# Clase Física 1 12

Gravitación de partículas

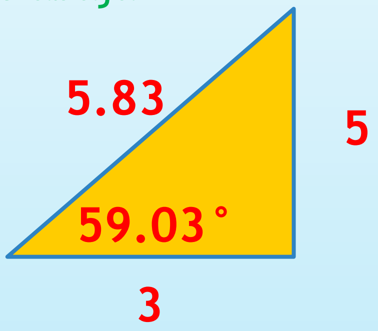
*Fuerzas, Campo y Energía

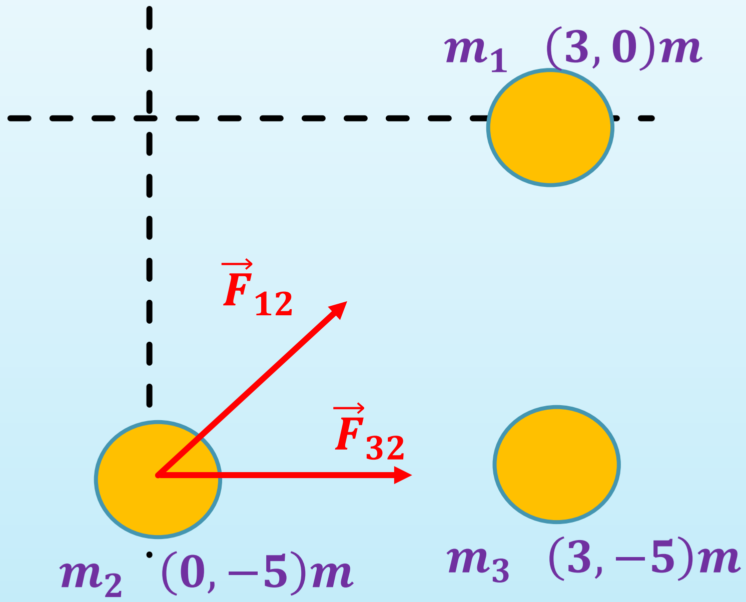
Leyes de Kepler

USAC

Ejemplo 1: se tiene un sistema de tres partículas en el espacio como muestra la figura, cada una tiene una masa de m1= 10kg , m2= 15 kg y m3= 12kg, se encuentran aisladas del espacio y por lo cual solo experimentaran efectos entre si. Determine la fuerza gravitacional que experimenta m2 por las demás del sistema, el campo gravitacional en el origen de coordenadas del sistema por las partículas y la energía potencial gravitacional del sistema.

Resolución: aunque el objeto masivo del sistema sea m2 este podría ser analizado por lo efectos de las demás partículas del sistema. recordatorio son fuerzas de atracción entre ellas por lo tanto las direcciones son entre ellas. Se trabaja por componentes.




Calculo de componentes para su sumatoria de fuerzas en el punto de m2.

$$\vec{F}_{32} = G\frac{m_3 m_2}{r^2}\hat{\imath} = (6.673x10^{-11})\frac{(12)(15)}{3^2}\hat{\imath} = 1.33\,x10^{-9}N\,\hat{\imath}$$

$$\vec{F}_{12} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}cos59.03°\,\hat{\imath} + G\frac{m_1 m_2}{r^2}sen\,59.03°\hat{\jmath}$$

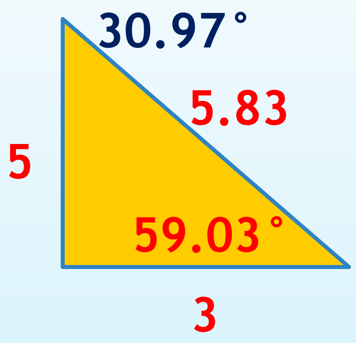
$$\vec{F}_{12} = (6.673x10^{-11})\frac{(10)(15)}{5.83^2}cos59.03°\hat{\imath} + (6.673x10^{-11})\frac{(10)(15)}{5.83^2}sen59.03°\hat{\jmath} = (0.1515x10^{-9}\,\hat{\imath} + 0.2945x10^{-9}\hat{\jmath})N$$

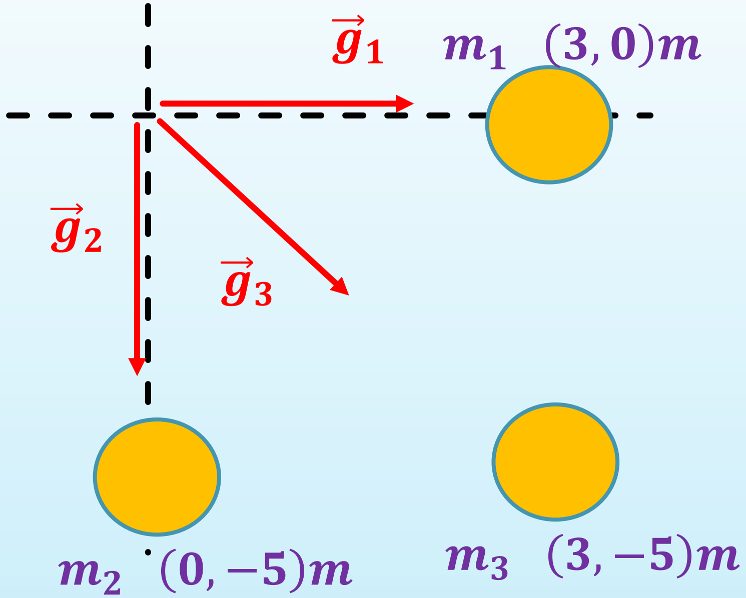
$$\vec{F}_{G2} = \vec{F}_{32} + \vec{F}_{12} = (1.33 + 0.1515)x10^{-9}\hat{\imath} + 0.2945x10^{-9}\hat{\jmath}$$

$$\boldsymbol{\vec{F}_{G2} = \left(1.4815x10^{-9}\hat{\imath} + 0.2945x10^{-9}\hat{\jmath}\right)N}$$

En el calculo del campo gravitacional se tendrá que calcular por componentes los efectos de cada partícula sobre el punto del origen.

$$\vec{g}_o = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3$$




$$\vec{g}_1 = G\frac{m_1}{r^2}\hat{\imath} = (6.673x10^{-11})\frac{10}{3^2}\hat{\imath} = 74.14\,x10^{-12}\ {}^{m}/_{s^2}\,\hat{\imath}$$

$$\vec{g}_2 = -G\frac{m_2}{r^2}\hat{\jmath} = -(6.673x10^{-11})\frac{15}{5^2}\hat{\jmath} = -40.04\,x10^{-12}\ {}^{m}/_{s^2}\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{g}_3 = G\frac{m_3}{r^2}cos59.03°\,\hat{\imath} - G\frac{m_3}{r^2}se59.03°\hat{\jmath}$$

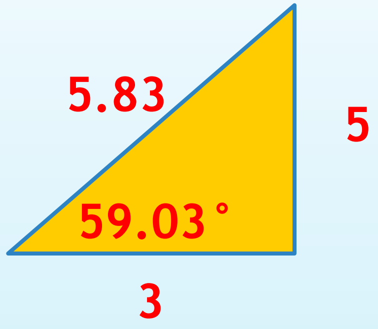
$$\vec{g}_3 = (6.673x10^{-11})\frac{12}{5.83^2}cos59.03°\hat{\imath} - (6.673x10^{-11})\frac{12}{5.83^2}sen59.03°\hat{\jmath} = (\,12.12x10^{-12}\hat{\imath} - 20.20x10^{-12}\hat{\jmath})\,{}^{m}/_{s^2}$$

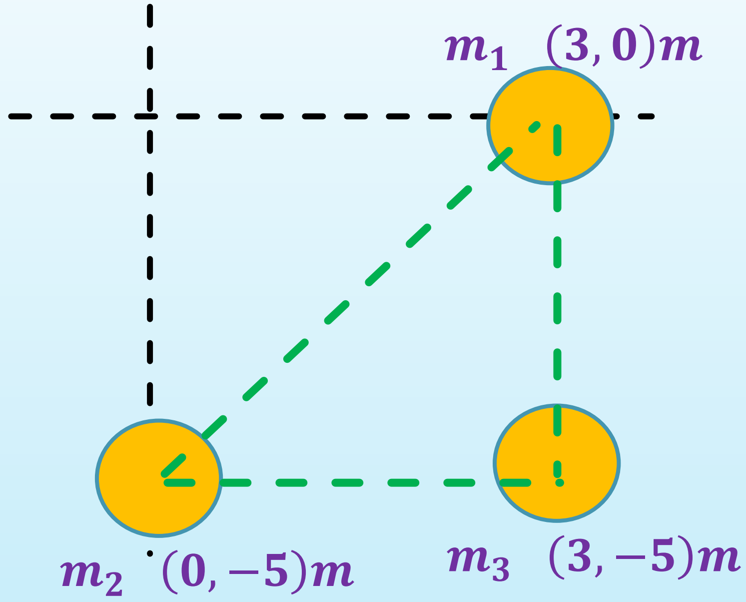
| | X | Y |
|---|---|---|
| g1 | 74.14 | 0 |
| g2 | 0 | -40.04 |
| g3 | 12.12 | -20.20 |
| go | 86.26 | -60.24 |

$$\vec{g}_o = \left(86.26x10^{-12}\hat{\imath} - 60.24x10^{-12}\hat{\jmath}\right){}^{m}/_{s^2}$$

Calculo de energía gravitacional del sistema de partículas, Recordatorio la energía es una consideración escalar por lo cual solo es necesario el calculo de las distancias y todas las posibles combinaciones que se puedan dar de las partículas del sistema.

$$U_{sis} = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$




$$U_{sis} = -\frac{Gm_1m_2}{r_{12}} - \frac{Gm_1m_3}{r_{13}} - \frac{Gm_2m_3}{r_{23}}$$

$$U_{sis} = -\frac{(6.673x10^{-11})(10)(15)}{5.83} - \frac{(6.673x10^{-11})(10)(12)}{5} - \frac{(6.673x10^{-11})(12)(15)}{3}$$

$$U_{sis} = -1.72\ x10^{-9} - 1.60\ x10^{-9} - 4.00\ x10^{-9} = -7.32x10^{-9}J \approx -7.32nJ$$

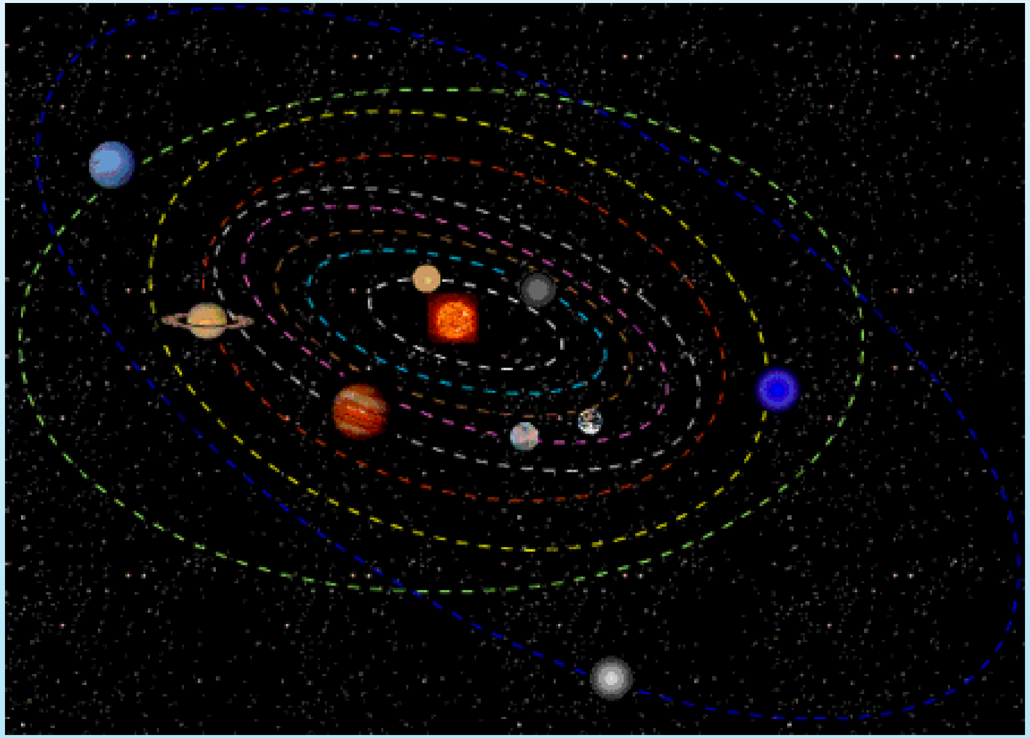
En el caso que se solicite el trabajo para liberar al sistema o juntar a las particular en algún sistema se empleara la expresiones.

$$\Delta W_{ext} = \Delta U_{Grav} = U_{Gf} - U_{Go}$$
$$\Delta W_{grav} = -\Delta U_{Grav} = -(U_{Gf} - U_{Go})$$

# LEYES DE KEPLER

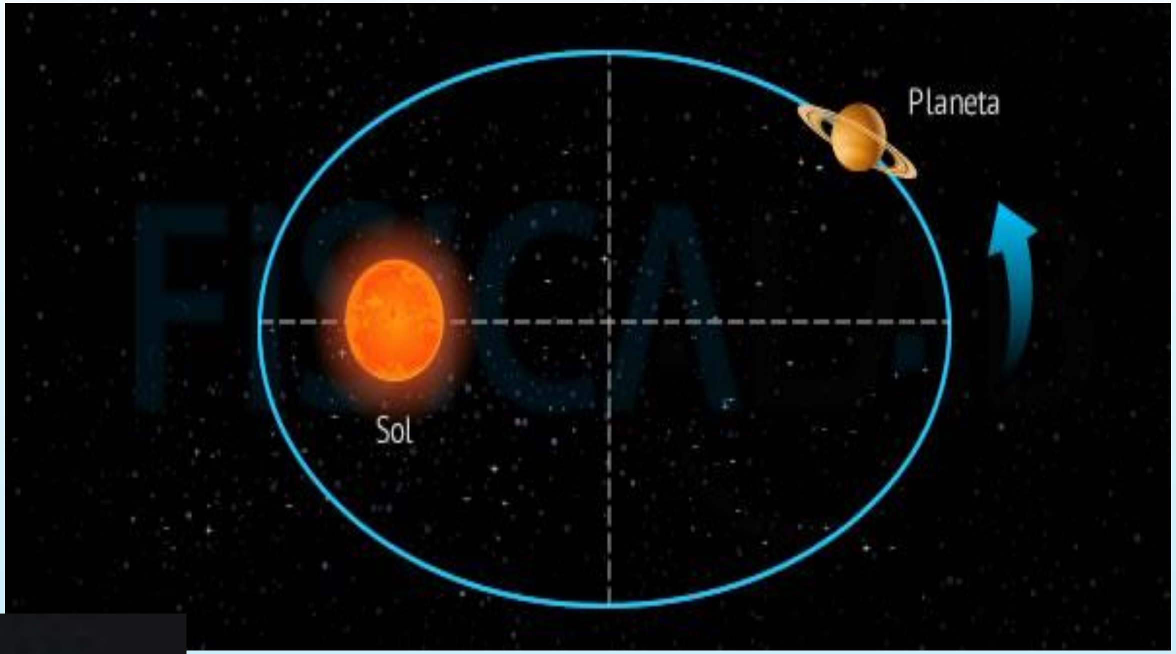
Las leyes de Kepler fueron enunciadas por Johannes Kepler para describir matemáticamente el movimiento de los planetas en sus órbitas alrededor del Sol.

En estos casos se basan en que todos los objetos por medio de las interpretaciones de la fuerza de atracción pueden ser capturadas y generar de ellas una orbita.



Todos los cuerpos celestes pueden experimentar este efecto si son capturados por un cuerpo celeste muy masivo.

**Primera Ley de Kepler**: Todos los planetas se mueven alrededor del Sol siguiendo órbitas elípticas. El Sol está en uno de los focos de la elipse.




Este movimiento y la propia inclinación de la tierra en su rotación permite tener cambios de estaciones en los hemisferios norte y sur, el centro experimenta leve este efecto.

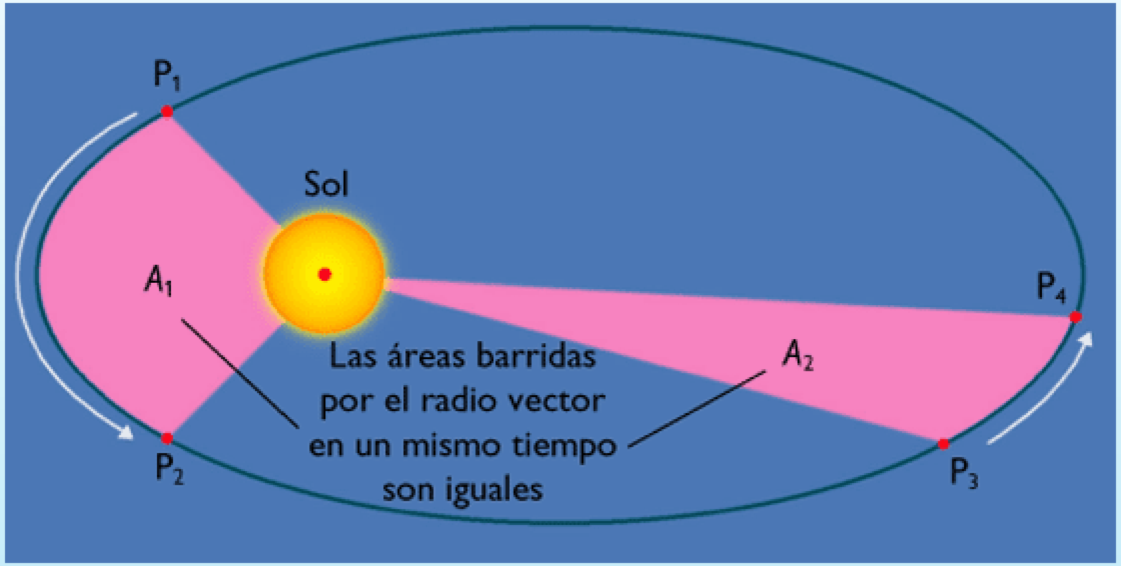

Pero los cambios de los equinoccio se da en los puntos equidistantes de la orbita elíptica.

Equinoccio (misma cantidad de tiempo en el día y en la noche )

Solsticio son eventos cuando se encuentra lo mas próximo o mas alejado de la orbita con respecto al sol.

**Segunda Ley de Kepler:** Los planetas se mueven con velocidad areolar constante. Es decir, el vector posición r de cada planeta con respecto al Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.

Se puede demostrar que el momento angular es constante lo que nos lleva a las siguientes conclusiones:



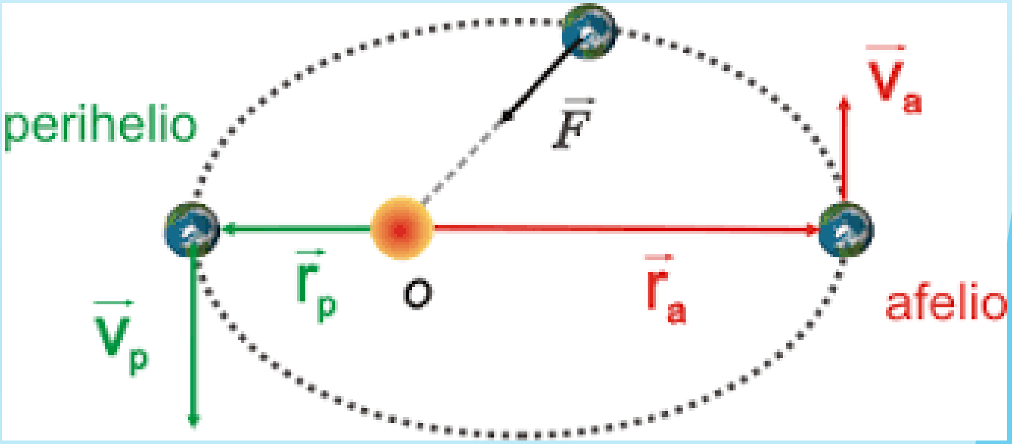

Las órbitas son planas y estables.

Se recorren siempre en el mismo sentido.

La fuerza que mueve los planetas es central.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = constante = \vec{r} x \vec{F}$$

también descubrió que la velocidad de los planetas no es constante, sino que el radio vector que une al Sol (situado en uno de los focos de la trayectoria elíptica) con un planeta determinado, describe áreas iguales en tiempos iguales. En consecuencia, la velocidad de los planetas es mayor cuando están próximos al Sol (perihelio) que cuando se mueven por las zonas más alejadas (afelio).



**Tercera Ley de Kepler**: Se cumple que para todos los planetas, la razón entre el periodo de revolución al cuadrado y el semieje mayor de la elipse al cubo se mantiene constante. Esto es:

Partiendo de las consideraciones anteriores de la fuerzas centrales o radiales se puede expresar que los periodos de orbita se aproximan a una consideración circular pero tomando en consideración el semi eje mayor(a)

$$T = \frac{2\pi \, a^{3/2}}{\sqrt{GM_{sol}}} \;\; [s]$$