

Universidad de San Carlos de Guatemala

Facultad de Ingeniería

Escuela de Ciencias

Departamento de Matemática



Proyecto 2 | Matemática Intermedia 1

Datos estudiantes

Nombres y Carnes:

Rodrigo Daniel Juarez Espinoza 202112403

Kevin David Tobar Barrientos 202200236

Javier Andrés Monjes Solórzano 202100081

Datos Curso

Matemática Intermedia 1

Sección “N”

Inga. Miguel Ángel Castillo

Aux. Carlos Daniel Fuentes

Guatemala, 27 de octubre de 2022

Introducción

Para la solución de problemas matemáticos existen diversos métodos y herramientas que se pueden utilizar, las herramientas pueden ir desde el uso de la tecnología como método de solución o de forma tradicional o manual. Para este proyecto se permitió la utilización de un software especializado en el área de matemática el cual ayudó en el análisis matemático de los problemas realizados y los cálculos necesarios para la solución de estos.

En este proyecto de matemática intermedia 1 se podrán encontrar problemas relacionados a los temas vistos previamente en clase. Dichos problemas son: La aplicación de series (series geométricas) y descubrimientos de secuencias para la solución de dichas series, la aplicación de ecuaciones polares que representan cónicas y la utilización del software para la creación de gráficas polares de dichas cónicas. Todos estos problemas fueron dados con el propósito de aprender y practicar la organización en un trabajo grupal.

Índice

Introducción -----	2
Índice -----	3
Objetivos -----	4
Descripción teórica de los métodos -----	5
Problema 1-----	5
Problema 2 -----	8
Solución y resultados -----	9
Problema 1 -----	9
Problema 2 -----	16
Conclusiones -----	23
Bibliografía-----	24

Objetivos

- Determinar el comportamiento de una elipse, variando su excentricidad y variando su directriz.
- Visualizar el comportamiento de una hipérbola con diferente excentricidad y directriz
- Reconocer los tipos de cónicas por medio de la excentricidad.
- Encontrar una serie que calcule el área que se quita del triángulo inicial.
- Encontrar una serie que calcule el área que queda del triángulo inicial.
- Encontrar una serie que calcule la suma de los perímetros de todos los triángulos que se quitan.

Descripción teórica de los métodos

• Problema 1

Cónica es el lugar geométrico de los puntos del plano cuyo cociente de distancias a un punto fijo F (llamado foco) y una recta fija (llamada directriz) es una cantidad constante (llamada excentricidad). Además, la cónica es una elipse si $0 \leq e < 1$, una parábola si $e=1$ y una hipérbola si $e > 1$.

Para fines de cálculos astronómicos, es útil expresar la ecuación de una elipse, en términos de su excentricidad e y su semieje mayor a . Se puede escribir la distancia d del foco a la directriz en términos de a si usamos:

$$a^2 = \frac{e^2 d^2}{(1 - e^2)^2} \rightarrow d^2 = \frac{a^2(1 - e^2)^2}{1^2} \rightarrow d = \frac{a(1 - e^2)}{e}$$

Entonces, $ed = a(1 - e^2)$, si la directriz $x = d$

Entonces, la ecuación polar de la elipse con foco en el origen con semieje mayor a y excentricidad e es:

$$r = \frac{ed}{1 + e \cos \theta}$$

La posición más cercana al sol se denomina perihelio y la más lejana como afelio, y ambas corresponden a los vértices de la elipse.

Las distancias anteriores están dadas por:

$$\text{Al perihelio: } a(1 - e)$$

$$\text{Al afelio: } a(1 + e)$$

Inciso I y II

Con la ecuación polar de las cónicas podemos graficar teniendo en cuenta los datos de la excentricidad y la directriz.

Se puede notar que, como $0 < e < 1$ estamos trabajando con una “elipse” por la definición. Ejemplo (teniendo $e = 0.2$ y $d = 4$):

$$r = \frac{(0.2)(4)}{1 + (0.2)\cos\theta}$$

Inciso III

Se puede notar que, como $e > 1$ estamos trabajando con una “Hipérbola” por la definición

Ejemplo (teniendo $e = 2$ y $d = 4$):

$$r = \frac{(2)(4)}{1 + 2\cos\theta}$$

Inciso IV

Se puede notar que, como $e > 1$ estamos trabajando con una “Hipérbola” por la definición

Ejemplo (teniendo $e = 2$ y $d = 2$):

$$r = \frac{(2)(2)}{1 + 2\cos\theta}$$

- La excentricidad es un parámetro que determina el grado de desviación de una sección con respecto a una circunferencia.
- La directriz es aquella línea, superficie o Volumen que determina las condiciones de generación de otra línea, superficie o volumen (que se llama generatriz).

Ahora se está interesado en encontrar las ecuaciones polares para las órbitas de los planetas, donde el Sol está en el polo. Entonces estas ecuaciones se pueden graficar, y se puede, contestar preguntas acerca de las órbitas. El material de la tabla se encuentra en el Almanaque mundial y contiene las excentricidades de las órbitas planetarias así como las distancias máxima y mínima al Sol en unidades astronómicas de cada uno de los planetas de nuestro sistema solar. En todos los casos el eje polar interseca con la órbita del planeta en el afelio (la distancia más grande al Sol)

		Semieje mayor
Planeta	Excentricidad	(Unidades astronómicas)
Mercurio	0.2056	0.3871
Venus	0.00677	0.7233
Tierra	0.0167	1.000
Marte	0.0934	1.524
Júpiter	0.0484	5.203
Saturno	0.0543	9.539
Urano	0.0460	19.18
Neptuno	0.0082	30.06

Inciso a

Como tenemos los datos para la excentricidad y el semieje mayor, podemos encontrar la ecuación de la elipse sustituyendo valores en $ed = a(1 - e^2)$ para obtener el numerador de la cónica. Ejemplo (teniendo $e=0.2056$ y $a=0.3871$)

$$ed = 0.3871(0.2056^2) = 0.0163632$$

$$\text{Sustituyendo en la cónica } r = \frac{0.0163632}{1 + 0.2056\cos\theta}$$

Inciso b

Se procede a escribir las ecuaciones en una plataforma que haga gráficas para ver el comportamiento de cada planeta.

Inciso c

Teniendo las ecuaciones del perihelio $a(1-e)$ y el afelio $a(1+e)$, encontramos sus valores correspondientes sustituyendo con los datos de la tabla.

Ejemplo para el perihelio (teniendo $e=0.2056$ y $a=0.3871$)

$$\text{Perihelio: } 0.3871(1 - 0.2056) = 0.30751224$$

Ejemplo para el afelio (teniendo $e=0.2056$ y $a=0.3871$)

$$\text{Afelio: } 0.3871(1 + 0.2056) = 0.46668776$$

Planeta	Ángulo
Mercurio	$\theta = \frac{\pi}{3}$
Marte	$\theta = \frac{\pi}{4}$
Urano	$\theta = \frac{5\pi}{6}$

Inciso d

Para poder calcular las distancias exactas de los planetas al sol, se debe sustituir el valor de los ángulos en la ecuación de la cónica polar.

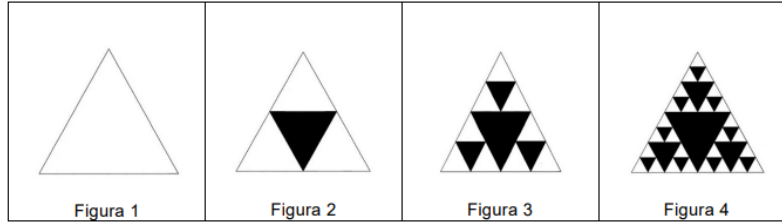
Ejemplo (teniendo $\theta = \frac{\pi}{3}$, $ed = 0.0163632$, $e = 0.2056$)

$$\text{Sustituyendo } r = \frac{0.0163632}{1 + (0.2056\cos(\frac{\pi}{3}))} = 0.0148379$$

• Problema 2

Una **sucesión** es una forma de correspondencia.

Una **serie** surge como una sumatoria de una sucesión.



Inciso a

Para empezar, se procede por hacer las sumas de todos los dígitos de los carnés de los integrantes del grupo (para poder calcular el área que se quita del triángulo inicial).

Luego, calculamos la altura total de la figura en este caso de los triángulos equiláteros, en función de L resolviendo.

Dando: La serie en función de L

L=46

$$\sum_{n=1}^{\infty} (46)^2 \frac{\sqrt{3}}{12} \left(\frac{4^n - 1}{4^n} \right)$$

Inciso b

Para el cálculo del área que queda del triángulo inicial utilizamos la ecuación anterior:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (46)^2 \frac{\sqrt{3}}{12} \left(\frac{4^n - 1}{4^n} \right)$$

$$\text{Da como Resultado: } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{46^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{2 \cdot 4^n - 1}{4^n} \right)$$

Inciso c

Para el cálculo de la suma de los perímetros de todos los triángulos que se quitan.

$$\text{Usando: } 3 \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{4} + \frac{L}{8} \dots \frac{L}{2^{n-1}} \right)$$

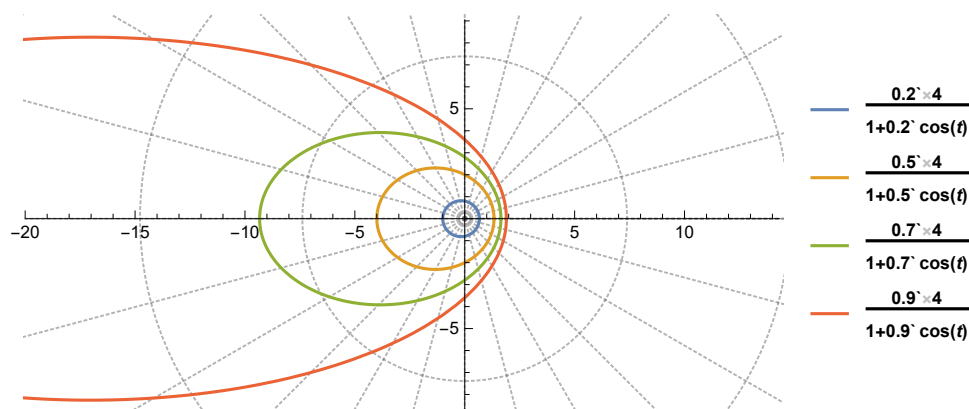
$$\text{Da como Resultado: } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(46)}{4} * \left(\frac{2^{n-1} + 2}{2^{n-1}} \right)$$

Solución y Resultados

Problema 1 : Ecuaciones polares de las cónicas.

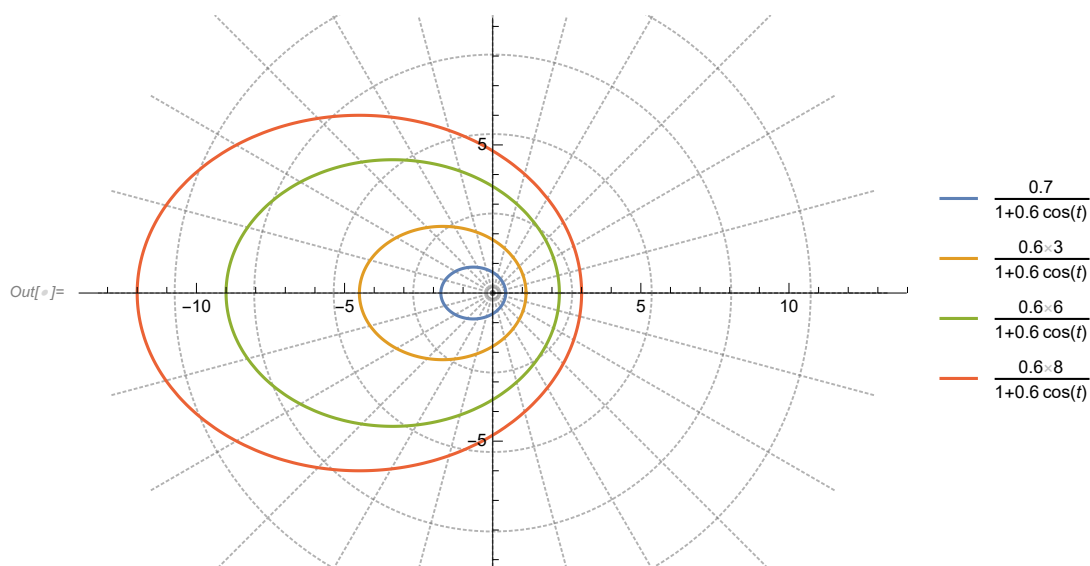
Inciso I

```
In[ ]:= PolarPlot[ {  $\frac{0.2 \times 4}{1 + 0.2 \cos[t]}$ ,  $\frac{0.5 \times 4}{1 + 0.5 \cos[t]}$ ,  $\frac{0.7 \times 4}{1 + 0.7 \cos[t]}$ ,  $\frac{0.9 \times 4}{1 + 0.9 \cos[t]}$  },
[representación polar]
{t, 0, 2 π}, PlotTheme -> "Detailed" ]
[tema de representación]
```



En todas las gráficas se producen elipses, ya que, según la definición, si la excentricidad e es $0 < e < 1$, entonces la cónica resultante es una Elipse.

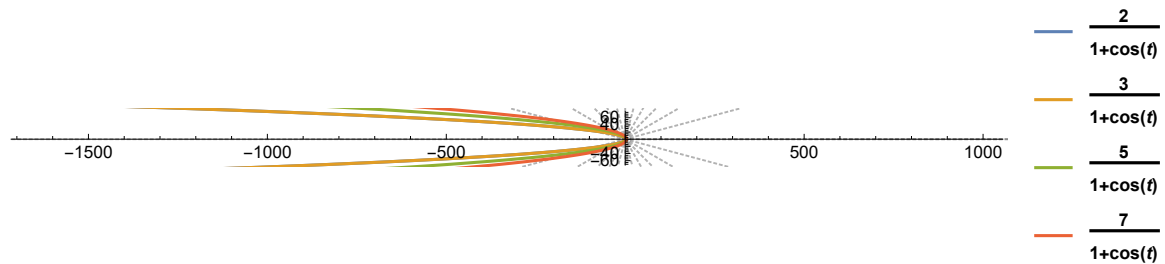
```
In[ ]:= PolarPlot[ {  $\frac{0.7}{1 + 0.6 \cos[t]}$ ,  $\frac{0.6 \times 3}{1 + 0.6 \cos[t]}$ ,  $\frac{0.6 \times 6}{1 + 0.6 \cos[t]}$ ,  $\frac{0.6 \times 8}{1 + 0.6 \cos[t]}$  },
[representación polar]
{t, 0, 2 π}, PlotTheme -> "Detailed" ]
[tema de representación]
```



En todas las gráficas se producen elipses, ya que, según la definición, si la excentricidad e es $0 < e < 1$, entonces la cónica resultante es una Elipse.

Inciso II

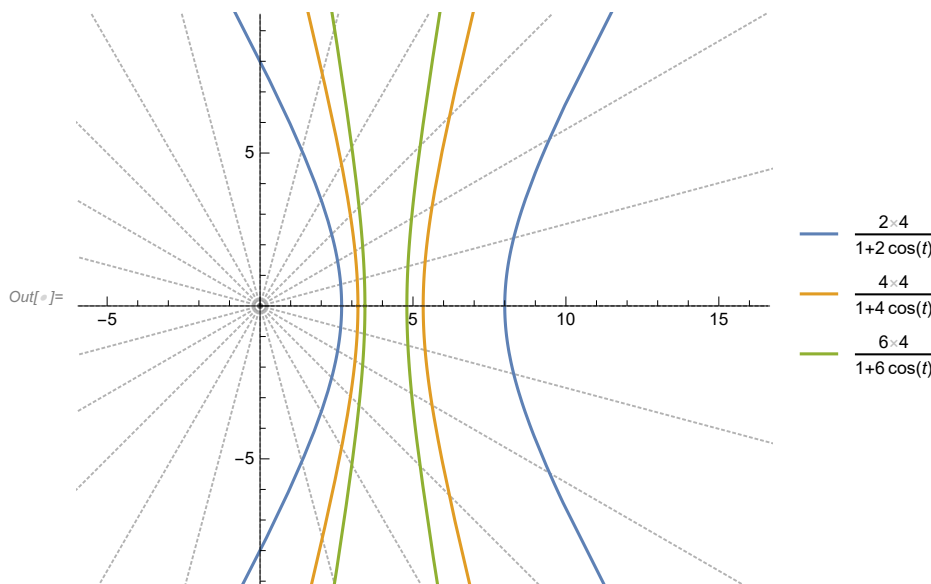
```
PolarPlot[{ $\frac{2}{1 + \text{Cos}[t]}$ ,  $\frac{3}{1 + \text{Cos}[t]}$ ,  $\frac{5}{1 + \text{Cos}[t]}$ ,  $\frac{7}{1 + \text{Cos}[t]}$ },  
[representación polar  
  
{t, 0, 2  $\pi$ }, PlotTheme → "Detailed"]  
[tema de representación
```



Por la definición de las cónicas, si la excentricidad $e = 1$, entonces obtenemos una Parábola.

Inciso III

```
In[ ]:= PolarPlot[{ $\frac{2 \times 4}{1 + 2 \text{Cos}[t]}$ ,  $\frac{4 \times 4}{1 + 4 \text{Cos}[t]}$ ,  $\frac{6 \times 4}{1 + 6 \text{Cos}[t]}$ }, {t, 0, 2  $\pi$ }, PlotTheme → "Detailed"]  
[representación polar  
[tema de representación
```



Por la definición de las cónicas, si la excentricidad $e > 1$, entonces obtenemos una Hipérbola.

Inciso IV

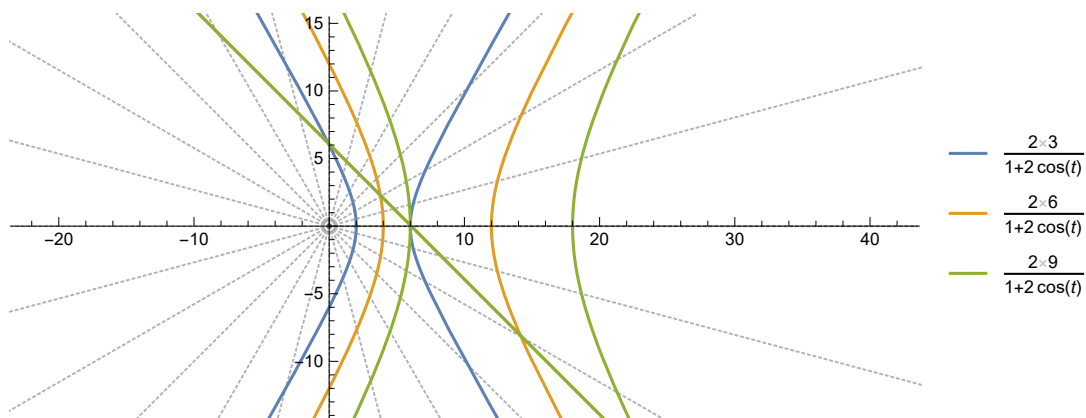
In[]:=

```
PolarPlot[{ $\frac{2 \times 3}{1 + 2 \cos[t]}$ ,  $\frac{2 \times 6}{1 + 2 \cos[t]}$ ,  $\frac{2 \times 9}{1 + 2 \cos[t]}$ },
[representación polar]

{t, 0, 2  $\pi$ }, PlotTheme -> "Detailed"]
```

[tema de representación]

Out[]:=



Por la definición de las cónicas, si la excentricidad $e > 1$, entonces obtenemos una Hipérbola.

¿Cómo cambia la gráfica al variar los valores de y ?

Al cambiar e : Las gráficas tienen un comportamiento más simétrico, ya que al tener fija la directriz, las hipérbolas no pasan por ese valor, y la excentricidad muestra que mientras más grande sea su valor menor será su encurvamiento.

Al cambiar d : Las gráficas tienen un comportamiento muy variado, porque la directriz en cada ecuación es diferente, y por ende, no tendrá una secuencia simétrica en cada una como la excentricidad es la misma, el encurvamiento es igual para todas, pero al cambiar la directriz las posiciones de las cónicas son distintas.

Órbitas de todos los planetas

Inciso a

		Semieje mayor
Planeta	Excentricidad	(Unidades astronómicas)
Mercurio	0.2056	0.3871
Venus	0.00677	0.7233
Tierra	0.0167	1.000
Marte	0.0934	1.524
Júpiter	0.0484	5.203
Saturno	0.0543	9.539
Urano	0.0460	19.18
Neptuno	0.0082	30.06

$$r = \frac{ed}{1 + e \cos[t]}$$

La incógnita sería d pero sabemos que $ed = (1 + e^2)$

La tabla nos muestra la excentricidad de cada planeta y el semieje mayor

$$t = \pi$$

└número

$$\pi$$

$$\text{In[*]:= } M = ((0.3871) * (1 - 0.2056^2)) / (1 + 0.2056 \cos[t])$$

└coseno

$$\text{Out[*]:= } \frac{0.370737}{1 + 0.2056 \cos[t]}$$

$$\text{In[*]:= } V = ((0.7233) * (1 - 0.00677^2)) / (1 + 0.00677 \cos[t])$$

└coseno

$$\text{Out[*]:= } \frac{0.723267}{1 + 0.00677 \cos[t]}$$

$$\text{In[*]:= } T = ((1) * (1 - 0.0167^2)) / (1 + 0.0167 \cos[t])$$

└coseno

$$\text{Out[*]:= } \frac{0.999721}{1 + 0.0167 \cos[t]}$$

$$\text{In[*]:= } Ma = ((1.524) * (1 - 0.0934^2)) / (1 + 0.0934 \cos[t])$$

└coseno

$$\text{Out[*]:= } \frac{1.51071}{1 + 0.0934 \cos[t]}$$

$$\text{In[*]:= } J = ((5.203) * (1 - 0.0484^2)) / (1 + 0.0484 \cos[t])$$

└coseno

$$\text{Out[*]:= } \frac{5.19081}{1 + 0.0484 \cos[t]}$$

$$\text{In[*]:= } S = ((9.539) * (1 - 0.0543^2)) / (1 + 0.0543 \cos[t])$$

└coseno

$$\text{Out[*]:= } \frac{9.51087}{1 + 0.0543 \cos[t]}$$

$$\text{In[*]:= } U = ((19.18) * (1 - 0.0460^2)) / (1 + 0.0460 \cos[t])$$

└coseno

$$\text{Out[*]:= } \frac{19.1394}{1 + 0.046 \cos[t]}$$

$$\text{In[*]:= } Ne = ((30.06) * (1 - 0.0082^2)) / (1 + 0.0082 \cos[t])$$

└coseno

$$\text{Out[*]:= } \frac{30.058}{1 + 0.0082 \cos[t]}$$

Resultados

afelioMercurio = M
0.466688

afelioVenus = V
0.728197

afelioTierra = T
1.0167

afelioMarte = Ma
1.66634

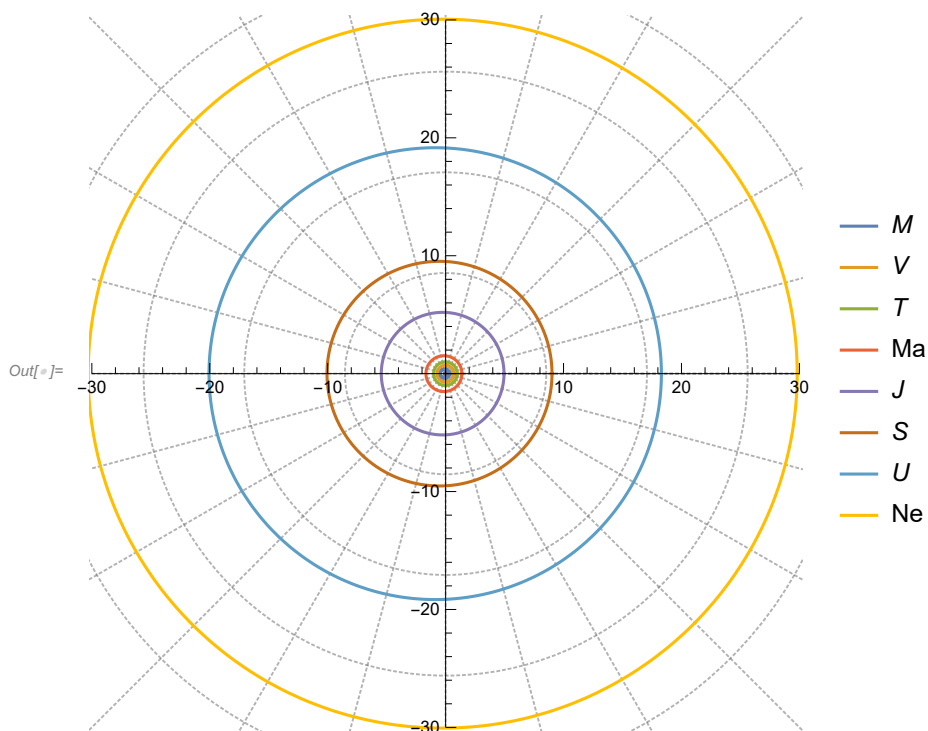
afelioJupiter = J
5.45483

afelioSaturno = S
10.057

afelioUrano = U
20.0623

afelioNeptuno = Ne
30.3065

```
In[ ]:= PolarPlot[{M, V, T, Ma, J, S, U, Ne}, {t, 0, 2  $\pi$ },  
[representación polar  
PlotTheme -> "Detailed", PlotRange -> {{-30, 30}, {-30, 30}}]  
[tema de representación [rango de representación]
```

Inciso b

Inciso c

Cálculo de los valores correspondientes del perihelio y el afelio de cada uno de los planetas de la tabla.

Para perihelio a $(1 - e)$

Para afelio a $(1 + e)$

Mercurio

$$\text{Perihelio } e = 0.2056 (1 - 0.3871) = 0.12601224$$

$$\text{Afelio } e = 0.2056 (1 + 0.3871) = 0.28518776$$

Venus

$$\text{Perihelio } e = 0.00677 (1 - 0.7233) = 0.001873259$$

$$\text{Afelio } e = 0.00677 (1 + 0.7233) = 0.011666741$$

Tierra

$$\text{Perihelio } e = 0.0167 (1 - 1.000) = 0$$

$$\text{Afelio } e = 0.0167 (1 + 1.000) = 0.0334$$

Marte

$$\text{Perihelio } e = 0.0934 (1 - 1.524) = 0.0489416$$

$$\text{Afelio } e = 0.0934 (1 + 1.524) = 0.2357416$$

Júpiter

$$\text{Perihelio } e = 0.0484 (1 - 5.203) = 0.2034252$$

$$\text{Afelio } e = 0.0484 (1 + 5.203) = 0.3002252$$

Saturno

$$\text{Perihelio } e = 0.0543 (1 - 9.539) = 0.4636677$$

$$\text{Afelio } e = 0.0543 (1 + 9.539) = 0.5722677$$

Urano

$$\text{Perihelio } e = 0.0460 (1 - 19.18) = 0.83628$$

$$\text{Afelio } e = 0.0460 (1 + 19.18) = 0.92828$$

Neptuno

$$\text{Perihelio } e = 0.0082 (1 - 30.06) = -0.238292$$

$$\text{Afelio } e = 0.0082 (1 + 30.06) = 0.254692$$

Resultados

<u>Planetas</u>	<u>Perihelio</u>	<u>Afelio</u>
Mercurio	0.12601224	0.28518776
Venus	0.001873259	0.011666741
Tierra	0	0.0334
Marte	0.0489416	0.2357416
Júpiter	0.2034252	0.3002252
Saturno	0.4636677	0.5722677
Urano	0.83628	0.92828
Neptuno	-0.238292	0.254692

Inciso d

Planeta	Ángulo
Mercurio	$\theta = \frac{\pi}{3}$
Marte	$\theta = \frac{\pi}{4}$
Urano	$\theta = \frac{5\pi}{6}$

$$r = \frac{ed}{1 + e \cos [\theta]}$$

Inciso d .1

Cálculo de la distancia para Mercurio :

$$r = \frac{0.370737}{1 + 0.2056 \cos \left[\frac{\pi}{3} \right]} = 0.336178$$

Inciso d .2

Cálculo de la distancia para Marte :

$$r = \frac{1.51071}{1 + 0.0934 \cos \left[\frac{\pi}{4} \right]} = 1.41712$$

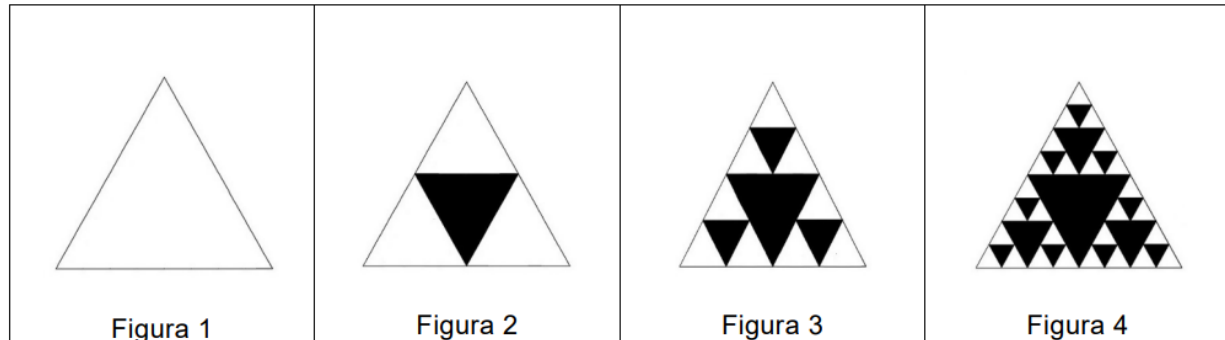
Inciso d .3

Cálculo de la distancia para Urano :

$$r = \frac{19.1394}{1 + 0.0460 \cos \left[\frac{5\pi}{6} \right]} = 19.93349$$

Problema 2: Series

Considere un triángulo equilátero de lado L como se muestra en la figura 1, luego partiendo del triángulo de figura 1 se dibuja un nuevo triángulo uniendo los centros de los lados y se elimina el triángulo central como se puede observar en figura 2, el resultado será tres triángulos semejantes al inicial de área (cada uno) cuatro veces menor que el área inicial. Se procede de la misma manera con cada uno de los tres triángulos que quedaron en la figura dos, ver figura tres Se repite el proceso anterior de manera recurrente, hasta el infinito como se puede observar en la figura 4.



Tomando en cuenta el proceso anterior y sabiendo que L es la suma de los dígitos del número de carnet de los integrantes del grupo, deben usar una serie para calcular lo siguiente:

- a. Encuentre una serie que calcule el área que se quita del triángulo inicial.
 - b. Encuentre una serie que calcule el área que queda del triángulo inicial.
 - c. Encuentre una serie que calcule la suma de los perímetros de todos los triángulos que se quitan.
- siguiente:
- i. Calcule el área que se quita del triángulo inicial.
 - ii. Calcule el área que queda del triángulo inicial.
 - iii. La suma de los perímetros de todos los triángulos que se quitan

- a. Encuentre una serie que calcule el área que se quita del triángulo inicial.
L=46

A) Encontrar una serie que calcule el área del triángulo Inicial

$$L = \underset{15}{202112403} + \underset{17}{202200236} + \underset{14}{202100081} = \underset{46}{206412420}$$

$$\frac{L}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right) + \left(\frac{L}{4} \right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} + \left(\frac{L}{8} \right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} + \dots + \left(\frac{L}{2^{n-1}} \right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$L^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{2^{2(n-1)}} \right)$$

$$L^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{1}{2^2} + \frac{\left(\frac{1}{4} \right)^n - 1}{\left(\frac{1}{4} - 1 \right)} \right)$$

$$L^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{1}{4} - \frac{(1 - 4^n) \cdot 4}{4^n(-3)} \right)$$

$$\frac{L^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4^n \cdot 1}{4^n \cdot 3} = \frac{L^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{4^n - 1}{4^n} \right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{L^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{4^n - 1}{4^n} \right)$$

A) la serie en función de L quedaría

$$L = 46$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(46)^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{4^n - 1}{4^n} \right)$$

b. Encuentre una serie que calcule el área que queda del triángulo inicial.

b) Encuentre una serie que calcule el área que queda del triángulo inicial

Usando Serie Anterior

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{L^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{4^n - 1}{4^n} \right)$$

$$\frac{L^2 \sqrt{3}}{12} - \frac{L^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{4^n - 1}{4^n} \right) \Rightarrow \frac{L^2 \sqrt{3}}{4} \left(1 - \frac{4^n - 1}{3 \cdot 4^n} \right)$$

$$= \frac{L^2 \sqrt{3}}{4} \left(\frac{2 \cdot 4^n + 1}{3 \cdot 4^n} \right) = \frac{L^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{2 \cdot 4^n + 1}{4^n} \right)$$

B)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{46^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{2 \cdot 4^n + 1}{4^n} \right)$$

c. Encuentre una serie que calcule la suma de los perímetros de todos los triángulos que se quitan.

C) Encuentre una serie que calcule la suma de los perímetros de todos los triángulos que se quitan.

$$3 \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{4} + \frac{L}{8} + \dots + \frac{L}{2^{n-1}} \right)$$

$$\frac{3 \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{2^{n-1}} \right)}{2} \cdot n = 3L \frac{(2^{n-1} + 2)}{4 \cdot 2^{n-1}} \cdot n$$

$$\frac{3L}{4} \frac{(2^{n-1} + 2)}{2^{n-1}} n =$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3L}{4} \frac{(2^{n-1} + 2)}{2^{n-1}} n$$

C)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(46)}{4} \cdot \frac{(2^{n-1} + 2)n}{2^{n-1}}$$

- i. Calcule el área que se quita del triángulo inicial.

I. Calcule el área que se quita del triángulo Inicial.

USando la SERIE Encontrada en a).

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(46)^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{4^n - 1}{4^n} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(46)^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{4^n - 1}{4^n} \right)$$

$$\frac{46^2 \sqrt{3}}{12} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n - 1}{4^n}$$

$$\frac{46^2 \sqrt{3}}{12} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n(\ln 4)}{4^n(\ln(4))} = \frac{46^2 \sqrt{3}}{12} \cdot 1 = 305.4182$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{46^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{4^n - 1}{4^n} \right) = 305.4182 \text{ U}^2$$

Ya que la enésima suma parcial es Igual

$$A \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$$

- ii. Calcule el área que queda del triángulo inicial.

II Calcule el área que queda del triángulo Inicial.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{46^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{2 \cdot 4^n + 1}{4^n} \right)$$

$$\frac{46^2 \sqrt{3}}{12} 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n (\ln 4)}{4^n (\ln 4)} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} = 1 \cdot \frac{46^2 \sqrt{3}}{6} = 610.83$$

II

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{46^2 \sqrt{3}}{12} \left(\frac{2 \cdot 4^n + 1}{4^n} \right) = 610.83650^2$$

- iii. La suma de los perímetros de todos los triángulos que se quitan

III. La suma de los perímetros de todos los triángulos que se quitan.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(46)}{4} \cdot \frac{(2^{n-1} + 2)n}{2^{n-1}}$$

$$\frac{3(46)}{4} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2^{n-1} + 2)n}{2^{n-1}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n-1} \left(1 + \frac{2}{2^{n-1}}\right)n}{2^{n-1}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + 2^{-n+2}\right)n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{\infty} (n) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{\infty} (2^{-n+2} + 1)$$

$$\frac{3 \cdot 46}{4} [\infty \cdot 1] = \infty \text{ Divergente}$$

III

No es posible calcular el n-ésimo término porque la serie es divergente

Conclusiones

- El uso de software matemáticos es muy útil, ya que existen problemas en los cuales, hacer evaluaciones a mano tienden a ser demasiados complejos.
- Las ecuaciones de las cónicas son necesarias para poder saber las órbitas de ciertos planetas que giran en torno al sol.
- Para identificar los diferentes tipos de cónicas se observa su excentricidad, sabiendo que, si estamos hablando de una elipse, si refiere a una parábola $0 < e < 1$ $e = 1$ se trata de una hipérbola. $e > 1$
- Se puede obtener la órbita de los planetas por medio de su excentricidad y su semieje mayor.
- Las sucesiones y series es una forma útil para trabajar diferentes problemas, ya que es una forma resumida realizar problemas.
- Al sumar n términos de una serie (sumatoria de una sucesión), se puede llegar tan cerca como se quiera al número s .

Bibliografía

- Cálculo Transcendentes tempranas. James Stewart Cengage. Octava Edición
- Software Wolfram Mathematica 12
- Software Microsoft Word Versión 2209
- Castillo Miguel. Instructivo para el uso de los Programas Scientific Notebook, Matemática y Mathcad
- Cálculo Transcendentes tempranas. James Stewart. Cengage. Octava edición
- Álgebra Lineal una introducción moderna. David Poole. CENGAGE Learning, segunda edición.
- Cálculo Transcendentes tempranas. Dennis G. Zill. McGraw Hill. Cuarta Edición e.
- Cálculo De una variable Sexta edición. James Stewart. CENGAGE Learning, séptima edición
- https://es.wikibooks.org/wiki/Geometr%C3%ADa_Anal%C3%ADtica/Elipse/Elecciones_de_una_elipse
- http://asignaturas.topografia.upm.es/matematicas/primer/Apuntes/Conicas/conicas_polares.pdf