

UNIVERSIDAD DE CHILE
**Departamento de Ciencias de
la Computación**
Control 1 CC4102
Semestre: Agosto 2010

Nombre:	CC4102
Título:	Diseño y Análisis de Algoritmos
Profesor(s):	Jérémy Barbay; Teresa Bracamonte Nole; Héctor Ferrada

Nombre del Alumno:

RUT del Alumno:

Fecha del Examen:	Miercoles, Septiembre 29
Horarios	Inicio: 16:15 Término: 17:45
Duración del Examen:	1:30 horas
Número de Páginas:	7 (página de título incluida)

Pb	Max	Nota
1	1.5	
2	1.5	
3	1.5	
4	1.5	
Total	6 (1-7)	

Problema 1 (1.5 puntos)

Sea un arreglo $A[1, \dots, n]$ ordenado de n elementos, un elemento x , y la tarea de encontrar $p \in \{1, \dots, n+1\}$ tal que $A[p-1] < x \leq A[p]$ si $p \leq n$ y $A[n] < x$ sino.

1. Cual es la definición del algoritmo de búsqueda por interpolación? Cual es su complejidad en promedio si los elementos del arreglo estan seleccionados uniformemente en un universo grande?
2. Cual es la definición del algoritmo de “doubling search”? Cual es su complejidad en el peor caso?
3. De un algoritmo de búsqueda por *extrapolación* inspirado de ambos algoritmos de búsqueda por interpolacion y de “doubling search”, que adivina una posición g basada en las dos ultimas posiciones comparadas a x (no se necesita la complejidad).

Problema 2 (1.5 puntos)

Un de los numerosos lagos del sur de Chile es contaminado con una bacteria muy poderosa. No es claro cual lago, pero la contaminación biológica se va a propagar a los otros lagos en algunos meses. El procedimiento para limpiar un lago es muy caro y muy destructivo para el lago, entonces es preferible de aplicarlo solamente al lago contaminado.

La asociación local para la protección de la naturaleza organizó una recolección de 16 extractos de agua de diferente lagos. Es posible probar si una pequeña cantidad de agua es contaminada con una incubadora en dos semanas. Desafortunadamente, la asociación puede utilizar solamente cuatro incubadoras de la universidad. Ellos saben que es posible examinar cuatros extractos de agua en dos semanas, o ocho en un mes, que necesitaria dos meses para probar 16 extractos. El miedo es que la contaminación biológica se propagage a todos los lagos antes que el análisis de los extractos sea terminada.

Ayude la asociación y explique a ellos el procedimiento para analizar los 16 extractos en solamente dos semanas, suponiendo que solamente un extracto contiene la bacteria, y utilizando el hecho que la incubadora puede detectar muy pequeñas cantidades de bacterias, como por ejemplo en una mezcla de extractos. Su explicación puede ser muy corta, pero necesita clarificar los puntos siguientes:

1. cuales experimentos son ejecutados;
2. como analizar los resultados de los experimentos;

3. una prueba de que la determinación sera terminada en dos semanas (o menos);

4. presente un ejemplo de solución con un diagrama.

Problema 3 (1.5 marks)

Un **min-max priority queue** es un tipo de datos abstracto que provee las operaciones **deleteMin** y **deleteMax**, muy similar al tipo de datos abstracto **min priority queue**. En este problema, n denota la cantidad máxima de elementos en la fila.

1. Describa un **min-max heap**, una estructura de datos tomando espacio $n + O(1)$ que implementa las operaciones **deleteMin** y **deleteMax** en tiempo $\mathcal{O}(\lg n)$ para cada operación, utilizando un solo árbol binario, y técnicas muy similares a las utilizadas para un **heap** usual.
2. Describa un algoritmo para agregar un nuevo elemento en un **min-max heap** en tiempo $\mathcal{O}(\lg n)$. Justifique su análisis de complejidad.
3. Describa como buscar y borrar el elemento mínimo en un **min-max heap** en un tiempo mínimo. Explique la complejidad de su algoritmo.

Problema 4 (1.5 puntos)

1. Defina los términos siguientes (de las formulas): $\mathcal{O}()$, $\Omega()$, $\Theta()$, $o()$ y $\omega()$

2. Rellene con las complejidades pedidas (exactas cuando se saben, no asintóticas, y en el modelo de comparaciones):

Problema	comparaciones	accesos a memoria externa
Buscar el mínimo en arreglo desordenado		
Buscar en arreglo desordenado		
Buscar en arreglo ordenado		
Buscar la mediana en arreglo ordenado		
Ordenar un arreglo desordenado		

3. De el código y la complejidad exacta del algoritmo que calcula el min y el max de un arreglo desordenado $A[1..n]$?