Clase Física 1 09

Ejemplos de elasticidad

modulo de Young

Problema 1. En un día normal en la guardería del profesor oak de pueblo paleta observamos a dos Pokémon caminar sobre una superficie fangosa un furret que camina en 4 patas, cada pata tiene una área de 25cm^2 y un peso total de 75kg, y un snorlax que camina en dos patas con un área de cada pata de 650cm^2 y un peso 650kg,

a). Calculo el esfuerzo que realiza cada pata del Pokémon si distribuyen el peso de forma uniforme según su forma de caminar.

b) Si ahora el profesor les solicita a cada Pokémon colocarse sobre solo una pata cual seria el esfuerzo que recibe dicha pata en N/m2.

Resolución calculo de los pesos de los Pokémon

$$w_{furret} = m_f g = (75)(9.8) = 735N$$
$$w_{snorlax} = m_s g = (650)(9.8) = 6{,}370N$$

Convertir las áreas de las patas a Pokémon a m^2

$$A_{furret} = 25cm^2 \approx 0.0025m^2 \qquad A_{snorlax} = 650cm^2 \approx 0.065m^2$$

a) Esfuerzo que realiza cada pata del Pokémon

$$\sigma_{furret} = \frac{w_{furret}/_4}{A_{furret}} = \frac{735/_4}{0.0025} = 73{,}500 \ ^N/_{m^2}$$

$$\sigma_{snorlax} = \frac{w_{snorlax}/_2}{A_{snorlax}} = \frac{6{,}370/_2}{0.065} = 49{,}000 \ ^N/_{m^2}$$

b) ahora el peso actúa sobre una sola pata de cada Pokémon

$$\sigma_{furret} = \frac{w_{furret}}{A_{furret}} = \frac{735}{0.0025} = 294{,}000 \ ^N/_{m^2}$$

$$\sigma_{snorlax} = \frac{w_{snorlax}}{A_{snorlax}} = \frac{6{,}370}{0.065} = 98{,}000 \ ^N/_{m^2}$$

Dos varillas redondas, una de acero y la otra de cobre, se unen por los extremos. Cada una tiene 0.750 m de longitud y 1.50 cm de diámetro. La combinación se somete a una tensión con magnitud de 4000 N. Para cada varilla, determine: *a*) la deformación y *b*) el alargamiento

Resolución aunque tengan las mismas dimensiones sufrirá diferentes efectos debido

al material del cual están constituidos. Tomar datos de los módulos de Young de los materiales

Se realiza el calculo del área de las dos varillas para posteriormente emplear sus efectos.

$$A = \frac{\pi}{4}\varphi^2 = \frac{\pi}{4}(0.015)^2 = 0.1767x10^{-3}\ m^2$$

Se coloca todo en el sistema internacional debido a que los módulos se encuentran en esas unidades.

a) Para el calculo de las deformaciones partimos del planteamiento de los esfuerzos empleando la ley de hooke

$$\sigma = Y_{material}\varepsilon \quad \rightarrow \quad \frac{F}{A} = Y_{material}\frac{\Delta L}{L_o}$$

$$\Delta L = \frac{FL_o}{AY_{material}}$$

$$\Delta L_{Ac} = \frac{FL_{Ac}}{AY_{Ac}} = \frac{4000(0.75)}{(0.1767x10^{-3})(20x10^{10})} =$$

$$\Delta L_{Ac} = 84.8896x10^{-06}\ m$$

$$\Delta L_{cu} = \frac{FL_{cu}}{AY_{cu}} = \frac{4000(0.75)}{(0.1767x10^{-3})(11x10^{10})} =$$

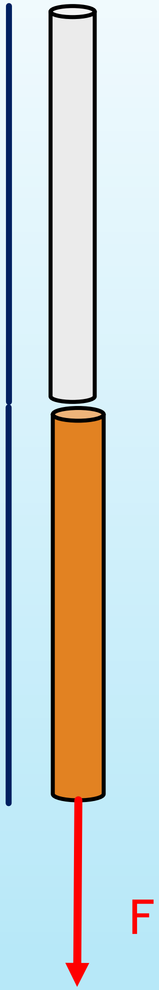
$$\Delta L_{cu} = 154.35x10^{-06}\ m$$

Tabla 11.1 Módulos de elasticidad aproximados

Material	Módulo de Young, Y (Pa)	Módulo de volumen, B (Pa)	Módulo de corte, S (Pa)
Aluminio	7.0×10^{10}	7.5×10^{10}	2.5×10^{10}
Latón	9.0×10^{10}	6.0×10^{10}	3.5×10^{10}
Cobre	11×10^{10}	14×10^{10}	4.4×10^{10}
Cristal corona (óptico)	6.0×10^{10}	5.0×10^{10}	2.5×10^{10}
Hierro	21×10^{10}	16×10^{10}	7.7×10^{10}
Plomo	1.6×10^{10}	4.1×10^{10}	0.6×10^{10}
Níquel	21×10^{10}	17×10^{10}	7.8×10^{10}
Acero	20×10^{10}	16×10^{10}	7.5×10^{10}

$L_{Ac} = 0.75m$

$L_{cu} = 0.75m$

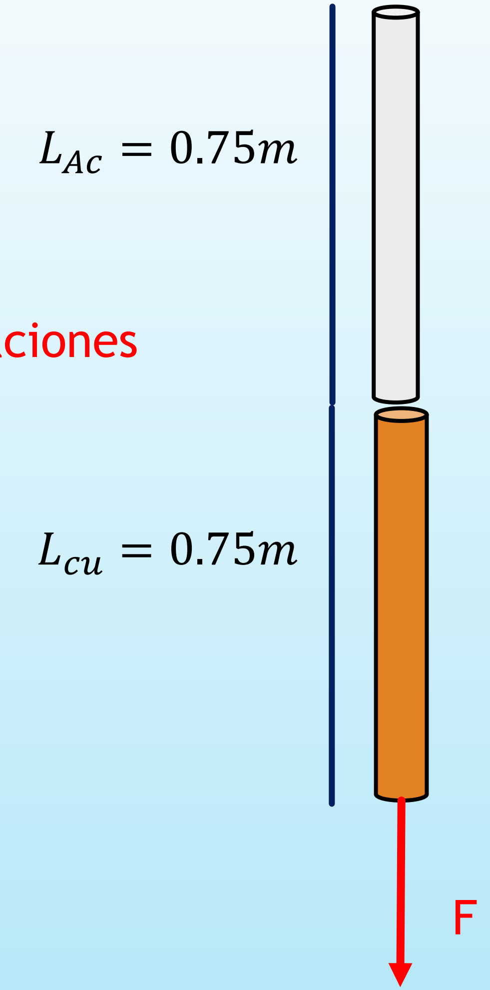


b) En este caso dependemos de la deformación del material para determinar su alargamiento por tensión de cada material.

En estos casos $\Delta L_{Ac} = 84.8896x10^{-06}\ m$ y $\Delta L_{Ac} = 154.35x10^{-06}\ m$

Se puede notar que cada material aunque tenga las mismas dimensiones sus efectos son diferentes debido a tipo de metal del cual están constituidos.

Los metales tienen gran capacidad para soportar la tensión por lo cual son usados en edificaciones

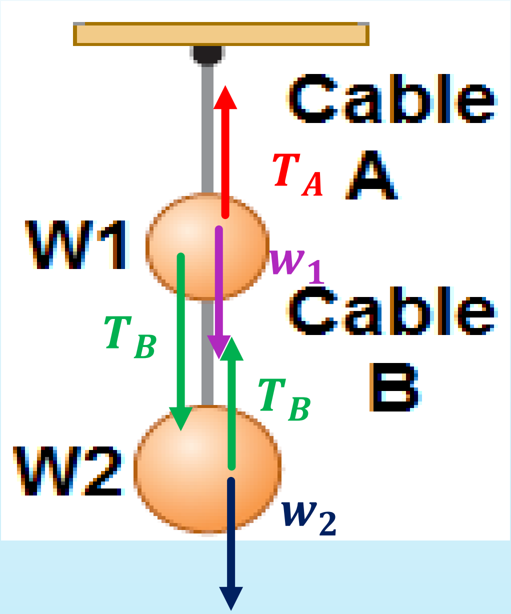


$$\Delta L_{material} = L_f - L_o$$
$$L_f = \Delta L_{material} + L_o$$

$$L_{f\,Ac} = \Delta L_{Ac} + L_o = 84.8896x10^{-06}\ m + 0.75m = 0.75008888m$$

$$L_{f\,cu} = \Delta L_{cu} + L_o = 154.35x10^{-06}\ m + 0.75m = 0.75015435m$$

Un adorno consiste en dos esferas sólidas de cristal de pesos W_1=500 N y W_2=1.00 KN suspendidas verticalmente mediante los cables ligeros “A” y “B” como se muestra en la figura, ambos cables son de aluminio (Y=7.00×10^{10} Pa), tienen la misma longitud inicial de 2.00 m y la misma área de sección trasversal de 1.00 mm^2.



a. La deformación del cable “B”, en mm es de:

b. La deformación unitaria del cable “B” es de:

c. La deformación del cable “A”, en mm es de:

d. Es esfuerzo que soporta el cable “A”, en Pascales es de:

e. El esfuerzo del cable “B” si el sistema se encuentra acelerado hacia arriba a 2m/s^2 y la deformación en mm

Resolución para realizar los cálculos de los esfuerzos y deformaciones es necesario encontrar los Valores de las tensiones que afectan a los cables “A” y “B”.

$$Para\ el\ Peso\ w_2 \qquad +\uparrow \sum F_y = 0$$

$$T_B - w_2 = 0 \qquad \rightarrow \qquad T_B = w_2 = 1000N$$

$$Para\ el\ Peso\ w_1 \qquad +\uparrow \sum F_y = 0$$

$$T_A - w_1 - T_B = 0 \qquad \rightarrow \qquad T_A = w_1 + T_B = 1500N$$

Partiendo de las sumatorias y la información de cada cable se procede a realizar los cálculos correspondientes.

$$T_B = 1000N \quad T_A = 1500N \quad Y_{Al} = 7x10^{10}\frac{N}{m^2} \quad A = 1mm^2 \approx 1x10^{-6}m^2 \quad L_o = 2.0m$$

a. La deformación del cable “B”, en mm es de:

$$\sigma = Y_{material}\varepsilon \quad \rightarrow \quad \frac{F}{A} = Y_{material}\frac{\Delta L}{L_o} \quad \rightarrow \quad \Delta L = \frac{FL_o}{AY_{material}}$$

$$\Delta L_B = \frac{T_B L_o}{AY_{Al}} = \frac{1000(2)}{(1x10^{-6})(7x10^{10})} = 28.57x10^{-3}m \approx 28.57mm$$

b. La deformación unitaria del cable “B” es de:

$$\varepsilon_B = \frac{\Delta L_B}{L_o} = \frac{28.57x10^{-3}m}{2m} = 0.01429$$

Tener cuidado en los cálculos ya que la deformación debe de tener unidades y la deformación unitaria no, también se considera el grado que el material puede estar siendo deformado en la zona elástica.

c. La deformación del cable “A”, en mm es de:

$$\Delta L_A = \frac{T_A L_o}{AY_{Al}} = \frac{1500(2)}{(1x10^{-6})(7x10^{10})} = 42.86x10^{-3}m \approx 42.86mm$$

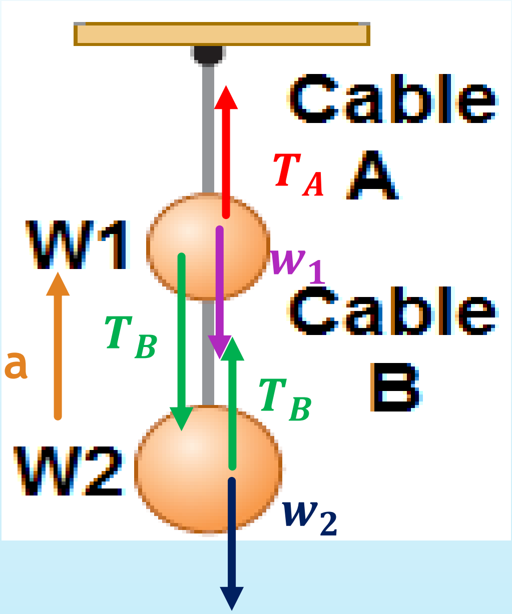
d. Es esfuerzo que soporta el cable “A”, en Pascales es de:

$$\sigma_A = \frac{T_A}{A} = \frac{1500}{1x10^{-6}} = \frac{1.5x10^9\,N}{m^2} \approx 1.5GPa$$

En los casos anteriores hemos visto los efectos de las fuerzas en condiciones estáticas donde los efectos de las fuerzas se analizan con condiciones de primera ley pero esto no es la única forma, en este siguiente inciso tomaremos las consideraciones del movimiento para observar el aumento que sufre el esfuerzo y la deformación de un material sometido a un sistema dinámico.

e. El esfuerzo del cable "B" si el sistema se encuentra acelerado hacia arriba a 2m/s^2 y

la deformación en mm



$w_2 = 1000N \quad m_2 = 102.04kg \quad Y_{Al} = 7x10^{10}\frac{N}{m^2} \quad A = 1mm^2 \approx 1x10^{-6}m^2 \quad L_o = 2.0m$

$$Para\ el\ Peso\ w_2 \qquad +\uparrow \sum F_y = m_2 a$$

$T_B - w_2 = m_2 a \qquad \rightarrow \qquad T_B = w_2 + m_2 a = 1000 + 102.04(2) = 1204.08\ N$

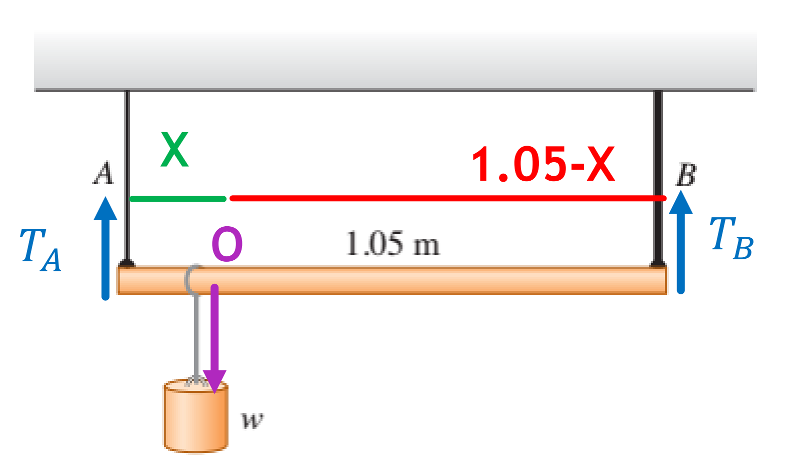
$$\sigma_B = \frac{T_B}{A} = \frac{1204.08}{1x10^{-6}} = 1.2048\ x10^9\ N/m^2$$

$$\sigma = Y_{material}\varepsilon \qquad \rightarrow \qquad \frac{F}{A} = Y_{material}\frac{\Delta L}{L_o} \qquad \rightarrow \qquad \Delta L = \frac{FL_o}{AY_{material}}$$

$$\Delta L_B = \frac{T_B L_o}{AY_{Al}} = \frac{1204.08(2)}{(1x10^{-6})(7x10^{10})} = 34.40x10^{-3}m \approx 34.40mm$$

Entre las variaciones del inciso "a" y el "e" de la deformación se puede decir que si existe un aumento de casi 6 mm en el material y si esto fuera en aumento podría darse un punto de ruptura que es cuando se da el esfuerzo máximo.

11.87. Una varilla de 1.05 m de longitud con peso despreciable está sostenida en sus extremos por alambres *A* y *B* de igual longitud (figura 11.62). El área transversal de *A* es de 2.00 mm^2, y la de *B*, 4.00 mm^2. El módulo de Young del alambre *A* es de 1.80 x 10^{11} Pa; el de *B*, 1.20 x 10^{11} Pa. ¿En qué punto de la varilla debe colgarse un peso *w* con la finalidad de producir: *a*) esfuerzos iguales en *A* y *B*? *b*) ¿Y deformaciones iguales en *A* y *B*?



Resolución en este caso se deberá de considerar que la sumatoria de fuerzas verticales generan problema por incorporar más incógnitas al sistema.

Se planteara la sumatoria de torque en el punto que se pueda eliminar la mayor cantidad de Incógnitas para su resolución.

Para determinar la distancia con la que se deberá de colocar el sistema para generar sumatoria de torques en el punto "O"

$$\sum \tau_o = 0 \; positivo\ en\ sentido\ horario$$

$$T_A x\ sen90° \ - T_B(1.05 - x)sen90° = 0$$
$$T_A x sen90° = \ T_B(1.05 - x)sen90°$$
$$T_A x = T_B(1.05 - x)$$

En este punto no importa donde se colocara la incógnita "x" el sistema se resuelve de la misma forma solamente que se busca la distancia próxima al cable A o al cable B.

pero aun así el sistema tiene 3 incógnitas por lo cual será necesario plantear alguna condición extra para

resolverse en cualquier de los dos casos propuestos.

Para este problema cada inciso nos indica una condición que se debe de cumplir para encontrar la distancia deseada.

$$A_A = 2\,mm^2 \quad A_B = 4\,mm^2$$

a) esfuerzos iguales en *A* y *B*?

$$\sigma_A = \sigma_B$$
$$\frac{T_A}{A_A} = \frac{T_B}{A_B}$$

De esta expresión se despeja para alguna de las tensiones sea A o B

$$T_A = \frac{T_B A_A}{A_B}$$

Con esta expresión se sustituye con la expresión de la sumatoria de torques que mantenía todas las incógnitas.

$$T_A x = T_B(1.05 - x)$$
$$\frac{\cancel{T_B} A_A}{A_B} x = \cancel{T_B}(1.05 - x)$$
$$\frac{A_A}{A_B} x = 1.05 - x$$
$$\frac{A_A}{A_B} x + x = 1.05$$
$$x = \frac{1.05}{A_A/A_B + 1} = \frac{1.05}{\frac{2}{4} + 1} = \mathbf{0.7m}$$

Se dan dos distancias dependiendo donde se plantee la distancia al cable A es de 0.7m y la del cable B es de 0.35m cualquiera es correcta dependiendo donde se tomo el valor de “x”

Para este problema cada inciso nos indica una condición que se debe de cumplir para encontrar la distancia deseada.

$$A_A = 2\,mm^2 \quad A_B = 4\,mm^2 \;\; Y_A = 1.8\,x10^{11}Pa \;\; Y_B = \;\; 1.2\,x\,10^{11}\,Pa$$

b) ¿Y deformaciones iguales en *A* y *B*?

$$\varepsilon_A = \varepsilon_B$$
$$\Delta L_A = \Delta L_B$$

$$\frac{T_A \cancel{L_o}}{A_A Y_A} = \frac{T_B \cancel{L_o}}{A_B Y_B}$$

De esta expresión se despeja para alguna de las tensiones sea A o B

$$T_A = \frac{T_B A_A Y_A}{A_B Y_B}$$

Con esta expresión se sustituye con la expresión de la sumatoria de torques que mantenía todas las incógnitas.

$$T_A x = T_B(1.05 - x)$$
$$\frac{\cancel{T_B} A_A Y_A}{A_B Y_B} x = \cancel{T_B}(1.05 - x)$$
$$\frac{A_A Y_A}{A_B Y_B} x = 1.05 - x$$
$$\frac{A_A Y_A}{A_B Y_B} x + x = 1.05$$
$$x = \frac{1.05}{{A_A Y_A}/{A_B Y_B} + 1} = \frac{1.05}{\frac{2(1.8)}{4(1.2)} + 1} = \mathbf{0.6m}$$

Se dan dos distancias dependiendo donde se plantee la distancia al cable A es de 0.6m y la del cable B es de 0.45m cualquiera es correcta dependiendo donde se tomo el valor de “x”