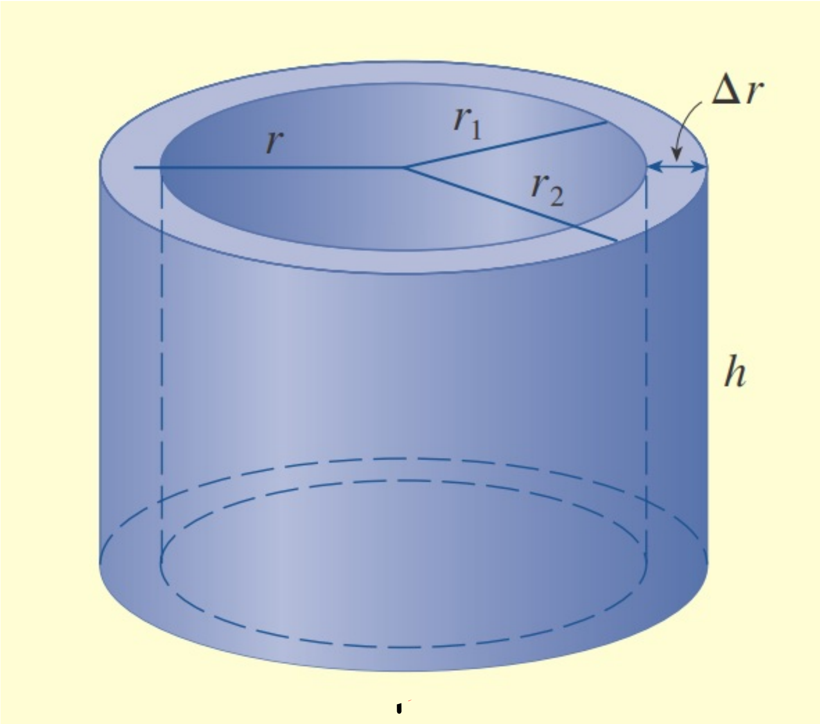
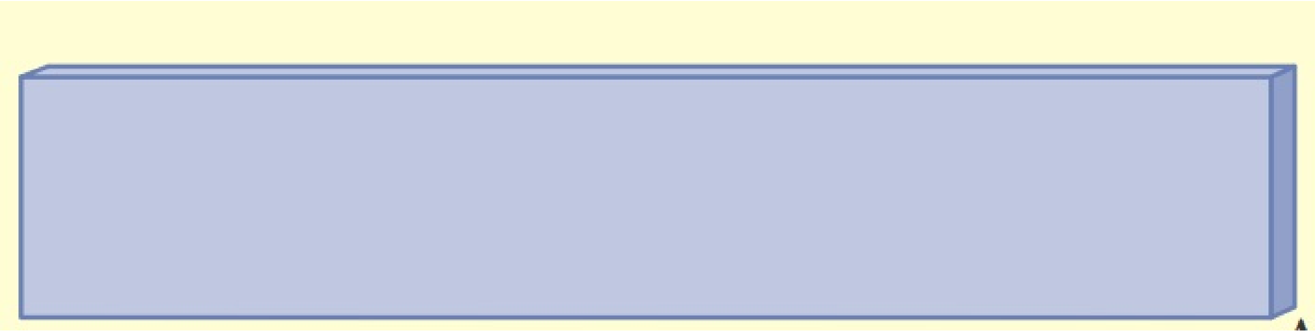
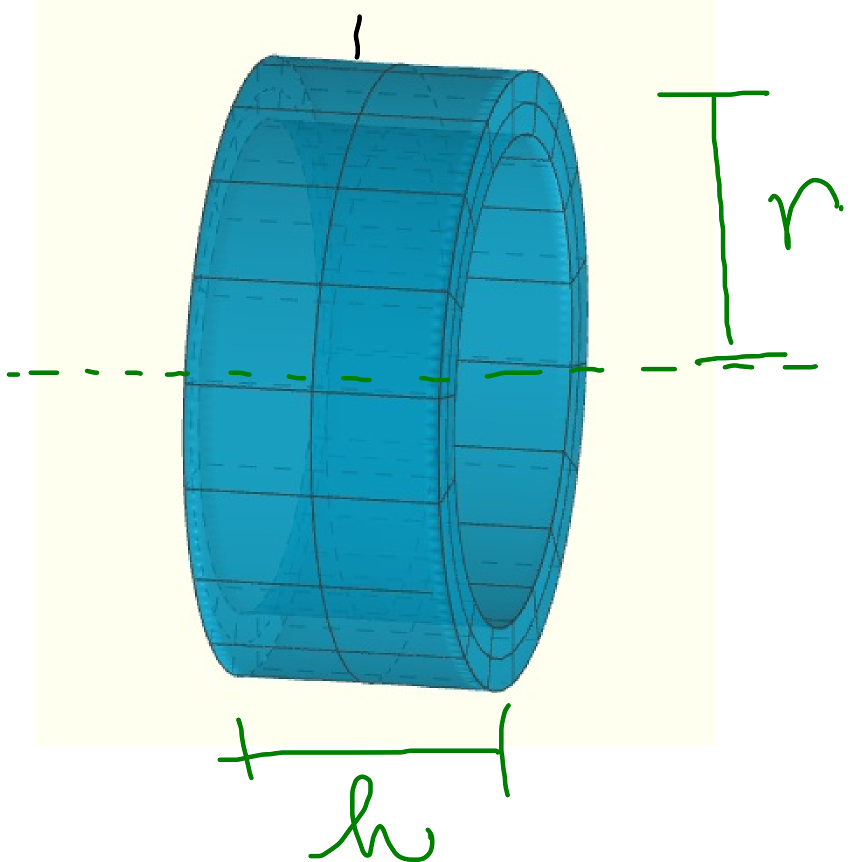
Volúmenes mediante cascarones cilíndricos

Volumen cascarón cilíndrico





$$V = 2\pi r h \, \Delta r$$



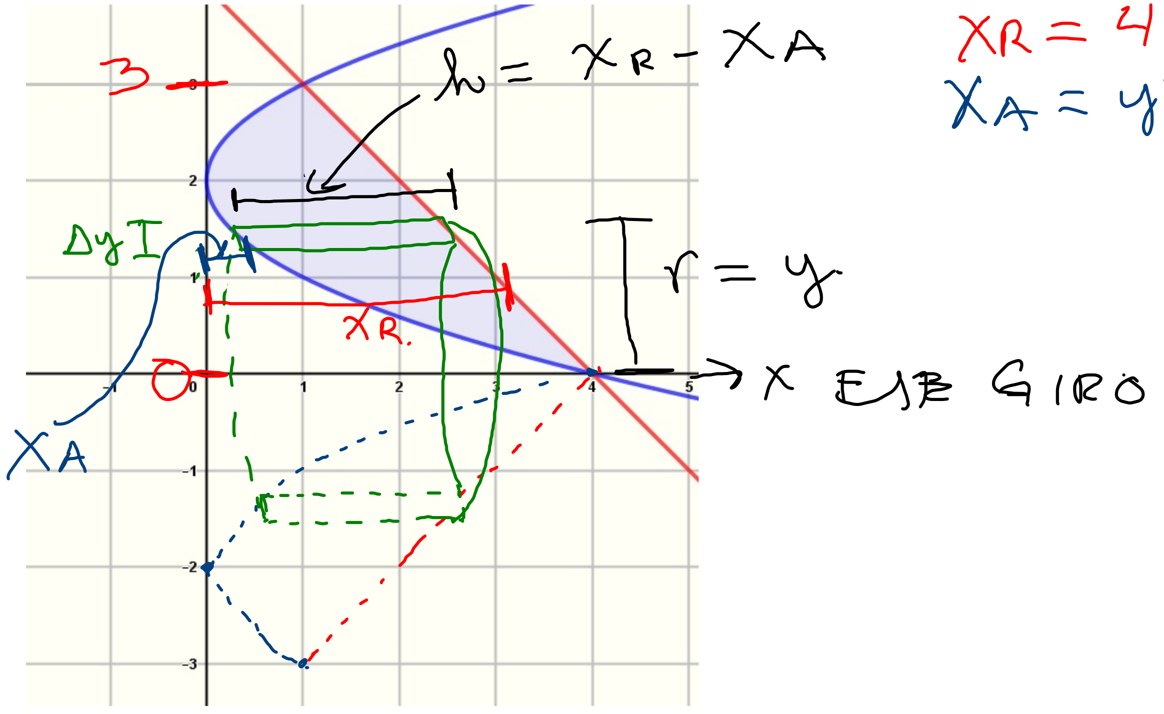
$$V = 2\pi r h \Delta r$$

$$\Delta r = \begin{cases} \Delta x \\ \Delta y. \end{cases}$$

EJE.

9–14 Utilice el método de los cascarones cilíndricos para determinar el volumen de cada uno de los sólidos siguientes que se obtienen al hacer girar alrededor del eje x la región acotada por las curvas dadas.

$x + y = 4, \quad x = y^2 - 4y + 4$



$X_R = 4 - y$

$X_A = y^2 - 4y + 4$

$$V = \int_c^d 2\pi y \left(\underbrace{4 - y}_{X_R} - \underbrace{(y^2 - 4y + 4)}_{X_A} \right) dy$$

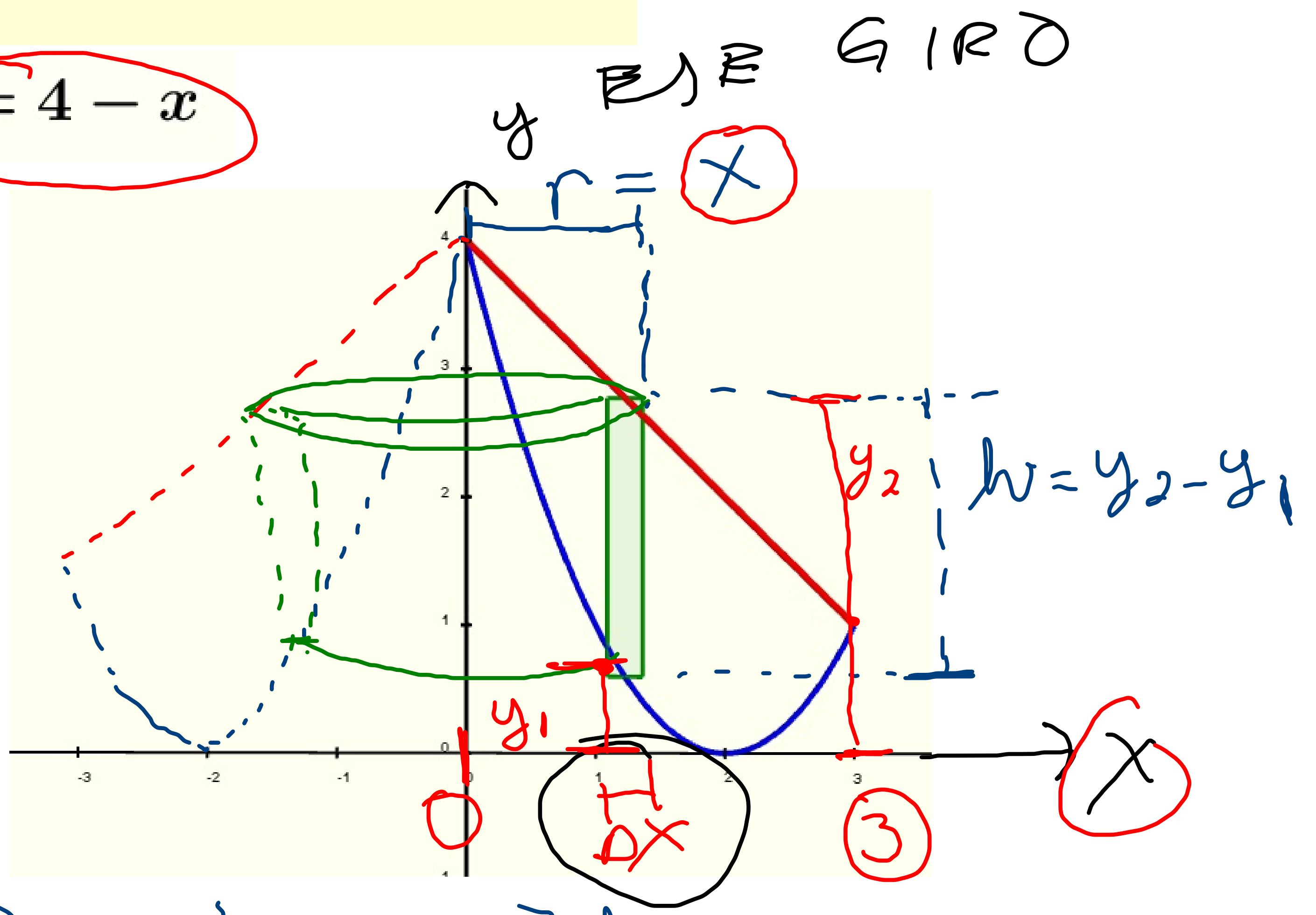
$$V = \int_0^3 2\pi y \left(\cancel{4} - y - y^2 + 4y - \cancel{4} \right) dy$$

$$V = \int_0^3 2\pi y \left(3y - y^2 \right) dy$$

9–14 Utilice el método de los cascarones cilíndricos para determinar el volumen de cada uno de los sólidos siguientes que se obtienen al hacer girar alrededor del eje y la región acotada por las curvas dadas.

$$y = x^2 - 4x + 4 \qquad y = 4 - x$$

$$V = \int_a^b 2\pi r h \, dx$$

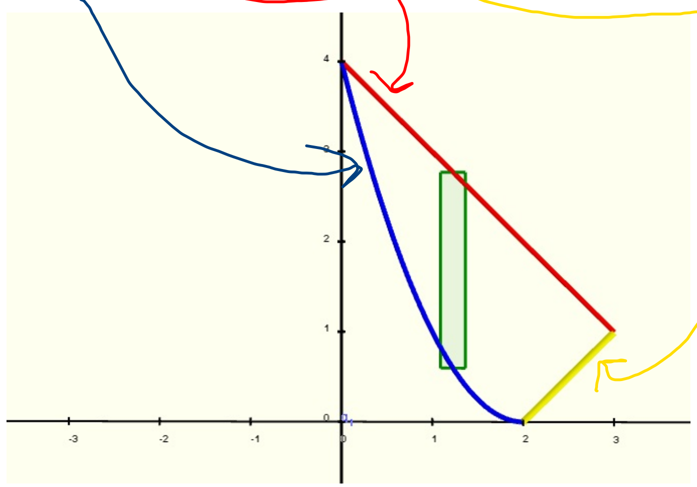


$$V = \int_a^b 2\pi x \left[(4-x) - (x^2 - 4x + 4)\right] dx$$

$$V = \int_0^3 2\pi x \left[(4-x) - (x^2 - 4x + 4)\right] dx$$

9–14 Utilice el método de los cascarones cilíndricos para determinar el volumen de cada uno de los sólidos siguientes que se obtienen al hacer girar alrededor del eje y la región acotada por las curvas dadas.

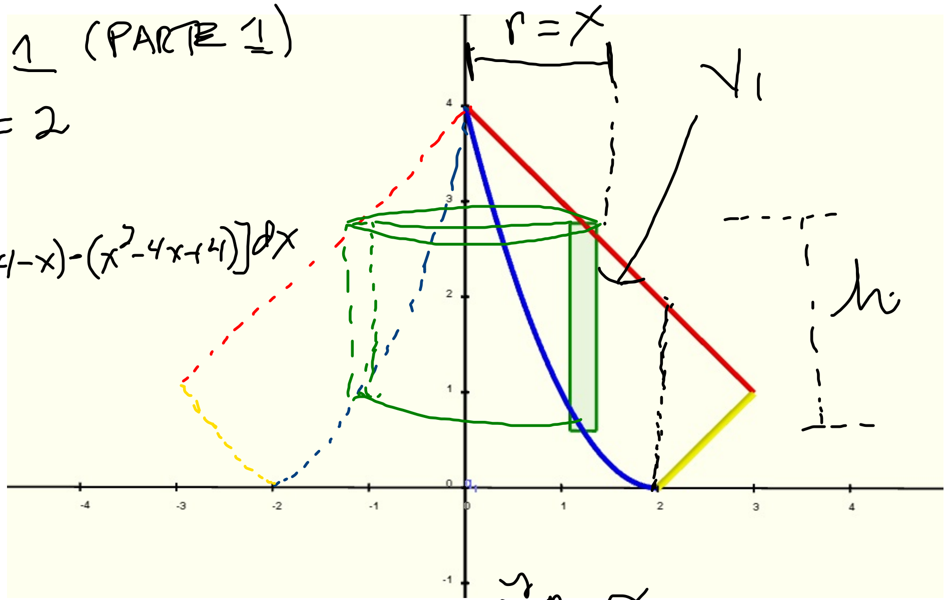
$y = x^2 - 4x + 4 \qquad y = 4 - x \qquad y = x - 2$



VOLUMEN 1 (PARTE 1)

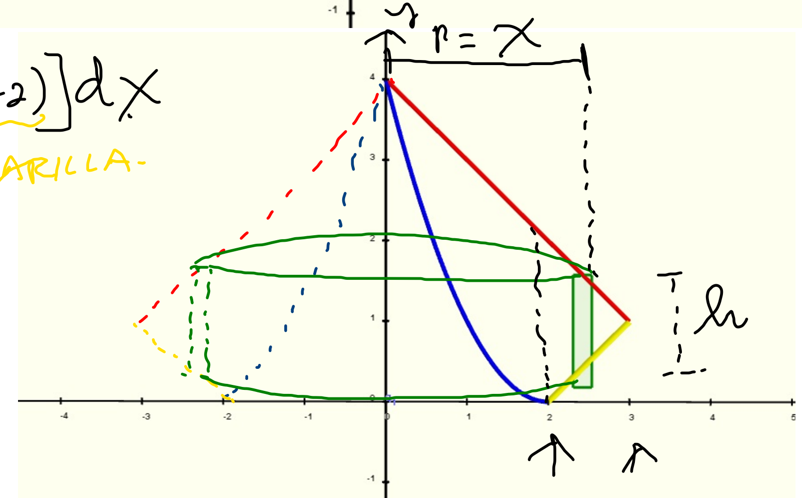
$x = 0,\ a\ x = 2$

$$V_1 = \int_0^2 2\pi x\left[(4-x) - (x^2 - 4x + 4)\right]dx$$



PARTE 2

$$V_2 = \int_2^3 2\pi x\left[\underbrace{(4-x)}_{\text{ROJA}} - \underbrace{(x-2)}_{\text{AMARILLA}}\right]dx$$

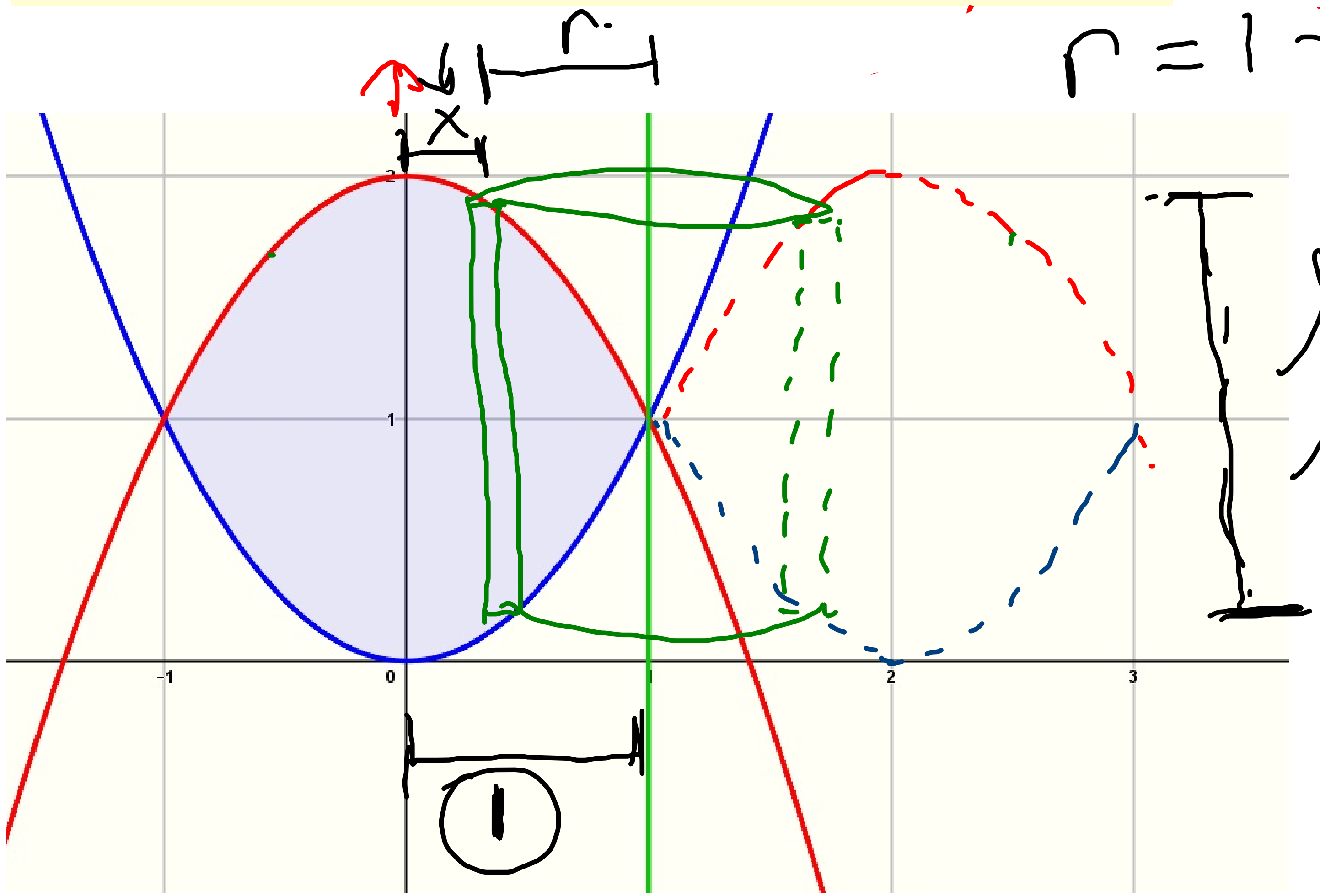


$V = V_1 + V_2$ #

15–20 Mediante el método de los cascarones cilíndricos determine el volumen generado cuando gira cada una de las regiones acotadas entre las curvas dadas, alrededor del eje especificado.

$y = x^2,\ y = 2 - x^2;$ alrededor de $x = 1$

$r = 1 - x$



$h = (2 - x^2) - x^2$

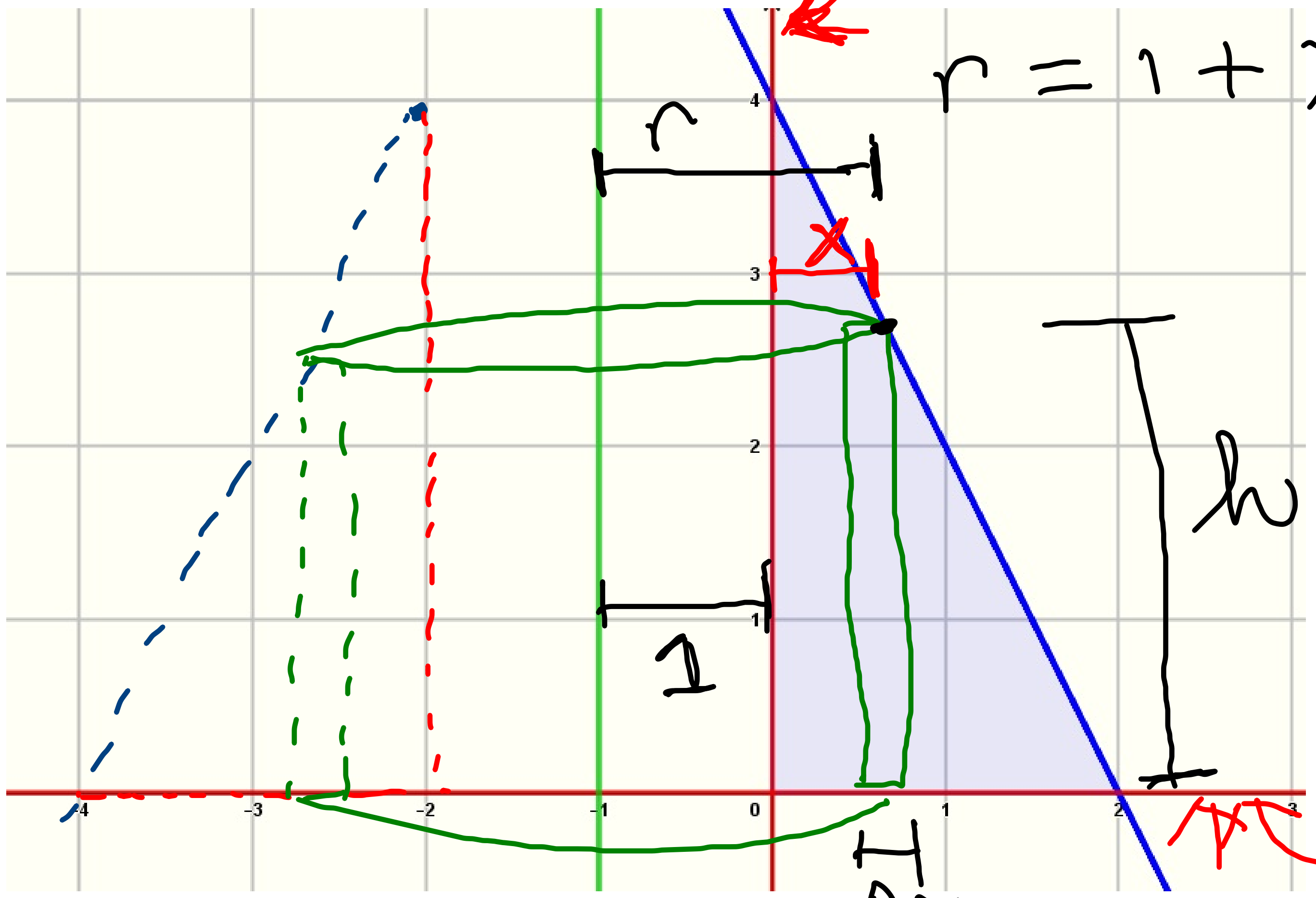
$h = 2 - 2x^2$

$$V = \int_{-1}^{1} 2\pi (1-x)(2-2x^2)\,dx$$

15–20 Mediante el método de los cascarones cilíndricos determine el volumen generado cuando gira cada una de las regiones acotadas entre las curvas dadas, alrededor del eje especificado.

EJE y

$y = 4 - 2x,\ \ y = 0,\ \ x = 0;$ alrededor de $x = -1$



$r = 1 + x$

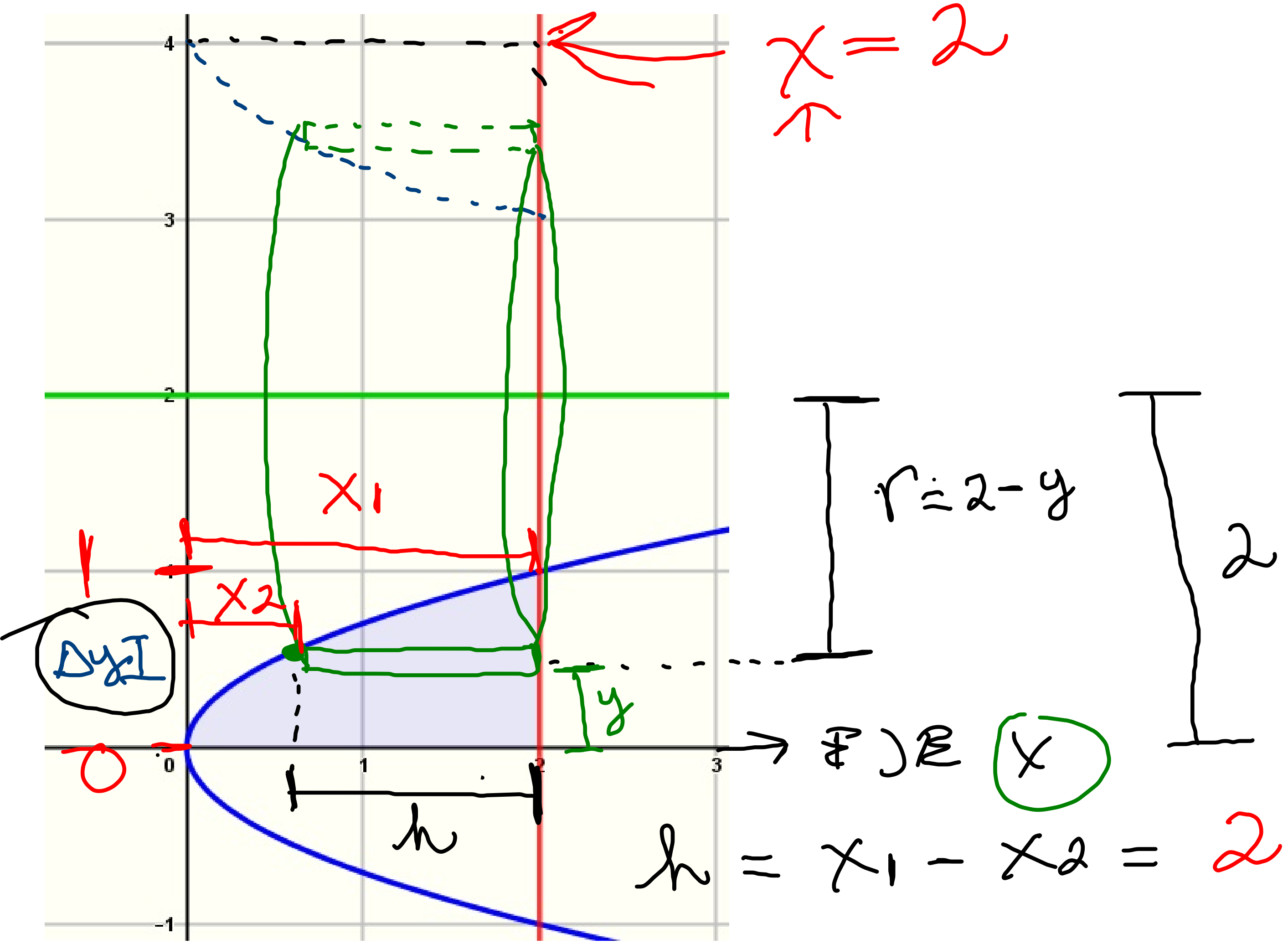
$h = y = 4 - 2x$

$y = 0$ (EJE X)

$$V = \int_0^2 2\pi(1+x)(4-2x)\,dx$$

15–20 Mediante el método de los cascarones cilíndricos determine el volumen generado cuando gira cada una de las regiones acotadas entre las curvas dadas, alrededor del eje especificado.

$x = 2y^2$, $y \geqslant 0$, $x = 2$; alrededor de $y = 2$

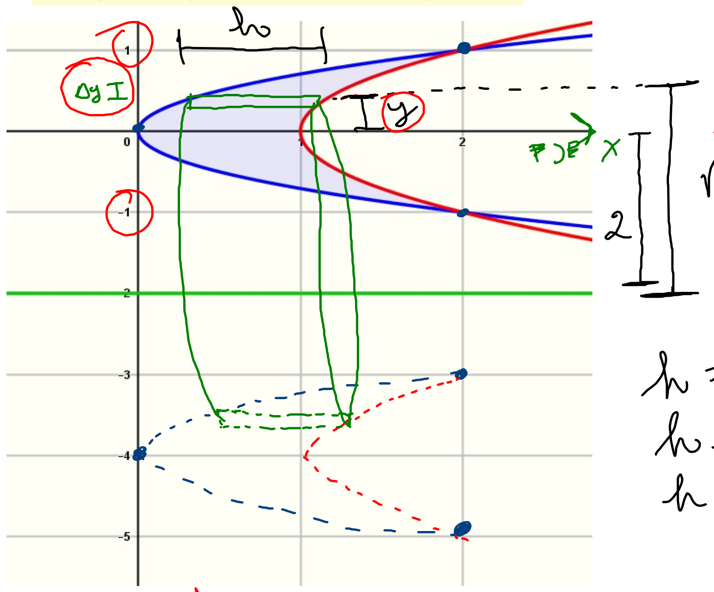


$$h = x_1 - x_2 = 2 - 2y^2$$

$$V = \int_0^1 2\pi(2-y)(2-2y^2)\,dy$$

15–20 Mediante el método de los cascarones cilíndricos determine el volumen generado cuando gira cada una de las regiones acotadas entre las curvas dadas, alrededor del eje especificado.

$x = 2y^2, \ x = y^2 + 1; \quad$ alrededor de $y = -2$



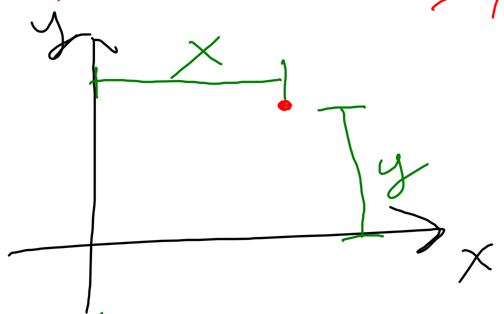
$r = y + 2$

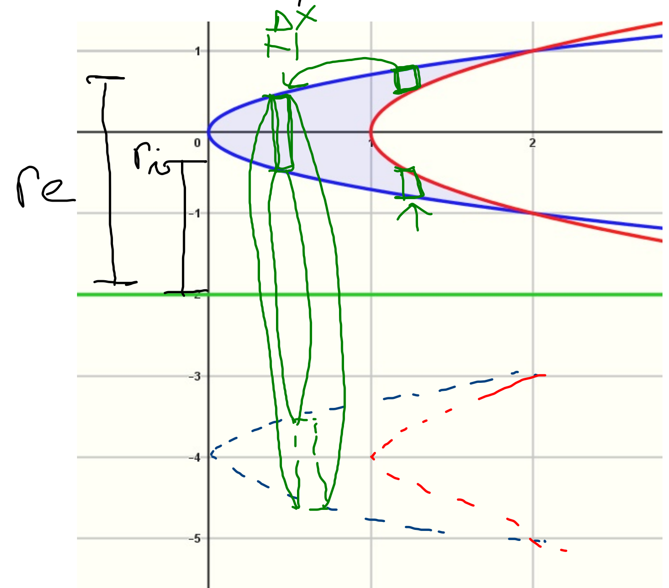
$h = (y^2 + 1) - 2y^2$

$h = -y^2 + 1$

$h = 1 - y^2$

$$V = \int_{-1}^{1} 2\pi (y+2)(1-y^2)\,dy$$

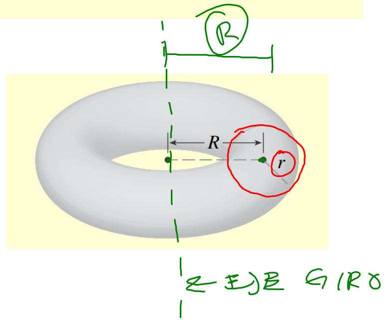


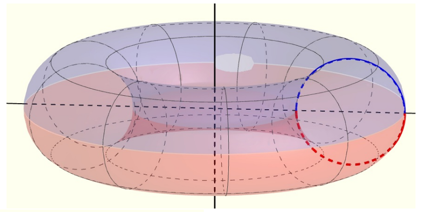


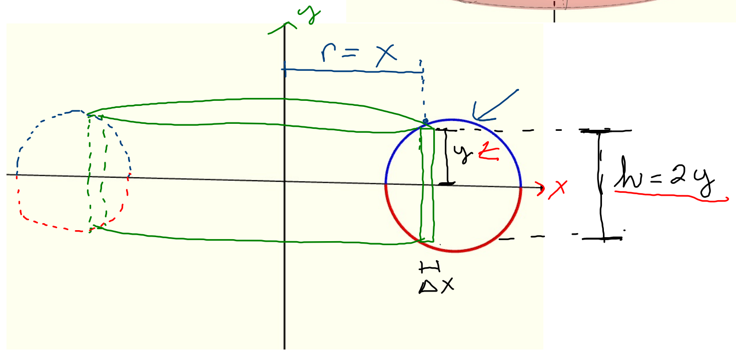
ARANDELAS

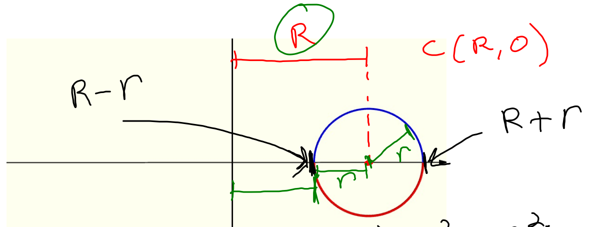
45–47 Utilice cascarones cilíndricos para encontrar el volumen del sólido.

El toro sólido









$(x-R)^2+y^2=r^2$

$y=\pm\sqrt{r^2-(x-R)^2}$

$$V=\int_{R-r}^{R+r} 2\pi x\, 2\sqrt{r^2-(x-R)^2}\,dx$$

$y>0$

$w = x - R$, $\frac{dw}{dx}=1$, $dw=dx$

$$V=\int_{-r}^{r} 2\pi(w+R)\,2\sqrt{r^2-w^2}\,dw$$

IMPAR

INTERPRETAR AREA

$$V=\int_{-r}^{r} 4\pi\, w\sqrt{r^2-w^2}\,dw+R\int_{-r}^{r}\sqrt{r^2-w^2}\,dw$$

$0+2\pi^2Rr^2$

$V=2\pi^2Rr^2$