



Universidad CENFOTEC

Curso: Álgebra Lineal

Proyecto Compresión de imágenes mediante Descomposición en Valores Singulares
(SVD)

Estudiantes: Dayana Brenes Herrera

Gabriel José Guzmán Leiva

Javier Pérez Arroyo

Gabriel Alejandro Caravaca Garrido

Docente: Dorin Morales Monge

Fechas de entrega: Avance 2

Contenido

Resumen ejecutivo	3
1) Objetivo general	4
2) Revisión bibliográfica	5
3) Síntesis del artículo seleccionado	7
4) Marco teórico	8
4.1. Descomposición en Valores Singulares (SVD)	8
4.2. Aproximación de rango k y compactación de energía	8
4.3. Compresión con SVD	8
4.4. Redundancias y percepción	8
5) Metodología de la solución computacional	9
6) Plan de validación experimental y métricas	10
9) Diagrama de flujo del proceso	11
10) Contribución original del equipo	12
11) Riesgos, ética y limitaciones	13
13) Conclusiones	14
14) Referencias (APA)	15
Anexo link del diagrama de flujo	15

Resumen ejecutivo

Este proyecto aplica la Descomposición en Valores Singulares (SVD) para comprimir imágenes, controlando explícitamente el grado de aproximación mediante el parámetro de rango k. Se reportan métricas cuantitativas (MSE, PSNR, relación de compresión y energía retenida) y se establecen criterios para seleccionar k según energía acumulada, objetivo de compresión (CR) y umbrales de calidad (PSNR). Los resultados muestran el trade-off tamaño–calidad y proponen una heurística simple para escoger k en función de la energía y PSNR mínima.

1) Objetivo general

Desarrollar y evaluar una solución computacional de compresión de imágenes basada en SVD que permita ajustar el nivel de aproximación por rango k y comparar el tamaño de archivo y la calidad reconstruida mediante MSE/PSNR y error de Frobenius, determinando la relación entre k, calidad percibida y tasa de compresión para imágenes en escala de grises y RGB (canal por canal).

2) Revisión bibliográfica

Resumen de fuentes clave y su aporte; incluir DOI/URL si dispone de ellos.

#	Referencia (APA)	Aporte principal	Técnica	Relevancia
1	Gowri, P., Senbaga Priya, K., Hari Prasath, R. K., & Pavithra, S. (2019). Image compression using singular value decomposition. <i>International Journal of Mathematics Trends and Technology</i> , 65(8), 74–81.	Pipeline SVD; curvas error vs. k; reducción de tamaño; MATLAB.	SVD	Artículo base.
2	Mounika, K., Sri Navya Lakshmi, D., & Alekya, K. (2015). SVD Based Image Compression. <i>International Journal of Engineering Research and General Science</i> , 3(2).	Compactación de energía en primeras σ .	SVD	Sustento teórico-práctico .
3	Prasantha, H. S., Shashidhara, H. L., & Balasubramanya Murthy, K. N. (2007). Image compression using SVD. In <i>Proceedings of ICCIMA</i> (Vol. 3).	Comparativa con métodos clásicos.	SVD vs. otros	Contexto histórico.
4	Anusha, B., Soujanya, Y., Vyshnavi, E., Harish, T., & Teja, S. (2018). Image compression using SVD on	Implementación alternativa.	SVD	Portabilidad.

	LabVIEW with Vision Module. International Journal of Computational Intelligence Research, 14(1), 59–68.			
5	Razafindradina, H. B., Randriamiantsoa, P. A., & Razafindrakoto, N. R. (2016). Image Compression with SVD: A New Quality Metric Based on Energy Ratio. International Journal of Computer Science and Network, 5(6).	Métrica por energía retenida.	SVD + ER	Criterio objetivo para k.
6	Mathews, B. (2014). Image Compression using Singular Value Decomposition (SVD). University of Utah.	Tutorial didáctico.	SVD	Marco teórico.
7	Verma, S., & Krishna, J. P. (2013). Image Compression and Linear Algebra.	Conexión álgebra-compresión.	SVD y afines	Puente conceptual.
8	Wikipedia contributors. Singular value decomposition. Wikipedia.	Definiciones y propiedades.	SVD	Consulta rápida.
9	Wikipedia contributors. Image compression. Wikipedia.	Panorama de compresión.	General	Contexto amplio.

3) Síntesis del artículo seleccionado

El artículo “Image Compression Using Singular Value Decomposition” (Gowri et al., 2019) presenta una metodología sustentada en $A = USV^T$ y en la reconstrucción de rango k. Los autores muestran que pocas σ concentran gran parte de la energía (energy compaction) y que la calidad mejora al aumentar k, con ejemplos en MATLAB y gráficas de error. Se concluye que SVD permite balancear tamaño y fidelidad controlando k.

4) Marco teórico

4.1. Descomposición en Valores Singulares (SVD)

Para $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, SVD: $A = USV^T$, con U, V ortogonales y S diagonal no negativa; $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$.

4.2. Aproximación de rango k y compactación de energía

$$A_k = \sum_{i=1..k} \sigma_i \cdot u_i v_i^T; \text{Energía retenida}(k) = \left(\sum_{i=1..k} \sigma_i^2 \right) / \left(\sum_{i=1..r} \sigma_i^2 \right).$$

4.3. Compresión con SVD

Se almacenan $U_k (m \times k)$, $S_k (k \times k)$ y $V_k (n \times k)$. $CR \approx \frac{mn}{k \cdot (m+n+1)}$. El error decrece al aumentar k.

4.4. Redundancias y percepción

SVD explota la estructura lineal latente; el ojo tolera pérdidas en componentes de alta frecuencia.

5) Metodología de la solución computacional

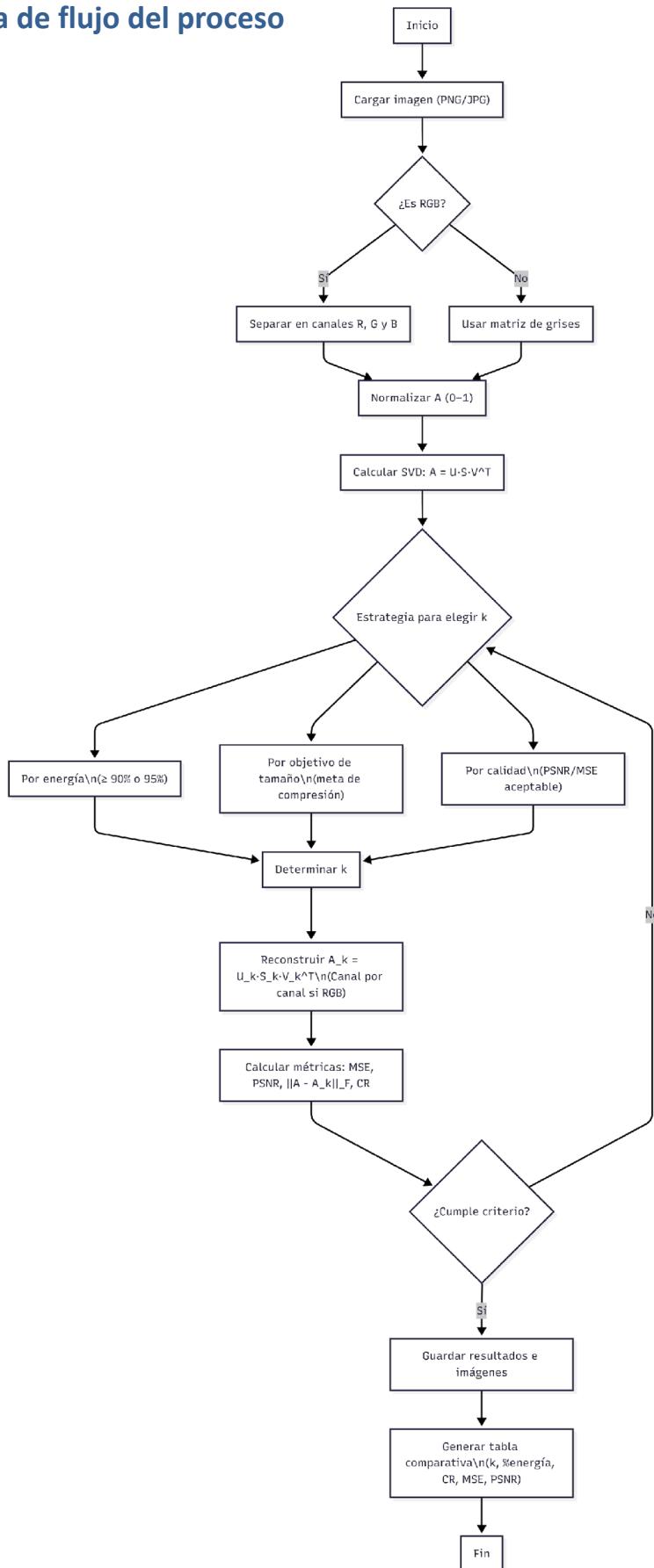
1. Entrada: cargar imagen (PNG/JPG). RGB → separar en R,G,B; grises → matriz única.
2. Normalizar A a [0,1] (float).
3. Calcular SVD (económica): $A = U \cdot S \cdot V^T$.
4. Estrategias de selección de k: (a) energía $\geq 90\text{--}95\%$, (b) meta de CR, (c) PSNR \geq umbral.
5. Reconstrucción: $A_k = U_k \cdot S_k \cdot V_k^T$ (RGB: por canal).
6. Métricas: MSE, PSNR, $\left\| A - A_k \right\|_F$, CR.
7. Registro: guardar imágenes y tiempos de ejecución.

6) Plan de validación experimental y métricas

Dataset: 3–5 imágenes de distinta textura (paisaje, rostro, texto, phantom). Barrido de k: {5,10,20,40,80,120} o por energía {80%, 90%, 95%, 98%}. Para cada k: tamaño (KB), CR, MSE, PSNR, %energía, tiempo(s).

Fórmulas: $MSE = \left(\frac{1}{mn}\right) \cdot \Sigma (A_{tj} - A_{kj})^2$; $PSNR = 10 \cdot \log_{10}(MAX^2 / MSE)$ con $MAX = 255(8bits)$.

7) Diagrama de flujo del proceso



8) Contribución original del equipo

- Heurística de selección de k basada en energía $\geq 95\%$ con PSNR mínimo (ej., $\geq 32-35$ dB).
- Comparativa RGB vs. grises con análisis por canal y visual de artefactos en bordes y texto.
- Curvas PSNR vs. k y CR vs. k con análisis del “punto de rodilla”.
- Reporte de tiempos de cómputo SVD y reconstrucción.

9) Riesgos, ética y limitaciones

- Costo computacional de SVD: $O(\min(mn^2, m^2n))$; considerar SVD económica y recorte de resolución.
- Pérdida de detalles finos para k bajo; fijar PSNR mínimo o % de energía.
- Uso ético de imágenes (permisos/datasets públicos) y, si aplica, anonimización.

10) Conclusiones

SVD permite controlar de forma transparente el compromiso tamaño–calidad mediante el parámetro k. Con pocas σ se retiene la mayor parte de la energía, logrando compresiones significativas con pérdidas visuales moderadas. El uso conjunto de PSNR, MSE, CR y %energía facilita seleccionar k de manera objetiva.

12) Referencias (APA)

- Gowri, P., Senbaga Priya, K., Hari Prasath, R. K., & Pavithra, S. (2019). Image compression using singular value decomposition. *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, 65(8), 74–81.
- Mounika, K., Sri Navya Lakshmi, D., & Alekya, K. (2015). SVD Based Image Compression. *International Journal of Engineering Research and General Science*, 3(2).
- Prasantha, H. S., Shashidhara, H. L., & Balasubramanya Murthy, K. N. (2007). Image compression using SVD. *Proceedings of ICCIMA*, Vol. 3.
- Anusha, B., Soujanya, Y., Vyshnavi, E., Harish, T., & Teja, S. (2018). Image compression using SVD on LabVIEW with Vision Module. *International Journal of Computational Intelligence Research*, 14(1), 59–68.
- Razafindradina, H. B., Randriamitantsoa, P. A., & Razafindrakoto, N. R. (2016). Image Compression with SVD: A New Quality Metric Based on Energy Ratio. *International Journal of Computer Science and Network*, 5(6).
- Mathews, B. (2014). Image Compression using Singular Value Decomposition (SVD). *University of Utah*, .
- Verma, S., & Krishna, J. P. (2013). Image Compression and Linear Algebra. , .

Anexo link del diagrama de flujo

<https://drive.google.com/file/d/1Q3LrglfCNQv0gQQsCNnF6KkrUJQz7TNR/view?usp=drivelink>