Antiderivadas

DERIVAR

$f(x) \longrightarrow f'(x)$

$F(x) \longleftarrow f(x)$

ANTIDERIVAR.

$F(x)$

↑

ANTIDERIVADA.

Definición Una función F recibe el nombre de **antiderivada** de f en un intervalo I si $F'(x) = f(x)$ para toda x en I.

$F(x)$ ANTIDERIVADA

$f(x)$ ← FUNCIÓN

$$F'(x) = f(x)$$

$F(x)$ CORRECTA.

$f(x) = x^3$,

$F(x) = \frac{1}{4}x^4$

$F'(x) = \frac{4}{4}x^3 = x^3 = f(x)$

$f(x) = x^3$

$F(x) = \frac{1}{4}x^4 + 1$

$F'(x) = x^3 = f(x)$

$f(x) = x^3$,

$F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \sqrt{3}$

$F'(x) = f(x)$

$$f(x) = x^3$$

$$F(x) = \frac{1}{4}x^4$$

$$F(x) = \frac{1}{4}x^4 + 1$$

$$F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \sqrt{3}$$

$$F(x) = \frac{1}{4}x^4 + C$$

("C" CONSTANTE REAL. CONSTANTE DE INTEGRACIÓN)

ANTIDERIVADA BÁSICA O PARTICULAR

ANTIDERIVADA MÁS GENERAL.

1 Teorema Si F es una antiderivada de f en un intervalo I, entonces la antiderivada más general de f sobre I es

$$F(x) + C$$

donde C es una constante arbitraria.

$F(x)+1$

$F(x)-\frac{1}{2}$

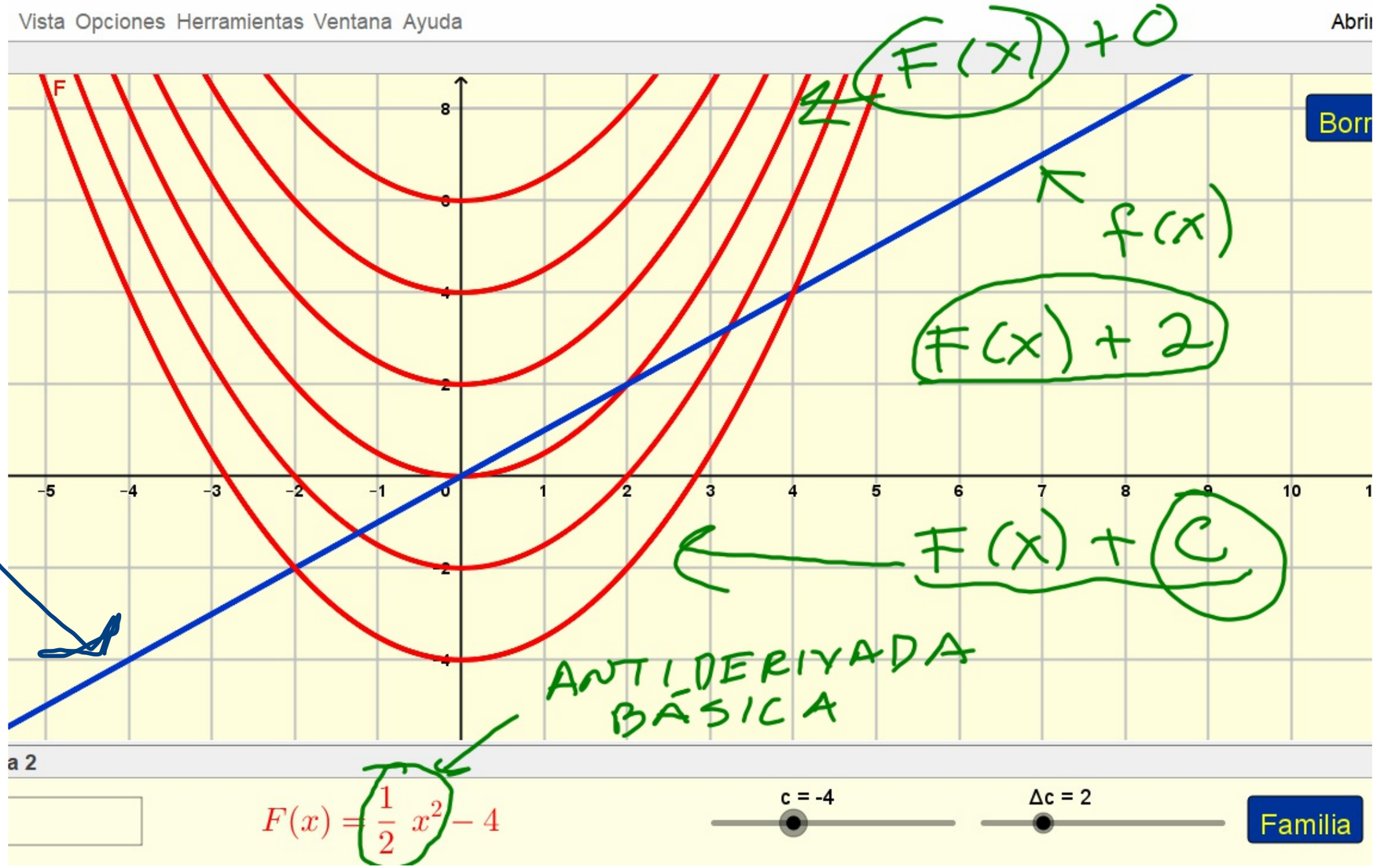
$F(x)+C$

$F(x)+\frac{1}{\sqrt{2}}$

FAMILIA FUNCIONES

$f(x) = x$

$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + C$



¿CÓMO ENCONTRAR $F(x)$?

x^n —DERIVAR→ $n\,x^{n-1}$

x^n —ANTIDERIVAR.→ $\dfrac{x^{n+1}}{n+1}$

$f(x)$ $\quad$ $F(x)$

x^3 —ANTIDERIVAR→ $\dfrac{x^4}{4} = \dfrac{1}{4}x^4$

$f(x)$ $\quad$ $F(x)$

$\dfrac{1}{4}x^4 + C$

$f(x)$	$f'(x)$
e^x	e^x
$\tan^{-1}x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$F(x)$	$f(x)$

$f(x) = \frac{1}{x}$

$F(x) = \ln x$

$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$F(x) = \tan^{-1}x$

BÁSICA

Función	Antiderivada particular	Función	Antiderivada particular
$cf(x)$	$cF(x)$	$\operatorname{sen} x$	$-\cos x$
$f(x) + g(x)$	$F(x) + G(x)$	$\sec^2 x$	$\tan x$
$x^n \ (n \neq -1)$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1}$	$\sec x \tan x$	$\sec x$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln \lvert x \rvert$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\operatorname{sen}^{-1} x$
e^x	e^x	$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\tan^{-1} x$
b^x	$\dfrac{b^x}{\ln b}$	$\cosh x$	$\operatorname{senh} x$
$\cos x$	$\operatorname{sen} x$	$\operatorname{senh} x$	$\cosh x$

1–22 Encuentre la antiderivada más general de la función. (Compruebe su respuesta mediante la derivación.)

$$f(x) = 2x^3 - \tfrac{2}{3}x^2 + 5x$$

$$F(x) = 2\left(\frac{x^{3+1}}{3+1}\right) - \frac{2}{3}\left(\frac{x^{2+1}}{2+1}\right) + 5\left(\frac{x^{1+1}}{1+1}\right)$$

$$F(x) = 2\left(\frac{x^4}{4}\right) - \frac{2}{3}\left(\frac{x^3}{3}\right) + 5\left(\frac{x^2}{2}\right)$$

$$F(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{2}{9}x^3 + \frac{5}{2}x^2$$

PARTICULAR

$$F(x)+C = \frac{1}{2}x^4 - \frac{2}{9}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + C$$

MÁS GENERAL

$$(F(x)+C) = \frac{4}{2}x^3 - \frac{2}{9}\cdot 3x^2 + \frac{5}{2}2x$$

$$= 2x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 5x = f(x)$$

$$F'(x) = 2x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 5x = f(x)$$

1–22 Encuentre la antiderivada más general de la función. (Compruebe su respuesta mediante la derivación.)

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$F(x) = \frac{x^{2+1}}{2+1} - 3\frac{x^{1+1}}{1+1} + 2\left(\frac{x^{0+1}}{0+1}\right)$$

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x \quad \text{PARTICULAR}$$

$$F(x) + C = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + C \quad \text{GENERAL}$$

$$G(x) = \frac{1}{3}\left(\frac{x^{3+1}}{3+1}\right) \cdots$$

1–22 Encuentre la antiderivada más general de la función. (Compruebe su respuesta mediante la derivación.)

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} + x\sqrt{x}$$

$f(x) = x^{2/3} + x \cdot x^{1/2}$

$f(x) = 1x^{2/3} + 1x^{3/2}$

$F(x) = \dfrac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} + \dfrac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1}$

$F(x) = \dfrac{x^{5/3}}{\frac{5}{3}} + \dfrac{x^{5/2}}{\frac{5}{2}}$

$F(x) = \frac{3}{5}x^{5/3} + \frac{2}{5}x^{5/2}$ PARTICULAR

$F(x) + C = \frac{3}{5}x^{5/3} + \frac{2}{5}x^{5/2} + C$ GENERAL

$F(x) = \frac{3}{5}x^{5/3} + \frac{2}{5}x^{5/2} + C$

1–22 Encuentre la antiderivada más general de la función. (Compruebe su respuesta mediante la derivación.)

$$g(t) = \frac{1 + t + t^2}{\sqrt{t}}$$

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} + \frac{t}{\sqrt{t}} + \frac{t^2}{\sqrt{t}}$$

$$g(t) = \frac{1}{t^{1/2}} + \frac{t^1}{t^{1/2}} + \frac{t^2}{t^{1/2}}.$$

$$g(t) = t^{-1/2} + t^{1/2} + t^{3/2}.$$

$$G(t) = \frac{t^{1/2}}{\frac{1}{2}} + \frac{t^{3/2}}{\frac{3}{2}} + \frac{t^{5/2}}{\frac{5}{2}}$$

$$G(t) = 2t^{1/2} + \frac{2}{3}t^{3/2} + \frac{2}{5}t^{5/2}.$$

$$G(t) = 2t^{1/2} + \frac{2}{3}t^{3/2} + \frac{2}{5}t^{5/2} + C.$$

1–22 Encuentre la antiderivada más general de la función. (Compruebe su respuesta mediante la derivación.)

$$r(\theta) = \sec\theta \tan\theta - 2e^{\theta}$$

$$R(\theta) = \text{SEC}\,\theta - 2e^{\theta} + C$$

$$R'(\theta) = \text{SEC}\,\theta\,\text{TAN}\,\theta - 2e^{\theta} = r(\theta)$$

R(θ) es CORRECTA

1–22 Encuentre la antiderivada más general de la función. (Compruebe su respuesta mediante la derivación.)

$$g(v) = 2\cos v - \frac{3}{\sqrt{1 - v^2}}$$

$$G(v) = 2\,\text{SEN}\,v - 3\,\text{SEN}^{-1}v + C$$

1–22 Encuentre la antiderivada más general de la función. (Compruebe su respuesta mediante la derivación.)

$$f(x) = e^2 = (2,71\ldots)^2$$

CONSTANTE

$$f(x) = e^2 x$$

$$F(x) = e^2 x + C$$

23–24 Encuentre la antiderivada F de f que satisfaga la condición dada. Compruebe su respuesta comparando las gráficas de f y F.

$$f(x) = 5x^4 - 2x^5, \quad F(0) = 4$$

CONDICIÓN INICIAL.

$x = 0$
$y = 4$
$(0, 4)$

$$F(x) = x^5 - \frac{1}{3}x^6 + C$$

$$F(0) = (0)^5 - \frac{1}{3}(0)^6 + C = 4 \qquad C = 4$$

$$F(x) = x^5 - \frac{1}{3}x^6 + 4$$

ESPECÍFICA

$f(x) = 5x^4 - 2x^5$

$F(x)$