

Ejercicio 4: Vectores en un videojuego 3D

Javier A.

Enunciado

En un videojuego 3D, un personaje se mueve en la dirección del vector

$$\vec{v}_1 = (4, 1, 0)$$

y el viento aplica una fuerza representada por el vector

$$\vec{v}_2 = (-1, 2, 0).$$

Realice lo siguiente:

1. Calcule el vector resultante del movimiento real del personaje ($\vec{v}_r = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$).

Desarrollo:

$$\begin{aligned}\vec{v}_r &= \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \\ &= (4, 1, 0) + (-1, 2, 0) \\ &= (4 + (-1), 1 + 2, 0 + 0) \\ &= (3, 3, 0)\end{aligned}$$

2. Determine la velocidad total (norma de \vec{v}_r).

Desarrollo:

$$\begin{aligned}\|\vec{v}_r\| &= \sqrt{3^2 + 3^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{9 + 9 + 0} \\ &= \sqrt{18} \\ &= 3\sqrt{2} \approx 4,2426\end{aligned}$$

3. Calcule algebraicamente el ángulo entre la dirección original del movimiento (\vec{v}_1) y la dirección afectada por el viento (\vec{v}_r).

Desarrollo:

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_r}{\|\vec{v}_1\| \|\vec{v}_r\|} \\ \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_r &= (4)(3) + (1)(3) + (0)(0) = 12 + 3 + 0 = 15 \\ \|\vec{v}_1\| &= \sqrt{4^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{16 + 1 + 0} = \sqrt{17} \\ \|\vec{v}_r\| &= 3\sqrt{2} \\ \cos \theta &= \frac{15}{\sqrt{17} \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{15}{3\sqrt{34}} = \frac{5}{\sqrt{34}} \\ \theta &= \arccos \left(\frac{5}{\sqrt{34}} \right)\end{aligned}$$

Aproximando:

$$\begin{aligned}\sqrt{34} &\approx 5,83095 \\ \cos \theta &\approx \frac{5}{5,83095} \approx 0,85749 \\ \theta &= \cos^{-1}(0,85749) \approx 31,0^\circ\end{aligned}$$

$$\text{Resultado: } \theta = \arccos \left(\frac{5}{\sqrt{34}} \right) \approx 31,0^\circ$$

4. Represente en Geogebra los 3 vectores y el ángulo determinado en el paso 3. Se debe adjuntar el enlace o archivo de Geogebra correspondiente.

Enlace: <https://www.geogebra.org/calculator/eeqvmjxt>

5. Explique con sus palabras cómo el viento afecta la dirección y la magnitud del movimiento.