La derivada como función una función

$y = f(x)$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

"f PRIMA"

"FUNCIÓN

Otras notaciones

Si usa la notación tradicional $y = f(x)$ para indicar que la variable independiente es x y la dependiente es y, entonces algunas otras notaciones comunes para la derivada son:

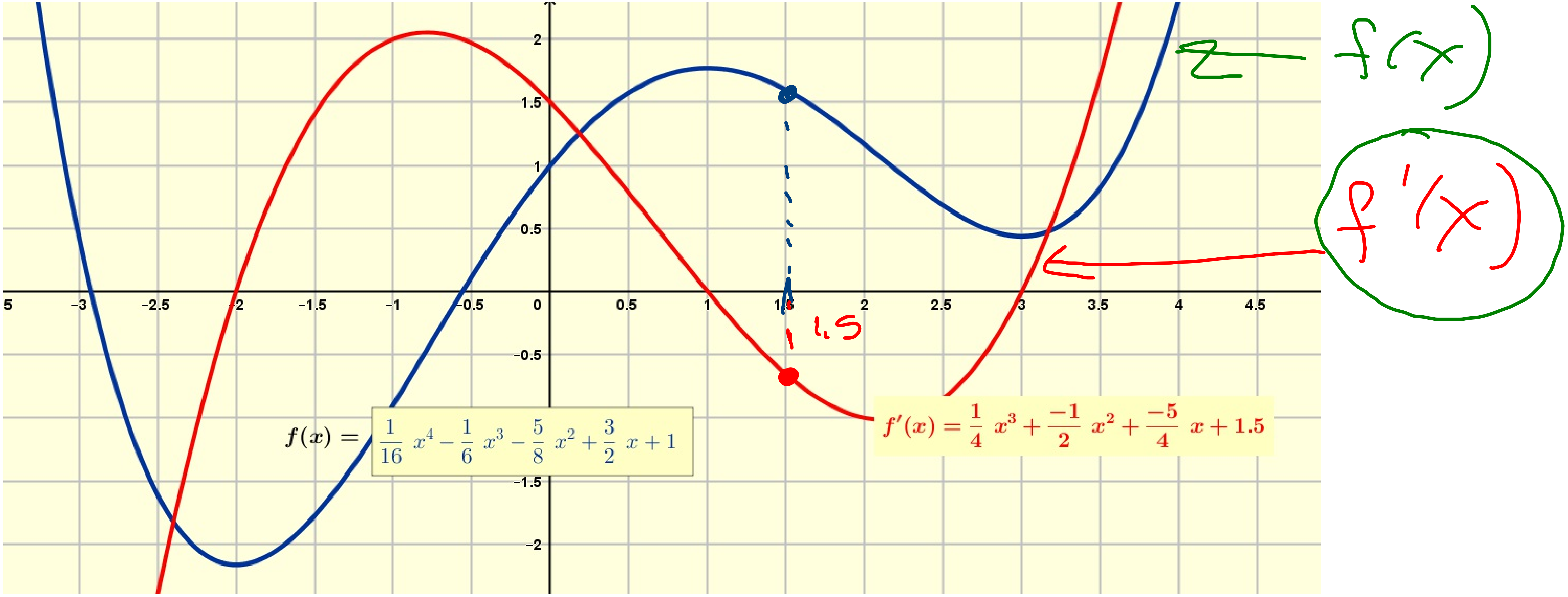
$$f'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx}f(x) = Df(x) = D_x f(x)$$

Los símbolos D y d/dx se llaman **operadores de derivación** porque indican la operación de derivación, que es el proceso de calcular una derivada.

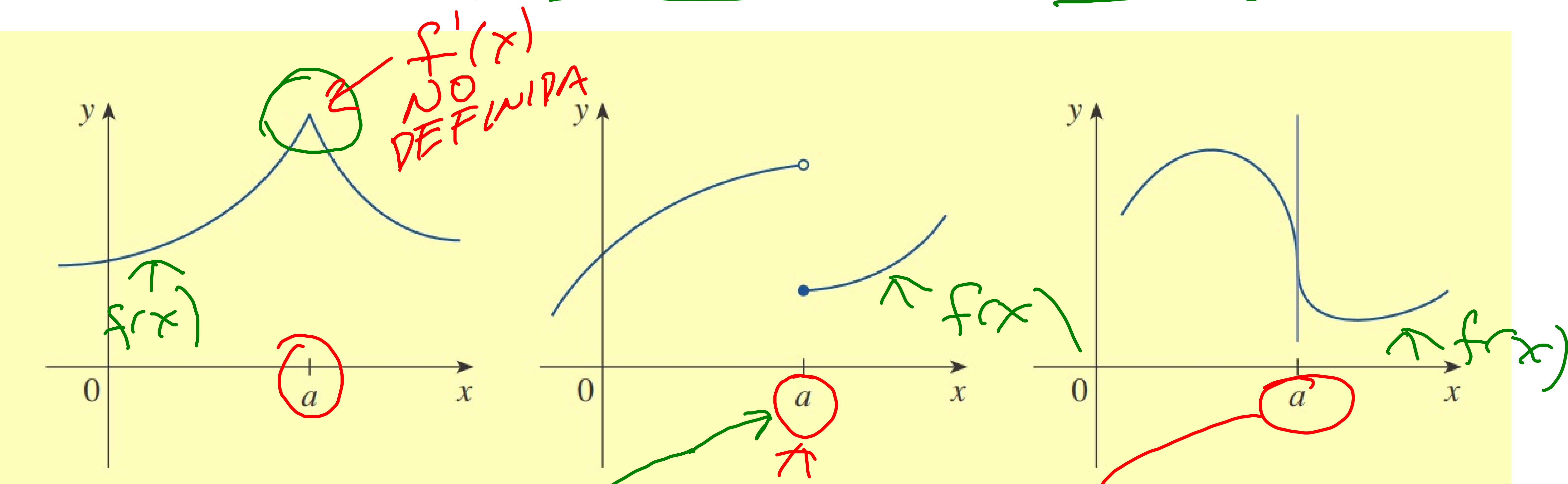
$$\frac{d}{dx} f(x)$$

$$\sqrt{25}$$

3 **Definición** Una función f es **derivable en a** si $f'(a)$ existe. Es **derivable en un intervalo abierto** (a, b) [o (a, ∞) o $(-\infty, a)$ o $(-\infty, \infty)$] si es derivable en todo número del intervalo.



¿Cuándo deja de ser derivable una función?



(a) Una esquina (b) Una discontinuidad (c) Una tangente vertical

f(x) NO DERIVABLE

f'(x) NO DEFINIDA

f'(x) NO DEFINIDA

Derivadas de orden superior

Si f es una función derivable, entonces su derivada f también es una función, por lo que f puede tener una derivada de sí misma, denotada por $(f')' = f''$. Esta nueva función f'' se llama **segunda derivada** de f porque es la derivada de la derivada de f. Utilizando la notación de Leibniz, la segunda derivada de $y = f(x)$ se escribe como

$$\underbrace{\frac{d}{dx}}_{\text{derivada de}}\underbrace{\left(\frac{dy}{dx}\right)}_{\text{primera derivada}} = \underbrace{\frac{d^2y}{dx^2}}_{\text{segunda derivada}} = f''(x)$$

$$y''' = f'''(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = \frac{d^3y}{dx^3}$$

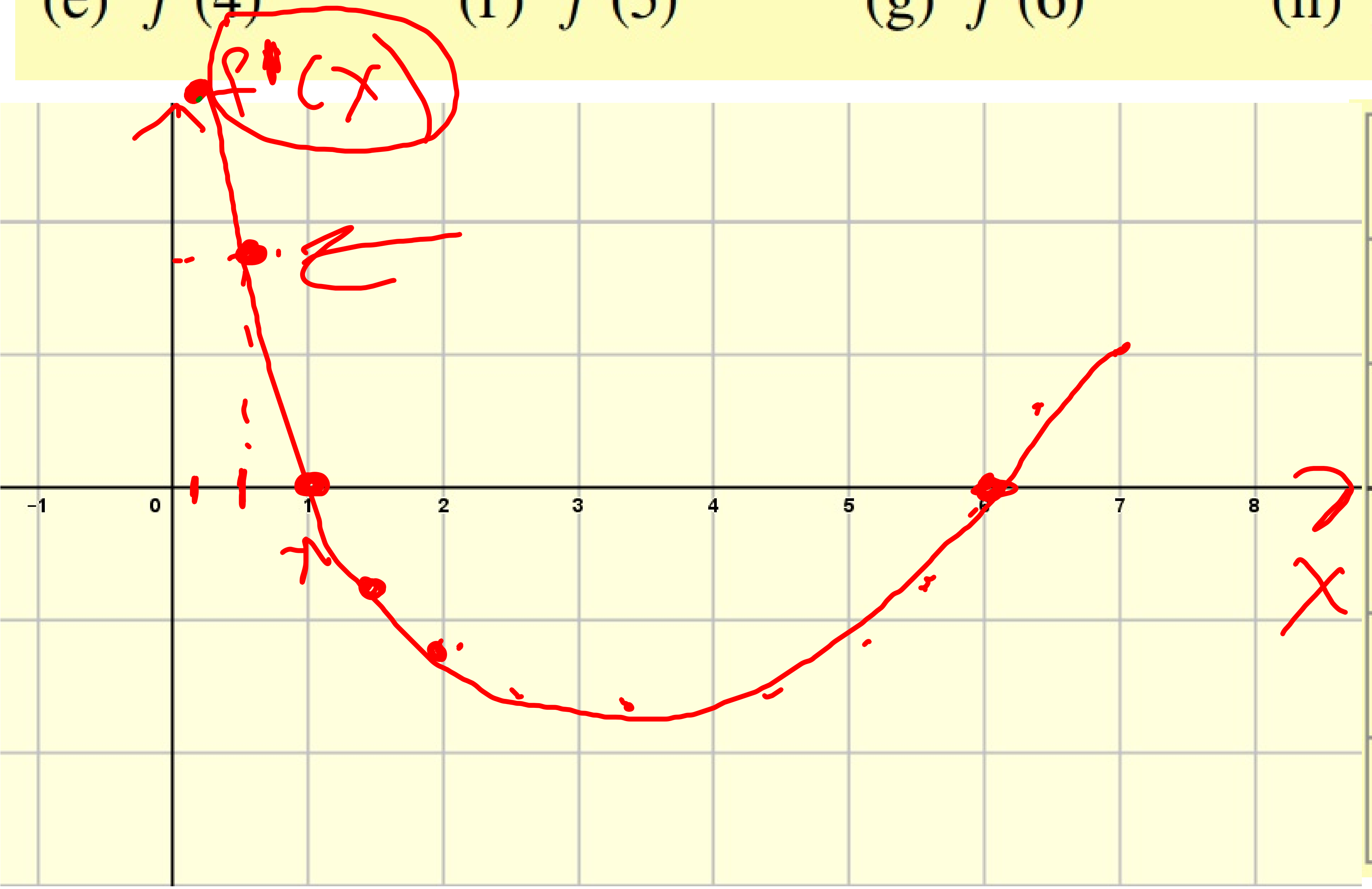
$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) = \frac{d^4y}{dx^4} = f^{(4)}$$

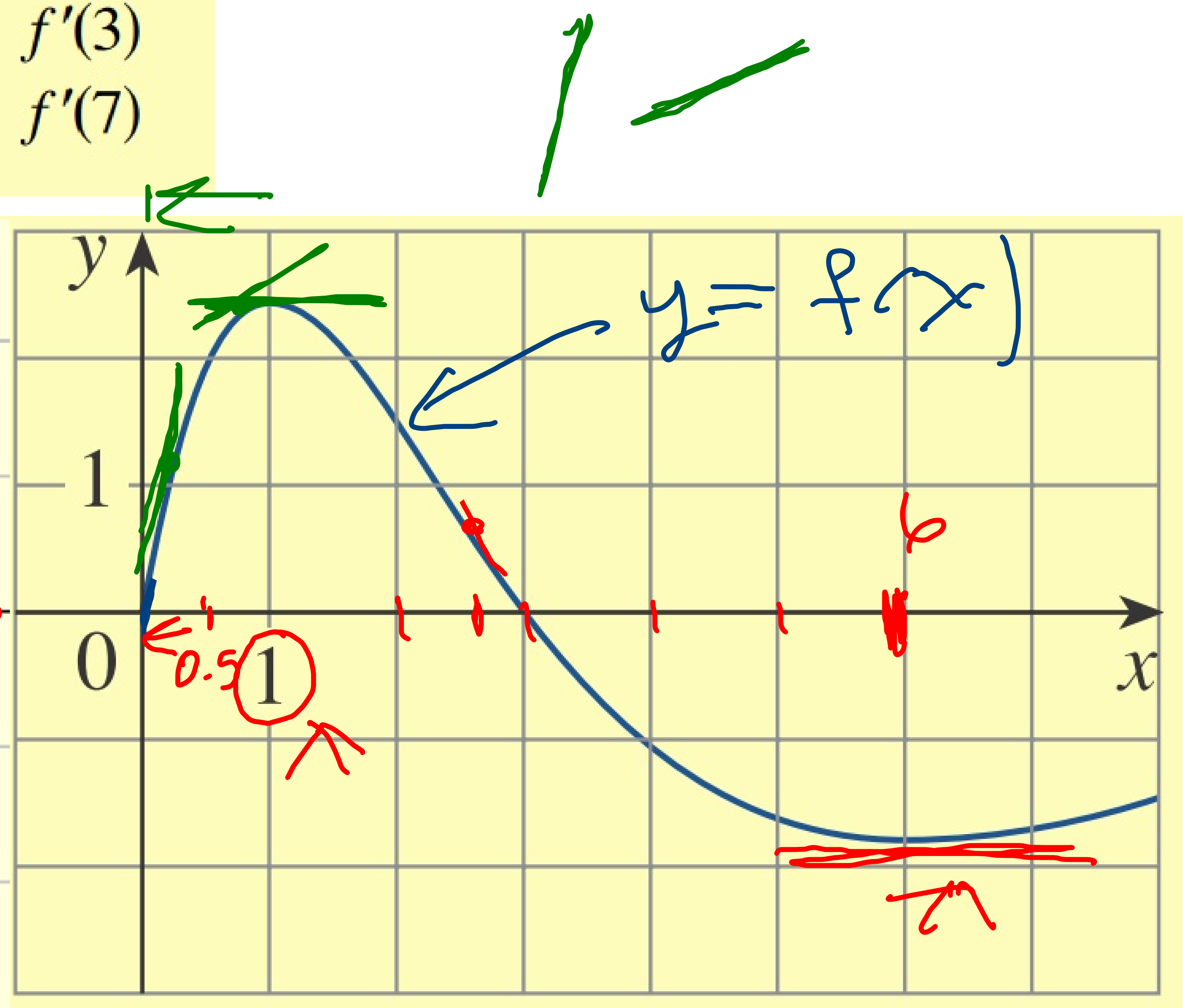
$$f^{(IV)}$$

1–2 Utilice la gráfica que se proporciona para calcular el valor de cada derivada. Luego trace la gráfica de f'.

(a) $f'(0)$ (b) $f'(1)$ (c) $f'(2)$ (d) $f'(3)$

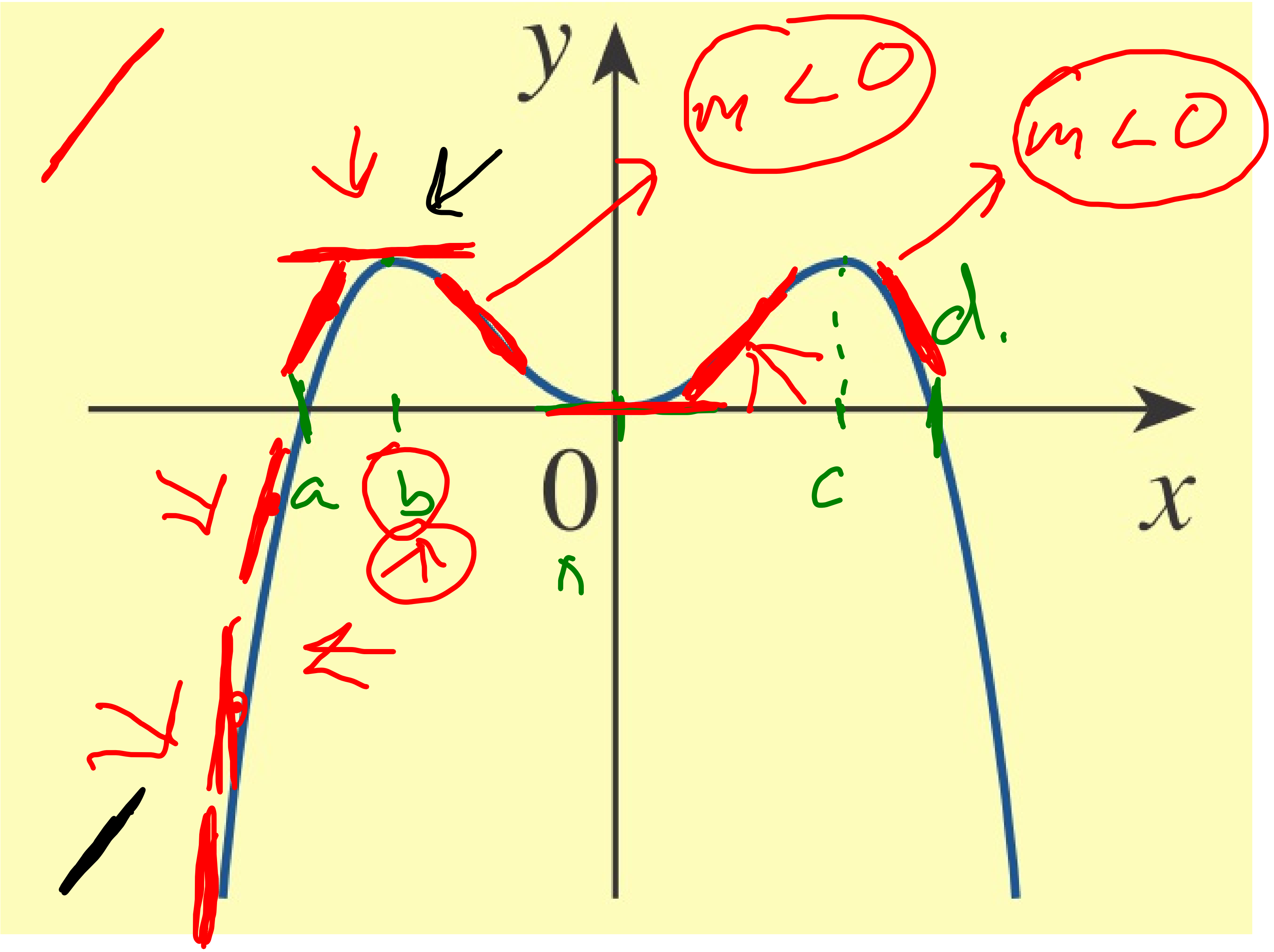
(e) $f'(4)$ (f) $f'(5)$ (g) $f'(6)$ (h) $f'(7)$

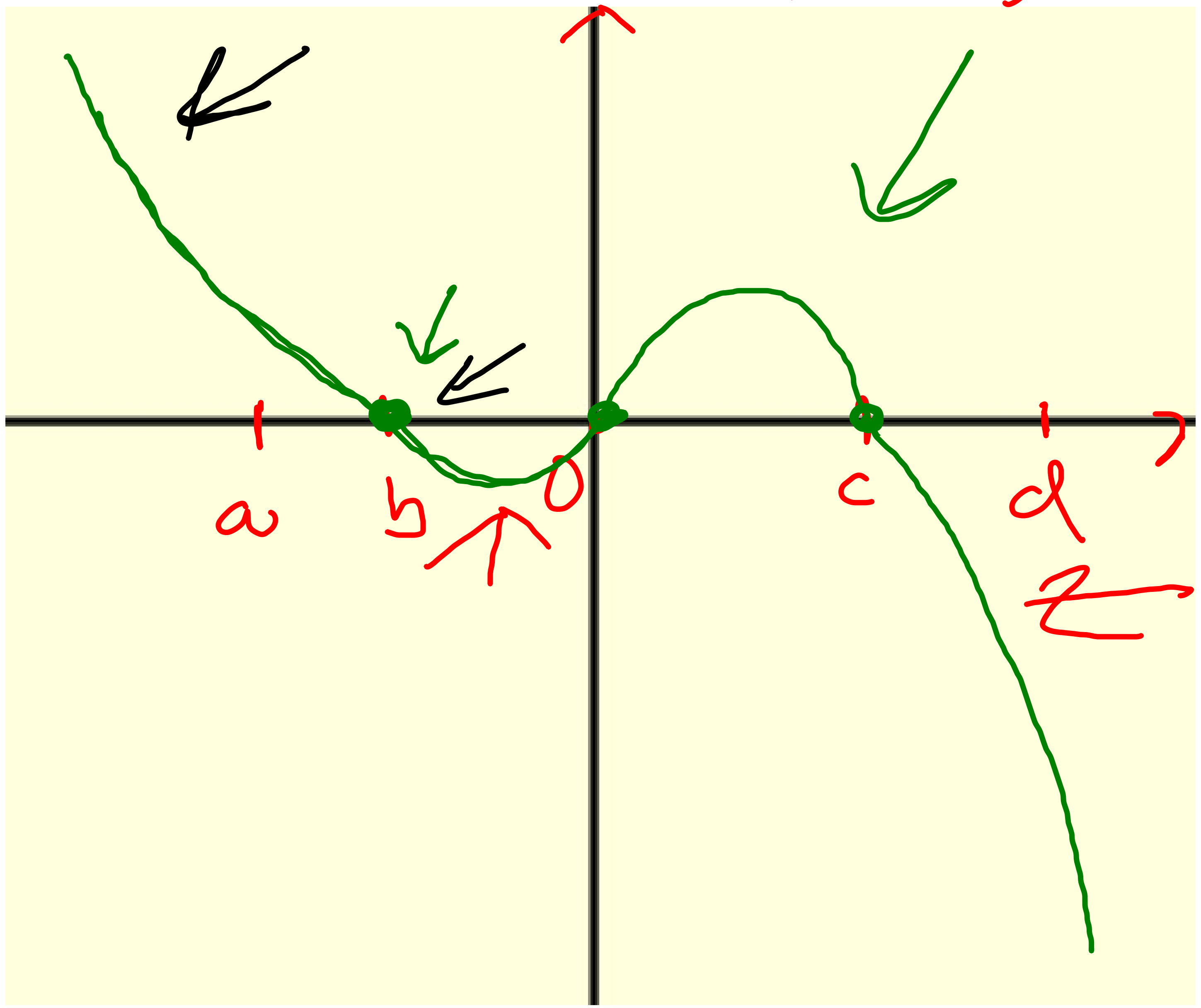




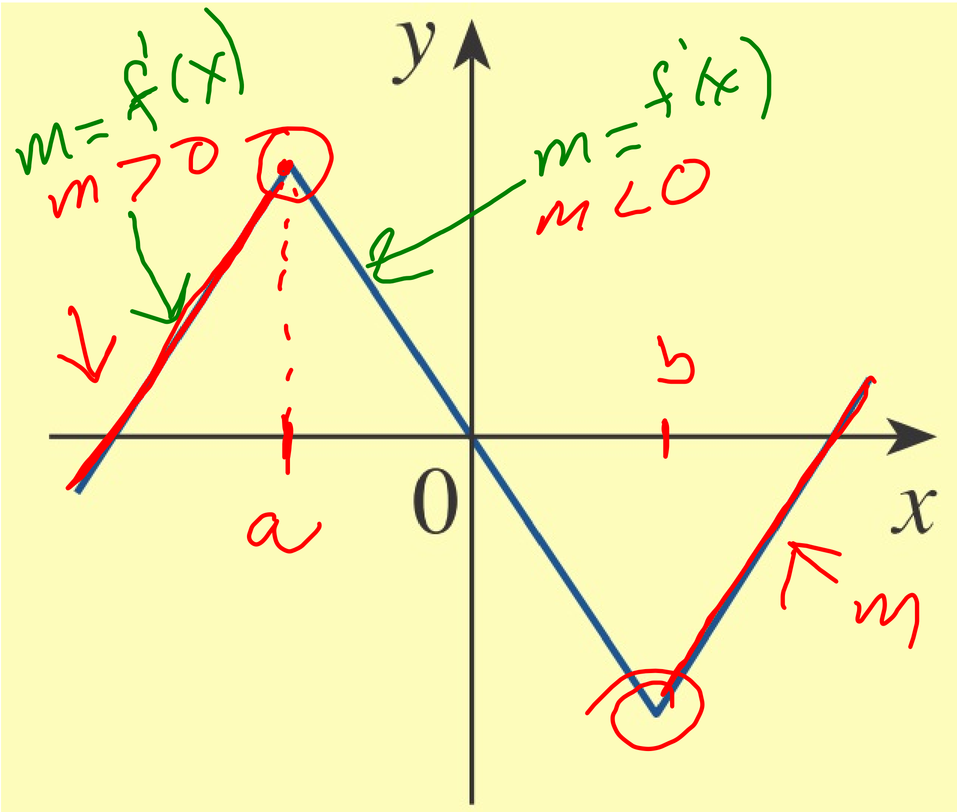
4–11 Trace o copie la gráfica de la función dada f. (Suponga que los ejes tienen escalas iguales.) Luego utilice el método del ejemplo 1 para trazar la gráfica de f' debajo de esta.

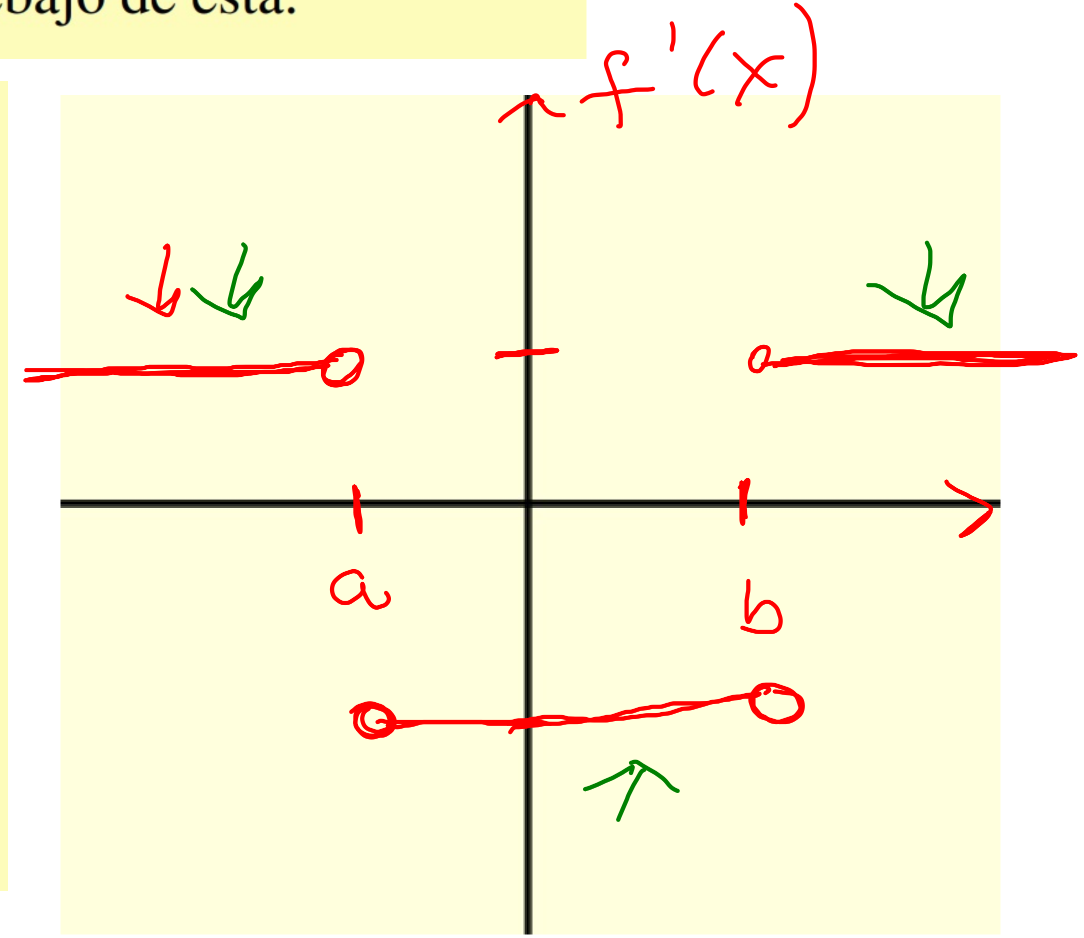
$f'(x)$

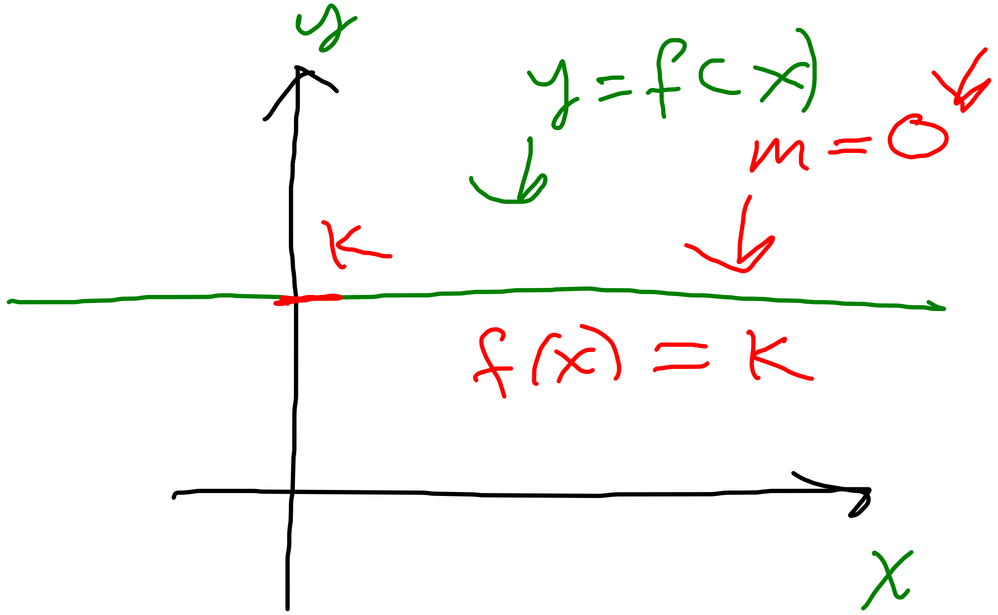


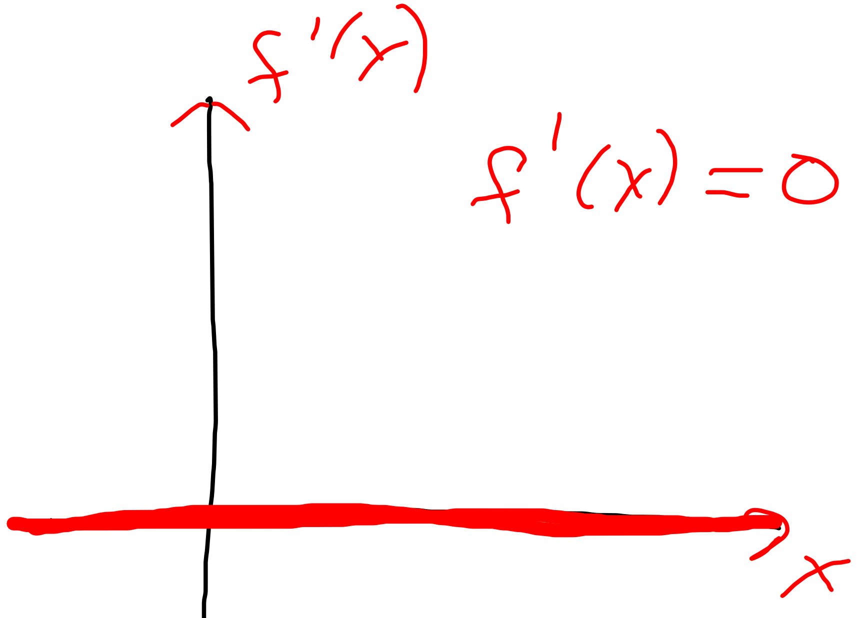


4–11 Trace o copie la gráfica de la función dada f. (Suponga que los ejes tienen escalas iguales.) Luego utilice el método del ejemplo 1 para trazar la gráfica de f' debajo de esta.

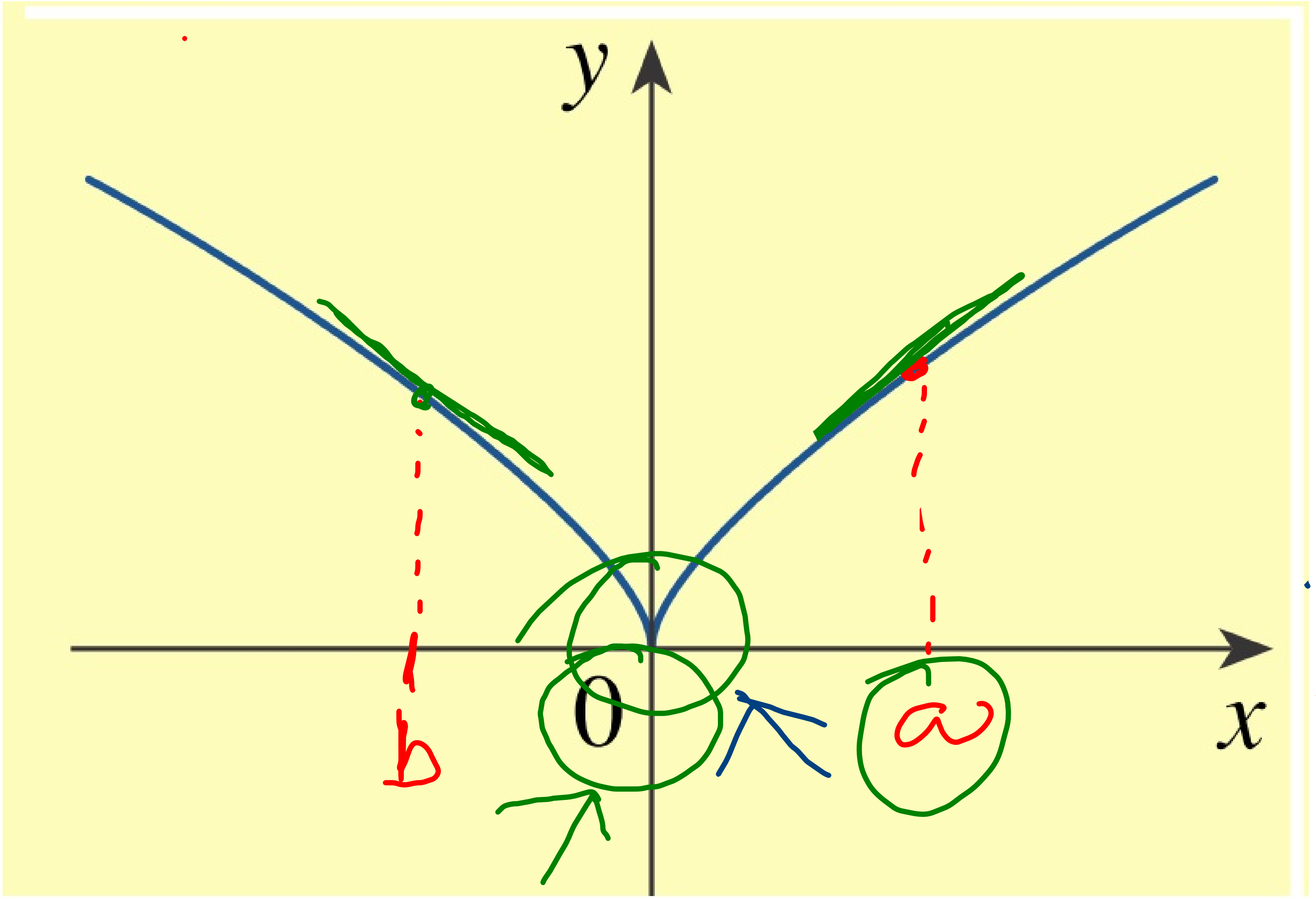


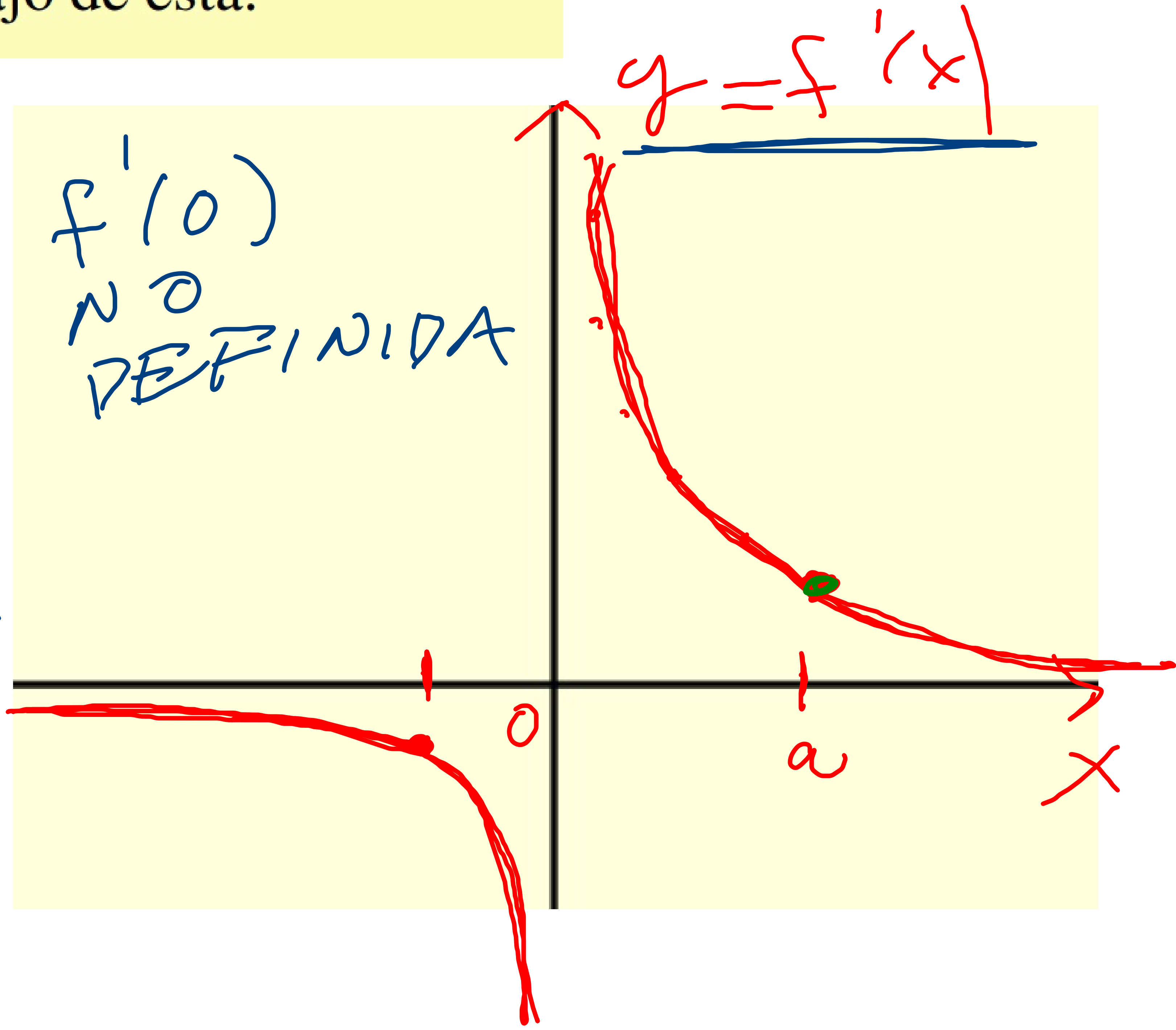




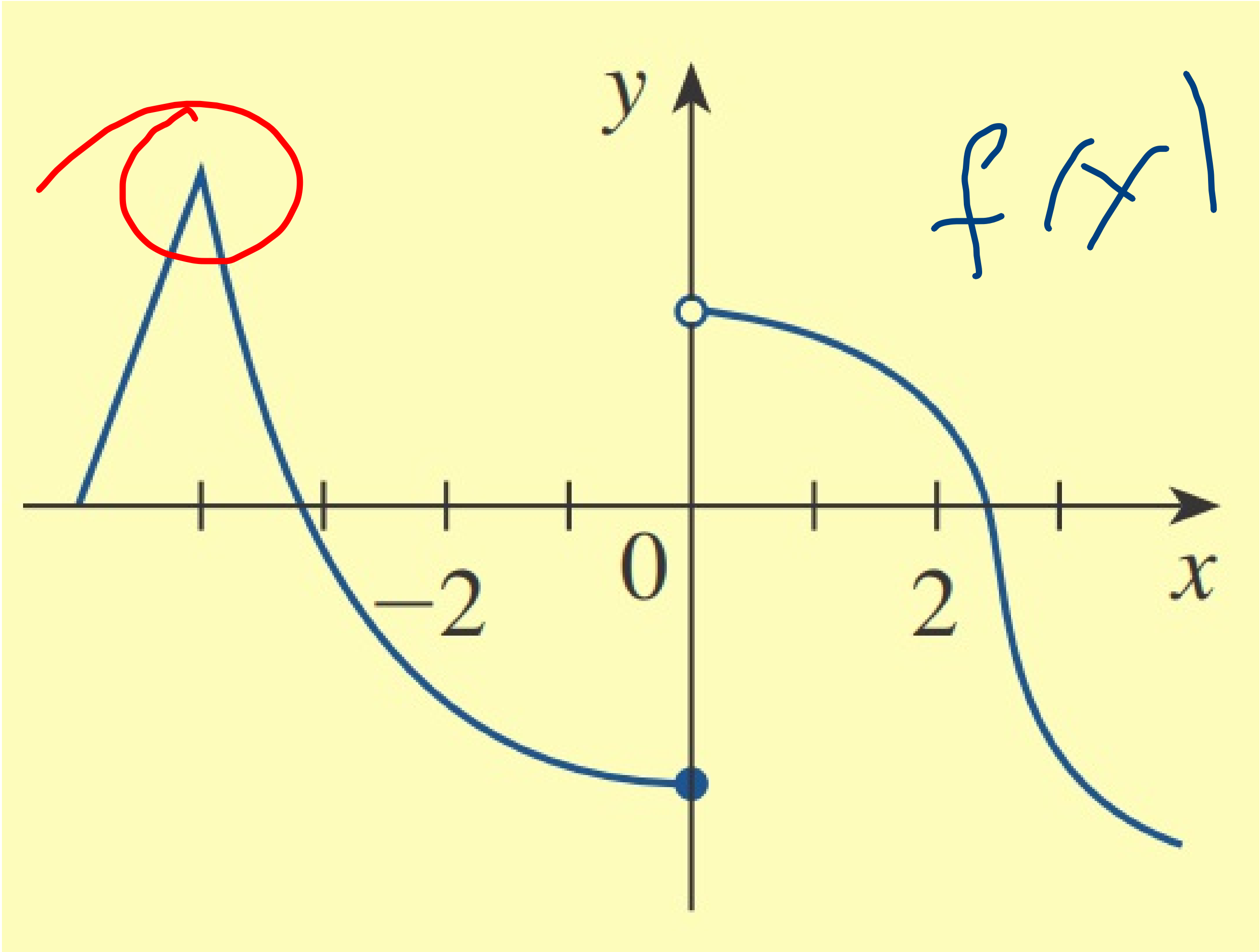


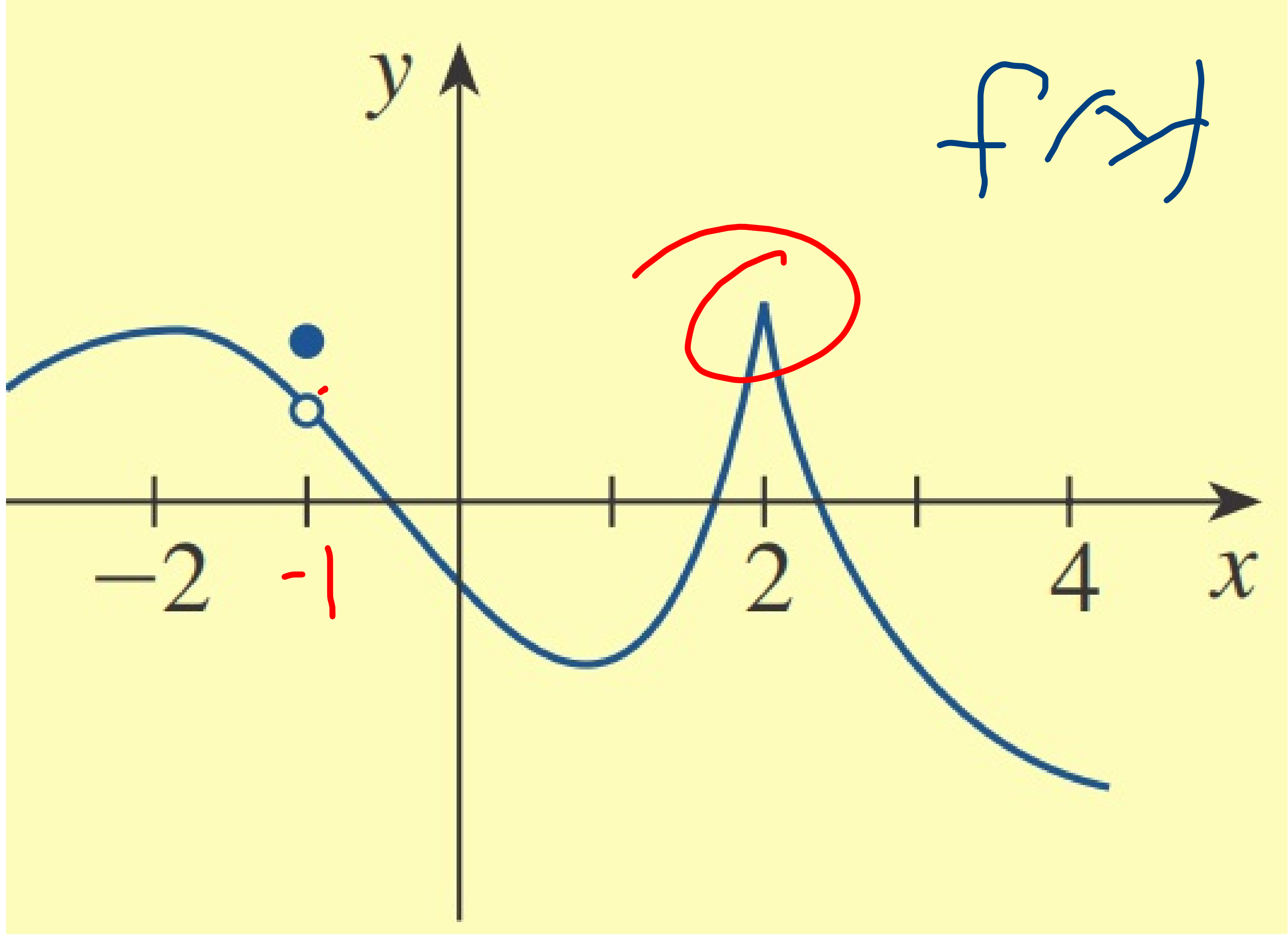
4–11 Trace o copie la gráfica de la función dada f. (Suponga que los ejes tienen escalas iguales.) Luego utilice el método del ejemplo 1 para trazar la gráfica de f' debajo de esta.





41–44 Observe la gráfica de f. Indique, con razones, los números en los que f *no* es derivable.





$x=-4$ $x=0$

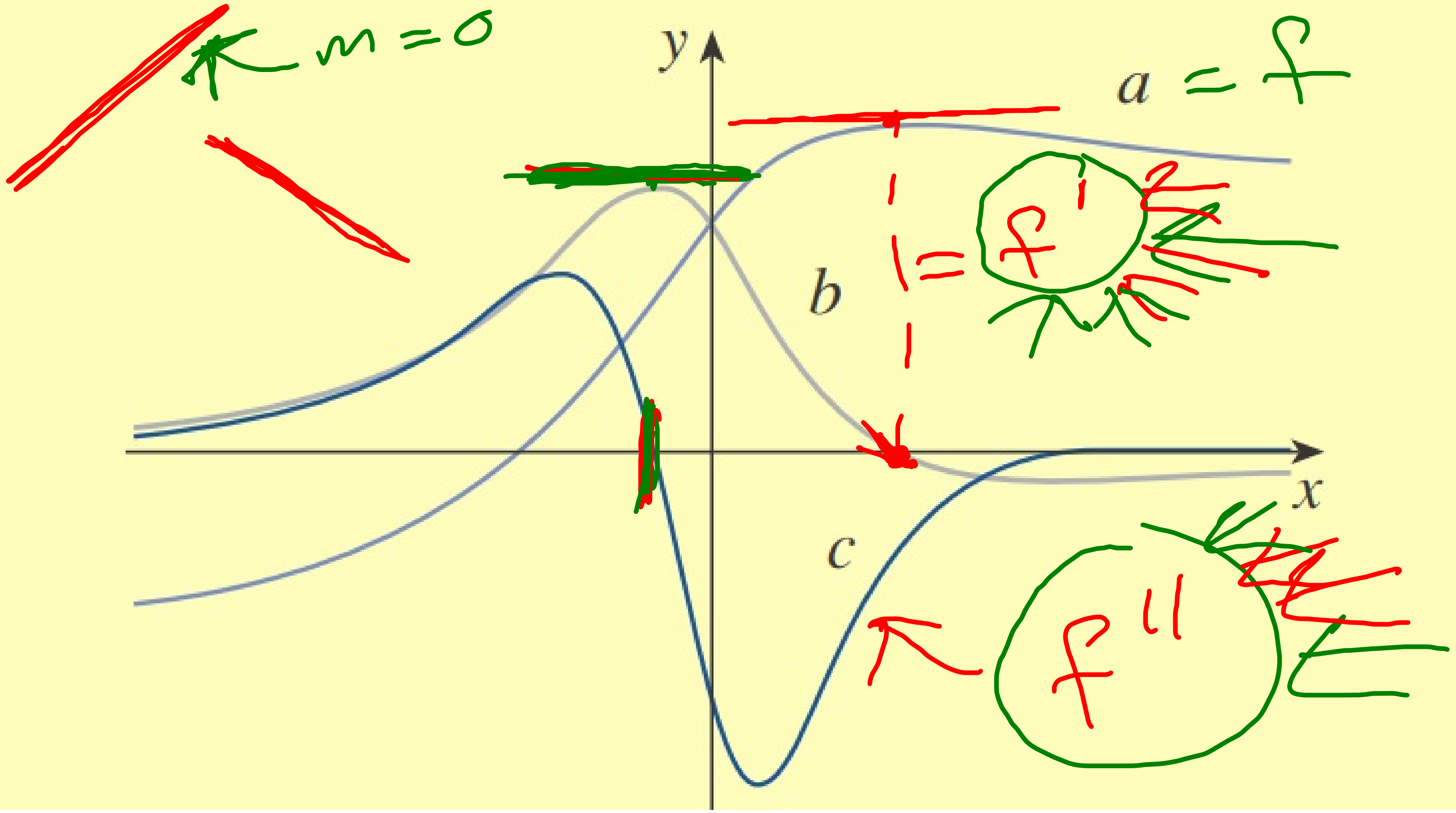
f NO DERIVABLE

$x=-1$ $x=2$

f NO DERIVABLE

La figura muestra las gráficas de f, f' y f''. Indique cada curva y explique el porqué de su elección.

b



¿ $f = \cancel{c}$?

¿ $f = \cancel{b}$?

$(f')' = f''$

$f \to f'$

$f' \to f''$

¿ $f = a$? SÍ

RESPUESTA: $f = a$, $f' = b$, $f'' = c$

Encuentre la derivada de la función

$$f(x) = \sqrt{1 - 2x}$$

DEFINICIÓN

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{1-2(x+h)} - \sqrt{1-2x}}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{1-2(x+h)} - \sqrt{1-2x}}{h} \cdot \frac{\sqrt{1-2(x+h)} + \sqrt{1-2x}}{\sqrt{1-2(x+h)} + \sqrt{1-2x}}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{1-2(x+h) - (1-2x)}{h\left(\sqrt{1-2(x+h)} + \sqrt{1-2x}\right)}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{1} \cancel{-2x} - 2h \cancel{-1} \cancel{+2x}}{h\left(\sqrt{1-2(x+h)} + \sqrt{1-2x}\right)}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{-2\cancel{h}}{\cancel{h}\left(\sqrt{1-2(x+h)} + \sqrt{1-2x}\right)}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{-2}{\sqrt{1-2(x+\cancel{h}^{0})} + \sqrt{1-2x}}$$

$$f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-2x} + \sqrt{1-2x}} = \frac{-2}{2\sqrt{1-2x}}$$

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-2x}}$$

Encuentre la derivada de la función

$$f(t) = \frac{2t+1}{t+3}$$

TAREA.

POR DEFINICIÓN