UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
Facultad de Ingeniería
Departamento de Física
Ing. Bayron Cuyan

EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

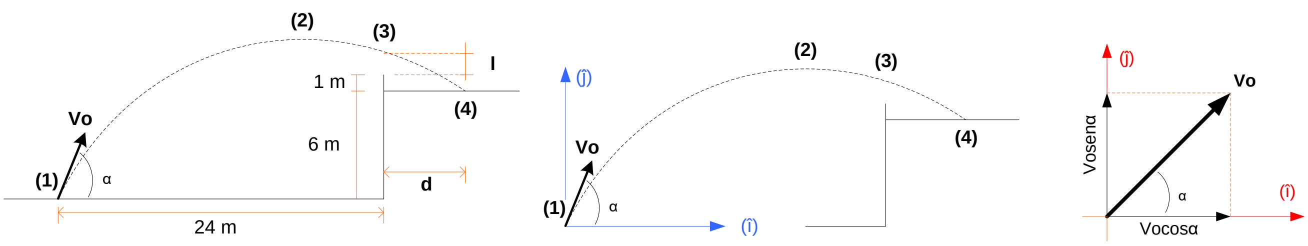
TIRO PARABÓLICO

EJEMPLO No. 1

Desde el suelo se lanza un balón a un ángulo de 53.0^0 sobre la horizontal desde un punto a 24.0 m de la pared de una casa que tiene una pared vertical de 7.00 m de altura que forma un techo una barda de 1.00 m de altura alrededor de un techo plano a 6.00 metros del suelo. Si la pelota tarda 2.20 segundos en llegar a un punto directamente arriba de la pared vertical. Determine:

a) La rapidez con la cual fue lanzado el balón.
b) La altura máxima que alcanza el balón sobre el nivel del suelo.
c) La distancia vertical a la cual pasa el balón por sobre la orilla de la pared de la casa.
d) ¿El balón cruza la pared cuando sube o cuando baja?
e) La distancia horizontal desde la pared al punto en el cual la pelota golpea el techo
f) La velocidad con la cual el balón golpea el techo.

PASO No. 1:



PASO No. 2:

En todos los incisos utilizaremos como origen del sistema de coordenadas cartesianas el punto No. 1 en la figura.

a) La rapidez con la cual fue lanzado el balón

PASO No. 3:

Inicio: Punto No. 1
Final: Punto No. 3

PASO No. 4:
En este caso solo es necesario plantear los datos del movimiento horizontal.

DATOS:

X_0= 0 m
X_f= + 24.0 m
V_{0x}= V_0cosα
t= 2.20 s

PASO No. 5:

$$X_f = X_0 + v_{0x}t$$

$$X_f = (0) + v_0 \cos\alpha t$$

$$v_0 = \frac{X_f}{t\cos\alpha} = \frac{(+24.0)}{2.20 cos 53.0^0} = 18.127\ m/s$$

PASO No. 6:

R// Rapidez $v_0 = 18.1\ m/s$

b) La altura máxima que alcanza el balón sobre el nivel del suelo.

PASO No. 3:

Inicio: Punto No. 1
Final: Punto No. 2 (Pto. de altura máxima)

PASO No. 4:

En este caso solo es necesario plantear los datos del movimiento vertical.

DATOS:

Y_0= 0 m
Y_f=? m
V_{0y}= V_0senα
V_{fy}= 0 m/s
a_y= -9.80 m/s^2
t=?

PASO No. 5:

$$v_{fy}{}^2 = v_{0y}{}^2 + 2a_y(Y_f - Y_0)$$

$$0 = v_{0y}{}^2 + 2a_y(Y_f - 0)$$

$$Y_f = \frac{-v_{0y}{}^2}{2a_y} = \frac{-(v_o\text{sen}\alpha)^2}{2a_y} = \frac{-(18.1\text{sen}53.0^0)^2}{2(-9.80)} = 10.66\ m$$

PASO No. 6:

R// $h_{\max sobre\ el\ suelo} = 10.7\ m$

c) La distancia vertical a la cual pasa el balón por sobre la orilla de la pared de la casa.

PASO No. 3:

Inicio: Punto No. 1
Final: Punto No. 3

PASO No. 4:

En este caso solo es necesario plantear los datos del movimiento vertical.

DATOS:

Y_0= 0 m
Y_f=?
a_y= -9.80 m/s^2
V_{0y}= V_0senα
V_{fy}=?
t= 2.20s

PASO No. 5:

$$Y_f = Y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$Y_f = (0) + v_0\text{sen}\alpha t + \frac{1}{2}a_y t^2 = (18.1\text{sen}53.0^0)(2.20) + \frac{1}{2}(-9.80)(2.20)^2 = 8.086\ \text{m}$$

PASO No. 6:

$$l = 8.086 - 7 = 1.086\ m$$

R// Rebasa la pared vertical por 1.09 m

d) ¿El balón cruza la pared cuando sube o cuando baja?

PASO No. 3:

Inicio: Punto No. 1
Final: Punto No. 3

PASO No. 4:

En este caso solo es necesario plantear los datos del movimiento vertical.

DATOS:

Y_0= 0 m
Y_f=?
V_{0y}= V_0senα
V_{0y}= ?
a_y= -9.80 m/s^2
t= 2.20 s

PASO No. 5:

$$v_{fy} = v_{0y} + a_y t$$

$$v_{fy} = \mathrm{v_0 sen\alpha} + a_y t = (18.1\mathrm{sen}53.0^0) + (-9.8)(2.2) = -7.08\ \mathrm{m/s}$$

PASO No. 6:

R// Dado que el signo de la componente vertical de velocidad del balón al momento de cruzar la pared vertical, es negativo, esto indica que en ese momento el balón ya estaba descendiendo.

e) La distancia horizontal desde la pared al punto en el cual la pelota golpea el techo

Determinaremos primero el tiempo que tarda el balón en impactar el techo y luego con ese tiempo, determinaremos a que distancia del borde impacta.

PASO No. 3:

Inicio: Punto No. 1
Final: Punto No. 4

PASO No. 4:

En este caso si es necesario plantear los datos tanto del movimiento horizontal como vertical.

DATOS:

Y_0= 0 m	X_0= 0 m
Y_f= +6.00 m	X_f= ?
V_{0y}= V_0senα	V_{0x}= V_0cosα
V_{fy}= ?	
a_y= -9.80 m/s^2	
t=?	

PASO No. 5:

$$\mathrm{Y_f = Y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2}$$

$$\mathrm{Y_f = (0) + v_0 sen\alpha t + \frac{1}{2}a_y t^2}$$

$$\mathrm{0 = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_0 sen\alpha t - Y_f}$$

$$\mathrm{0 = \frac{1}{2}(-9.80)t^2 + (18.1sen53.0^0)t - (+6.00)}$$

t_1=0.499 s, t_2=2.456 s

PASO No. 6:

Como puede observarse en la figura, para la trayectoria mostrada, existen dos tiempos para los cuales el balón alcanza una altura vertical de 6.00 m (en algún momento cuando esta ascendiendo y al momento de impactar el techo, cuando ya está descendiendo). Pues bien; los tiempos encontrados corresponden a estos dos instantes, por lo cual el tiempo que el balón tarda en impactar el techo es de 2.46 segundos.

PASO No. 5:

$$X_f = X_0 + v_{0x}t$$

$$X_f = (0) + v_0\cos\alpha t = (18.1\cos 53.0^0)(2.46) = +26.7911\ m$$

PASO No. 6:

El resultado indica que el balón impacta el techo a una distancia horizontal de 26.79 m a la derecha del punto en el cual hemos ubicado nuestro origen de coordenadas; por lo tanto, la distancia de impacto desde la pared vertical la determinamos como sigue:

$$d = 26.79 - 24.0 = 2.79\ m$$

R// $d = 2.79\ m$

f) La velocidad con la cual el balón golpea el techo.

PASO No. 3:

Inicio: Punto No. 1
Final: Punto No. 4

PASO No. 4:

DATOS:

Y_0= 0 m
Y_f= +6.00 m
V_{0y}= V_0senα
V_{fy}= ?
a_y= -9.80 m/s^2
t=2.46 s

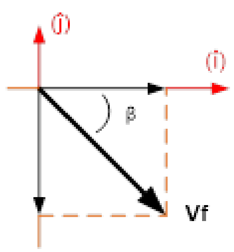
PASO No. 5:

$v_{fx} = v_{0x} = v_0\cos\alpha = 18.1\cos 53.0^0 = 10.89\ m/s$ recuerde que es constante en "x"

$$v_{fy} = v_0\text{sen}\alpha + a_y t = (18.1\text{sen}53.0^0) + (-9.8)(2.46) = -9.65\ \text{m/s}$$

PASO No. 6:

R// $\mathbf{v_f} = 10.9\hat{\imath} - 9.65\hat{\jmath}\ (\text{m/s})$ (Velocidad de impacto en coordenadas rectangulares)



$$v_f = \sqrt{v_{fx}^2 + v_{fy}^2} = \sqrt{(10.89)^2 + (-9.65)^2} = 14.55\ \text{m/s}$$

$v_f = 14.6\ \text{m/s}$ (Rapidez de impacto)

$$\beta = tan^{-1}\left(\frac{9.65}{10.9}\right) = 41.5^0$$

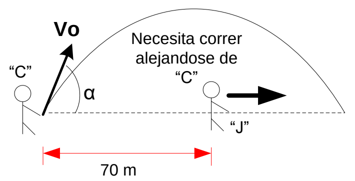
R// $\mathbf{v_f} = 14.6\ \text{m/s a } 41.5^0$ bajo la horizontal (Velocidad de impacto en polar)

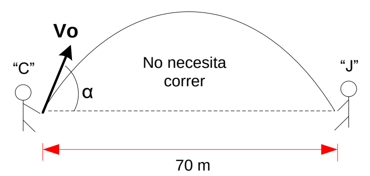
EJEMPLO No. 2

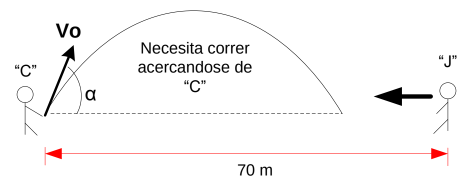
Carlos y su hermano Jorge, están jugando sobre un terreno plano a lanzarse y atrapar una pelota de baseball. En un lanzamiento en particular, Carlos está parado (estático) y lanza la pelota hacia su hermano con una rapidez de 25.0 m/s a un ángulo de 30.0^0 sobre la horizontal; en ese instante, Jorge se encuentra a 70.0 metros de Carlos. ¿El qué dirección y con qué rapidez constante deberá correr Jorge para atrapar la pelota al mismo nivel al cual fue lanzada?

PASO No. 1:

Un planteamiento gráfico del problema nos muestra que puede suceder cualquiera de las siguientes situaciones:



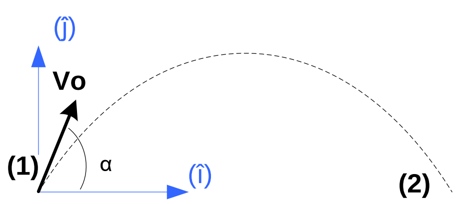


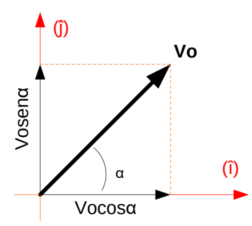


No podemos asumir como correcta ninguna de las tres, será la respuesta numérica y su interpretación la que establezca cual es la correcta.

PASO No. 2:

Estableceremos como origen del sistema de coordenadas rectangulares, el punto de lanzamiento (punto 1).





PASO No. 3:

Determinaremos ahora cuanto tiempo tardara Jorge en atrapar la pelota desde el momento en que Carlos la lanzó. Recordemos que la atrapa justo cuando cae al mismo nivel al cual fue lanzada.

Inicio: Punto No. 1
Final: Punto No. 2

PASO No. 4:

DATOS:

$Y_{0\text{-pelota}} = 0$ m
$Y_{f\text{-pelota}} = 0$ m
$V_{0y\text{-pelota}} = V_0 \text{sen}\alpha$
$V_{fy\text{-pelota}} = ?$
$a_y = -9.80 \text{ m/s}^2$
t=?

PASO No. 5:

$$Y_f = Y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$(0) = (0) + v_0 \text{sen}\alpha t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$t = \frac{-2v_o \text{sen}\alpha}{a_y} = \frac{-(2)(25.0\text{sen}30.0^0)}{(-9.80)} = 2.551\ s$$

PASO No. 6:

Ahora bien, sabemos que Jorge tiene 2.55 segundos para correr desde su ubicación inicial al momento del lanzamiento hasta el punto en el cual la pelota alcanza el mismo nivel al que fue lanzada. Al momento de atraparla tanto Jorge como la pelota ocuparan la misma posición horizontal final, medida desde nuestro origen de sistema de coordenadas establecido ($\mathrm{X_{f-pelota}} = \mathrm{X_{f-Jorge}}$).

PASO No. 3:

Inicio: Punto de lanzamiento del balón y posición inicial de Jorge
Final: Punto No. 2

PASO No. 4:

DATOS:

PELOTA	JORGE
$X_{0\text{-pelota}}$= 0 m	$X_{0\text{-Jorge}}$= +70.0 m
$X_{f\text{-pelota}}$= ?	$X_{f\text{-jorge}}$= ?
$V_{0x\text{-pelota}}$= $V_{0\text{-pelota}}\cos\alpha$	$V_{0x\text{-jorge}}$=?
$t_{\text{pelota}=2.55\text{ s}}$	$t_{\text{jorge}=2.55\text{ s}}$

PASO No. 5:

Sabiendo que

$X_{f\text{-pelota}}$= $X_{f\text{-Jorge}}$ & t_{pelota}= t_{jorge}= t =2.55 s

PELOTA: $X_{f-pelota} = X_{0-pelota} + v_{0x-pelota}t$

$$X_{f-pelota} = (0) + v_{0-pelota}cos\alpha t$$

JORGE: $X_{f-Jorge} = X_{0-Jorge} + v_{0x-Jorge}t$

TENEMOS:

$$X_{f-pelota} = X_{f-Jorge}$$

$$v_{0-pelota}cos\alpha t = X_{0-Jorge} + v_{0x-Jorge}t$$

$$v_{0x-Jorge} = \frac{v_{0-pelota}cos\alpha t - X_{0-Jorge}}{t} = \frac{(25.0cos30.0^0)(2.55) - (+70.0)}{(2.55)} = -5.80\ m/s$$

PASO No. 6:

El resultado $\mathrm{v_{0x-Jorge}} = -5.80\ m/s$ nos indica que de acuerdo a nuestro planteamiento, Jorge deberá correr hacia Carlos con una rapidez constante de 5.80 m/s.