

Ejercicio 1: Análisis Vectorial de un Triángulo

Javier A.

Ejercicio 1

Un triángulo está definido por los puntos $A(1, 2, 0)$, $B(4, 6, 0)$ y $C(3, 2, 5)$. A partir de esta información, realice lo siguiente:

1. Represente los vectores \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , y \overrightarrow{BC} .

Desarrollo para verificar los resultados:

$$\overrightarrow{AB} = (4 - 1, 6 - 2, 0 - 0)$$

$$\overrightarrow{AB} = \boxed{(3, 4, 0)}$$

$$\overrightarrow{AC} = (3 - 1, 2 - 2, 5 - 0)$$

$$\overrightarrow{AC} = \boxed{(2, 0, 5)}$$

$$\overrightarrow{BC} = (3 - 4, 2 - 6, 5 - 0)$$

$$\overrightarrow{BC} = \boxed{(-1, -4, 5)}$$

2. Calcule la longitud (norma) de cada vector.

Desarrollo de las normas:

$$\|\vec{AB}\| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16 + 0}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= \boxed{5}$$

$$\|\vec{AC}\| = \sqrt{2^2 + 0^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{4 + 0 + 25}$$

$$= \sqrt{29}$$

$$\approx \boxed{5,385}$$

$$\|\vec{BC}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{1 + 16 + 25}$$

$$= \sqrt{42}$$

$$\approx \boxed{6,480}$$

3. Determine algebraicamente el ángulo entre los vectores \vec{AB} y \vec{AC} .

Desarrollo del producto punto:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x_u x_v + y_u y_v + z_u z_v$$

Sustituyendo con $\vec{AB} = (3, 4, 0)$ y $\vec{AC} = (2, 0, 5)$:

$$\begin{aligned}\vec{AB} \cdot \vec{AC} &= (3)(2) + (4)(0) + (0)(5) \\ &= 6 + 0 + 0 \\ &= \boxed{6}\end{aligned}$$

Resultado: $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 6$

4. Interprete el resultado: ¿qué tipo de triángulo es (agudo, recto u obtuso)?

Para interpretar el tipo de triángulo, analizamos el ángulo θ entre \vec{AB} y \vec{AC} usando la relación entre producto punto y ángulo:

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \|\vec{AC}\| \cos(\theta)$$

Con $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 6$, $\|\vec{AB}\| = 5$ y $\|\vec{AC}\| = \sqrt{29}$, se tiene:

$$\begin{aligned}6 &= (5)(\sqrt{29}) \cos(\theta) \\ \cos(\theta) &= \frac{6}{5\sqrt{29}} \approx 0,223 \\ \theta &= \cos^{-1}(0,223) \approx \boxed{77,1^\circ}\end{aligned}$$

Criterio de clasificación:

Si $\theta < 90^\circ$ → triángulo agudo
Si $\theta = 90^\circ$ → triángulo recto
Si $\theta > 90^\circ$ → triángulo obtuso

Conclusión: Como $77,1^\circ < 90^\circ$, el triángulo es **AGUDO**.

5. Represente el triángulo en Geogebra utilizando la herramienta de vectores.

Representar el triángulo en Geogebra con los puntos:

$A(1, 2, 0)$, $B(4, 6, 0)$ y $C(3, 2, 5)$

Dibujar los vectores \vec{AB} , \vec{AC} y \vec{BC} y visualizar el ángulo de $77,1^\circ$ entre \vec{AB} y \vec{AC} .

extbfNota: Adjuntar el enlace o archivo de Geogebra correspondiente.

extbfEnlace: <https://www.geogebra.org/3d/tmjse7b>