

PROBLEMA RESUELTO 2

Calcule el límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$$

Utilizando una tabla de valores apropiada

Solución

Para calcular este límite utilizando una tabla de valores, se debe elegir números que se aproximen a $x = 0$ tanto por la izquierda como por la derecha. Para este caso se usarán los números por la izquierda: $-0.5, -0.1, -0.01, -0.001$ y los números por la derecha: $0.001, 0.01, 0.1, 0.5$. Los números elegidos son arbitrarios y la única condición que deben cumplir es la de acercarse a 0 tanto por la derecha como por la izquierda.

Ahora se evalúa la función $\frac{e^x - x - 1}{x^2}$ en cada uno de los valores, por ejemplo, al evaluar para $x = -0.01$ se obtiene

$$f(-0.01) = \frac{e^{-0.01} - (-0.01) - 1}{(-0.01)^2} = 0.498$$

La tabla siguiente muestra los resultados obtenidos al evaluar la función en todos los valores

x	-0.5	-0.1	-0.01	-0.001	0.001	0.01	0.1	0.5
$f(x)$	0.426	0.4837	0.498	0.4998	0.5002	0.5017	0.5171	0.5949

La tabla nos muestra que los valores de $f(x)$ se están aproximando a 0.5 cuando x se aproxima a 0, tanto por la izquierda como por la derecha. Razón por la cual se concluye que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$$

PROBLEMA RESUELTO 3

Calcule el límite

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{10 + 3x} + 2}{x + 2}$$

Utilizando una tabla de valores apropiada

Solución

Para calcular este límite usando una tabla de valores se debe construir una tabla evaluando valores por la izquierda de $x = -2$, por ejemplo, un valor a la izquierda de -2 es -2.5 . Al evaluarlo en la función se obtiene

$$f(-2.5) = \frac{\sqrt{10 + 3(-2.5)} + 2}{(-2.5) + 2} =$$

Una tabla de valores apropiada para calcular este límite es la siguiente

x	-3	-2.5	-2.1	-2.01	-2.001
f(x)	-3	-7.162	-39.235	-399.25	-3999.2

En la tabla se observa que cuando x se aproxima a -2 por la izquierda los valores de $f(x)$ son números negativos cada vez más grandes, por lo que se concluye que

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{10 + 3x} + 2}{x + 2} = -\infty$$

PROBLEMA RESUELTO 4

Calcule el límite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x}}{2x + 5}$$

Utilizando una tabla de valores apropiada

Solución

Para calcular $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x}}{2x + 5}$ se debe construir una tabla de valores en donde x tenga valores negativos cada vez más grandes, ya que tiende al infinito negativo, por ejemplo, si evaluamos en $x = -100$ se tiene

$$f(-100) = \frac{\sqrt{4(-100)^2 - (-100)}}{2(-100) + 5} = -1.0269$$

La tabla siguiente muestra el comportamiento de la función cuando x tiende al infinito

x	-10	-100	$-1,000$	$-10,000$	$-100,000$
$f(x)$	-1.3499	-1.0269	-1.0026	-1.0003	-1.0

De la tabla anterior se observa claramente que cuando x tiende al infinito negativo, $f(x)$ tiende al valor -1 , es decir que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x}}{2x + 5} = -1$$

Respuesta:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x}}{2x + 5} = -1$$
