Poisson

miércoles, 20 de septiembre de 2023 08:02

POISSON

$$p(x;\lambda t)=\frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^x}{x!}$$

$$x=0,1,2,\ldots$$

$\mu = \lambda t$

Ejemplo 1
En promedio, en una cierta intersección ocurren 3 accidentes viales por mes. ¿Cuál es la probabilidad de que en un determinado mes en esta intersección

a. Ocurran exactamente 5 accidentes?
b. Ocurran menos de 3 accidentes?

$\lambda = \frac{\text{SUCESOS}}{\text{TIEMPO}}$ $\lambda = \frac{3 \text{ ACCIDENTES}}{\text{MES}}$

a.- $P(x=5) = \frac{e^{-3}\cdot 3^5}{5!} = \boxed{0,1008}$

$t = 1$

$\lambda = 3$

$\lambda t = 3$

b.- $P(x<3) = P(0 \le x \le 2) = \frac{e^{-3}\cdot 3^0}{0!} + \frac{e^{-3}\cdot 3^1}{1!} + \frac{e^{-3}\cdot 3^2}{2!} = 0,4232$

$t = 1$

$\lambda = 3$

$\lambda t = 3$

$= \sum_{x=0}^{2} \frac{e^{-3}\cdot 3^x}{x!} = \boxed{0,4232}$

Ejemplo 2:

Si un banco recibe en promedio 6 cheques sin fondo por día. ¿cuáles son las probabilidades de que reciba,

- Cuatro cheques sin fondo en un día dado?
- 10 cheques sin fondos en cualquiera de dos días consecutivos?

$\lambda = 6 \text{ CHEQUES}/\text{DÍA}$

a.- $\lambda t = 6(1) = 6$

$P(x=4) = \frac{e^{-6}\cdot 6^4}{4!} = \boxed{0,1339}$

b.- $\lambda t = 6(2) = 12$

$P(x=10) = \frac{e^{-12}\cdot 12^{10}}{10!} = \boxed{0,1048}$

Ejemplo 3:
En ciertas instalaciones de servicio automotor se estima que en el lapso de media hora llegan 2 clientes en promedio.
¿Cuál es la probabilidad de que en una hora lleguen 3 clientes?
¿Cuál es la probabilidad de que en una hora lleguen menos clientes de los esperados?

ESPERANZA = PROMEDIO

$\lambda = \frac{2 \text{ CLIENTES}}{0.5 \text{ h}} = 4$

a.- $P(x=3) = \frac{e^{-4}\cdot 4^3}{3!} = \boxed{0,1954}$

$\lambda t = 4$

b.- $\lambda t = 4$

$P(x<4) = P(0 \le x \le 3)$

$= \sum^{3} e^{-4}\cdot 4^x = \boxed{0,4335}$

$$P(x < 4) = P(0 \le x \le 3)$$
$$= \sum_{x=0}^{3} \frac{e^{-4} \cdot 4^{x}}{x!} = \boxed{0,4335}$$

Ejemplo 4:

Las llamadas de servicio entran a un centro de mantenimiento en promedio 2,7 llamadas por minuto. Encuentre la probabilidad:

a. No más de 4 llamadas entren en un minuto cualquiera,
b. Menos de 2 llamadas entren en un minuto cualquiera.
c. Más de 10 llamadas entren en un periodo de 5 minutos.

$\lambda = \dfrac{2{,}7 \text{ llamadas}}{\text{minuto}}$ $\quad \lambda = 2{,}7$

a.- $\lambda t = 2{,}7$

$$P(x \le 4) = P(0 \le x \le 4)$$
$$= \sum_{x=0}^{4} \frac{e^{2{,}7} \cdot 2{,}7^{x}}{x!} = \boxed{0,8629}$$

b.- $\lambda t = 2{,}7$

$$P(x < 2) = P(0 \le x \le 1)$$
$$= \sum_{x=0}^{1} \frac{e^{-2{,}7} \cdot 2{,}7^{x}}{x!} = \boxed{0,2487}$$

c.- $\lambda t = 2{,}7(5) = 13{,}5$

$$P(x > 10) = 1 - P(x \le 10)$$
$$= 1 - P(0 \le x \le 10)$$
$$= 1 - \sum_{x=0}^{10} \frac{e^{-13.5} \cdot 13.5^{x}}{x!}$$
$$= \boxed{0,7888}$$

Ejemplo 5:

- El número de errores mecanográficos hechos por una secretaria es en promedio de cuatro errores por página. Si en una página se dan más de cuatro errores, la secretaria debe volver a escribir toda la página.. ¿Cuál es la probabilidad de que una página seleccionada al azar no tenga que volver a ser escrita?

$\lambda = \dfrac{4 \text{ ERRORES}}{\text{PÁGINA}}$ $\quad x > 4$

DEBE DE VOLVER A ESCRIBIRLA

Número de páginas

$\lambda t = 4$

$$P(x \le 4) = \sum_{x=0}^{4} \frac{e^{-4} \cdot 4^{x}}{x!}$$
$$= \boxed{0,6288}$$

APROXIMACIÓN BINOMIAL POISSON

$n \geq 50$
$np \leq 5$

SE DEBE CUMPLIR LOS DOS

- Ejemplo 1
- Un artículo en Los Ángeles Times reporta que 1 de cada 200 personas porta el gen defectuoso que provoca cáncer de colon hereditario. En una muestra de 1000 individuos, ¿cuál es la probabilidad aproximada del número que porta este gen sea a lo mucho de 3?

sea a lo mucho de 3?

$n \geq 50$ ✓ $n = 1000$

$np \leq 5$ ✓ $np = 1000(1/200) = 5$

BINOMIAL

PROMEDIO = np

$1000(1/200) = 5$

$$P(x \leq 3) = \frac{e^{-\lambda t} \cdot \lambda t^{x}}{x!}$$

λt = PROMEDIO = 5

$$P(x \leq 3) = \sum_{x=0}^{3} \frac{e^{-5} \cdot 5^{x}}{x!}$$

$$= \boxed{0,2650}$$

* BINOMIAL

$n = 1000$

$p = 1/200$

$x \leq 3$

$$b(x; 1000, 1/200) = \sum_{x=0}^{3} {}_{1000}C_{x} \cdot (1/200)^{x} (199/200)^{1000-x}$$

$$= 0,2643$$