

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
Máster Oficial en Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en
Ingeniería



Trabajo Final de Máster

Aplicación de algoritmos evolutivos de optimización multi-objetivo para la toma de decisiones informadas en problemas complejos del ámbito logístico industrial

Javier Andrés Tiniaco Leyba

Tutor: Dr. David Juan Greiner Sánchez

15 de Diciembre del 2019

*Dedicado a mi padre Javier Enrique Tiniaco Ángulo por haberme ayudado
a continuar el Máster*

A mi tutor el Dr. David Juan Greiner Sánchez por su guía y ánimos en el proceso del presente trabajo de fin de Máster. A Sara Delia Leyba Rincón y Pino González Ortega por su paciencia, ánimos y cariño. A la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC) y al Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería (IUSIANI), por proveer una educación de calidad y asequible.

Índice

1. Objetivos	1
2. Introducción	1
3. Algoritmos	2
3.1. Algoritmos basados en el paradigma de Pareto	2
3.2. Algoritmos basados en el paradigma de los indicadores	2
4. Problemas	2
4.1. Optimización de la producción	3
4.1.1. Conjunto de datos	3
4.1.2. Definición matemática	5
4.1.3. Implementación	5
4.2. Localización de establecimientos	6
4.2.1. Conjunto de datos	6
4.2.2. Definición matemática	9
4.2.3. Implementación	10
4.3. Normalización de los objetivos	11
5. Resultados	12
5.1. Optimización de bloques	14
5.1.1. NSGAII	14
5.1.2. SPEA2	19
5.1.3. SMS-EMOA	23
5.1.4. Mejor algoritmo y combinación de parámetros	27
5.1.5. Mejor frente de soluciones no dominadas	30
5.2. Optimización de localizaciones	33
5.2.1. NSGAII	33
5.2.2. SPEA2	37
5.2.3. SMS-EMOA	41
5.2.4. Mejor algoritmo y combinación de parámetros	45
5.2.5. Mejor frente de soluciones no-dominadas	47
6. Conclusiones	50
7. Futuras líneas de trabajo	51
8. Anexo	

1. Objetivos

El presente TFM tiene los siguientes objetivos:

1. Implementar y obtener soluciones de diseño no-dominadas óptimas en dos problemas complejos de interés logístico-industrial mediante algoritmos de optimización multi-objetivo.
2. Obtener un conjunto de parámetros eficiente para cada uno de los algoritmos evolutivos multiobjetivo (NSGA-II, etc.) empleados en cada caso.
3. Analizar los resultados incluyendo métricas (ej: hipervolumen) mediante test de significancia estadística de contraste de hipótesis, tratando de obtener el mejor algoritmo de los estudiados para cada problema.

2. Introducción

Se resolverán dos problemas de interés logístico-industrial mediante la utilización de varios algoritmos evolutivos de optimización multi-objetivo (como NSGA-II, SPEA2, etc).

En ambos casos, el número de soluciones posibles resulta ser una explosión combinatoria, de tal forma que los algoritmos evolutivos son adecuados para resolverlos. La aplicación de los algoritmos evolutivos multi-objetivo permite obtener un conjunto de soluciones factibles a partir de las cuales se toman decisiones informadas sobre el problema. Se implementarán los problemas, acoplados mediante una librería de optimización multi-objetivo del estado del arte en el campo, (del tipo MOEAFramework o equivalente).

Se trata de problemas especialmente complejos puesto que se tienen funciones mixtas, tanto de valor entero como decimal, y los órdenes de magnitud entre los objetivos difieren en gran medida, lo que dificulta la obtención de soluciones distribuidas homogéneamente a lo largo del frente de soluciones no-dominadas, ya que la búsqueda estará dominada por el objetivo de mayor magnitud.

El presente trabajo de fin de máster se enmarca en la línea de investigación de la división de Computación Evolutiva y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería (CEANI) en trabajos como [1] o [2], del Instituto Universitario y Aplicaciones numéricas en Ingeniería (IUSIANI) de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Problemas multi-objetivo que se resuelven en la misma división donde se enmarca el presente trabajo pueden verse en [3], [4], [5], [6] o [7].

3. Algoritmos

Se han elegido algoritmos que emplean distintos paradigmas, para atacar los problemas mediante diferentes técnicas. Una introducción a los algoritmos evolutivos de optimización multi-objetivo puede verse en el artículo [8] de Michael T. M. Emmerich y Andre H. Deutz, en el cual se explican los paradigmas.

En el experimento se emplean tres algoritmos distintos: NSGAII, SPEA2 y SMS-EMOA.

3.1. Algoritmos basados en el paradigma de Pareto

Los algoritmos basados en el paradigma de Pareto, pretenden alcanzar dos metas, el acercamiento al frente de soluciones de Pareto utilizando el criterio de dominancia de Pareto, y la distribución de soluciones lo más amplia y homogénea posible en dicho frente, para lo cual se emplean operadores específicos a cada método.

Los algoritmos NSGAII propuesto por Deb. K et Al. en [9] y el SPEA2 propuesto por Zitzler and Thiele en [10] pertenecen a este paradigma. El NSGAII emplea una doble clasificación, la primera se guía por el criterio de dominancia de Pareto para guiar la búsqueda y la segunda, emplea criterios de contribución a la diversidad poblacional de cada individuo. La segunda clasificación se aplica a los puntos que comparten clasificaciones similares en la primera clasificación.

3.2. Algoritmos basados en el paradigma de los indicadores

Los algoritmos son guiados por un indicador o métrica que mide la calidad de un conjunto de individuos. Por ejemplo, el hipervolumen [11]. Este paradigma ha sido diseñado para que las mejoras en el indicador determinen el procedimiento de selección y clasificación de los individuos. El algoritmo SMS-EMOA propuesto en [12] pertenece a este paradigma.

4. Problemas

Ambos problemas estudiados han sido derivados de problemas mono-objetivo planteados en distintos concursos de la empresa Inditex, como por ejemplo [13] propuesto por la cadena Zara. La contribución original del presente trabajo radica en convertir estos problemas mono-objetivo en multi-

objetivo con la finalidad de obtener un abanico de soluciones parametrizadas, a partir de las cuales pueden tomarse decisiones más facilmente, ya que se cuenta con información adicional.

Los datos empleados son de carácter público y fueron proporcionados por la propia empresa en sus retos, como en [13]. Pueden hallarse los datos empleados en el repositorio del trabajo en [14]. Por otro lado, el trabajo no tiene vinculación alguna con la empresa citada ni pretende hablar en su nombre. Las conclusiones y análisis son fuente solo del autor que no representa de ninguna manera a la empresa. Pese a ello, la intención es presentar una forma de abordar problemas complejos de carácter industrial al replantear problemas mono-objetivo.

4.1. Optimización de la producción

Se tiene una lista con productos y la predicción de sus ventas estimadas para un periodo determinado. Estos productos a su vez se organizan en bloques constituidos entre uno y diez productos, por razones de logística. Por tanto, se asigna a cada bloque un valor equivalente a la suma del pronóstico de cada producto que lo compone, y un peso igual al número de productos incluidos en él, de tal forma que dicho peso variará entre uno y diez.

Se plantea el caso como un problema de la mochila (definido por Tobias Dantzig [15]) en el cual el peso y valor de los elementos posibles para la mochila son los de los bloques.

4.1.1. Conjunto de datos

Inicialmente se dispone de una tabla con el valor estimado de las ventas de cada producto y el bloque al que pertenece. En total hay 15238 productos y 2776 bloques. Realizar el estudio con todos los bloques sería excesivamente complejo, ya que se necesitaría una cadena (cromosoma) de 2776 dígitos binarios por individuo, lo que incrementaría la complejidad computacional del problema de forma exponencial. Por ello, se preprocesan los datos para elegir los bloques mas prometedores; para ello se asigna a cada bloque un valor correspondiente a la suma de los valores de los productos que lo componen, y luego se ordenan empleando dicho valor, para filtrar los bloques por su valor. Se ha determinado que el número de bloques a mantener fuese de ciento diez, por que:

1. De media, cada bloque tiene cinco productos.
2. Se desean elegir cincuenta productos en total.

3. El valor esperado indica que con diez bloques se obtendrán los cincuenta productos.
4. Por tanto, al elegir ciento diez bloques para el estudio, se está evaluando una cantidad de bloques más de diez veces superior a la cantidad de bloques esperada para cubrir los cincuenta productos.
5. Este hecho asegura que la mayoría de los bloques relevantes serán incluidos.

De esta forma, se logra reducir el volumen de datos inicial en un 96,04 % y la longitud del cromosoma ahora es de ciento diez dígitos binarios, siendo ahora el problema abarcable computacionalmente con los recursos disponibles; un ordenador con 8 Gb de memoria RAM y un procesador con dos núcleos físicos de 3.4 GHz.

En la tabla siguiente se muestran los primeros y los últimos bloques de la lista elegida. Se tienen tres campos, el identificador, el número de productos y el valor del bloque. La tabla completa puede verse en el anexo o en el repositorio del proyecto [14].

identificador del bloque	Nº productos	Ventas estimadas
2443	6	52832
1412	5	44139
2128	6	43059
812	8	24390
1580	8	24222
358	7	24021
1143	10	23042
726	10	22796
1521	8	22157
:	:	:
711	8	9512
2555	8	9451

Figura 1: Lista con los primeros bloques de los ciento diez elegidos, ordenados según valor descendente.

4.1.2. Definición matemática

El primer objetivo representa el valor de las ventas de los productos incluidos en los bloques elegidos, cuyo valor se obtiene del sumatorio del valor de cada bloque. La segunda función objetivo es el número de bloques elegidos, función que se desea minimizar. Por otro lado se tiene una restricción de igualdad, ya que se deben elegir exactamente un número de productos M , que son 50 en este caso y vienen definidos por decisiones de negocio.

$$\max F_1 = \sum_{i=1}^N V_i x_i$$

$$\min F_2 = \sum_{i=1}^N x_i$$

$$\sum_{i=1}^N E_{B_i} x_i = M = 50$$

$$x_i \in \{0, 1\}; \quad 0 < E_{B_i} < 11; \quad N > 0; \quad V_i >= 0$$

F_1, F_2 : Funciones objetivo.

V: Valor de las ventas del bloque.

E_B : Cantidad de productos en un bloque.

x_i : Valor del dígito binario que se encuentra en la posición i dentro del cromosoma de un individuo específico.

N: Número de bloques a considerar en el estudio.

M: Número de productos totales incluidos en los bloques.

I: Cadena binaria de N dígitos. Cromosoma de un individuo de la población.

i: índice que indica un bloque específico.

4.1.3. Implementación

Las funciones objetivos se implementan con un bucle que recorre la cadena binaria del individuo, y mediante el índice de cada gen se indexan sus características correspondientes en dos estructuras de datos, dos listas.

```

for(int i = 0; i < posBlocks; i++){
    if(EncodingUtils.getBinary(solution.getVariable(i))[0]){
        totSales += worth[i];
        noBlocks += 1;
        totItems += weight[i];
    }
}

```

Figura 2: Bloques, implementación en java de funciones objetivo.

4.2. Localización de establecimientos

Se desea hallar el conjunto de coordenadas óptimo para situar establecimientos de nueva apertura con la intención de maximizar la venta de los mismos. Se tienen datos de ventas online en la región donde se contempla la apertura, a partir de los cuales se crearán las funciones objetivo. Por ejemplo, si se quisieran situar tiendas físicas en China, sería necesario contar con datos de ventas en la página web de la empresa para dicha región. En este caso se ha supuesto que se desean abrir quince nuevas tiendas en Alemania, por lo que una solución consistirá en un conjunto de quince pares de coordenadas (longitud, latitud) que respeten las restricciones del problema.

Para las restricciones, debe tenerse en cuenta que las tiendas deben guardar una distancia predeterminada de al menos 20 Km entre ellas y con las tiendas existentes, es decir, no puede haber ningún par de establecimientos cuya distancia entre sí sea menor de 20 Km.

4.2.1. Conjunto de datos

Se tienen dos tablas una con las ventas en la pagina web y otra con las tiendas ya establecidas en la región deseada. Para las tiendas se saben sus coordenadas, y para las ventas el código postal (el cual tiene asociado una longitud y latitud) y la cantidad de unidades vendidas. La tabla completa con las 350 localizaciones procesadas empleadas, puede hallarse en el anexo y en el repositorio del proyecto [14].

Para construir la función objetivo, se supone que cada código postal donde se hayan producido ventas es candidato para situar en él nuevo establecimiento. El valor que se atribuye a dicho establecimiento se calcula al asignar todas las ventas en un radio de 10 Km al mismo. Al realizar dichos cálculos se genera una nueva tabla donde se tienen tantas posibles localizaciones como códigos postales, por ello, es necesario realizar un filtrado antes de proceder a la optimización. El filtrado se efectúa en dos pasos:

Código Postal	Longitud	Latitud	Unidades
24893	9.6833	54.5667	18
31035	9.8167	52.1	42
25371	9.5667	53.7	44
95688	12.1167	49.8833	48
90619	10.6	49.45	169
06925	13.0833	51.7667	172
27246	9.0201	52.6646	173
72655	9.2667	48.5833	198
84186	12.1167	48.45	224
:	:	:	:

Figura 3: Ventas asociadas a cada código postal.

Nombre tienda	Longitud	Latitud
OSNA-GROSSE STRASSE	8.047614	52.274105
HAN-GROSSE PACKHOFSTRASSE	9.737234	52.373569
BRAU-DAMM	10.524323	52.262852
STU-MILANEO	9.183149	48.791246
:	:	:

Figura 4: Algunas de las más de setenta tiendas ubicadas en la región estudiada.

1. Se eliminan todas aquellas localizaciones que no cumplen con las restricciones de distancia referidas a los establecimientos ya existentes. Mediante esta operación se logra reducir la lista de localizaciones inicial de 8182 a 5585, además de reducir la complejidad de la optimización, ya que no será necesario introducir la restricción de distancia entre tiendas ya establecidas y las nuevas.
2. Se ordena la lista de mayor a menor empleando el criterio de las unidades, de tal forma que las tiendas que tienen mayor valor quedan las primeras. Se eligen las primeras 350 y se descartan el resto, de tal forma que se logra filtrar el 95.72% de los datos originales, y aún así se evalúan 17.5 veces más localizaciones de las necesarias.

Mediante el procedimiento de procesado y filtrado se consigue reducir considerablemente la complejidad del problema, convirtiéndolo en abordable y eliminando una restricción antes de la optimización.

Código postal	Longitud	Latitud	Unidades
42349	7.1418	51.216	169730
42117	7.1239	51.2498	161966
42115	7.103	51.2497	161351
42119	7.1661	51.2441	151078
42369	7.2021	51.2298	148142
42285	7.1695	51.2589	141824
:	:	:	:
37079	9.9333	51.5333	43739
24232	10.2833	54.3167	43734
14471	13.0102	52.3744	43729

Figura 5: Muestra de ventas online asociadas a cada código postal segun un 10 Km de radio.

4.2.2. Definición matemática

Para la construcción de la función objetivo, se supone que las nuevas tiendas pueden situarse únicamente en coordenadas (dadas por el código postal) donde hayan existido compras online. Por otro lado, el valor de cada posición se calcula como la suma de las ventas online en un radio de 10 Km, de tal forma que cada código postal lleva asociado unas coordenadas y un valor.

Las restricciones vienen dadas por decisiones de negocio, en este caso las tiendas deben guardar una distancia mínima entre ellas (20 Km), y el número de nuevas tiendas debe ser exactamente uno predeterminado (15 tiendas). Todas las distancias del estudio se miden en kilómetros.

La utilidad de los algoritmos genéticos multiobjetivos en el problema actual reside en la capacidad de parametrizarlo, ya que se podrán optimizar las ventas totales de las nuevas tiendas en función de su distribución geográfica, es decir, la segunda función objetivo nos permitirá obtener valores de ventas totales en función de la distancia guardada entre tiendas.

El cromosoma de un individuo dentro de la población es una cadena binaria de tantos dígitos como localizaciones a considerar, siendo cada bit de la cadena un gen del mismo, que representa la inclusión o exclusión de una localización en el conjunto final de códigos postales elegido. Cada índice dentro de la cadena apuntará a una fila específica del conjunto de datos donde se tiene información de las ventas asociadas a cada código postal y sus coordenadas geográficas.

$$I = [0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 1, 0]$$

La primera función objetivo indica el valor de las ventas totales, mientras que la segunda representa la suma de las distancias entre tiendas, ambas se desean maximizar, de tal forma que las ventas totales de los nuevos establecimientos sean máximas y guarden la mayor distancia posible entre ellos para evitar competencia interna. Para calcular la distancia entre tiendas se emplea la distancia Haversine, que calcula la distancia entre dos puntos situados en una esfera dadas las coordenadas de longitud y latitud de cada uno. Si bien la tierra no es perfectamente esférica el error en el cálculo de las distancias se controla al incluir solo códigos postales de un mismo país.

$$\begin{aligned} maxF_1 &= \sum_{i=1}^N V_i x_i \\ maxF_2 &= \sum_{i=1}^N x_i \sum_{j=i+1}^N Haversine(i, j) \end{aligned}$$

$$Haversine(i, j) = 2r \cdot \sqrt{\sin^2 \frac{\phi_i - \phi_j}{2} + \cos(\phi_i)\cos(\phi_j)\sin^2 \frac{\lambda_i - \lambda_j}{2}}$$

$$Haversine(i, j) > D = 20 \quad \forall \quad i \neq j$$

$$\sum_{i=1}^N I_i = M = 15$$

$$x_i \in \{0, 1\}; \quad N = 350; \quad V_i > 0$$

F₁, F₂: Funciones objetivo.

V: Valor de las ventas calculado.

N: Número de localizaciones a considerar en el estudio.

M: Número de nuevos establecimientos que se desean abrir.

D: Distancia mínima entre tiendas.

φ: Latitud de la localización.

λ: Longitud de la localización.

r: Radio de la esfera, el terrestre.

I: Cadena binaria de N dígitos.

x_i: Valor del dígito binario que se encuentra en la posición *i* dentro del cromosoma de un individuo específico.

i,j: índices que indican una localización dentro de la cadena binaria.

4.2.3. Implementación

La implementación de las funciones objetivo puede verse en la figura 6. Se ha programado de tal forma que se evitan los cálculos redundantes de distancia, ya que el bucle inferior descarta las tiendas ya recorridas anteriormente, así como también el elemento actual puesto que se obtendría distancia cero. Esta implementación computa la función objetivo como suma de la distancia de cada tienda al resto, es decir:

$$F_2 = \sum_{i=1}^N x_i \sum_{j=i+1}^N Haversine(i, j)$$

Lo que implica una suma de la cantidad de distancias dadas por:

$$Distancias = (N-1) + (N-2) + \dots + 1 = 14 + 13 + 12 + \dots + 1 = \frac{(1 + 14)14}{2} = 105$$

Resultado obtenido de la progresión aritmética dada la cantidad de distancias calculadas, que es una función del número de elementos (tiendas) que se incluyan en el análisis.

```

for (int i = 0; i < posLocations; i++){
    if (EncodingUtils.getBinary(solution.getVariable(i))[0]){
        totSales += sales[i];
        noStores += 1;
        // Calculation of distances within new stores
        for (int j = i + 1; j < posLocations; j++){
            if (EncodingUtils.getBinary(solution.getVariable(j))[0]){
                // lat1, lon1, lat2, long2
                d = Haversine.calculate(coor[i][0], coor[i][1],
                                       coor[j][0], coor[j][1]);
                distances += d;
                if (d < 20){noViol+=1;}
            }
        }
    }
}

```

Figura 6: Tiendas, implementación en java de funciones objetivo.

4.3. Normalización de los objetivos

Debido a la diferencia en los órdenes de magnitud en cada uno de los objetivos de los problemas, es necesario normalizarlos para evitar que la búsqueda de soluciones se vea dominada por el objetivo de mayor valor. Este hecho resulta especialmente importante en el problema de la producción, puesto que se tienen ventas del orden de varios cientos de miles frente a

valores de unidades, lo que causa una disparidad de órdenes de magnitud mayor de miles. Además, el cálculo de la métrica S o hipervolumen se ve fuertemente afectado por la diferencia de los valores en cada objetivo, hecho que se pudo comprobar experimentalmente y por el cual se decidió realizar la normalización.

5. Resultados

La metodología empleada para evaluar los resultados está inspirada en la seguida en el artículo [16]. Cada algoritmo se ejecuta con nueve configuraciones de parámetros distinta para cada problema, y veinte veces en cada caso, lo que hace un total de mil ochenta ejecuciones de los algoritmos, resumiendo:

- Dos problemas.
- Tres algoritmos.
- Tres tamaños de población.
- Tres ratios de mutación.
- Veinte ejecuciones por configuración de parámetros y por algoritmo.

$$2 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 20 = 1080 \text{ optimizaciones}$$

El preprocessamiento de los datos se realizo en el lenguage de programación python, mediante librerías del estado del arte como numpy, scipy, matplotlib entre otros, así como también el procesamiento de los resultados de las ejecuciones. Por otro lado, las optimizaciones se llevaron a cabo mediante la programación de los problemas en el lenguage de programación Java y el empleo de la librería de optimización multiobjetivo MOEAFramework.

La configuración de parámetros empleada fue la misma en ambos problemas para el tamaño de población y el multiplicador del ratio de mutación. El ratio de mutación se calculó según se recomienda en [17], como la inversa del número de genes de un cromosoma, es decir, la inversa del número de variables empleadas para representar a un individuo (110 para el problema de bloques y 350 para el de localizaciones). Dichos ratios de mutación se variaron un 50 %, tanto a la baja como al alza, obteniéndose así los tres multiplicadores que se presenta en la siguiente figura.

Se realizan pruebas de significancia estadística a todos los resultados siguiendo la metodología propuesta por S.García y F.Herrera en el artículo

Tamaño de población	Multiplicador de mutación
150	1.5
100	1.0
50	0.5

Figura 7: Configuraciones de parámetros para las ejecuciones.

[18] publicado en la *Journal of Machine Learning Research*, empleada para comparaciones con múltiples algoritmos y conjunto de datos en pruebas de significancia no paramétricas. Se ha aplicado una prueba estadística de Friedman a cada algoritmo en cada problema para hallar la mejor configuración de parámetros. Los resultados arrojan una clasificación de todas las configuraciones donde el mejor valor es el más pequeño. También se aporta el p-valor de dicha clasificación. La hipótesis nula es que todos los algoritmos y configuraciones son iguales, al rechazarla, se procedió a hallar las mejores configuraciones. Luego, se presentan tablas comparativas de las configuraciones de parámetros y algoritmos a pares (tests posthoc), donde se evalúa nuevamente la hipótesis nula y se aporta un p-valor para dicha prueba, mediante ella se sabe si se ha encontrado evidencia estadística de diferencias entre configuraciones, no obstante, para saber cual de las configuraciones es la mejor es necesario emplear también la clasificación obtenida mediante la prueba de Friedman. Por otro lado, los resultados se presentan también de forma gráfica donde pueden interpretarse en el contexto del problema mediante los frentes de soluciones no-dominadas.

En los resultados, se podrán observar tres gráficos y dos tablas para cada par (algoritmo,configuración de parámetros):

1. Gráfico: hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros, donde se aprecia el hipervolumen al detalle en cada una de las ejecuciones para un algoritmo y configuración de parámetros específica.
2. Gráfico: comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones. Se agregan las ejecuciones para mostrar una única curva por cada configuración de parámetros para un algoritmo específico, dónde las bandas graficadas representan el rango intercuartil.
3. Gráfico: diagrama de caja del hipervolumen normalizado. Se toma el hipervolumen de todas las ejecuciones para todas las configuraciones

al acabar todas las evaluaciones de funciones (1.05 millones) y se construyen diagramas de cajas.

4. Tabla: clasificación de los algoritmos por test de Friedman. Se muestran los resultados de la prueba estadística de Friedman para todas las configuraciones de parámetros para un mismo algoritmo. Los valores menores son mejores.
5. Tabla: configuraciones de parámetros comparadas por pares. Se realizan pruebas estadísticas por pares para hallar diferencias estadísticas entre cada una de las configuraciones de parámetros. También se presentan los p-valores, los normales y los ajustados. Los pares están ordenados según el p-valor de forma ascendente, para comparar fácilmente cuales son estadísticamente diferentes y cuales no.

En todos los casos, se elige la primera configuración de parámetros de cada algoritmo según la clasificación de la prueba de Friedman como la tomada para comparar entre algoritmos, pese a que no siempre se encuentran diferencias estadísticamente significativas entre la primera y la segunda configuración. Ya que la clasificación obtenida mediante la prueba estadística sugiere un orden en la calidad de los resultados que es más objetivo que uno manual y/o gráfico, pese a no existir en algunos casos diferencias matemáticamente significativas.

5.1. Optimización de bloques

5.1.1. NSGAII

Algoritmo	Clasificación
150pz15mr	2.275
100pz15mr	3.224
150pz10mr	3.449
100pz10mr	3.899
150pz05mr	5.675
50pz15mr	5.974
50pz10mr	6.075
100pz05mr	6.900
50pz05mr	7.525

Cuadro 1: Bloques, NSGAII: Clasificación de los algoritmos por test de Friedman.

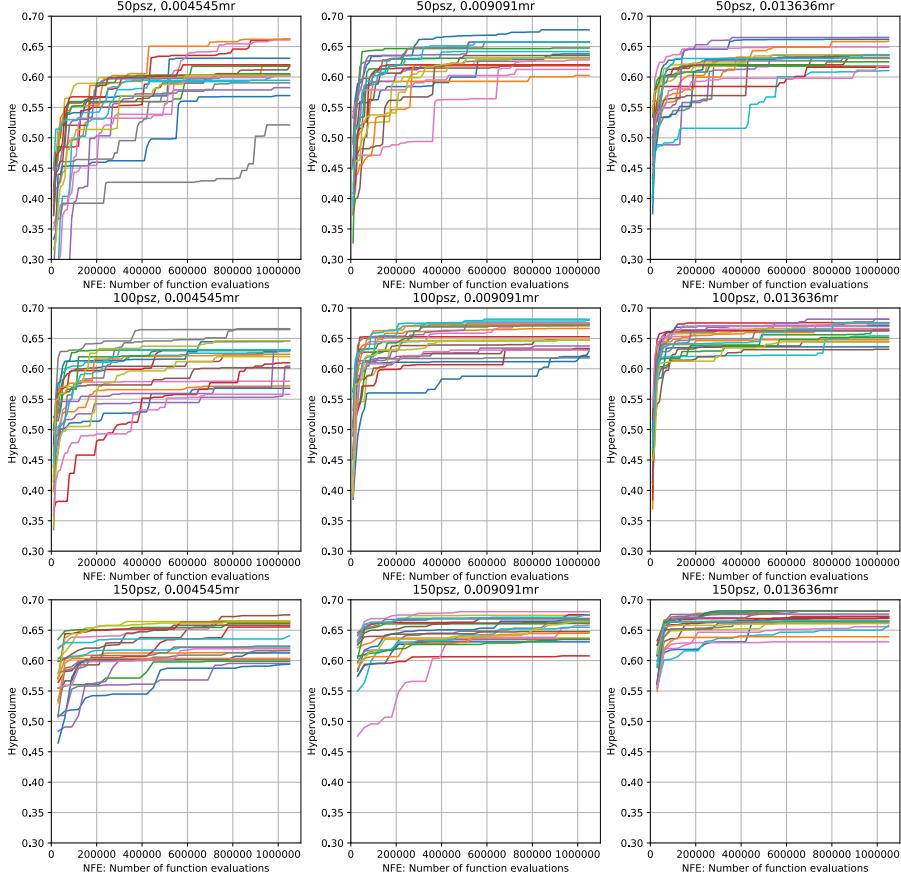


Figura 8: Bloques, NSGAII: Hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros.

El p-valor calculado por el test de Friedman es 5.4579E-11. Según el p-valor se han encontrado diferencias significativas entre las configuraciones. La clasificación de Friedman sitúa como mejor configuración la mayor población y tasa de mutación.

Al comparar las configuraciones por pares, no se hallan diferencias estadísticamente significativas entre la mejor configuración de la clasificación y las siguientes tres, puesto que el p-valor ajustado de Shaffer es superior a 0.05. La primera diferencia se produce entre la mejor configuración (150pz, 15mr) y la configuración con (150pz, 05mr), lo que revela la importancia de la tasa de mutación, ya que para el mismo tamaño de población se producen diferencias estadísticamente significativas al variar la tasa de mutación. Por otro lado, se observa que las configuraciones con alta tasa de mutación y mayores poblaciones dominan sobre aquellas con menores tasas de mutación y tamaños

Hipótesis	p_{Shaf} ajustado
50pz05mr vs .150pz15mr	4.8344622478268735E-8
100pz05mr vs .150pz15mr	2.595479491964155E-6
50pz05mr vs .100pz15mr	1.9215266435666686E-5
50pz05mr vs .150pz10mr	7.094159754713868E-5
50pz10mr vs .150pz15mr	3.2051695803201393E-4
50pz15mr vs .150pz15mr	5.414842468323324E-4
100pz05mr vs .100pz15mr	6.161018042468946E-4
50pz05mr vs .100pz10mr	7.956946947699715E-4
100pz05mr vs .150pz10mr	0.0018996796692081442
150pz05mr vs .150pz15mr	0.0019002868708385954
100pz05mr vs .100pz10mr	0.011704121113062784
50pz10mr vs .100pz15mr	0.021971100341965772
50pz15mr vs .100pz15mr	0.032915614374402866
50pz10mr vs .150pz10mr	0.05360816579775902
50pz15mr vs .150pz10mr	0.0780964499680993
100pz15mr vs .150pz05mr	0.0980517679054877
150pz05mr vs .150pz10mr	0.18347588983994745
50pz10mr vs .100pz10mr	0.2164108573371126
50pz15mr vs .100pz10mr	0.2983486814973587
50pz05mr vs .150pz05mr	0.5226150669585772
100pz10mr vs .150pz05mr	0.6464659134115796
100pz10mr vs .150pz15mr	0.9090295456800948
50pz05mr vs .50pz15mr	0.9553485147936827
50pz05mr vs .50pz10mr	1.2228912112349468
100pz05mr vs .150pz05mr	1.88655304008004
150pz10mr vs .150pz15mr	1.923386375826226
100pz15mr vs .150pz15mr	2.726564687950044
50pz15mr vs .100pz05mr	2.726564687950044
50pz10mr vs .100pz05mr	2.726564687950044
100pz10mr vs .100pz15mr	3.0501146202221565
50pz05mr vs .100pz05mr	3.0501146202221565
100pz10mr vs .150pz10mr	3.0501146202221565
50pz10mr vs .150pz05mr	3.0501146202221565
50pz15mr vs .150pz05mr	3.0501146202221565
100pz15mr vs .150pz10mr	3.0501146202221565
50pz10mr vs .50pz15mr	3.0501146202221565

Cuadro 2: Bloques, NSGAII: configuraciones de parámetros comparadas por pares.

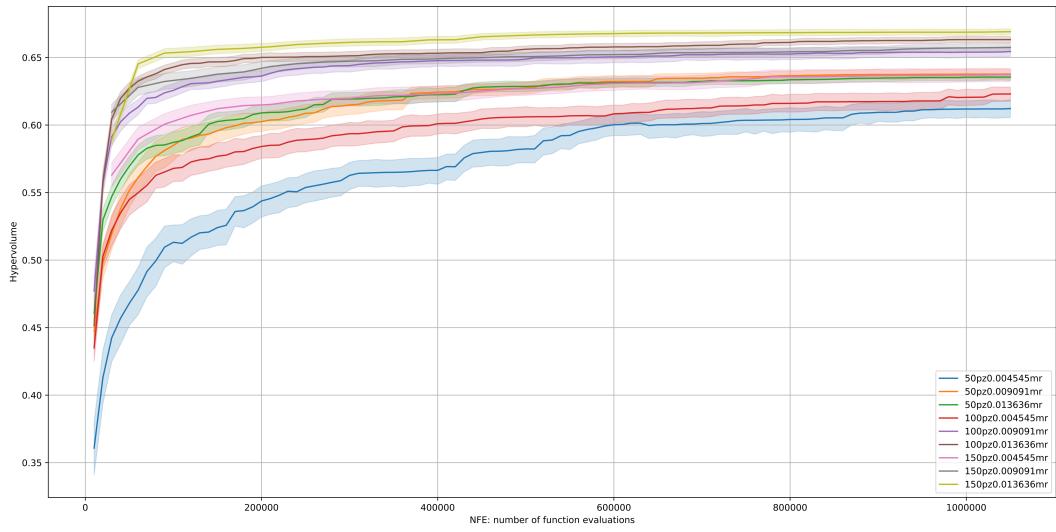


Figura 9: Bloques, NSGAII: Comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones.

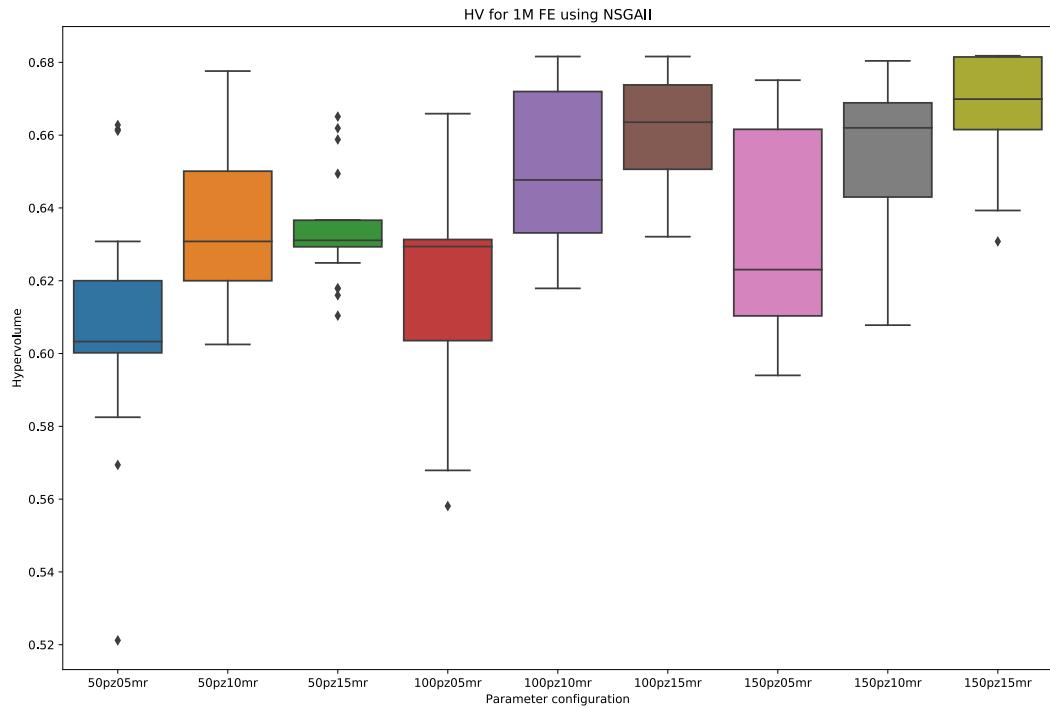


Figura 10: Bloques, NSGAII: Diagrama de caja del hipervolumen normalizado.

de población, hecho que puede verse también en los gráficos.

5.1.2. SPEA2

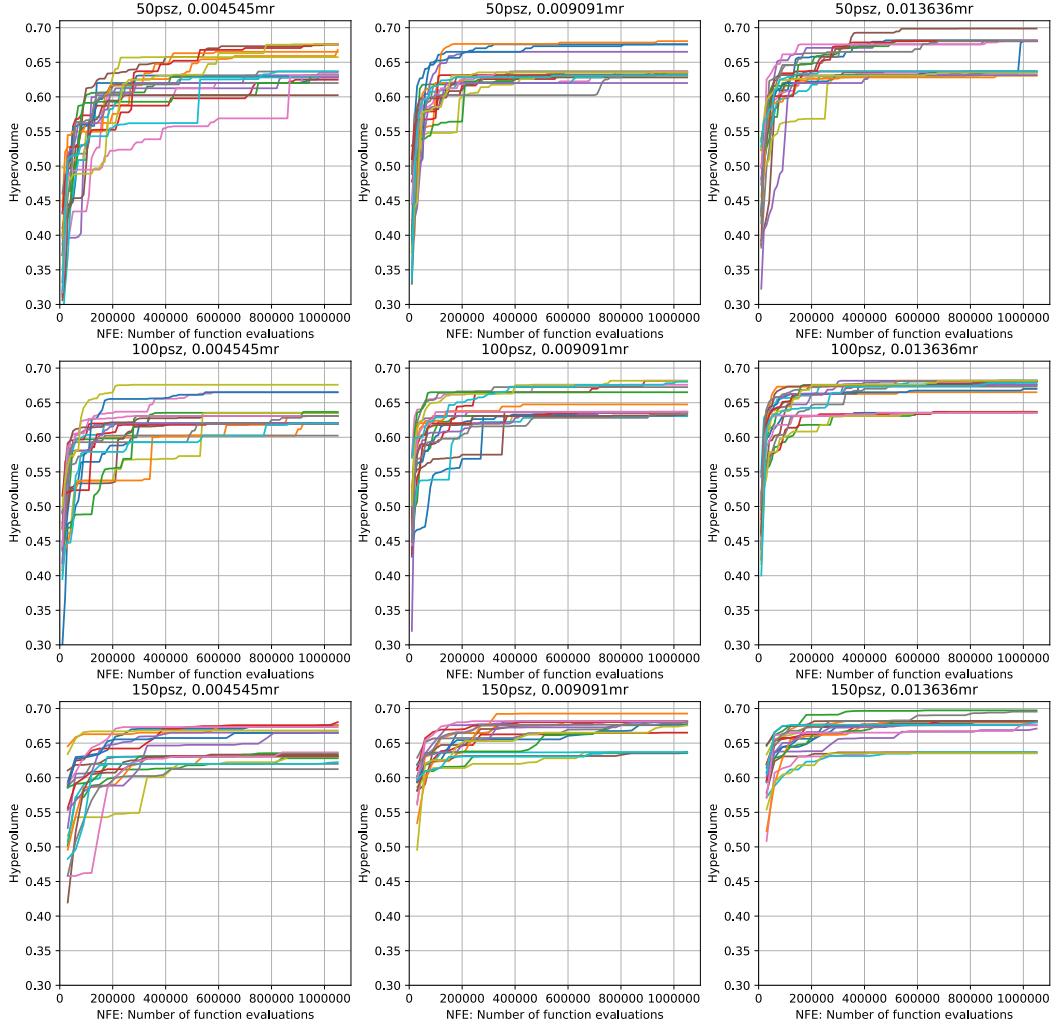


Figura 11: Bloques SPEA2: Hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros.

El p-valor calculado por el test de Friedman es 1.0071E-10. Según el p-valor se han encontrado diferencias significativas entre las configuraciones. La clasificación de Friedman sitúa como mejor configuración la mayor población y tasa de mutación. Por otro lado, las configuraciones con menor tasa de mutación acaban últimas en la clasificación.

Al comparar las configuraciones por pares, no se hallan diferencias estadísticamente significativas entre la mejor configuración de la clasificación y las siguientes cuatro, puesto que el p-valor ajustado de Shaffer es supe-

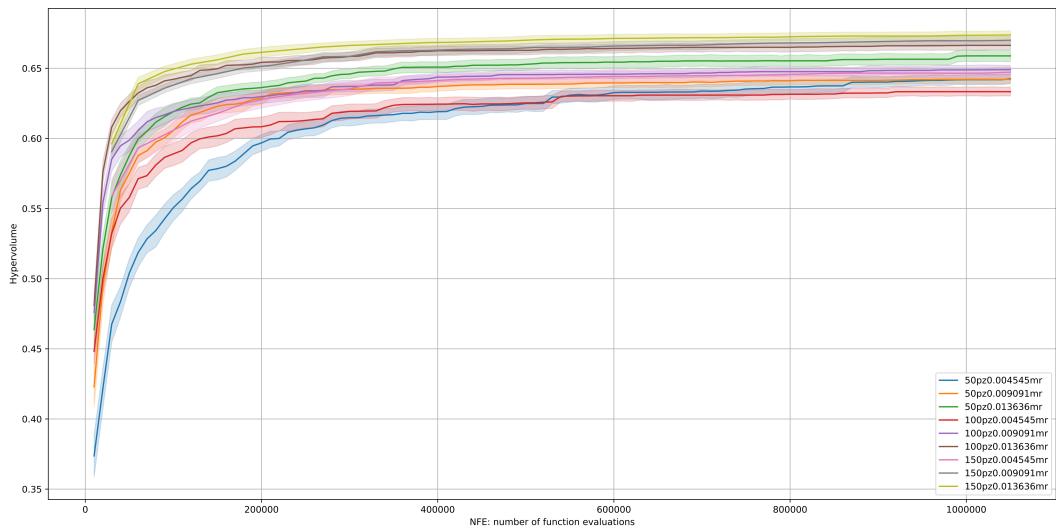


Figura 12: Bloques, SPEA2: Comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones.

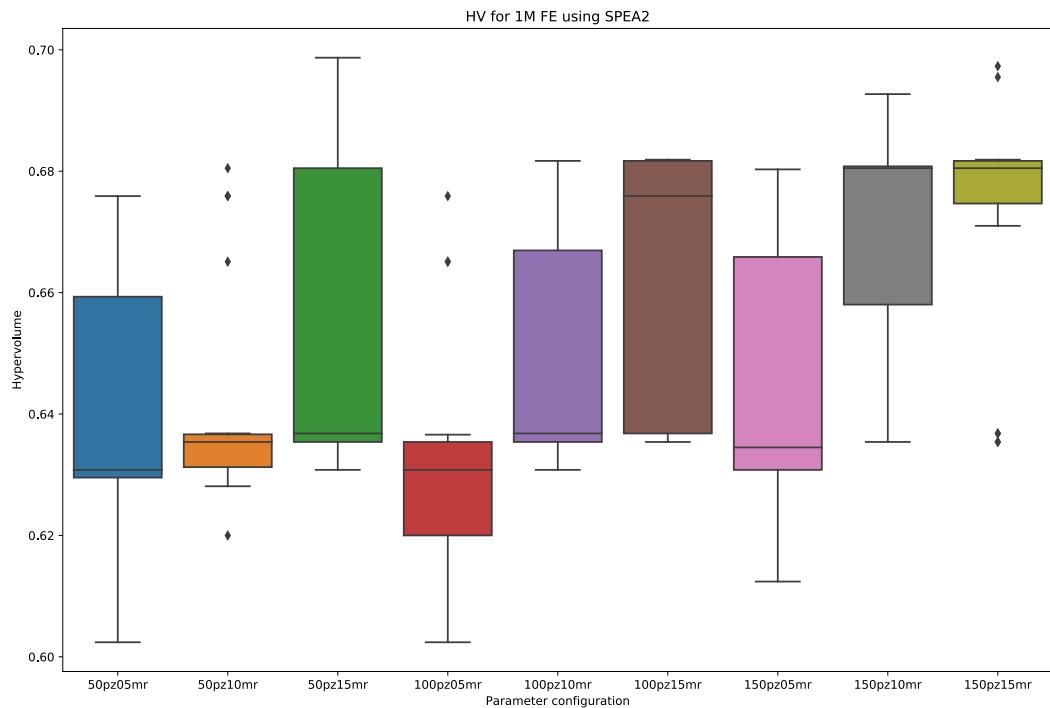


Figura 13: Bloques, SPEA2: Diagrama de caja del hipervolumen normalizado para las últimas ejecuciones.

Algoritmo	Clasificación
150pz15mr	2.624
150pz10mr	2.852
100pz15mr	3.625
50pz15mr	4.324
100pz10mr	5.049
50pz10mr	6.199
150pz05mr	6.375
50pz05mr	6.475
100pz05mr	7.479

Cuadro 3: Bloques, SPEA2: Clasificación de los algoritmos por test de Friedman.

rior a 0.05. La primera diferencia se produce entre la mejor configuración (150pz,15mr) y la configuración con (50pz, 10mr), hecho que indica la importancia del tamaño de la población para este algoritmo, ya que al variar el tamaño de la población se producen diferencias estadísticamente significativas. Por otro lado, se observa que las configuraciones con alta tasa de mutación y mayores poblaciones dominan sobre aquellas con menores tasas de mutación y tamaños de población, hecho que puede verse también en los gráficos.

Hipótesis	p_{Shaf} ajustado
100pz05mr vs .150pz15mr	7.703427901176129E-7
100pz05mr vs .150pz10mr	2.595479491964155E-6
100pz05mr vs .100pz15mr	2.454146564799675E-4
50pz05mr vs .150pz15mr	2.454146564799675E-4
150pz05mr vs .150pz15mr	4.1726540218894566E-4
50pz05mr vs .150pz10mr	7.95694694769991E-4
50pz10mr vs .150pz15mr	0.0010243674990915211
150pz05mr vs .150pz10mr	0.001314564318187174
50pz10mr vs .150pz10mr	0.003069379124598327
50pz15mr vs .100pz05mr	0.006061083851552937
50pz05mr vs .100pz15mr	0.02197110034196586
100pz15mr vs .150pz05mr	0.0329156143744026
50pz10mr vs .100pz15mr	0.0648042153117267
100pz05mr vs .100pz10mr	0.1123739193499004
100pz10mr vs .150pz15mr	0.11237391934990136
100pz10mr vs .150pz10mr	0.23256319119928898
50pz05mr vs .50pz15mr	0.23476535893023917
50pz15mr vs .150pz05mr	0.3226741033794943
50pz10mr vs .50pz15mr	0.5468907955783957
50pz15mr vs .150pz15mr	0.7943556745193
50pz15mr vs .150pz10mr	1.41654035222767540
50pz05mr vs .100pz10mr	1.4981610415389588
100pz10mr vs .100pz15mr	1.4981610415389588
100pz10mr vs .150pz05mr	1.6382875830148425
50pz10mr vs .100pz05mr	1.691462629732452
50pz10mr vs .100pz10mr	2.0263021700531807
100pz05mr vs .150pz05mr	2.0402387047443677
50pz05mr vs .100pz05mr	2.233917710909309
100pz15mr vs .150pz15mr	2.233917710909309
100pz15mr vs .150pz10mr	2.595910333129548
50pz15mr vs .100pz10mr	2.595910333129548
50pz15mr vs .100pz15mr	2.595910333129548
50pz05mr vs .50pz10mr	3.003327536356467
150pz10mr vs .150pz15mr	3.003327536356467
50pz10mr vs .150pz05mr	3.003327536356467
50pz05mr vs .150pz05mr	3.003327536356467

Cuadro 4: Bloques, SPEA2: configuraciones de parámetros comparadas por pares.

5.1.3. SMS-EMOA

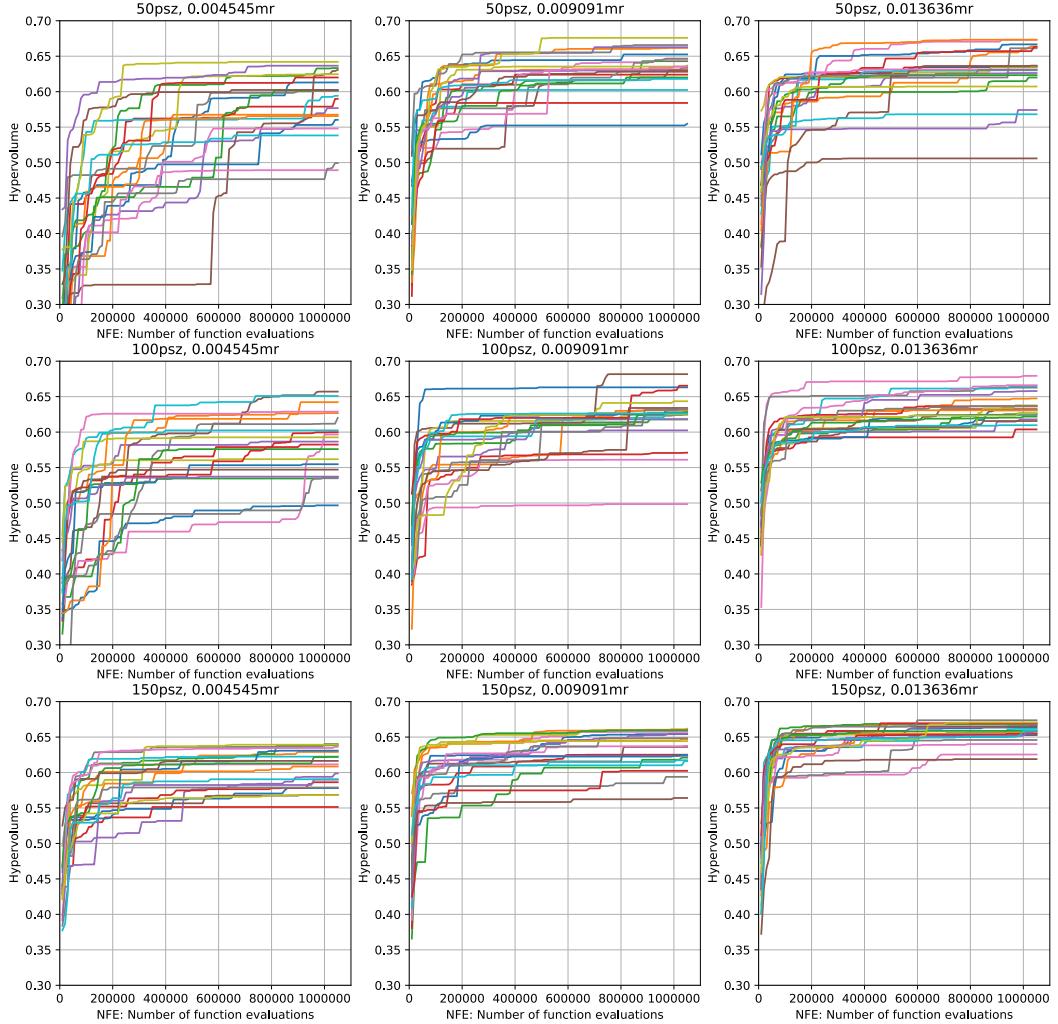


Figura 14: Bloques, SMS-EMOA: Hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros.

El p-valor calculado por el test de Friedman es 3.29E-10. Según el p-valor se han encontrado diferencias significativas entre las configuraciones. La clasificación de Friedman sitúa como mejor configuración la mayor población y tasa de mutación. Por otro lado, las configuraciones con menor tasa de mutación acaban otra vez últimas en la clasificación.

Al comparar las configuraciones por pares, no se hallan diferencias estadísticamente significativas entre la mejor configuración de la clasificación y las siguientes cuatro, puesto que el p-valor ajustado de Shaffer es superior a 0.05.

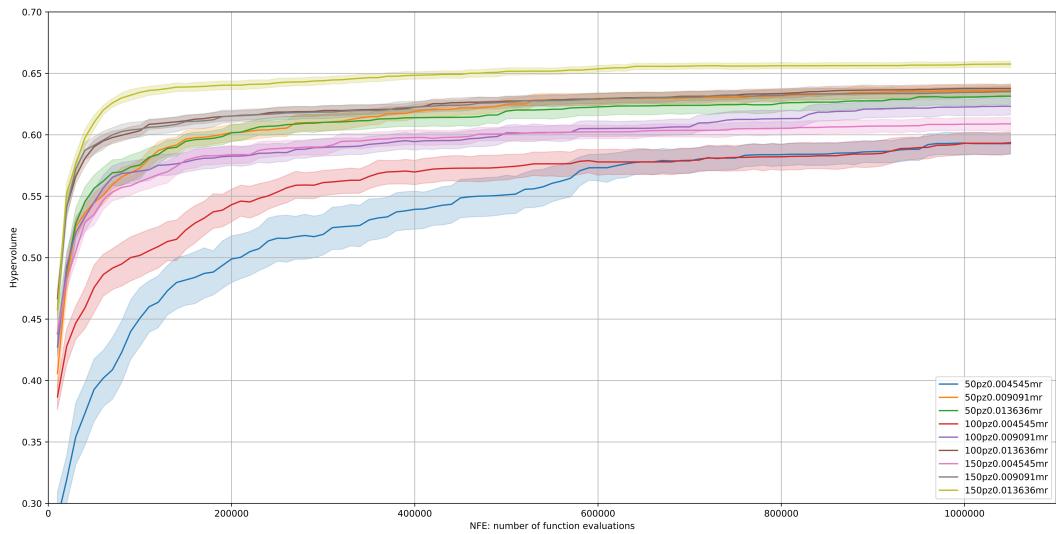


Figura 15: Bloques, SMS-EMOA: Comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones.

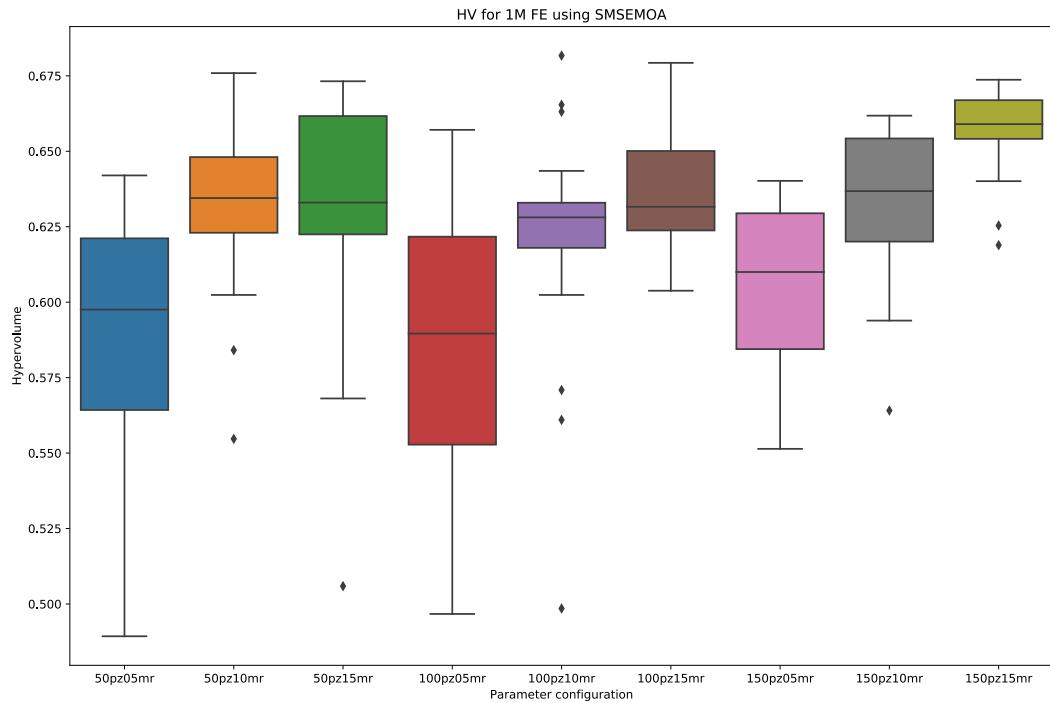


Figura 16: Bloques, SMS-EMOA: diagrama de caja del hipervolumen normalizado.

Algoritmo	Clasificación
150pz15mr	2.1500
150pz10mr	4.1999
100pz15mr	4.2499
50pz15mr	4.2500
50pz10mr	4.3500
100pz10mr	4.8500
150pz05mr	6.2499
50pz05mr	7.3500
100pz05mr	7.3500

Cuadro 5: Bloques, SMS-EMOA: clasificación de los algoritmos por test de Friedman.

La primera diferencia se produce entre la mejor configuración (150pz,15mr) y la configuración con (100pz, 10mr), lo que indica que los resultados empeoran al disminuir la exploración en las configuraciones estudiadas. Por otro lado, se observa que las configuraciones con alta tasa de mutación y dominan sobre aquellas con menores tasas de mutación, hecho que puede verse también en los gráficos.

Hipótesis	p_{Shaf} ajustado
50pz05mr vs .150pz15mr	6.911642973699224E-8
100pz05mr vs .150pz15mr	6.911642973699224E-8
150pz05mr vs .150pz15mr	6.155590521518408E-5
50pz05mr vs .150pz10mr	0.007714106720158284
100pz05mr vs .150pz10mr	0.007714106720158284
50pz05mr vs .100pz15mr	0.00963641990770335
100pz05mr vs .100pz15mr	0.00963641990770335
50pz05mr vs .50pz15mr	0.009636419907703387
50pz15mr vs .100pz05mr	0.009636419907703387
50pz05mr vs .50pz10mr	0.011704121113062849
50pz10mr vs .100pz05mr	0.011704121113062849
100pz10mr vs .150pz15mr	0.040100173660611506
50pz05mr vs .100pz10mr	0.08563317670113044
100pz05mr vs .100pz10mr	0.08563317670113044
50pz10mr vs .150pz15mr	0.24363762887544466
50pz15mr vs .150pz15mr	0.32159025598207136
100pz15mr vs .150pz15mr	0.32159025598207136
150pz05mr vs .150pz10mr	0.32267410337949576
150pz10mr vs .150pz15mr	0.3226741033794963
100pz15mr vs .150pz05mr	0.33474136540470395
50pz15mr vs .150pz05mr	0.33474136540470517
50pz10mr vs .150pz05mr	0.42360553099950704
100pz10mr vs .150pz05mr	1.377594518653634
50pz05mr vs .150pz05mr	2.652310316167668
100pz05mr vs .150pz05mr	2.652310316167668
100pz10mr vs .150pz10mr	4.982123312140958
100pz10mr vs .100pz15mr	4.982123312140958
50pz15mr vs .100pz10mr	4.982123312140958
50pz10mr vs .100pz10mr	4.982123312140958
50pz10mr vs .150pz10mr	6.037431610951448
50pz10mr vs .100pz15mr	6.037431610951448
50pz10mr vs .50pz15mr	6.037431610951448
50pz15mr vs .150pz10mr	6.037431610951448
100pz15mr vs .150pz10mr	6.037431610951448
50pz15mr vs .100pz15mr	6.037431610951448
50pz05mr vs .100pz05mr	6.037431610951448

Cuadro 6: Bloques, SMS-EMOA: configuraciones de parámetros comparadas por pares.

5.1.4. Mejor algoritmo y combinación de parámetros

Algoritmo	Clasificación
SPEA2-150pz15mr	1.60000
NSGAII-150pz15mr	1.85000
SMS-EMOA-150pz15mr	2.54999

Cuadro 7: Bloques, clasificación de los algoritmos por el test de Friedman.

El p-valor calculado por la prueba de Friedman es 0.00783. Debido a la magnitud del p-valor es posible rechazar la hipótesis nula y concluir que hay diferencias estadísticamente significativas entre los algoritmos. La clasificación obtenida sugiere que el mejor algoritmo es el SPEA2, seguido del NSGAII y por último, el SMS-EMOA, no obstante, para obtener conclusiones estadísticamente significativas, es necesario realizar pruebas estadísticas por pares.

Hipótesis	p_{Shaf} ajustado
SPEA2-150pz15mr vs .SMS-EMOA-150pz15mr	0.0079893
NSGAII-150pz15mr vs .SMS-EMOA-150pz15mr	0.0268566
NSGAII-150pz15mr vs .SPEA2-150pz15mr	0.4291953

Cuadro 8: Bloques, mejores configuraciones de algoritmos comparadas por pares.

Se han hallado diferencias estadísticamente significativas entre los pares (SPEA2,SMS-EMOA) Y (NSGAII,SMS-EMOA), con ayuda de la clasificación de Friedman, se observa que el peor algoritmo es el SMS-EMOA, ya que los otros dos se sitúan mejor en la clasificación y presentan diferencias significativas con el SMS-EMOA. Por otro lado, el p-valor ajustado de Shaffer no permite rechazar la hipótesis nula entre los pares (SPEA2,NSGAII), sin embargo, debido a que el SPEA2 está de primero según la clasificación de Friedman y parece mejor en todos los gráficos, se elige finalmente el algoritmo SPEA2 con una población de 150 y la mayor tasa de mutación como vencedor. Por último, nótese que para los tres algoritmos la configuración con mayor población y tasa de mutación domina sobre el resto, por tanto, de las configuraciones ensayadas se concluye que el factor “diversidad de la población” alto (el mayor tamaño de población ensayado y también la mayor probabilidad de mutación ensayada han ofrecido las mejores clasificaciones según las pruebas Friedman en los 3 algoritmos), ligado a potenciación de la

exploración, ha sido positivo para el comportamiento de los algoritmos. Debido a ello, en futuras líneas de trabajo podría investigarse hasta qué punto mejoran las soluciones al incrementar la tasa de mutación y el tamaño de la población, esto es, al inclinar aún más la balanza hacia la exploración.

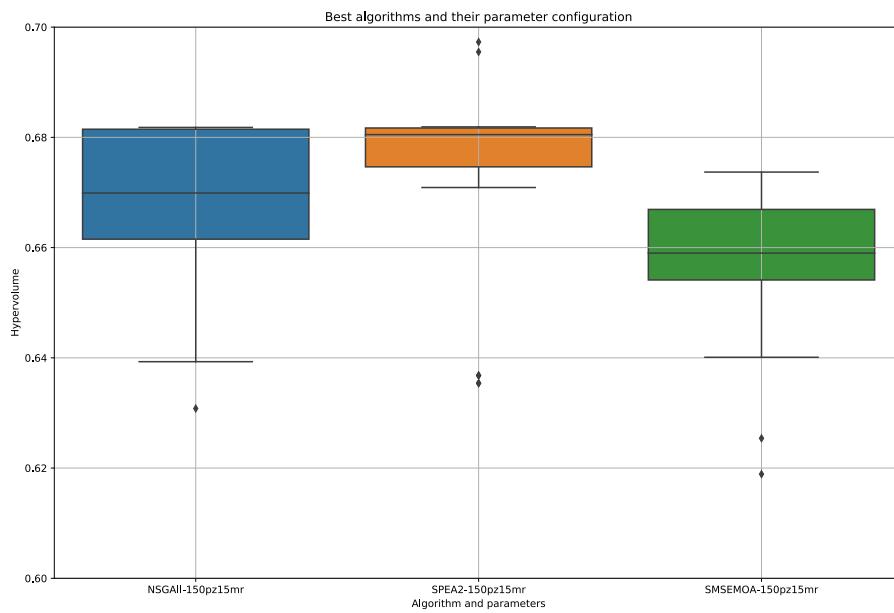


Figura 17: Bloques, diagrama de caja con mejores configuraciones de parámetros para cada algoritmo.

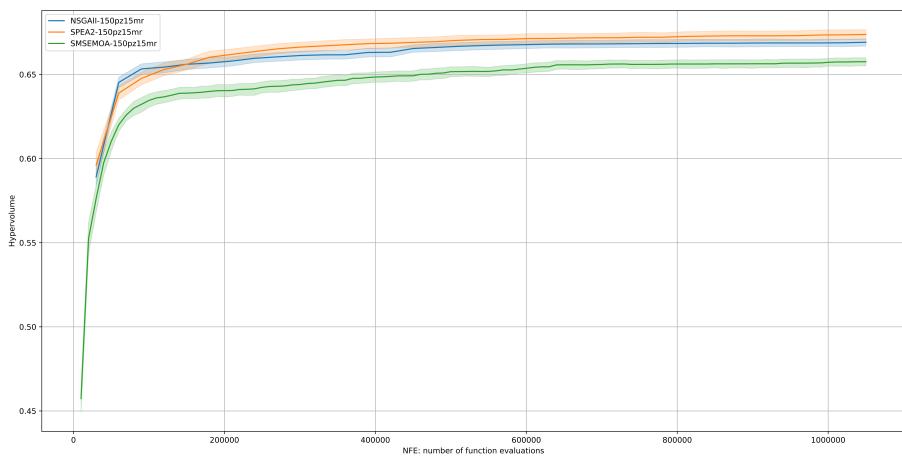


Figura 18: Bloques, hipervolumen normalizado en función del número de evaluaciones de funciones objetivo para las mejores configuraciones de parámetros.

5.1.5. Mejor frente de soluciones no dominadas

El frente de soluciones no-dominadas obtenido contiene diez soluciones, donde el número de bloques varía entre cinco y catorce y el valor del conjunto de bloques entre cien mil y trescientos veinte mil. Se observa el intercambio entre funciones objetivo típico de problemas de optimización multi-objetivos, en los cuales al mejorar uno de los objetivos de empeora el otro, ya que al aumentar para obtener mayores valores del conjunto de bloques es necesario elegir más bloques en el conjunto y para disminuir el número de bloques se necesita sacrificar valor.

Ventas	Num. Bloques	Ventas norm.	Num. B. Norm.	Identificador de los bloques
100319	5	0.832	0.0	1143 726 1121 2223 2574
185355	6	0.549	0.1	2443 2128 812 1143 726 1121
235705	7	0.381	0.2	2443 1412 2128 812 1580 358 1143
256325	8	0.312	0.3	2443 1412 2128 812 1580 358 2037 1546
274017	9	0.253	0.4	2443 1412 2128 812 1580 358 2037 2321 1850
288333	10	0.206	0.5	2443 1412 2128 812 1580 358 2037 861 1850 96
301410	11	0.162	0.6	2443 1412 2128 812 358 2037 2321 861 1850 2306 96
312773	12	0.124	0.7	2443 1412 2128 358 2037 1546 2321 861 1850 2306 96 2335
320805	13	0.0969	0.8	2443 1412 2128 812 2037 2321 861 1850 2254 2306 96 2335 2359
321236	14	0.096	0.9	2443 1412 2128 2037 2321 861 1850 2254 2306 96 2335 2503 2359 1679

Cuadro 9: Bloques, mejor frente de soluciones no-dominadas: Tabla con algunos individuos selectos.

El frente de soluciones no-dominadas obtenido se asemeja a una curva exponencial de variable entera, y que además es convexo. Este resultado implica que al mejorar un objetivo debe sacrificarse el otro de forma exponencial y viceversa, lo que corresponde al balance típico de problemas de optimización multi-objetivo. En este problema los valores de las funciones objetivos varían drásticamente entre los mínimos y los máximos, así como también presentan grandes diferencias en los órdenes de magnitud. El individuo con mayor valor de ventas supone un incremento del 220 % ($321236/100319 = 3,202$) en ventas y un deterioro del 180 % ($14/5 = 2,8$) en el número de bloques que el individuo con menor ventas. El valor de las ventas disminuye con mayor velocidad cuando se disminuye el número de bloques por debajo de nueve que por encima, lo que sugiere un punto crítico en el balance de objetivos. Nótase como para el individuo con menores ventas el valor de la venta se incrementa en un 84.7 % ($185355/100319 = 1,847$) al aumentar un bloque mientras que para el mejor individuo respecto a ventas, el valor de las ventas solo empeoran en un 0.1 % ($321236/320805 = 1,847$) al eliminar un bloque, hecho que pone de manifiesto nuevamente la naturaleza exponencial del frente de soluciones no-dominadas hallado.

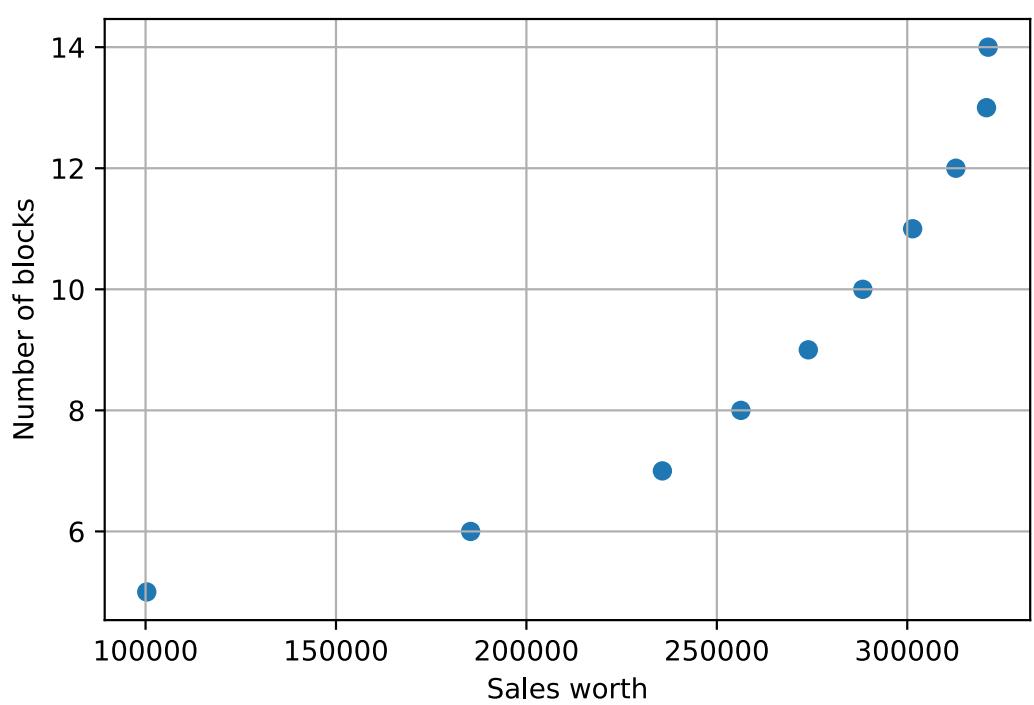


Figura 19: Bloques, gráfico del mejor frente de soluciones no-dominadas.

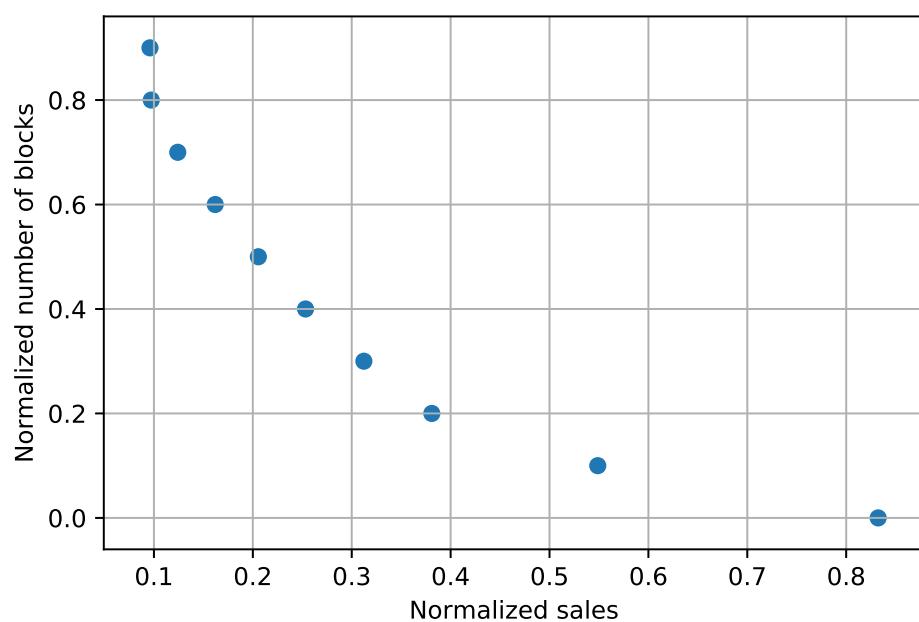


Figura 20: Bloques, frente de soluciones no-dominadas normalizado.

5.2. Optimización de localizaciones

5.2.1. NSGAII

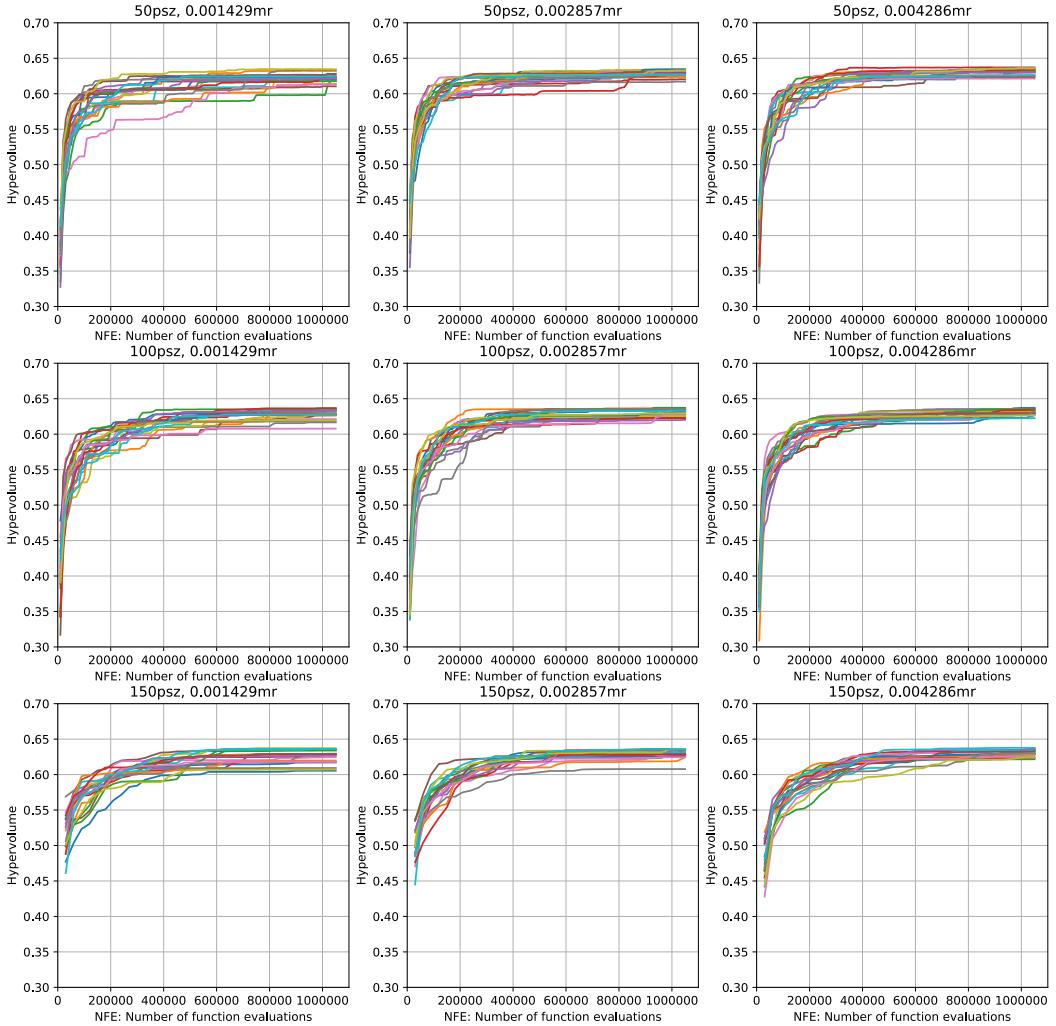


Figura 21: Tiendas, NSGAII: hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros.

El p-valor calculado por el test de Friedman es 5.235E-4. Según el p-valor se han encontrado diferencias significativas entre las configuraciones y por tanto se rechaza la hipótesis nula y no todas las configuraciones son iguales. La clasificación de Friedman sitúa como mejor configuración la mayor población y tasa de mutación y como peor configuración la menor población y tasa de mutación, lo que indica que para el problema de las tiendas y el algoritmo

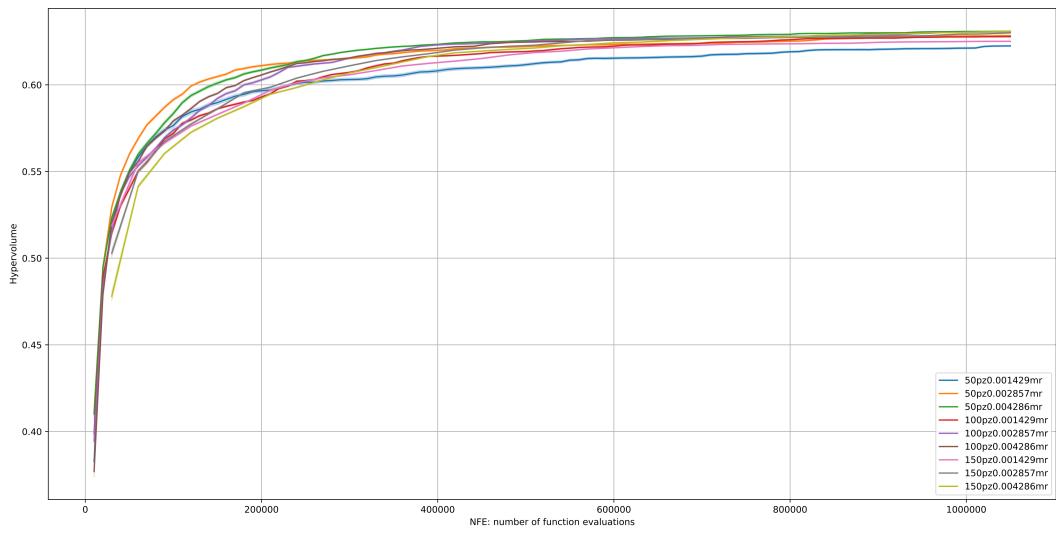


Figura 22: Tiendas, NSGAII: comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones.

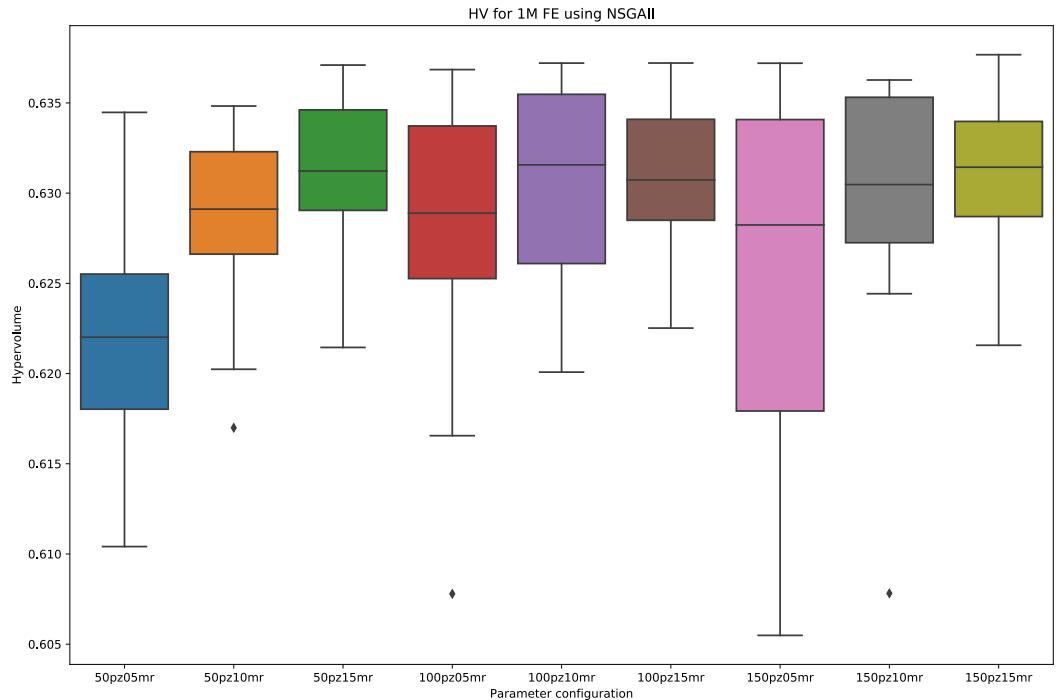


Figura 23: Tiendas, NSGAII: diagrama de caja del hipervolumen normalizado para las últimas ejecuciones.

Algoritmo	Clasificación
150pz15mr	3.9750
100pz10mr	4.0000
100pz15mr	4.1000
50pz15mr	4.3000
150pz10mr	4.5500
50pz10mr	5.3500
100pz05mr	5.3750
150pz05mr	5.9750
50pz05mr	7.3750

Cuadro 10: Tiendas, NSGAII: clasificación de los algoritmos por test de Friedman.

NSGAII la exploración es prioritaria. Por otro lado no se encuentran diferencias estadísticamente significativas entre las primeras ocho configuraciones de parámetros, lo que sugiere que con una configuración de parámetros decente el algoritmo converge a soluciones similares.

Al comparar las configuraciones por pares, no se hallan diferencias estadísticamente significativas entre la mejor configuración de la clasificación y las siguientes siete, tal y como sugiere la clasificación de Friedman debido a las pequeñas diferencias en las primeras ocho puntuaciones. La primera diferencia se produce entre la mejor configuración (150pz,15mr) y la peor configuración con (50pz, 05mr), lo que sugiere que el algoritmo NSGAII es menos sensible al balance entre la exploración y la explotación en este problema que en el de los bloques.

Hipótesis	p_{Shaf} ajustado
50pz05mr vs .150pz15mr	0.0031095603340994685
50pz05mr vs .100pz10mr	0.0031095603340994685
50pz05mr vs .100pz15mr	0.0043622850064596215
50pz05mr vs .50pz15mr	0.01075765675697799
50pz05mr vs .150pz10mr 3	0.030972989154260198
50pz05mr vs .50pz10mr	0.5424529412845944
50pz05mr vs .100pz05mr	0.5857973894582271
150pz05mr vs .150pz15mr	0.5857973894582346
100pz10mr vs .150pz05mr	0.6321297506477417
100pz15mr vs .150pz05mr	0.6684220834847069
50pz15mr vs .150pz05mr	1.1681550602828394
150pz05mr vs .150pz10mr	2.197302860923816
50pz05mr vs .150pz05mr	2.331313800798429
100pz05mr vs .150pz15mr	2.331313800798449
100pz05mr vs .100pz10mr	2.4717263491902046
50pz10mr vs .150pz15mr	2.4717263491902046
50pz10mr vs .100pz10mr	2.4717263491902046
100pz05mr vs .100pz15mr	2.5371939445986826
50pz10mr vs .100pz15mr	2.680464117217782
50pz15mr vs .100pz05mr	3.4319009245362775
50pz10mr vs .50pz15mr	3.605531099226671
100pz05mr vs .150pz10mr	5.111679203444316
50pz10mr vs .150pz10mr	5.111679203444316
50pz10mr vs .150pz05mr	6.116323486764275
100pz05mr vs .150pz05mr	6.116323486764275
150pz10mr vs .150pz15mr	6.116323486764275
100pz10mr vs .150pz10mr	6.116323486764275
100pz15mr vs .150pz10mr	6.116323486764275
50pz15mr vs .150pz15mr	6.116323486764275
50pz15mr vs .100pz10mr	6.116323486764275
50pz15mr vs .150pz10mr	6.116323486764275
50pz15mr vs .100pz15mr	6.116323486764275
100pz15mr vs .150pz15mr	6.116323486764275
100pz10mr vs .100pz15mr	6.116323486764275
50pz10mr vs .100pz05mr	6.116323486764275
100pz10mr vs .150pz15mr	6.116323486764275

Cuadro 11: Tiendas, NSGAII: configuraciones de parámetros comparadas por pares.

5.2.2. SPEA2

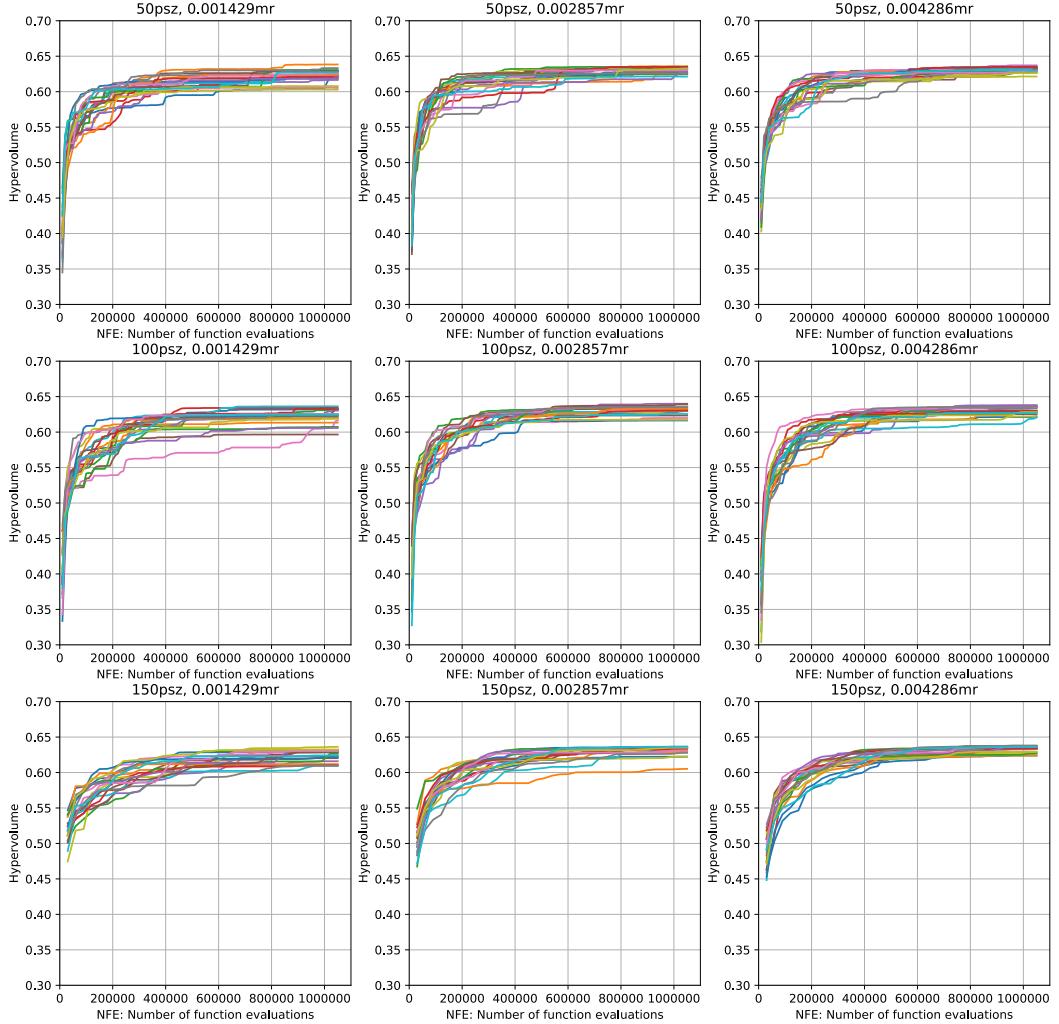


Figura 24: Tiendas, SPEA2: hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros.

El p-valor calculado por el test de Friedman es 1.15573E-6. Según el p-valor se han encontrado diferencias significativas entre las configuraciones y por tanto se rechaza la hipótesis nula y no todas las configuraciones son iguales. La clasificación de Friedman sitúa como mejor configuración la mayor población y tasa de mutación y como peores configuraciones aquellas con la más baja tasa de mutación. Los resultados sugieren que el algoritmo SPEA2 es bastante sensible al balance entre exploración y explotación, puesto que las configuraciones más inclinadas hacia la exploración obtienen mejores re-

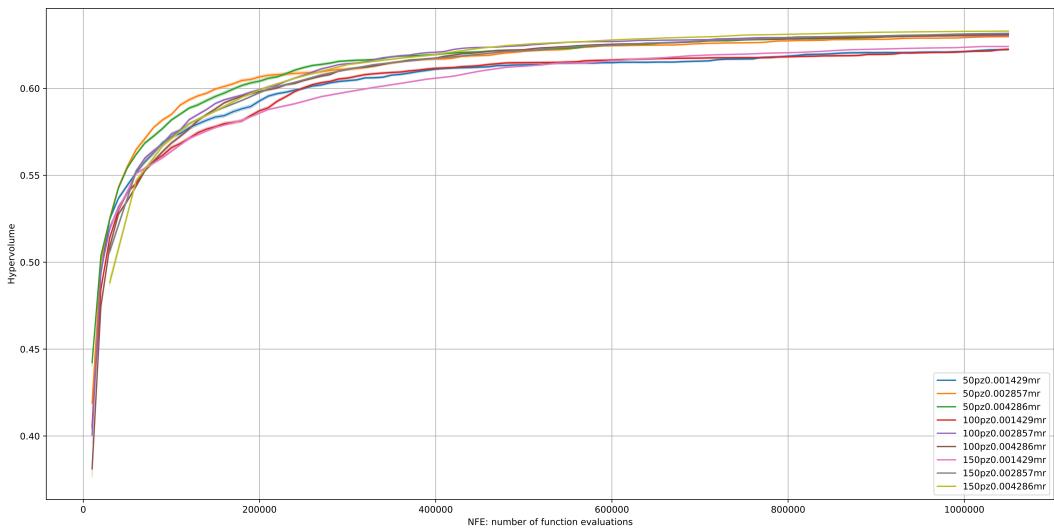


Figura 25: Tiendas, SPEA2: comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones.

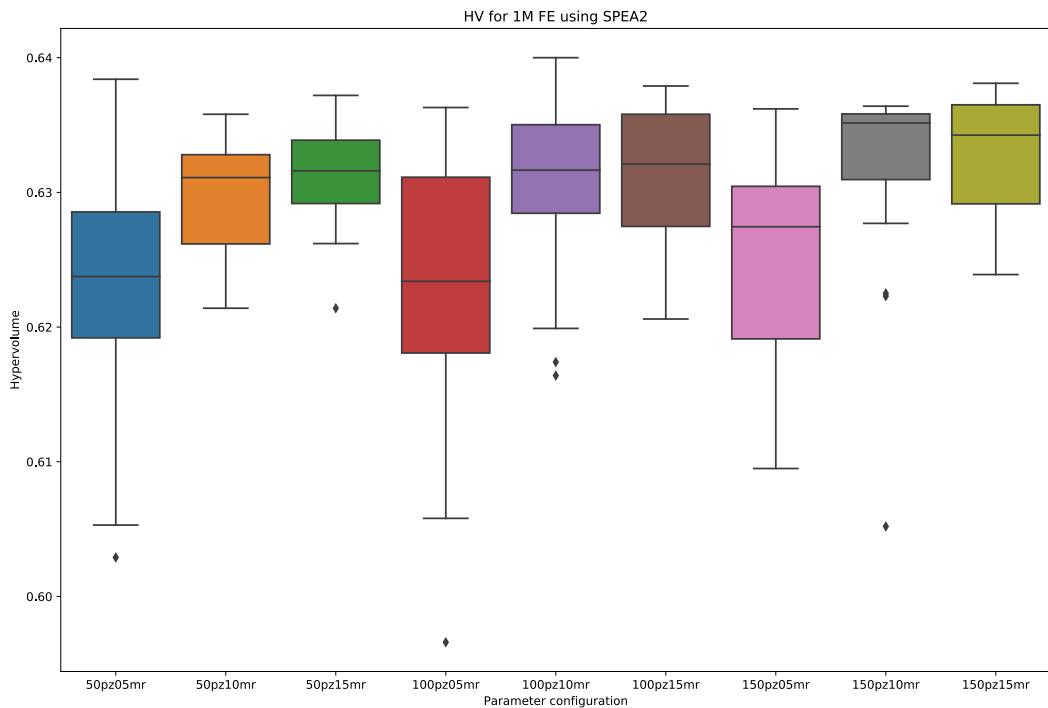


Figura 26: Tiendas, SPEA2: diagrama de caja del hipervolumen normalizado para las últimas ejecuciones.

Algoritmo	Clasificación
150pz15mr	3.1250
150pz10mr	3.6500
100pz15mr	4.3500
50pz15mr	4.3750
100pz10mr	4.4500
50pz10mr	4.7500
50pz05mr	6.7000
150pz05mr	6.7750
100pz05mr	6.8250

Cuadro 12: Tiendas, SPEA2: clasificacion de los algoritmos por test de Friedman.

sultados que las configuraciones que se inclinan hacia la explotación, siendo dichas diferencias estadísticamente significativas.

Al comparar las configuraciones por pares, no se hallan diferencias estadísticamente significativas entre la mejor configuración de la clasificación y las siguientes cinco, tal y como sugiere la clasificación de Friedman debido a las diferencias en las primeras seis puntuaciones. La primera diferencia se produce entre la mejor configuración (150pz,15mr) y la configuración con (50pz, 05mr) según el p-valor ajustado de Shaffer.

Hipótesis	p_{Shaf} ajustado
100pz05mr vs .150pz15mr	0.0006961940316415588
150pz05mr vs .150pz15mr	0.0007004427387984112
50pz05mr vs .150pz15mr	0.0010243674990915057
100pz05mr vs .150pz10mr	0.006893774519036394
150pz05mr vs .150pz10mr	0.00862525175757569
50pz05mr vs .150pz10mr	0.011999908045913645
100pz05mr vs .100pz15mr	0.11941341759285508
50pz15mr vs .100pz05mr	0.13073569054064993
100pz15mr vs .150pz05mr	0.14302135189987325
50pz15mr vs .150pz05mr	0.14302135189987325
100pz05mr vs .100pz10mr	0.14302135189987325
50pz05mr vs .100pz15mr	0.1464479990073093
50pz05mr vs .50pz15mr	0.15971900974019101
100pz10mr vs .150pz05mr	0.15971900974019101
50pz05mr vs .100pz10mr	0.20624490610756485
50pz10mr vs .100pz05mr	0.34807346174691683
50pz10mr vs .150pz05mr	0.3487197479686699
50pz05mr vs .50pz10mr	0.438180905767336
50pz10mr vs .150pz15mr	1.0908354548161086
100pz10mr vs .150pz15mr	2.0163539483259694
50pz15mr vs .150pz15mr	2.3826347708602493
100pz15mr vs .150pz15mr	2.3826347708602493
50pz10mr vs .150pz10mr	2.652310316167678
100pz10mr vs .150pz10mr	4.622943794238116
50pz15mr vs .150pz10mr	4.830045885384046
100pz15mr vs .150pz10mr	4.830045885384046
150pz10mr vs .150pz15mr	5.443701458566091
50pz10mr vs .100pz15mr	5.797505004153388
50pz10mr vs .50pz15mr	5.797505004153388
50pz10mr vs .100pz10mr	5.797505004153388
50pz05mr vs .100pz05mr	5.797505004153388
100pz10mr vs .100pz15mr	5.797505004153388
50pz05mr vs .150pz05mr	5.797505004153388
50pz15mr vs .100pz10mr	5.797505004153388
100pz05mr vs .150pz05mr	5.797505004153388
50pz15mr vs .100pz15mr	5.797505004153388

Cuadro 13: Tiendas, SPEA2: configuraciones de parámetros comparadas por pares.

5.2.3. SMS-EMOA

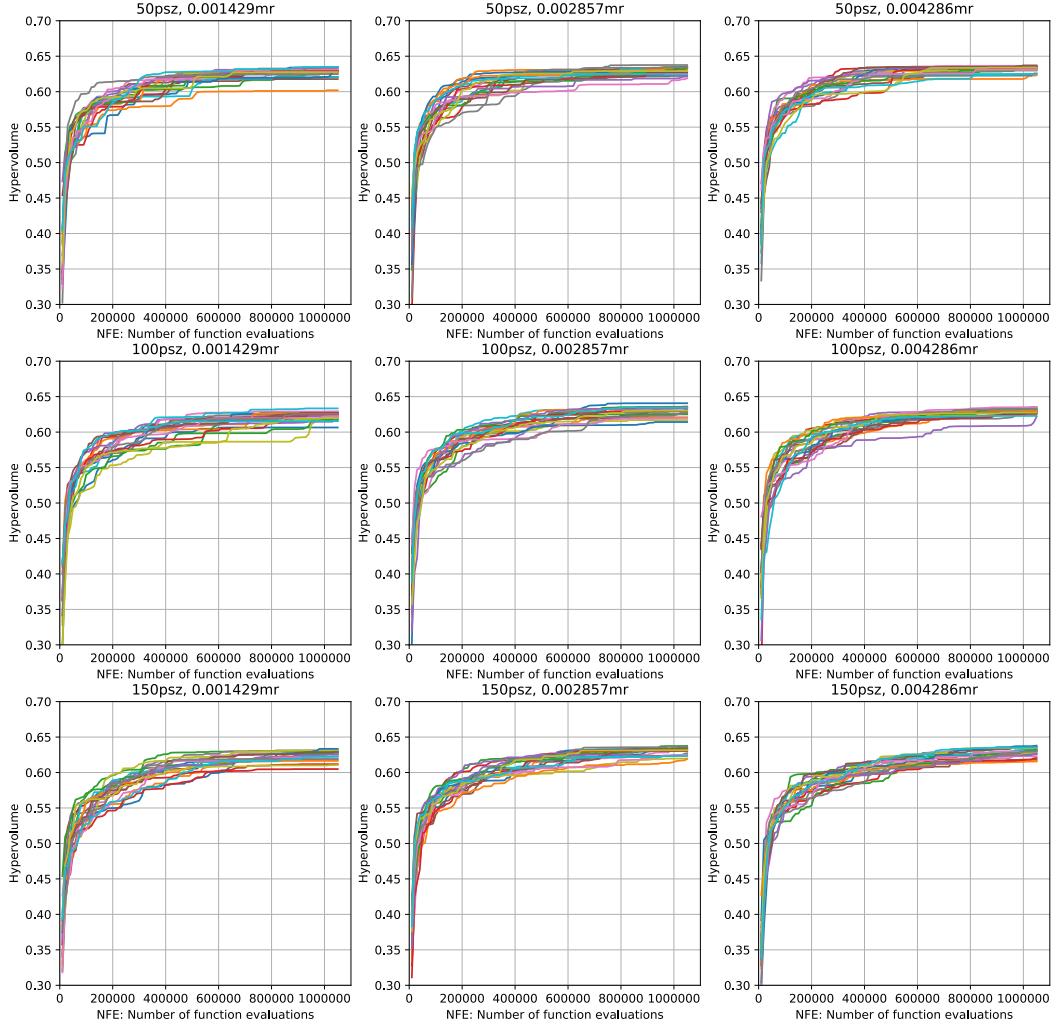


Figura 27: Tiendas, SMS-EMOA: Hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros.

El p-valor calculado por el test de Friedman es 4.908E-6. Según el p-valor se han encontrado diferencias significativas entre las configuraciones y por tanto se rechaza la hipótesis nula y no todas las configuraciones son iguales. La clasificación de Friedman sitúa como mejor configuración a aquella con un tamaño de población de 50 individuos y la mayor tasa de mutación. Por otro lado, los peores resultados se obtienen con tasas de mutación baja, sin embargo no hay diferencias significativas entre el conjunto de tasas de mutación bajas y medias. Los hechos parecen indicar que para el algoritmo

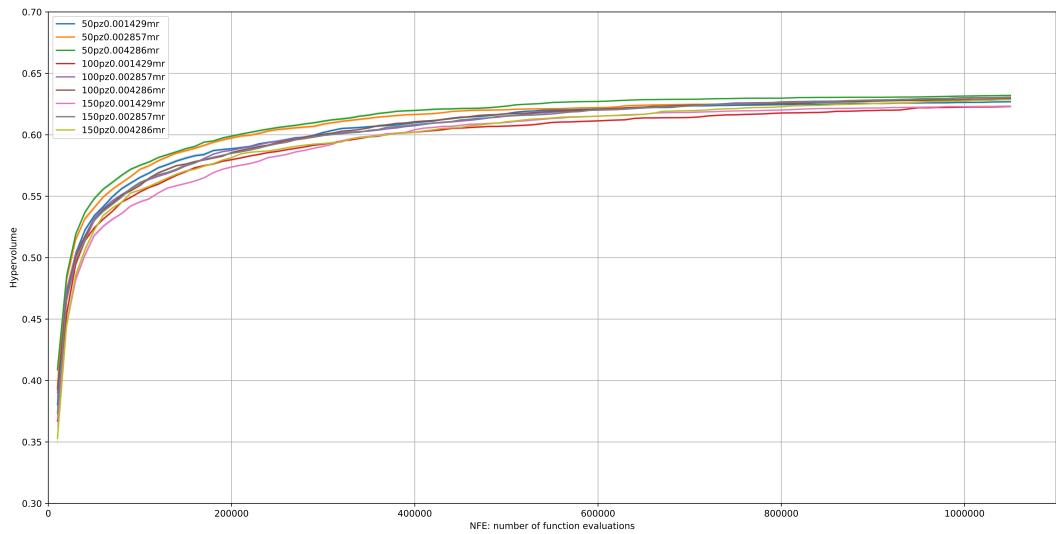


Figura 28: Tiendas, SMS-EMOA: comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones.

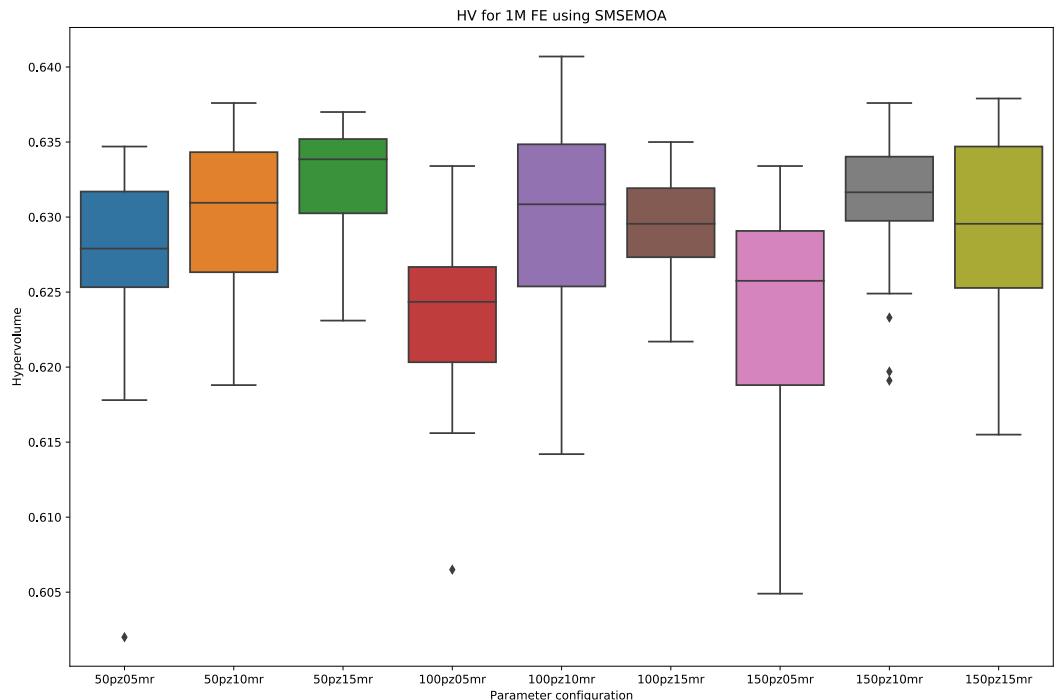


Figura 29: Tiendas, SMS-EMOA: Diagrama de caja del hipervolumen normalizado para las últimas ejecuciones.

Algoritmo	Clasificación
50pz15mr	2.9500
150pz10mr	3.9500
50pz10mr	4.4000
150pz15mr	4.5500
100pz10mr	4.5750
100pz15mr	5.0000
50pz05mr	5.5250
150pz05mr	6.8000
100pz05mr	7.2500

Cuadro 14: Tiendas SMS-EMOA: clasificación de los algoritmos por test de Friedman.

SMS-EMOA, el balance entre explotación y exploración debe ser más equilibrado que para los otros algoritmos, ya que en este caso las mayores tasas de mutación y poblaciones no dominan sobre el resto. La diferencia respecto a los otros algoritmos puede deberse a la métrica que se optimiza, ya que se busca optimizar el hipervolumen normalizado, y por tanto las funciones objetivo de forma indirecta. No obstante, en las configuraciones de población 50 la pendiente de curva de convergencia del hipervolumen es claramente horizontal, y en el caso de población 150 pudiera tener algún margen mayor de mejora en este problema (ver figuras 27 y 28).

Al comparar las configuraciones por pares, se observa como las configuraciones desbalanceadas resultan peores que las que mantienen un mejor equilibrio entre la exploración y la explotación. Por ejemplo, el par (100pz,05mr) es dominado por casi todo el resto de las configuraciones 5.2.3, posiblemente por la falta de balance en dicha configuración. Por otro lado, no se hallan diferencias estadísticamente significativas entre la mejor configuración de la clasificación y las siguientes seis, es decir, la mejor configuración es mejor con significancia estadística con respecto a las configuraciones (150pz,05mr) y (100pz05mr), las cuales resultan ser peor que el resto según la clasificación de Friedman.

Hipótesis	p_{Shaf} ajustado
50pz15mr vs .100pz05mr	2.4705342560143342e-05
50pz15mr vs .150pz05mr	0.0002454146564799675
100pz05mr vs .150pz10mr	0.0038830233520247047
150pz05mr vs .150pz10mr	0.02796321861704733
50pz10mr vs .100pz05mr	0.02796321861704735
100pz05mr vs .150pz15mr	0.05103658465896016
100pz05mr vs .100pz10mr	0.056266135958481435
50pz05mr vs .50pz15mr	0.08247809221492489
50pz10mr vs .150pz05mr	0.1563412705786047
150pz05mr vs .150pz15mr	0.20624490610756616
100pz05mr vs .100pz15mr	0.2062449061075668
100pz10mr vs .150pz05mr	0.2242483098043802
50pz15mr vs .100pz15mr	0.3943794596860504
100pz15mr vs .150pz05mr	0.8286722890298299
50pz05mr vs .100pz05mr	1.020505052190769
50pz15mr vs .100pz10mr	1.2726413639521283
50pz15mr vs .150pz15mr	1.2726413639521283
50pz05mr vs .150pz10mr	1.2726413639521283
50pz10mr vs .50pz15mr	1.6932339847868636
50pz05mr vs .150pz05mr	2.255283506309936
50pz05mr vs .50pz10mr	3.1028936365185715
100pz15mr vs .150pz10mr	3.380185405525002
50pz15mr vs .150pz10mr	3.380185405525002
50pz05mr vs .150pz15mr	3.3830706340234578
50pz05mr vs .100pz10mr	3.3830706340234578
100pz10mr vs .150pz10mr	5.175350642646683
50pz10mr vs .100pz15mr	5.175350642646683
150pz10mr vs .150pz15mr	5.175350642646683
50pz05mr vs .100pz15mr	5.175350642646683
100pz15mr vs .150pz15mr	5.175350642646683
50pz10mr vs .150pz10mr	5.175350642646683
100pz05mr vs .150pz05mr	5.175350642646683
100pz10mr vs .100pz15mr	5.175350642646683
50pz10mr vs .100pz10mr	5.175350642646683
50pz10mr vs .150pz15mr	5.175350642646683
100pz10mr vs .150pz15mr	5.175350642646683

Cuadro 15: Tiendas, SMS-EMOA: configuraciones de parámetros comparadas por pares.

5.2.4. Mejor algoritmo y combinación de parámetros

Algoritmo	Clasificación
SPEA2-150pz15mr	1.7500
NSGAII-150pz15mr	2.1000
SMS-EMOA-50pz15mr	2.1500

Cuadro 16: Tiendas, clasificación de los algoritmos por el test de Friedman.

El p-valor calculado por la prueba de Friedman es 0.38674. Debido a la magnitud del p-valor no es posible rechazar la hipótesis nula y concluir que hay diferencias estadísticamente significativas entre las mejores configuraciones de parámetros de cada uno de los algoritmos. Pese a ello, la clasificación obtenida sugiere que el algoritmo ordenado en primera posición en el test de Friedman es el SPEA2, seguido del NSGAII y por último, el SMS-EMOA, que resulta ser el mismo orden que en el problema de producción.

Hipótesis	p_{Shaf} ajustado
SPEA2-150pz15mr vs .SMS-EMOA-50pz15mr	0.617709
NSGAII-150pz15mr vs .SPEA2-150pz15mr	0.617605
NSGAII-150pz15mr vs .SMS-EMOA-50pz15mr	0.874367

Cuadro 17: Tiendas, mejores configuraciones de algoritmos comparadas por pares.

No es posible rechazar la hipótesis nula en ninguno de los pares estudiados para el problema de las tiendas, debido a que los p-valores son muy altos en todos los casos. Sin embargo la prueba de Friedman sugiere que el mejor algoritmo es el SPEA2 con la mayor población y tasa de mutación, además, es posible ver en los gráficos que SPEA2 parece ser tener mejor hipervolumen que el resto para un mismo número de evaluación de funciones a lo largo de una gran porción de las ejecuciones, por ello, se recomienda emplear el algoritmo SPEA2 con una población de 150 y la mayor tasa de mutación para este problema.

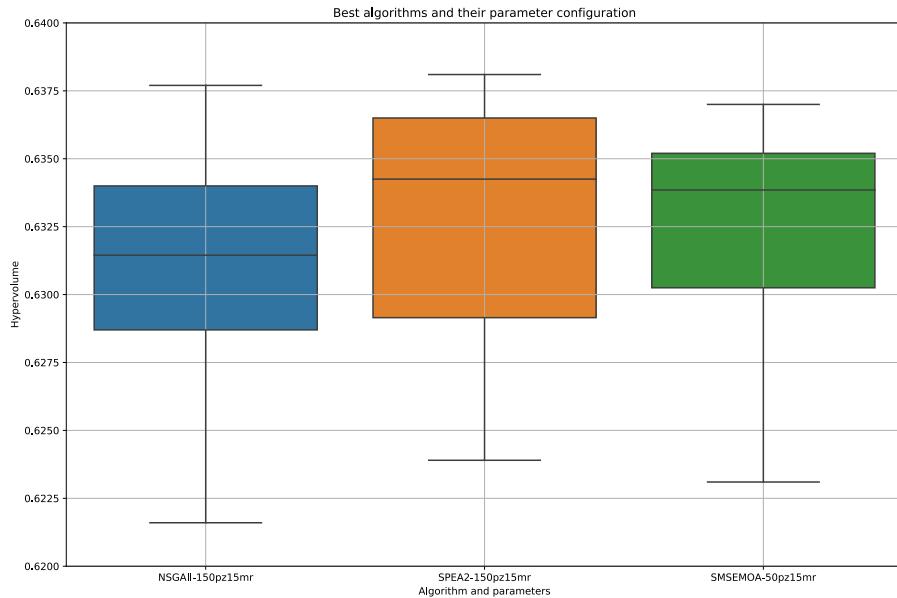


Figura 30: Tiendas, diagrama de caja con mejores configuraciones de parámetros para cada algoritmo.

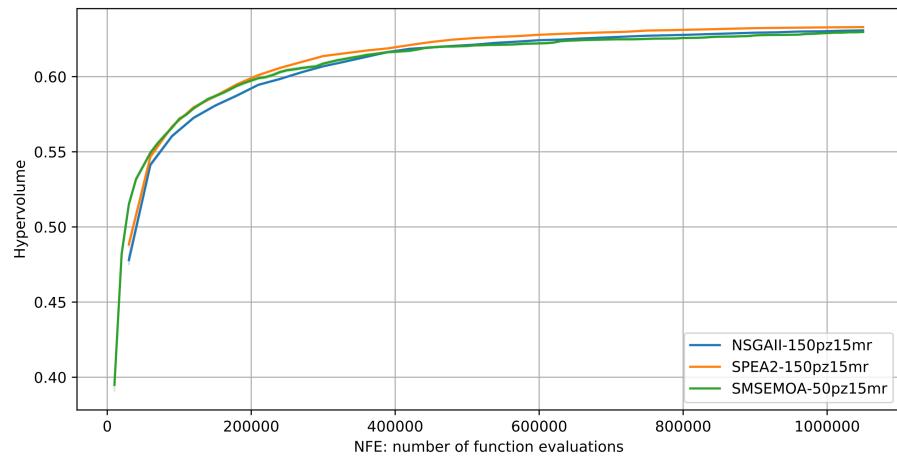


Figura 31: Tiendas, hipervolumen normalizado en función del número de evaluaciones de funciones objetivo para las mejores configuraciones de parámetros.

5.2.5. Mejor frente de soluciones no-dominadas

Ventas	Distancia	Dist.Media	Ventas norm.	Distancia norm.	Códigos postales
820510	42956	409	0.679	0.235	45768 79227 24226 79594 82256 38448 21529 52382 88097 88289 12527 83115 3042 78078 46562
1138100	41229	393	0.362	0.292	42349 69181 79194 72138 45770 24106 79541 88287 83064 82256 38448 21529 12527 3042 46562
1238562	39420	375	0.261	0.353	42349 69181 74223 72138 79098 73249 45770 24106 79541 38442 83064 21529 88097 12527 3042
1319947	37458	357	0.18	0.418	42349 69181 74081 79194 72138 73249 63517 45770 24106 79541 59199 83022 21529 15730 3042
1416948	26194	249	0.083	0.794	42349 69181 74076 79194 72138 73249 63517 45770 24106 73113 79541 59199 73663 63743 33104

Cuadro 18: Tiendas, mejor frente de soluciones no-dominadas: Tabla con algunos individuos selectos.

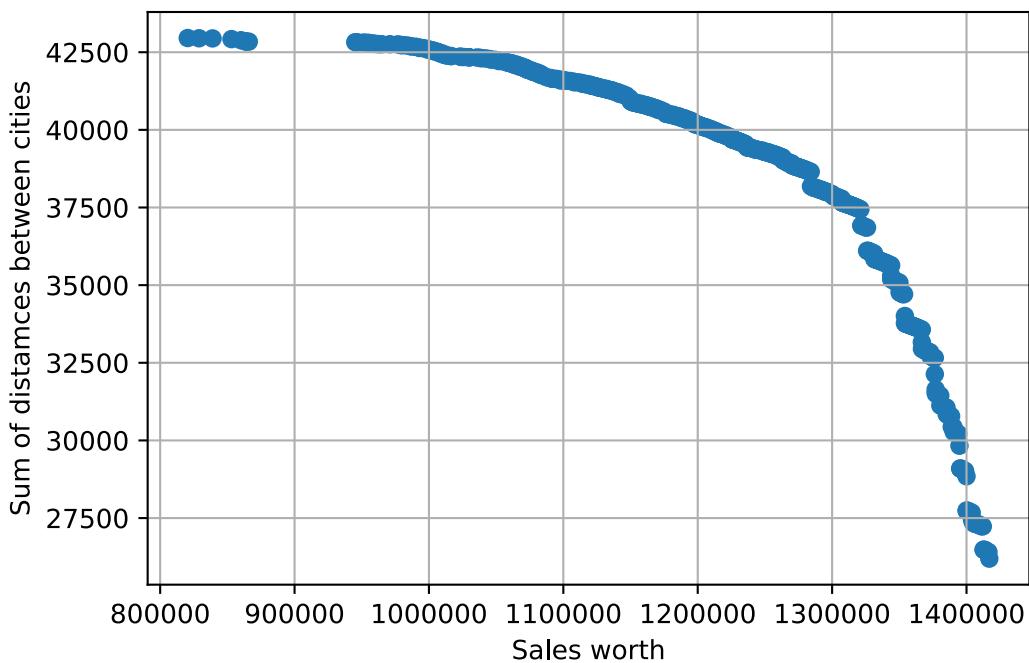


Figura 32: Tiendas, gráfico del mejor frente de soluciones no-dominadas.

Los resultados obtenidos se analizan teniendo en cuenta que se calcularon 105 distancias, como se explicó en la definición del problema 4.2.3. La distancia total es dividida entre 105 para obtener la distancia media entre tiendas, una métrica muy útil para estudio. Tal y como puede observarse en el gráfico del frente de soluciones no-dominadas 32 se produce un intercambio entre el valor de las ventas y la distancia entre tiendas, balance típico de los problemas de optimización multi-objetivo, ya que la mejora de un objetivo trae el deterioro del resto. Las soluciones extremas del frente obtenido tienen los valores mínimo y máximo hallado de las ventas y la distancia. Se observa como las mejores ventas suponen un incremento del 72 % ($1416948/820510 = 1,7269$)

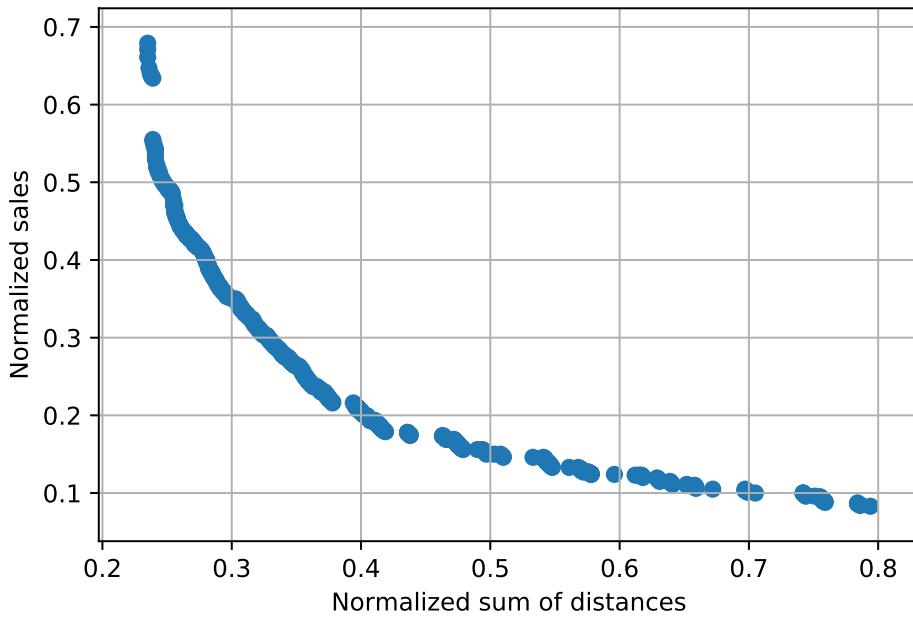


Figura 33: Tiendas, mejor frente de soluciones no-dominadas normalizado.

con respecto a las peores, mientras que la peor distancia supone un incremento del 64 % con respecto a la mejor ($42956/26194 = 1,6399$). Por otro lado, si tomamos individuos intermedios del frente, se observa como se produce un rápido incremento de las ventas sin deteriorar excesivamente la distancia. Por ejemplo, un individuo con unas ventas aproximadas de 1.2M y una distancia de 40k se encuentra alrededor del centro del frente; como aquel formado por el par (1238562,39420), este elemento ha incrementado las ventas con respecto al peor en un 51 % ($1238562/820510 = 1,5095$) y sin embargo solo ha deteriorado la distancia en un 9 % ($42956/39420 = 1,0897$). Del frente de soluciones no-dominadas y del análisis, se observa como se producen fuertes variaciones de los valores de las funciones objetivos en los extremos, mientras que en las zonas centrales del frente las variaciones son progresivas. Al igual que sucede con las fuertes variaciones en las ventas, también se producen en las distancias a partir de un punto. Por ejemplo, el individuo (1319947,37458) difiere en un 7 % ($1416948/1319947 = 1,0734$) en ventas con respecto del mejor en ventas, mientras que la distancia mejora un 43 % ($42956/37458 = 1,43$), por lo que se produce la variación extrema nuevamente aunque hacia el otro objetivo. Los resultados muestran como existen unas zonas críticas en el frente a partir de las cuales se delimitan zonas entre las cuales se producen fuer-

tes variaciones al cambiar un objetivo contra otras donde las variaciones de ambos objetivos son más estables.

Se observa como muchos de los individuos comparten códigos postales, lo cual resulta útil a la hora de tomar decisiones, ya que es posible deducir cuales son los códigos postales críticos cuando se desea por ejemplo, maximizar ventas. Los códigos postales 42349 y 69181 aparecen en individuos con ventas muy elevadas, mientras que el 46562 es recurrente en individuos con distancias elevadas.



Figura 34: Tiendas, distribución geo-gráfica de máxima distancia.

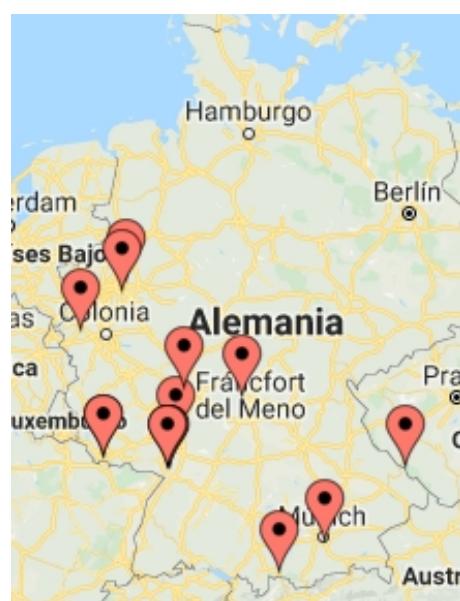


Figura 35: Tiendas, distribución geo-gráfica de máxima venta.

6. Conclusiones

En el presente trabajo de fin de máster se han resuelto dos problemas de interés logístico industrial mediante tres algoritmos genéticos de optimización multi-objetivo del estado del arte.

Además de haber cumplido con todos los objetivos propuestos, fue posible extraer conclusiones adicionales a partir de los resultados:

- En prácticamente todas las configuraciones de ambos problemas se halló evidencia estadística de que las mejores soluciones se obtienen con las mayores tasas de mutación y tamaños de población, lo que sugiere que para los problemas estudiados el balance entre exploración y explotación se inclina más hacia la exploración. Este hecho sugiere futuras líneas de mejora, ya que se podría experimentar con mayores tamaños de población y tasas de mutación para buscar mejores soluciones.
- Si bien no se halló un mejor algoritmo con significancia estadística en el problema de las tiendas, las soluciones de todos ellos parecen converger hacia un mismo conjunto de códigos postales, lo que aporta mayor seguridad en la elección final de las localizaciones, ya que se encontraron soluciones muy similares con distintos métodos.
- La normalización de los objetivos resulta fundamental en el proceso de optimización, especialmente cuando las funciones objetivo difieren en varios órdenes de magnitud.

Se consiguieron todos los objetivos propuestos puesto que se hallaron las mejores configuraciones de parámetros para cada algoritmo en cada problema con pruebas que permiten dotar de significancia estadística a los resultados. Posteriormente se compararon las mejores configuraciones de parámetros de cada algoritmo en cada problema, con la finalidad de obtener el mejor algoritmo y configuración en cada uno, obteniendo finalmente una recomendación matemáticamente analizada en cada caso y sugerencias para mejorar las mismas. Finalmente, se interpretaron en el contexto de cada problema cada conjunto de soluciones y se describió lo que representaban en cada caso, así como también las ventajas y desventajas de cada una.

7. Futuras líneas de trabajo

Los resultados obtenidos sugieren futuras líneas de trabajo:

- Evaluar la complejidad computacional de los problemas dentro del marco de la teoría computacional de complejidad para estimar su escalabilidad.
- Experimentar con diferentes operadores de mutación y cruce.
- Evaluar otros criterios para construir la función objetivo que distribuya el espacio geográfico en el problema de tiendas. Por ejemplo, maximizar mínimas distancias entre tiendas.
- Aumentar los rangos de tamaños de población y tasas de mutación para comprobar si los resultados mejorarían al aumentar la exploración.
- Continuar desarrollando el estudio para producir artículos científicos.
- Incrementar el número de ejecuciones en todas las configuraciones de parámetros y algoritmos para intentar hallar diferencias significativas entre algoritmos en el problema de las tiendas.
- Incluir en el estudio algoritmos basados en el paradigma de la descomposición de objetivos como el MOEA/D [19] o el NSGAIII [20].

8. Anexo

Se adjuntan los datos empleados en el estudio como tablas además de haberlos subidos al repositorio del proyecto [14].

identificador del bloque	Nº productos	Ventas estimadas	identificador del bloque	Nº productos	Ventas estimadas
2443	6	52832	2246	7	12355
1412	5	44139	962	10	12290
2128	6	43059	1473	6	12281
812	8	24390	2456	5	12276
1580	8	24222	2290	10	12251
358	7	24021	428	9	12060
1143	10	23042	1971	9	12056
726	10	22796	1747	10	11920
1521	8	22157	1477	10	11916
2037	4	21899	1668	5	11894
1546	6	21763	2268	10	11720
2321	5	21421	1476	10	11603
861	4	21213	1710	10	11393
63	7	20634	498	10	11212
560	8	20618	2571	10	11203
839	7	20051	1551	5	11200
388	8	19634	294	7	11070
1121	10	19236	1221	9	11057
487	8	18077	1679	4	10894
1850	1	18034	2303	10	10884
2223	10	17892	2527	9	10847
553	8	17447	990	9	10846
2574	10	17353	2446	6	10798
2254	4	16734	1572	6	10752
2306	3	15878	1124	9	10615
442	10	15419	1650	4	10601
773	10	15103	1840	9	10502
1869	9	15025	1441	8	10462
2159	5	14971	2481	5	10316
387	8	14752	1950	10	10256
301	8	14711	24	8	10226
314	10	14610	1495	10	10196
96	1	14524	2666	10	10180
2478	10	14404	1347	10	10141
1097	9	14329	1534	10	10075
2010	6	14280	68	10	9994
505	10	14133	1554	10	9968
846	8	14079	1	7	9964
2671	8	14022	1256	7	9960
2335	2	13990	2389	8	9918
2488	9	13989	2410	6	9907
2503	4	13927	303	7	9879
2233	8	13693	2058	8	9840
1879	9	13583	2676	7	9816
851	10	13464	137	8	9773
2449	6	13374	2004	10	9756
1403	10	13286	2735	10	9750
1524	8	13136	2433	9	9703
2145	10	12950	2056	3	9697
2359	1	12692	173	10	9596
2048	9	12646	2734	9	9560
2649	6	12616	118	3	9556
9	6	12547	2106	8	9519
2026	7	12500	711	8	9512
1022	7	12438	2555	8	9451

Figura 36: Lista con los ciento diez primeros bloques ordenados según valor descendente.

Código Postal	Longitud	Latitud	Unidades	Código Postal	Longitud	Latitud	Unidades
42349	7.1418	51.216	169730.0	24106	10.1205	54.3506	87131.0
42117	7.1239	51.2498	161966.0	24147	10.1333	54.3333	86541.0
42115	7.103	51.2497	161351.0	24145	10.1333	54.3333	86541.0
42119	7.1661	51.2441	151078.0	24149	10.1333	54.3333	86541.0
42369	7.2020	51.2298	148142.0	24111	10.1333	54.3333	86541.0
42285	7.1695	51.2589	141824.0	24146	10.1333	54.3333	86541.0
42107	7.1513	51.2619	139425.0	24105	10.1348	54.3347	86541.0
42103	7.1505	51.2569	139425.0	24114	10.1302	54.3157	85820.0
42399	7.1833	51.2667	136921.0	24103	10.1327	54.3205	85820.0
42111	7.1833	51.2667	136921.0	24118	10.1176	54.3334	84998.0
42289	7.1833	51.2667	136921.0	24116	10.1212	54.3253	84605.0
42653	7.0785	51.1878	135399.0	79227	7.7508	47.9597	84245.0
42899	7.2407	51.2201	131687.0	24119	10.0994	54.3433	83824.0
42283	7.1838	51.2699	127576.0	69190	8.6441	49.3008	83047.0
42287	7.2066	51.2432	127326.0	79211	7.8892	48.0688	82817.0
42853	7.1872	51.1802	123737.0	24148	10.1703	54.3187	81821.0
42113	7.1285	51.2678	123254.0	72813	9.3167	48.4833	80425.0
42657	7.0595	51.1532	121708.0	45772	7.1343	51.6744	79534.0
42655	7.0653	51.176	121038.0	24143	10.1448	54.3061	78666.0
42109	7.1559	51.2765	120713.0	72663	9.3	48.6	77888.0
42857	7.1661	51.1775	120561.0	79286	7.9333	48.05	77751.0
42651	7.0939	51.1728	120445.0	24109	10.0333	54.3167	77572.0
42105	7.1307	51.2649	118314.0	24161	10.1278	54.3734	77487.0
69181	8.6846	49.3517	115936.0	73113	9.75	48.7333	76758.0
42275	7.204	51.2718	111864.0	63538	8.9909	50.0765	76719.0
74076	9.2193	49.1618	110447.0	68799	8.5649	49.2923	76333.0
74078	9.1746	49.1566	109505.0	68809	8.5183	49.2981	75739.0
74081	9.197	49.1236	109349.0	72661	9.3	48.5667	75509.0
74223	9.2108	49.1031	109135.0	63801	9.0619	50.0027	75310.0
42281	7.194	51.2878	108156.0	79289	7.8667	47.9333	75145.0
74074	9.2214	49.1286	107983.0	74199	9.2739	49.0914	74934.0
74211	9.1089	49.1474	107442.0	73666	9.45	48.7333	74709.0
42859	7.2	51.1833	106773.0	24113	10.0667	54.2667	74309.0
79194	7.8667	48.05	105608.0	63505	9.038	50.1737	74110.0
72138	9.1386	48.5314	105281.0	79276	7.8167	48.0833	73953.0
69226	8.6872	49.3262	105205.0	79541	7.6922	47.6335	73852.0
74072	9.2234	49.1423	104046.0	73262	9.4534	48.708	73769.0
42659	7.1036	51.1595	103082.0	69245	8.7794	49.3561	73641.0
74257	9.2019	49.2111	102098.0	24226	10.2	54.3667	72561.0
74080	9.1954	49.1386	102043.0	73265	9.45	48.6167	72446.0
79108	7.8418	48.0339	102001.0	74246	9.3211	49.1803	72294.0
72827	9.15	48.5167	101861.0	59199	7.7694	51.598	71840.0
74235	9.2683	49.1725	101342.0	74251	9.3272	49.1311	71594.0
79098	7.847	47.9942	101013.0	73116	9.6833	48.7667	71365.0
74172	9.2192	49.1902	100984.0	73663	9.4667	48.8667	71291.0
79102	7.85	48.0	100413.0	63864	9.15	50.0	70994.0
79104	7.8545	48.0098	100413.0	63743	9.1647	49.9648	70862.0
79106	7.85	48.0	100413.0	72655	9.2667	48.5833	70808.0
79112	7.85	48.0	100413.0	24248	10.1887	54.3492	70677.0
42855	7.2066	51.1807	100331.0	72660	9.3962	48.5676	70653.0
79279	7.85	48.0667	99687.0	33104	8.73	51.7571	70587.0
79110	7.8167	48.0207	99519.0	63739	9.1478	49.9757	70563.0
73249	9.4192	48.6808	99154.0	35398	8.65	50.5833	70246.0
72124	9.2167	48.55	98888.0	35392	8.6538	50.5669	70126.0
72127	9.1167	48.5167	97394.0	68804	8.4992	49.3017	70112.0
79114	7.818	48.0018	96979.0	63543	8.9833	50.2	70089.0
72766	9.2232	48.511	96312.0	79594	7.7	47.5833	70077.0
79100	7.8327	47.9809	96265.0	73269	9.4615	48.695	70011.0
72770	9.1666	48.4942	96116.0	33106	8.6885	51.7327	69954.0
79299	7.8167	47.95	95221.0	59063	7.8407	51.6747	69491.0
79115	7.822	47.9793	95084.0	59077	7.7343	51.6425	69419.0
63517	9.0045	50.1472	94945.0	63773	9.1777	49.996	69339.0
72760	9.204	48.5094	94791.0	24107	9.9833	54.3333	69120.0
79111	7.7957	47.9809	94608.0	24214	10.0167	54.3667	68730.0
72810	9.0994	48.4531	94490.0	69151	8.7856	49.3936	67980.0
79249	7.8333	47.9667	94236.0	35440	8.6497	50.5374	67896.0
79117	7.8945	47.9874	94025.0	35452	8.6416	50.5867	67863.0
45770	7.1101	51.6566	93526.0	73274	9.4575	48.6703	67555.0
72636	9.3667	48.6	93411.0	73114	9.7	48.65	67540.0
74248	9.3093	49.1495	93254.0	73092	9.65	48.6667	67474.0
79224	7.7642	48.0312	92909.0	24159	10.1505	54.3973	67239.0
73230	9.4304	48.6442	92798.0	24247	10.0167	54.2833	67139.0
74189	9.2983	49.1495	92225.0	73054	9.7009	48.6944	66843.0
74226	9.1219	49.1063	91710.0	63814	9.09	49.9817	66670.0
72555	9.2907	48.5326	91684.0	73278	9.5167	48.6667	66559.0
45768	7.0845	51.6484	90726.0	73095	9.5667	48.6833	66514.0
72658	9.2667	48.5667	90683.0	63867	9.1333	50.0333	66312.0
72585	9.2687	48.5609	90683.0	33100	8.7706	51.7273	66197.0
79232	7.7788	48.0681	90134.0	33397	8.4278	51.8149	66042.0
72768	9.2167	48.4833	89834.0	73098	9.6426	48.7258	65826.0
72764	9.2125	48.4931	89834.0	72664	9.3333	48.5667	65814.0
72800	9.2452	48.4784	89101.0	73099	9.6	48.7667	65752.0
79285	7.7833	47.95	89020.0	72805	9.2528	48.4396	65612.0
79280	7.8333	47.95	88958.0	73107	9.6667	48.65	65587.0
63526	8.9943	50.16	88860.0	35390	8.6742	50.5849	65366.0
69251	8.7497	49.3664	88140.0	33175	8.8047	51.7743	65326.0
72924	7.8167	47.9333	87838.0	63808	9.204	49.9646	65118.0
72793	9.227	48.4734	87580.0	63741	9.1314	49.9751	64865.0
72762	9.1939	48.4845	87580.0	63843	9.1369	49.9122	64757.0
				24222	10.2167	54.2944	64392.0

Figura 37: Lista de las 350 localizaciones estudiadas y las ventas asociadas tras el procesamiento de datos. Parte 1.

Código Postal	Longitud	Latitud	Unidades	Código Postal	Longitud	Latitud	Unidades
69168	8.6964	49.2946	64369.0	35415	8.7	50.5167	52075.0
33098	8.7554	51.7136	64062.0	59069	7.8608	51.645	51664.0
33102	8.7417	51.7171	64062.0	63796	9.0121	50.0625	51344.0
42897	7.2556	51.1833	63723.0	72070	9.0177	48.5241	51161.0
33178	8.7228	51.6677	63692.0	79292	7.75	47.9333	51005.0
73108	9.65	48.6333	63479.0	38442	10.7188	52.4204	50990.0
79639	7.6833	47.55	63472.0	83064	12.1093	47.7895	50946.0
63834	9.1512	49.9107	63070.0	69234	8.7381	49.2842	50784.0
35394	8.7135	50.5746	62979.0	64832	8.9522	49.9608	50770.0
72144	9.0532	48.449	62934.0	32602	8.7806	52.1388	50550.0
73066	9.594	48.7069	62331.0	71573	9.4667	48.9	50514.0
73037	9.6647	48.6959	62330.0	59229	7.8968	51.7502	50491.0
73035	9.6667	48.7	62330.0	35463	8.7833	50.55	50354.0
73117	9.6	48.7167	62266.0	59075	7.7359	51.6866	50201.0
79540	7.6667	47.6167	62244.0	88094	9.4667	47.7167	50142.0
79539	7.6589	47.6181	62244.0	88074	9.5572	47.6908	50022.0
63811	9.0642	49.9769	62198.0	76709	8.6214	49.2206	49770.0
74177	9.2145	49.2344	62150.0	83071	12.1528	47.8595	49568.0
73033	9.6514	48.7075	61450.0	82256	11.2464	48.1825	49510.0
74206	9.1613	49.2293	61418.0	69250	8.8092	49.4356	49330.0
24223	10.2212	54.286	61390.0	79283	7.7833	47.9167	49272.0
73669	9.4833	48.75	61273.0	79288	7.7333	48.05	48829.0
73105	9.6333	48.6333	61016.0	38444	10.7531	52.4003	48790.0
68789	8.6167	49.2664	60697.0	38448	10.8224	52.4231	48470.0
76456	8.2592	48.8278	60324.0	83059	12.0649	47.8466	48346.0
35444	8.6017	50.6182	60259.0	32758	8.8658	51.9509	48314.0
35625	8.5758	50.521	60243.0	35576	8.5247	50.5665	47943.0
63762	9.0859	49.9303	59936.0	21529	10.3333	53.4833	47720.0
59073	7.8	51.6833	59934.0	15732	13.5746	52.3660	47700.0
59065	7.8134	51.6802	59934.0	21039	10.3167	53.4667	47687.0
72072	9.0581	48.5166	59589.0	38440	10.7812	52.4239	47682.0
63755	9.0497	50.0881	59471.0	35457	8.7	50.65	47413.0
73087	9.6084	48.6447	59214.0	74193	9.0419	49.1419	47333.0
69257	8.8036	49.3614	59134.0	88045	9.4726	47.6544	47160.0
79576	7.6073	47.5992	59096.0	88046	9.4852	47.6578	47160.0
73102	9.6667	48.75	58804.0	67376	8.345	49.2942	47152.0
73110	9.5667	48.6667	58707.0	73650	9.4791	48.803	47050.0
79199	7.95	47.9667	58695.0	63546	8.9905	50.2247	47036.0
79599	7.65	47.65	58473.0	74254	9.1606	49.2458	46679.0
79595	7.65	47.65	58473.0	69254	8.6828	49.2472	46355.0
51399	7.12299	51.0846	58370.0	52382	6.4346	50.86600	46273.0
59071	7.8704	51.691	58310.0	74229	9.2533	49.2403	46179.0
79592	7.6	47.65	57987.0	73635	9.5296	48.8814	46013.0
88287	9.65	47.75	57980.0	37075	9.9328	51.5509	46010.0
32584	8.7	52.1833	57787.0	37077	9.9319	51.5604	46010.0
79597	7.6333	47.65	57597.0	88097	9.5067	47.6205	45477.0
79589	7.63200	47.6339	57597.0	76532	8.25	48.75	45472.0
69231	8.6985	49.2722	57528.0	76530	8.25	48.75	45472.0
35633	8.5667	50.5833	57019.0	76534	8.25	48.75	45472.0
73104	9.6333	48.75	56678.0	79689	7.7833	47.65	45414.0
63533	9.0	50.0167	56348.0	32278	8.6333	52.2	45341.0
73119	9.5667	48.65	56063.0	71522	9.433	48.9432	45312.0
33378	8.3167	51.8333	56026.0	83109	12.0744	47.8856	45310.0
73061	9.5062	48.7134	56004.0	38446	10.8285	52.3808	45118.0
76476	8.2833	48.8333	55988.0	96050	10.9185	49.8883	44963.0
73084	9.7333	48.6833	55873.0	73550	9.8135	48.7325	44954.0
42929	7.2051	51.1392	55835.0	88273	9.5833	47.8667	44856.0
79588	7.5667	47.65	55715.0	96163	10.9167	49.9333	44810.0
59368	7.6456	51.6658	55698.0	88289	9.7167	47.7667	44764.0
73271	9.5167	48.6333	55679.0	37083	9.9535	51.51300	44668.0
79591	7.6	47.6333	55325.0	79585	7.7333	47.65	44542.0
88213	9.5575	47.7715	55226.0	63857	9.2768	49.9819	44522.0
73079	9.7518	48.6779	55207.0	21526	10.3667	53.4833	44499.0
59067	7.7799	51.6742	55182.0	12527	13.6339	52.3856	44407.0
35396	8.7044	50.6165	55151.0	83115	12.1398	47.774	44301.0
88255	9.65	47.8167	54802.0	3053	14.3333	51.7667	44264.0
68794	8.4717	49.2739	54706.0	3046	14.3197	51.756	44264.0
88212	9.6183	47.7815	54553.0	3052	14.3333	51.7667	44264.0
88214	9.6118	47.7814	54553.0	3099	14.25	51.75	44264.0
73275	9.5167	48.65	54502.0	3042	14.3544	51.7612	44264.0
63768	9.2218	50.0079	54392.0	3051	14.3333	51.7667	44264.0
88276	9.6	47.8167	53918.0	3050	14.3347	51.7324	44264.0
83022	12.1232	47.855	53911.0	3048	14.3198	51.7403	44264.0
72581	9.35	48.5333	53878.0	3044	14.3374	51.7754	44264.0
83024	12.111	47.8748	53766.0	3055	14.3333	51.7667	44264.0
63877	9.25	50.0167	53721.0	3054	14.3333	51.7667	44264.0
35435	8.65	50.6167	53608.0	37120	9.9263	51.5883	44126.0
88281	9.6669	47.7718	53500.0	78078	8.5333	48.1333	43976.0
88250	9.6387	47.8104	53197.0	82216	11.2631	48.2163	43915.0
83026	12.1026	47.8391	53109.0	38479	10.75	52.4667	43908.0
79252	7.9667	47.9833	52933.0	46562	6.6525	51.6251	43739.0
63791	9.05	50.0333	52750.0	37081	9.8993	51.5335	43739.0
73333	9.7818	48.658	52445.0	37085	9.9333	51.5333	43739.0
63856	9.2686	49.9694	52374.0	37073	9.939	51.5364	43739.0
72639	9.3667	48.55	52106.0	37079	9.9333	51.5333	43739.0
				24232	10.2833	54.3167	43734.0

Figura 38: Lista de las 350 localizaciones estudiadas y las ventas asociadas tras el procesamiento de datos. Parte 2.

Referencias

- [1] D. Greiner, B. Galván, J. Périaux, N. Gauger, K. Giannakoglou, and G. Winter. *Advances in Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control in Engineering and Sciences*, volume Vol. 36 of *Computational Methods in Applied Sciences*. Springer, 2015.
- [2] D. Greiner, J. Periaux, D. Quagliarella, J. Magalhaes-Mendes, and B. Galván. Evolutionary algorithms and metaheuristics: Applications in engineering design and optimization. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018.
- [3] D. Greiner, B. Galván, and G. Winter. Safety systems optimum design by multicriteria evolutionary algorithms. In: C.M. Fonseca , P.J. Fleming, E. Zitzler, L. Thiele, Deb. Kalyanmoy K. (eds) *Evolutionary Multi-Criterion Optimization. EMO.*, pages pp. 722–736, 2003.
- [4] D. Greiner, J. M. Emperador, and G. Winter. Single and multiobjective frame optimization by evolutionary algorithms and the auto-adaptive rebirth operator. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 193(No. 33):pp. 3711–3743, 2004.
- [5] P. Hajela and D. Greiner. Truss topology optimization for mass and reliability considerations—co-evolutionary multiobjective formulations. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 45:pp. 589–613, 2012.
- [6] R. Toledo, J.J. Aznárez, D. Greiner, and O. Maeso. A methodology for the multi-objective shape optimization of thin noise barriers. *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 50:pp. 656–675, 2017.
- [7] Á. Ramos de Miguel, J. M. Escobar, D. Greiner, and Á. Ramos-Macías. A multiobjective optimization procedure for the electrode design of cochlear implants. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, Vol. 34(No. 8):e2992, 2018.
- [8] M. T. M. Emmerich and A. H. Deutz. A tutorial on multiobjective optimization: fundamentals and evolutionary methods. *Natural Computing*, Vol. 17(No. 3):pp. 585–609, September 2018.
- [9] D. Kalyanmoy, P. Amrit, A. Sameer, and T. Meyarivan. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6(No. 2):pp. 182 – 197, April 2002.

- [10] E. Zitzler and L. Thiele. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the SPEA. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 3-4:pp. 257–271, 1999.
- [11] E. Zitzler. Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: Methods and applications. *phD Thesis, Institut für Technische Informatik und Kommunikationsnetze, Swiss Federal Institute of Technology, Zürich.*, 1999.
- [12] N. Beume, B. Naujoks, and M. Emmerich. SMS-EMOA: Multiobjective selection based on dominated hypervolume. *European Journal of Operational Research*, Vol. 181(No. 3):pp. 1653–1669, 2007.
- [13] INDITEX. Zara data challenge. <https://www.zaratalent.com/data.html>, 2019.
- [14] J. A. Tiniaco Leyba. Master thesis repository. <https://github.com/javier-andres-tiniaco-leyba/Master-Thesis>, 2019.
- [15] T. Dantzig. Numbers: The language of science. 1930.
- [16] D. Greiner, J. Periaux, J. M. Emperador, B. Galván, and G. Winter. Game theory based evolutionary algorithms: A review with Nash applications in structural engineering optimization problems. *Archives of Computational Methods in Engineering*, Vol. 24(No. 4):pp. 703–750, November 2017.
- [17] Z. Michalewicz. Genetic algorithms + data structures = evolution programs. 1998.
- [18] S. García and F. Herrera. An extension on "statistical comparisons of classifiers over multiple data sets"for all pairwise comparisons. *Journal of Machine Learning Research-JMLR*, Vol. 9:pp. 2677–2694, December 2008.
- [19] Z. Qingfu and L. Hui. MOEA/D: a multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE transactions on evolutionary computation*, Vol. 11(No. 6):pp. 712 – 731, December 2007.
- [20] D. Kalyanmoy and J. Himanshu. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based non-dominated sorting approach, part i: Solving problems with box constraints. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 18:pp. 602 – 622, August 2014.

Índice de figuras

1.	Lista con los primeros bloques de los ciento diez elegidos, ordenados según valor descendente.	4
2.	Bloques, implementación en java de funciones objetivo.	6
3.	Ventas asociadas a cada código postal.	7
4.	Algunas de las más de setenta tiendas ubicadas en la región estudiada.	7
5.	Muestra de ventas online asociadas a cada código postal segun un 10 Km de radio.	8
6.	Tiendas, implementación en java de funciones objetivo.	11
7.	Configuraciones de parámetros para las ejecuciones.	13
8.	Bloques, NSGAII: Hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros.	15
9.	Bloques, NSGAII: Comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones.	17
10.	Bloques, NSGAII: Diagrama de caja del hipervolumen normalizado.	17
11.	Bloques SPEA2: Hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros.	19
12.	Bloques, SPEA2: Comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones.	20
13.	Bloques, SPEA2: Diagrama de caja del hipervolumen normalizado para las últimas ejecuciones.	20
14.	Bloques, SMS-EMOA: Hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros.	23
15.	Bloques, SMS-EMOA: Comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones.	24
16.	Bloques, SMS-EMOA: diagrama de caja del hipervolumen normalizado.	24
17.	Bloques, diagrama de caja con mejores configuraciones de parámetros para cada algoritmo.	28
18.	Bloques, hipervolumen normalizado en función del número de evaluaciones de funciones objetivo para las mejores configuraciones de parámetros.	29
19.	Bloques, gráfico del mejor frente de soluciones no-dominadas.	31
20.	Bloques, frente de soluciones no-dominadas normalizado.	32
21.	Tiendas, NSGAII: hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros.	33

22.	Tiendas, NSGAII: comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones.	34
23.	Tiendas, NSGAII: diagrama de caja del hipervolumen normalizado para las últimas ejecuciones.	34
24.	Tiendas, SPEA2: hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros.	37
25.	Tiendas, SPEA2: comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones.	38
26.	Tiendas, SPEA2: diagrama de caja del hipervolumen normalizado para las últimas ejecuciones.	38
27.	Tiendas, SMS-EMOA: Hipervolumen normalizado para cada ejecución y configuración de parámetros.	41
28.	Tiendas, SMS-EMOA: comparativo del hipervolumen para cada configuración de parámetros según número de ejecuciones. .	42
29.	Tiendas, SMS-EMOA: Diagrama de caja del hipervolumen normalizado para las últimas ejecuciones.	42
30.	Tiendas, diagrama de caja con mejores configuraciones de parámetros para cada algoritmo.	46
31.	Tiendas, hipervolumen normalizado en función del número de evaluaciones de funciones objetivo para las mejores configuraciones de parámetros.	46
32.	Tiendas, gráfico del mejor frente de soluciones no-dominadas. .	47
33.	Tiendas, mejor frente de soluciones no-dominadas normalizado.	48
34.	Tiendas, distribución geográfica de máxima distancia.	49
35.	Tiendas, distribución geográfica de máxima venta.	49
36.	Lista con los ciento diez primeros bloques ordenados según valor descendente.	
37.	Lista de las 350 localizaciones estudiadas y las ventas asociadas tras el procesamiento de datos. Parte 1.	
38.	Lista de las 350 localizaciones estudiadas y las ventas asociadas tras el procesamiento de datos. Parte 2.	

Índice de cuadros

1.	Bloques, NSGAII: Clasificación de los algoritmos por test de Friedman.	14
2.	Bloques, NSGAII: configuraciones de parámetros comparadas por pares.	16
3.	Bloques, SPEA2: Clasificación de los algoritmos por test de Friedman.	21
4.	Bloques, SPEA2: configuraciones de parámetros comparadas por pares.	22
5.	Bloques, SMS-EMOA: clasificación de los algoritmos por test de Friedman.	25
6.	Bloques, SMS-EMOA: configuraciones de parámetros comparadas por pares.	26
7.	Bloques, clasificación de los algoritmos por el test de Friedman.	27
8.	Bloques, mejores configuraciones de algoritmos comparadas por pares.	27
9.	Bloques, mejor frente de soluciones no-dominadas: Tabla con algunos individuos selectos.	30
10.	Tiendas, NSGAII: clasificación de los algoritmos por test de Friedman.	35
11.	Tiendas, NSGAII: configuraciones de parámetros comparadas por pares.	36
12.	Tiendas, SPEA2: clasificacion de los algoritmos por test de Friedman.	39
13.	Tiendas, SPEA2: configuraciones de parámetros comparadas por pares.	40
14.	Tiendas SMS-EMOA: clasificación de los algoritmos por test de Friedman.	43
15.	Tiendas, SMS-EMOA: configuraciones de parámetros comparadas por pares.	44
16.	Tiendas, clasificación de los algoritmos por el test de Friedman.	45
17.	Tiendas, mejores configuraciones de algoritmos comparadas por pares.	45
18.	Tiendas, mejor frente de soluciones no-dominadas: Tabla con algunos individuos selectos.	47