Ejemplos de la distribución normal

miércoles, 11 de octubre de 2023 10:40

Ejemplo 5

- Una máquina que produce cojinetes de bolas inicialmente se ajustó de modo que el diámetro promedio verdadero de los cojinetes que produce sea de 0.5000 pulg. Un cojinete es aceptable si su diámetro está dentro de 0.004 pulg de su valor objetivo. Suponga, sin embargo, que el ajuste cambia durante el curso de la producción, de modo que los cojinetes tengan diámetros normalmente distribuidos con valor medio de 0.499 pulg y desviación estándar de 0.002 pulg. ¿Qué porcentaje de los cojinetes producidos no será aceptable?

$\mu = 0{,}499$

$\sigma = 0{,}002$

ACEPTABLE

$0{,}5 \pm 0{,}004$

$(\underset{x_1}{0{,}496} \leq x \leq \underset{x_2}{0{,}504})$

$Z_1 = \dfrac{0{,}496 - 0{,}499}{0{,}002} = -1{,}50$ $\quad P(Z_1) = 0{,}06681$

$Z_2 = \dfrac{0{,}504 - 0{,}499}{0{,}002} = 2{,}50$ $\quad P(Z_2) = 0{,}99379$

$P(Z_2) - P(Z_1) = 0{,}92698$

$1 - 0{,}92698 = 0{,}07302$

R// 7,30% NO SERÁ ACEPTABLE.

Ejemplo 6:

Suponga que la concentración de cloruro en sangre (mmol/L) tiene una distribución normal con media de 104 y desviación estándar de 5.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que la concentración de cloruro sea igual a 105? ¿Sea menor que 105? ¿Sea cuando mucho de 105?
b. ¿Cuál es la probabilidad de que la concentración de cloruro difiera de la media por más de 1 desviación estándar?
c. ¿Cómo caracterizaría el 1% más extremo de los valores de concentración de cloruro?

a.- $\mu = 104$

$\sigma = 5$

$P(x = 105)$

=DISTR.NORM.N(105;104;5;FALSO) 0.07820854

$Z = \dfrac{105 - 104}{5} = 0{,}2 \rightarrow$ ACUMULATIVO

$P(x = 105) = \boxed{0}$

$P(x < 105) = P(x \leq 105)$

$Z = \dfrac{105 - 104}{5} = 0{,}20$ $\quad P(Z) = \boxed{0{,}57926}$

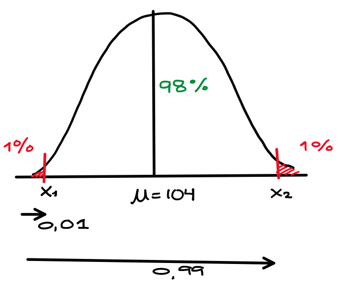
b.- $\mu + \sigma \longrightarrow 104 + 5 = 109$

$P(x > 109)$

$Z = \dfrac{109 - 104}{5} = 1{,}00$ $\quad P(Z) = 0{,}84134$

$1 - P(Z) = \boxed{0{,}15866}$

c.-



$P(Z_1) = 0{,}01$

$Z_1 = -2{,}33$

$-2{,}33 = \dfrac{X_1 - 104}{5}$

$\boxed{X_1 = 92{,}35 \text{ mmol/L}}$

$P(Z_2) = 0{,}99$

$Z_2 = 2{,}33$

$2{,}33 = \dfrac{X_2 - 104}{5}$

$\boxed{X_2 = 115{,}65 \text{ mmol/L}}$

Ejemplo 7

Una fábrica produce pistones cuyos diámetros se encuentran adecuadamente clasificados por una distribución normal con un diámetro promedio de 5 cm y una desviación estándar igual a 0.001 cm. Para que un pistón sirva, su diámetro debe encontrarse entre 4.998 y 5.002 cm. Si el diámetro del pistón es menor que 4.998 se desecha, si es mayor que 5.002 el pistón puede reprocesarse.

a. ¿Qué porcentaje de pistones servirá?
b. ¿Qué porcentaje será desechado?
c. Si se toman 10 pistones al azar de un lote, ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo dos de ellos sean desechados?

$\mu = 5$ cm

$\sigma = 0{,}001$ cm

$4{,}998 \leq x \leq 5{,}002$ SIRVE

$x < 4{,}998$ SE DESECHA

$x > 5{,}002$ REPROCESAR

a.- $P(x \geq 4{,}998)$

$$z = \frac{4{,}998 - 5}{0{,}001} = -2{,}00 \qquad P(z) = 0{,}02275$$

$$1 - P(z) = 0{,}97725$$

R// 97.73% SERVIRÁ

b.- $P(x < 4{,}998)$

$$z = \frac{4{,}998 - 5}{0{,}001} = -2{,}00 \qquad P(z) = 0{,}02275$$

R// 2,28 % SERÁ DESECHADO.

c.- $n = 10$

$x \leq 2 \qquad 0 \leq x \leq 2$

$p = 0{,}02275$

$$b(10; x, 0.02275) = \sum_{x=0}^{2} {}_{10}C_x \,(0{,}02275)^x (1 - 0{,}02275)^{10-x}$$

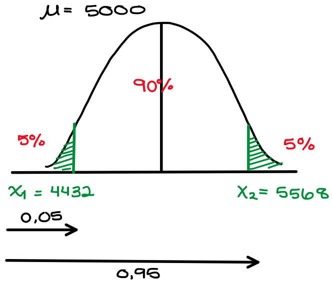
$$= \boxed{0{,}9987}$$

Ejemplo 8:

El gerente de producción de una fábrica de bombillos, estima que la vida útil del producto está distribuida normalmente, con una media de 5000 horas. Si además, el gerente considera que hay una probabilidad del 10% de que la bombilla dure más de 5,568 y menos de 4,432 horas.

a. ¿Cuál es la desviación estándar?
b. Si en un día se producen 20,000 unidades, ¿Cuántas de ellas se espera que tengan una vida superior a las 4,500 horas?

a: $\mu = 5000$



$$1 - P(4432 \leq x \leq 5568) = 0{,}1$$

$$P(z_1) = 0{,}05$$

$$z = -1{,}64$$

$$-1{,}64 = \frac{4432 - 5000}{\sigma}$$

$$\boxed{\sigma = 346.34 \text{ horas}}$$

b.- $P(x > 4500)$

$$z = \frac{4500 - 5000}{346{,}34} = -1{,}44$$

$$P(z) = 0{,}07493$$

$$1 - P(z) = 0{,}92507$$

$$0{,}92507\,(20000) = 18{,}501{,}4$$

R// 18,501 BOMBILLOS