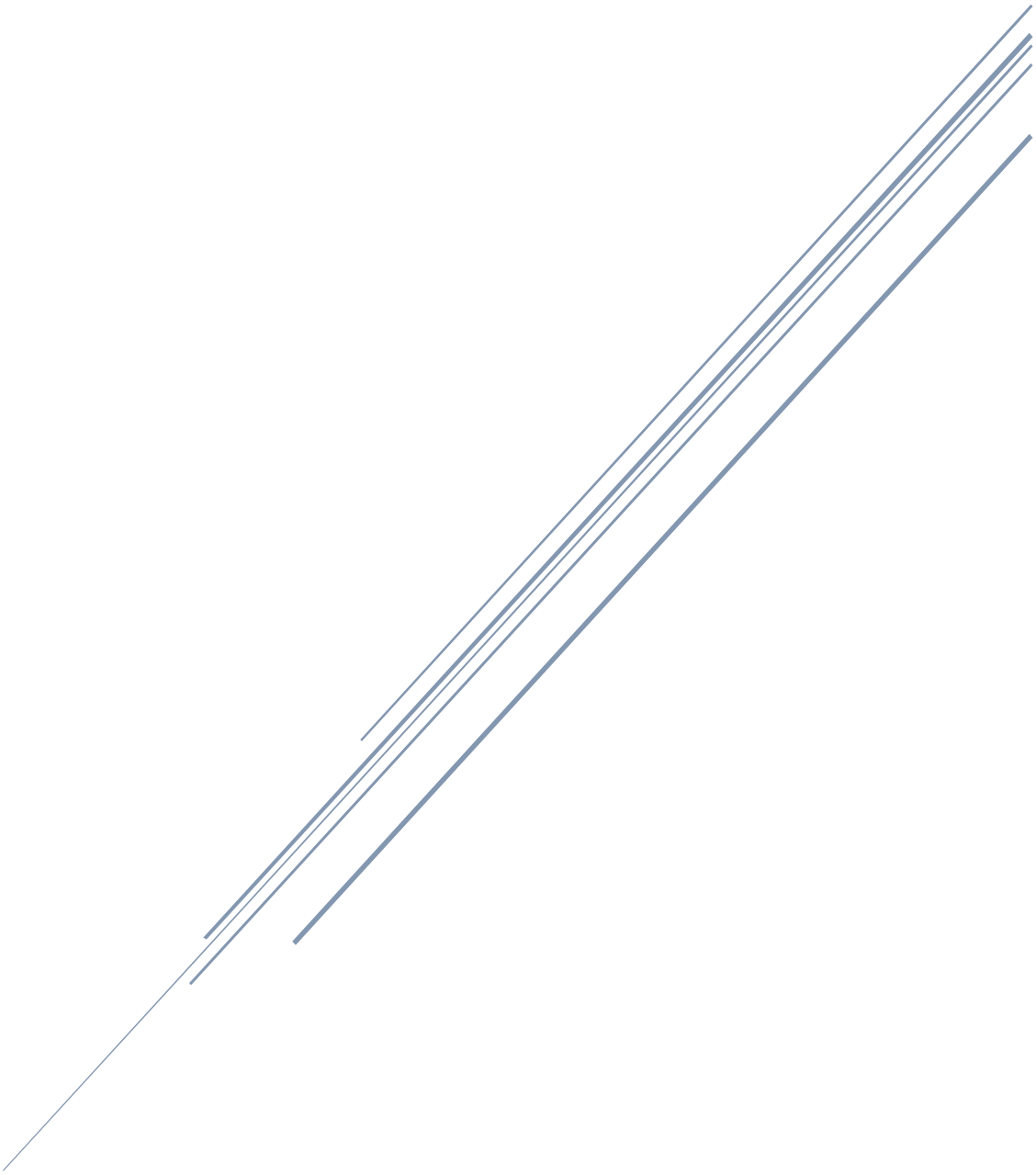
PRÁCTICA 7

NAIVE BAYES



TÉCNICAS DE APRENDIZAJE AUTOMÁTICO

JAVIER ABAD HERNÁNDEZ

1. Dadas dos variables aleatorias discretas, X e Y, y dada su distribución de probabilidad conjunta que aparece en la tabla, se pide:

a. ¿Cumple la distribución conjunta las propiedades de una distribución de probabilidades?

Para verificar si la distribución conjunta cumple con las propiedades de una distribución de probabilidad, es necesario comprobar que la suma de todas las probabilidades sea igual a 1 y que todas las probabilidades sean no negativas.

La suma de todas las probabilidades es como vemos en la tabla, = 1:

	x1	x2	x3	x4	P(Y)
y1	2/16	1/16	1/16	1/16	5/16
y2	1/16	2/16	2/16	1/16	6/16
y3	1/16	1/16	1/16	0	3/16
y4	0	2/16	0	0	2/16
P(X)	1/4	6/16	1/4	2/16	1,00

Todas las probabilidades son no negativas, por lo tanto, la distribución conjunta cumple con las propiedades de una distribución de probabilidad.

b. ¿Cuál es la probabilidad de $P(X=x1)$?

La probabilidad de P(X=x1) se puede calcular sumando todas las probabilidades en la fila correspondiente a x1:

P(X=x1) = P(X=x1, Y=y1) + P(X=x1, Y=y2) + P(X=x1, Y=y3) + P(X=x1, Y=y4) =

= 2/16 + 1/16 + 1/16 + 0 = 1/4

Por lo tanto, la probabilidad de P(X=x1) es 1/4.

c. ¿Cuáles son las distribuciones marginales de cada $P(X=x)$ y P(Y=y)?

i. Distribución marginal: distribución de probabilidad sobre un subconjunto de las variables aleatorias del espacio probabilístico

Para calcular las distribuciones marginales de X e Y, es necesario sumar las probabilidades en cada fila y en cada columna, respectivamente. Esto ya lo hemos realizado en la tabla mostrada en el apartado a)

	x1	x2	x3	x4	P(Y)
y1	2/16	1/16	1/16	1/16	5/16
y2	1/16	2/16	2/16	1/16	6/16
y3	1/16	1/16	1/16	0	3/16
y4	0	2/16	0	0	2/16
P(X)	1/4	6/16	1/4	2/16	1,00

i. La distribución marginal es la distribución de probabilidad de una variable aleatoria en el espacio probabilístico, sin tener en cuenta las demás variables. En este caso, las distribuciones marginales son P(X) y P(Y), respectivamente.

d. ¿Verifican las distribuciones marginales las propiedades de una distribución de probabilidades?

Las distribuciones marginales también deben cumplir con las propiedades de una distribución de probabilidad, es decir, la suma de todas las probabilidades debe ser igual a 1 y todas las probabilidades deben ser no negativas. En este caso, se puede verificar que ambas distribuciones marginales cumplen con estas propiedades.

2. Utilizando el conjunto de datos weather.nominal.practica que se proporciona, determinar la clasificación Naive Bayes de las siguientes instancias, utilizando la estimación de máxima verosimilitud (frecuencial) y sin utilizar ninguna herramienta de minería de datos:

a. X_1 < sunny, cool, normal, false >

Contamos las instancias que hay para cada posibilidad y hallamos su probabilidad:

Clases:

P(Play = no) = 5/14 = 0,357

P(Play = yes) = 9/14 = 0,643

Atributos:

P(Outlook = sunny | Play = no) = 3/5 = 0,6

P(Outlook = sunny | Play = yes) = 2/9 = 0,22

P(Temperature = cool | Play = no) = 1/5 = 0,2

P(Temperature = cool | Play = yes) = 5/9 = 0,55

P(Humidity = normal | Play = no) = 1/5 = 0,2

P(Humidity = normal | Play = yes) = 6/9 = 0,66

P(Windy = false | Play = no) = 2/5 = 0,4

P(Windy = false | Play = yes) = 5/9 = 0,55

*P(Play = no | <sunny, cool, normal, false>)= P(Play = no) * P(Outlook = sunny | Play = no) * P(Temperature = cool | Play = no) * P(Humidity = normal | Play = no) * P(Windy = false | Play = no) = 0,357 * 0,6 * 0,2 *0,2 * 0,4 = 0,0034272*

*P(Play = yes | <sunny, cool, normal, false>)= P(Play = yes) * P(Outlook = sunny | Play = yes) * P(Temperature = cool | Play = yes) * P(Humidity = normal | Play = yes) * P(Windy = false | Play = yes) = 0,643 * 0,22 * 0,55 * 0,66 * 0,55 = 0,0282424*

V_{nb} = yes, ya que tiene una probabilidad mayor

b. X_2 =< overcast, hot, high, true >

Clases

P(Play = no) = 5/14 = 0,357

P(Play = yes) = 9/14 = 0,643

Atributos

P(Outlook = overcast | Play = no) = 0/5 = 0

P(Outlook = overcast | Play = yes) = 2/9 = 0,22

P(Temperature = hot | Play = no) = 2/5 = 0,4

P(Temperature = hot | Play = yes) = 0/9 = 0

P(Humidity = high | Play = no) = 4/5 = 0,8

P(Humidity = high | Play = yes) = 3/9 = 0,33

P(Windy = true | Play = no) = 3/5 = 0,6

P(Windy = true | Play = yes) = 4/9 = 0,44

*P(Play = no | <overcast, hot, high, true>)= P(Play = no) * P(Outlook = overcast | Play = no) * P(Temperature = hot | Play = no) * P(Humidity = high | Play = no) * P(Windy = true | Play = no) = 0,357 * 0 * 0,4 * 0,8 * 0,6 = 0*

*P(Play = yes | <overcast, hot, high, true>)= P(Play = yes) * P(Outlook = overcast | Play = yes) * P(Temperature = hot | Play = yes) * P(Humidity = high | Play = yes) * P(Windy = true | Play = yes) = 0,643* 0,22 * 0 * 0,33 * 0,44 = 0*

Como tenemos valores que son = 0 (outlook y temperature) , voy a proceder a realizar una corrección de muestreo, donde ignoramos ambos.

no = 0,357 * 0,4 * 0,8 * 0,6 = 0,068544

yes = 0,643 * 0,22 * 0,33 * 0,44 = 0,020539

V_{nb} = no, ya que tiene una probabilidad mayor.

3. Utilizando Weka y el clasificador NaiveBayes determinar la clasificación de los ejemplos anteriores: a. ¿Coindice con la clasificación calculada en el ejercicio anterior?

```
=== Summary ===

Correctly Classified Instances           2               100      %
Incorrectly Classified Instances         0                 0      %
Kappa statistic                          1
Mean absolute error                      0.2027
Root mean squared error                  0.2046
Relative absolute error                 40.5438 %
Root relative squared error             39.7076 %
Total Number of Instances                2
```

```
=== Summary ===

Correctly Classified Instances           0                 0      %
Incorrectly Classified Instances         2               100      %
Kappa statistic                         -1
Mean absolute error                      0.7973
Root mean squared error                  0.7978
Relative absolute error                159.4562 %
Root relative squared error            154.7908 %
Total Number of Instances                2
```

Esto ocurre por este conjunto de datos de prueba:

```
@data

sunny,cool,normal,FALSE,no
overcast,hot,high,TRUE,yes
```

4. Entrenar, con Weka, un clasificador Naive Bayes para el conjunto de datos weather.nominal.practica

a. Estimar la tasa de error cometida por el clasificador utilizando validación cruzada de 10 particiones.

```
=== Summary ===

Correctly Classified Instances           8               57.1429 %
Incorrectly Classified Instances         6               42.8571 %
Kappa statistic                          0.0667
Mean absolute error                      0.3939
Root mean squared error                  0.4767
Relative absolute error                 82.7157 %
Root relative squared error             96.6215 %
Total Number of Instances               14
```

Como podemos ver, la tasa de error con validación cruzada de 10 particiones para Naive Bayes, es de 0.428571, es decir, el 42,8571%.

b. Examinar la salida proporcionada por el Explorer y determinar cómo está estimando esta implementación de Naive Bayes los parámetros del clasificador.

```
=== Classifier model (full training set) ===

Naive Bayes Classifier

                Class
Attribute         yes     no
               (0.63)  (0.38)
==============================
outlook
  sunny            3.0    4.0
  overcast         3.0    1.0
  rainy            6.0    3.0
  [total]         12.0    8.0

temperature
  hot              1.0    3.0
  mild             5.0    3.0
  cool             6.0    2.0
  [total]         12.0    8.0

humidity
  high             4.0    5.0
  normal           7.0    2.0
  [total]         11.0    7.0

windy
  TRUE             5.0    4.0
  FALSE            6.0    3.0
  [total]         11.0    7.0
```

Weka utiliza estimación Bayesiana, se resuelve con esta ecuación:

$P(A = ai \mid B = bj) = (nc+mp)/(n+m)$

Usando el estimador de Laplace:

$p = 1 / Val(a_i)$ y $m = val(a_i)$

5. El conjunto de datos weather.nominalX6 se ha generado repitiendo cada instancia del conjunto weather.nominal.practica seis veces. Entrenar con Weka un clasificador Naive Bayes para este conjunto de datos:

a. Estimar la tasa de error cometida por el clasificador utilizando validación cruzada de 10 particiones.

```
=== Summary ===

Correctly Classified Instances          71               84.5238 %
Incorrectly Classified Instances        13               15.4762 %
Kappa statistic                          0.6553
Mean absolute error                      0.254
Root mean squared error                  0.3689
Relative absolute error                 55.1685 %
Root relative squared error             76.9784 %
Total Number of Instances               84
```

Como podemos ver, la tasa de error es del 15.4762% es decir, es 0.154762.

b. Compare esta tasa de error con la estimada en el ejercicio anterior y discuta los resultados.

La tasa de error en 5a es significativamente menor que en 4a. Esto podría deberse a que al repetir instancias en el conjunto de datos weather.nominalX6, se introdujo un sesgo en los datos que permitió al clasificador aprender a reconocer instancias específicas en lugar de generalizar a nuevos datos. Esto puede resultar en una mayor precisión en los datos de entrenamiento, pero una menor precisión en nuevos datos no vistos.