



## **Universidad CENFOTEC**

Curso: Álgebra Lineal

Proyecto Compresión de imágenes mediante Descomposición en Valores Singulares  
(SVD)

Estudiantes: Dayana Brenes Herrera

Gabriel José Guzmán Leiva

Javier Pérez Arroyo

Gabriel Alejandro Caravaca Garrido

Docente: Dorin Morales Monge

Fechas de entrega: Avance 2

## Contenido

Resumen ejecutivo	3
1) Objetivo general	4
2) Revisión bibliográfica	5
3) Síntesis del artículo seleccionado	7
4) Marco teórico	8
4.1. Descomposición en Valores Singulares (SVD)	8
4.2. Aproximación de rango k y compactación de energía	8
4.3. Compresión con SVD	8
4.4. Redundancias y percepción	8
5) Metodología de la solución computacional	9
6) Plan de validación experimental y métricas	10
9) Diagrama de flujo del proceso	11
10) Contribución original del equipo	12
11) Riesgos, ética y limitaciones	13
13) Conclusiones	14
14) Referencias (APA)	15
Anexo link del diagrama de flujo	15

## Resumen ejecutivo

Este proyecto aplica la Descomposición en Valores Singulares (SVD) para comprimir imágenes, controlando explícitamente el grado de aproximación mediante el parámetro de rango  $k$ . Se reportan métricas cuantitativas (MSE, PSNR, relación de compresión y energía retenida) y se establecen criterios para seleccionar  $k$  según energía acumulada, objetivo de compresión (CR) y umbrales de calidad (PSNR). Los resultados muestran el trade-off tamaño-calidad y proponen una heurística simple para escoger  $k$  en función de la energía y PSNR mínima.

## **1) Objetivo general**

Desarrollar y evaluar una solución computacional de compresión de imágenes basada en SVD que permita ajustar el nivel de aproximación por rango  $k$  y comparar el tamaño de archivo y la calidad reconstruida mediante MSE/PSNR y error de Frobenius, determinando la relación entre  $k$ , calidad percibida y tasa de compresión para imágenes en escala de grises y RGB (canal por canal).

## 2) Revisión bibliográfica

Resumen de fuentes clave y su aporte; incluir DOI/URL si dispone de ellos.

#	Referencia (APA)	Aporte principal	Técnica	Relevancia
1	Gowri, P., Senbaga Priya, K., Hari Prasath, R. K., & Pavithra, S. (2019). Image compression using singular value decomposition. International Journal of Mathematics Trends and Technology, 65(8), 74–81.	Pipeline SVD; curvas error vs. k; reducción de tamaño; MATLAB.	SVD	Artículo base.
2	Mounika, K., Sri Navya Lakshmi, D., & Alekya, K. (2015). SVD Based Image Compression. International Journal of Engineering Research and General Science, 3(2).	Compactación de energía en primeras $\sigma$ .	SVD	Sustento teórico-práctico.
3	Prasantha, H. S., Shashidhara, H. L., & Balasubramanya Murthy, K. N. (2007). Image compression using SVD. In Proceedings of ICCIMA (Vol. 3).	Comparativa con métodos clásicos.	SVD vs. otros	Contexto histórico.
4	Anusha, B., Soujanya, Y., Vyshnavi, E., Harish, T., & Teja, S. (2018). Image compression using SVD on	Implementación alternativa.	SVD	Portabilidad.

	LabVIEW with Vision Module. International Journal of Computational Intelligence Research, 14(1), 59–68.			
5	Razafindradina, H. B., Randriamitantsoa, P. A., & Razafindrakoto, N. R. (2016). Image Compression with SVD: A New Quality Metric Based on Energy Ratio. International Journal of Computer Science and Network, 5(6).	Métrica por energía retenida.	SVD + ER	Criterio objetivo para k.
6	Mathews, B. (2014). Image Compression using Singular Value Decomposition (SVD). University of Utah.	Tutorial didáctico.	SVD	Marco teórico.
7	Verma, S., & Krishna, J. P. (2013). Image Compression and Linear Algebra.	Conexión álgebra-compresión.	SVD y afines	Puente conceptual.
8	Wikipedia contributors. Singular value decomposition. Wikipedia.	Definiciones y propiedades.	SVD	Consulta rápida.
9	Wikipedia contributors. Image compression. Wikipedia.	Panorama de compresión.	General	Contexto amplio.

### 3) Síntesis del artículo seleccionado

El artículo "Image Compression Using Singular Value Decomposition" (Gowri et al., 2019) presenta una metodología sustentada en  $A = USV^T$  y en la reconstrucción de rango k. Los autores muestran que pocas  $\sigma$  concentran gran parte de la energía (energy compaction) y que la calidad mejora al aumentar k, con ejemplos en MATLAB y gráficas de error. Se concluye que SVD permite balancear tamaño y fidelidad controlando k.

## 4) Marco teórico

### 4.1. Descomposición en Valores Singulares (SVD)

Para  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , SVD:  $A = USV^T$ , con U, V ortogonales y S diagonal no negativa;  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$ .

### 4.2. Aproximación de rango k y compactación de energía

$$A_k = \sum_{i=1..k} \sigma_i u_i v_i^T; \text{Energía retenida}(k) = \left( \sum_{i=1..k} \sigma_i^2 \right) / \left( \sum_{i=1..r} \sigma_i^2 \right).$$

### 4.3. Compresión con SVD

Se almacenan  $U_k (m \times k)$ ,  $S_k (k \times k)$  y  $V_k^T (n \times k)$ .  $CR \approx \frac{mn}{k \cdot (m+n+1)}$ . El error decrece al aumentar k.

### 4.4. Redundancias y percepción

SVD explota la estructura lineal latente; el ojo tolera pérdidas en componentes de alta frecuencia.

## 5) Metodología de la solución computacional

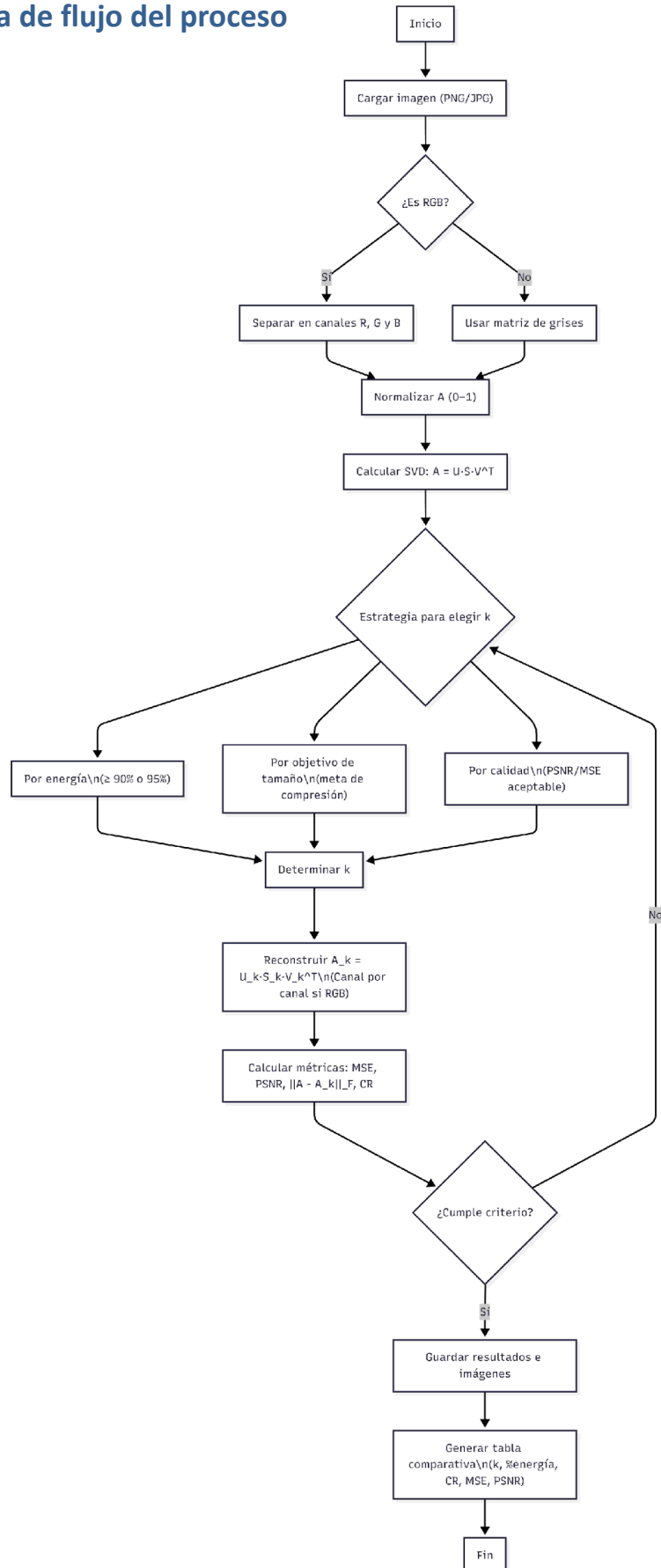
1. Entrada: cargar imagen (PNG/JPG). RGB  $\rightarrow$  separar en R,G,B; grises  $\rightarrow$  matriz única.
2. Normalizar A a  $[0,1]$  (float).
3. Calcular SVD (económica):  $A = U \cdot S \cdot V^T$ .
4. Estrategias de selección de k: (a) energía  $\geq 90-95\%$ , (b) meta de CR, (c) PSNR  $\geq$  umbral.
5. Reconstrucción:  $A_k = U_k \cdot S_k \cdot V_k^T$  (RGB: por canal).
6. Métricas: MSE, PSNR,  $\left\|A - A_k\right\|_F$ , CR.
7. Registro: guardar imágenes y tiempos de ejecución.

## 6) Plan de validación experimental y métricas

Dataset: 3-5 imágenes de distinta textura (paisaje, rostro, texto, phantom). Barrido de k: {5,10,20,40,80,120} o por energía {80%, 90%, 95%, 98%}. Para cada k: tamaño (KB), CR, MSE, PSNR, %energía, tiempo(s).

Fórmulas:  $MSE = \left(\frac{1}{mn}\right) \cdot \sum (A_{ij} - A_{kij})^2$ ;  $PSNR = 10 \cdot \log_{10}(MAX^2/MSE)$  con  $MAX = 255(8bits)$ .

## 7) Diagrama de flujo del proceso



## 8) Contribución original del equipo

- Heurística de selección de  $k$  basada en energía  $\geq 95\%$  con PSNR mínimo (ej.,  $\geq 32-35$  dB).
- Comparativa RGB vs. grises con análisis por canal y visual de artefactos en bordes y texto.
- Curvas PSNR vs.  $k$  y CR vs.  $k$  con análisis del “punto de rodilla”.
- Reporte de tiempos de cómputo SVD y reconstrucción.

## 9) Riesgos, ética y limitaciones

- Costo computacional de SVD:  $O(\min(mn^2, m^2n))$ ; considerar SVD económica y recorte de resolución.
- Pérdida de detalles finos para  $k$  bajo; fijar PSNR mínimo o % de energía.
- Uso ético de imágenes (permisos/datasets públicos) y, si aplica, anonimización.

## 10) Conclusiones

SVD permite controlar de forma transparente el compromiso tamaño-calidad mediante el parámetro  $k$ . Con pocas  $\sigma$  se retiene la mayor parte de la energía, logrando compresiones significativas con pérdidas visuales moderadas. El uso conjunto de PSNR, MSE, CR y %energía facilita seleccionar  $k$  de manera objetiva.

## 12) Referencias (APA)

Gowri, P., Senbaga Priya, K., Hari Prasath, R. K., & Pavithra, S. (2019). Image compression using singular value decomposition. *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, 65(8), 74–81.

Mounika, K., Sri Navya Lakshmi, D., & Alekya, K. (2015). SVD Based Image Compression. *International Journal of Engineering Research and General Science*, 3(2).

Prasanth, H. S., Shashidhara, H. L., & Balasubramanya Murthy, K. N. (2007). Image compression using SVD. *Proceedings of ICCIMA*, Vol. 3.

Anusha, B., Soujanya, Y., Vyshnavi, E., Harish, T., & Teja, S. (2018). Image compression using SVD on LabVIEW with Vision Module. *International Journal of Computational Intelligence Research*, 14(1), 59–68.

Razafindradina, H. B., Randriamitantsoa, P. A., & Razafindrakoto, N. R. (2016). Image Compression with SVD: A New Quality Metric Based on Energy Ratio. *International Journal of Computer Science and Network*, 5(6).

Mathews, B. (2014). Image Compression using Singular Value Decomposition (SVD). *University of Utah*, .

Verma, S., & Krishna, J. P. (2013). Image Compression and Linear Algebra. , .

## Anexo link del diagrama de flujo

[https://drive.google.com/file/d/1Q3LrglfCNQv0gQQsCNnF6KkrUJQz7TNR/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1Q3LrglfCNQv0gQQsCNnF6KkrUJQz7TNR/view?usp=drive_link)