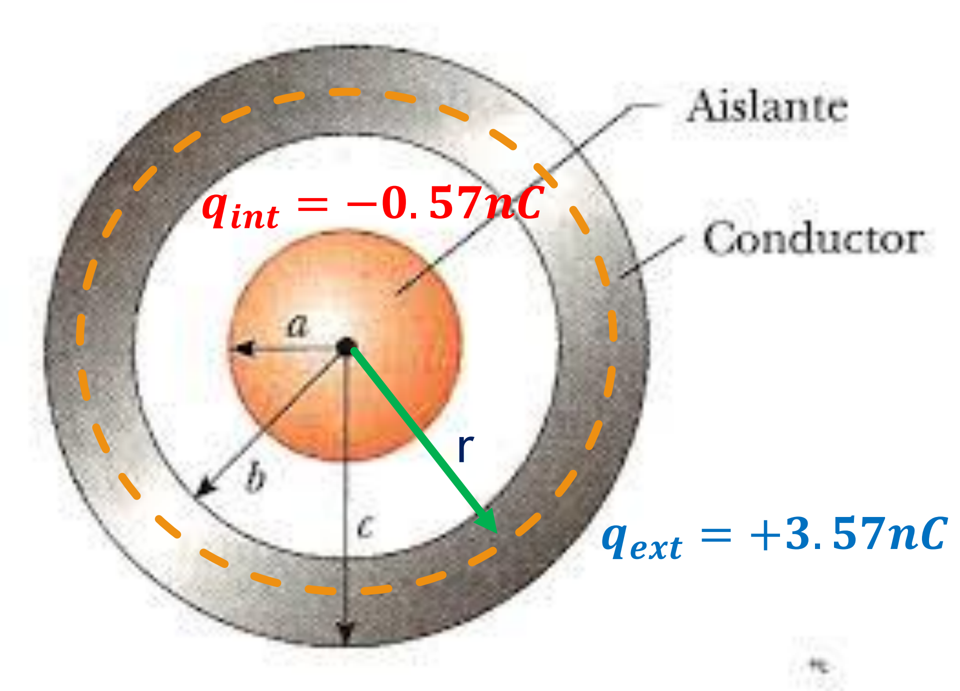
b. Cargas de material conductor en sus cascarones internos y externos, en esta caso es necesario estimar la carga de la distribución para estimar el valor y poder realizar las estimaciones.

$$q_{esfera} = \rho\frac{4}{3}\pi r^3 = (5x10^{-9})\left(\frac{4}{3}\pi\right)(0.3^3) = +0.57x10^{-9}C \approx 0.57nC$$

$$q_{int} = -0.57nC$$

$$q_{neta} = q_{int} + q_{ext} = q_{ext} - 0.57nC$$

$$q_{ext} = q_{neta} - q_{int} = +3nC - (-0.57nC) = +3.57nC$$



c. Campo eléctrico en r=0.6m en este caso estamos dentro del material conductor por lo tanto no tenemos campo eléctrico

$$q_{enc} = +0.57nC - 0.57nC = 0$$

$$\int EdA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

E=0 N/C

d. campo eléctrico r=0.9m en este ultimo escenario tenemos la condición que estamos totalmente fuera de las distribuciones de carga por lo tanto podremos tratar a todos como una simple carga puntual pero la que podremos usar es la carga de externa que quedo en el material conductor.

$q_{enc} = +3.57nC \quad dA = 4\pi r^2$

$$\int EdA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0(4\pi r^2)} = \frac{(3.57x10^{-9})}{(8.85x10^{-12})(4\pi)(0.9)^2} = 39.67\frac{N}{C}\ \hat{r}\ saliente$$