



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y SISTEMAS
ICS2122 TALLER DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA (2023-2)

Localización Óptima de Bodegas

Grupo 16

Álvaro Cruz Errázuriz
Dante Comparini Jiménez
Javiera Gebhardt Rishmague
Martín González Sepúlveda
José Ignacio Fernández Rodríguez
Diego Nahum Viada
Diego San Martín González

Índice

1. Resumen Ejecutivo	4
2. Introducción	5
2.1. Descripción del Problema	5
2.2. Objetivos del Proyecto	5
3. Análisis de Datos	5
3.1. Información Disponible	6
3.2. Distribución de la Demanda	6
3.2.1. Distribución Temporal	6
3.2.2. Distribución Espacial	7
3.3. Categorización de Clientes	8
3.4. Definición del Caso Base	9
3.4.1. Simplificaciones	10
3.4.2. Medición del Nivel de Servicio Actual	10
4. Implementación del <i>p-median problem</i>	12
4.1. Análisis de la literatura	12
4.2. Metodología	14
4.3. Resultados Iniciales	15
5. Mejoras y Análisis de Sensibilidad Inicial	16
5.1. Implementación de Distancias Reales	16
5.2. El Caso de la Segunda Bodega más Cercana	19
5.3. Análisis de Sensibilidad Inicial para la Velocidad y la Categorización	19
5.3.1. Variación de la Velocidad Promedio	19
5.3.2. Variación de la Categorización	20
6. Definición de Parámetros y Configuraciones	22
7. Consolidación de la Carga	23
7.1. Descripción e Implementación	23
7.2. Resultados y Análisis	25
8. Conjunto Óptimo de Bodegas: Caso Actual y Caso Futuro	26
9. El Problema de Asignación de Localizaciones (LAP)	27
9.1. Descripción del Modelo	27
9.2. Resultados Preliminares	29
9.3. Mejoras en la Implementación	31

9.4. Resultados y Análisis	33
9.4.1. Caso Actual	33
9.4.2. Caso Futuro	34
10. Tamaños de las Bodegas	36
11. Análisis de la Distribución de la Demanda	39
12. Simulación	43
13. Resultados y Recomendaciones Finales	45
13.1. Resumen de los Resultados	45
13.2. Recomendaciones Finales	47
13.2.1. Implementar el Caso Actual	47
13.2.2. Planificar el Caso Futuro	47

1. Resumen Ejecutivo

La logística que una empresa de distribución requiere para funcionar de manera óptima es compleja, ya que debe considerar diversas variables como el número de bodegas con las cuales operar, su capacidad y ubicación, la categorización de los clientes y su asignación a las bodegas. En este proyecto, se busca optimizar todos estos aspectos de una empresa que opera a lo largo de Chile con 10 bodegas, con el fin de brindarle un plan estratégico a futuro que le permita satisfacer la demanda de sus clientes, reduciendo los costos asociados a las bodegas y el transporte sin hacer decaer el nivel de servicio.

Para conseguir lo anterior, en primera instancia se estudia la situación actual de la empresa asumiendo simplificaciones como el uso de distancias Manhattan y despachos no consolidados. Se analizaron los datos de ventas de la empresa y en base a ello se planteó una nueva categorización según los distintos niveles de prioridad de los clientes. Luego, implementando el modelo *p-median*, se optimizaron las asignaciones cliente-bodega actuales y se analizaron los efectos sobre el nivel de servicio al realizar las asignaciones óptimas con menos bodegas. En esta línea, se consideraron varios análisis distintos, tales como sensibilizar los parámetros, realizar asignaciones a la segunda bodega más cercana e incluir la posibilidad de consolidar la carga de los despachos.

A continuación, con los resultados iniciales del análisis, se definió un conjunto óptimo de 3 bodegas, tanto para hoy como para el futuro, el cual permite operar con un mejor nivel de servicio y menores costos. Luego, buscando perfeccionar la solución, se implementó un nuevo modelo de asignación de localización (LAP), el cual permite determinar libremente en el plano las ubicaciones óptimas de las bodegas. Dada su mayor complejidad computacional, fue necesario implementar mejoras para hacer su resolución más eficiente, obteniendo exitosamente las posiciones óptimas de las 3 bodegas que permiten satisfacer el nivel de servicio de forma apropiada. Además, analizando las demandas semanales de cada una de estas bodegas, junto a los costos fijos y variables asociados a su operación, se obtuvieron los tamaños óptimos de cada bodega que minimizan sus costos totales. A partir de ello, se analizó el crecimiento de tamaño en que debiese incurrir cada una para hacer frente a la demanda futura.

Por último, se realizó un análisis de la distribución de la demanda, ajustando distintas distribuciones para cada una de las bodegas y temporadas de ventas. Lo anterior fue utilizado para realizar una simulación de las ventas semanales proyectadas a futuro, y así poner a prueba la robustez del modelo y de los tamaños óptimos frente a la variabilidad de los costos totales de operación de cada bodega. Con esto, y junto al resultado de todos los modelos y análisis previos, se cierra el proyecto entregando a la empresa los principales resultados, junto a una serie de recomendaciones estratégicas a seguir para optimizar su logística y enfrentar el escenario de demandas futuras de la mejor forma costo-eficiente.

2. Introducción

2.1. Descripción del Problema

El problema se desarrolla en el contexto de una empresa de distribución, la cual cuenta con bodegas a lo largo de todo el territorio chileno, satisfaciendo a través de ellas la demanda de sus clientes. Esta empresa dispone actualmente de 10 bodegas, y cree que puede reducir su número sin afectar significativamente el nivel de servicio que le brinda a sus clientes. Con respecto a esto último, la empresa necesita también definir su nivel de servicio, a través de la categorización de los clientes en 3 niveles de acuerdo con su nivel de venta: *premium*, *gold* y *silver*, los cuales deben recibir sus productos antes de 12, 24 y 48 horas, respectivamente.

Se dispone de la información de la demanda histórica de los clientes los últimos 6 años, la demanda anual proyectada en 10 años más y las ubicaciones geográficas tanto de los clientes como de las bodegas. A partir de estos datos, y la problemática descrita, el objetivo de este proyecto es determinar, tanto para el presente como para el futuro, el número adecuado de bodegas junto con sus ubicaciones geográficas y sus tamaños óptimos, al mismo tiempo que se categorizan los clientes y se determinan sus asignaciones óptimas, controlando el cumplimiento del nivel de servicio.

2.2. Objetivos del Proyecto

1. Caracterizar la distribución de la demanda de los clientes, analizando los datos tanto de forma temporal como espacial, con el fin de determinar la línea base de la operación actual del sistema.
2. Determinar el nivel de servicio a los clientes, definiendo las categorías en base a los niveles de venta y verificando el cumplimiento de los tiempos de despacho en distintos escenarios.
3. Construir un modelo para determinar la ubicación óptima de un número definido de bodegas, de manera que se puedan minimizar las distancias y determinar la asignación de los clientes, para así poder evaluar los niveles de servicio.
4. Establecer el costo de operación, eliminar las simplificaciones iniciales y variar el número de bodegas, determinando el impacto en el nivel de servicio y los costos tanto para el presente como para el futuro.
5. Analizar el impacto que tiene la variabilidad de la demanda y de los tiempos de viaje sobre el nivel de servicio y los costos de las soluciones propuestas.

3. Análisis de Datos

En esta sección se analizan los datos entregados, tanto su comportamiento como las tendencias, buscando entender la situación actual de la empresa con el objetivo de determinar una categorización para los clientes y medir la calidad actual del nivel de servicio. Previo a comenzar, se depuró la base datos completa, descartando valores nulos y duplicados para evitar errores. Además, se añadieron cuatro comunas a la base de datos, las cuales se encontraban en la información de ventas, pero no tenían la ubicación de su centroide.

3.1. Información Disponible

Entre los datos disponibles se encuentran un total de 10 bodegas y sus coordenadas geográficas a lo largo de Chile. También, se tienen un total de 66.126 ventas históricas desde el 2017 hasta el 2022, las cuales contienen información sobre el ID del cliente, la comuna a la cual pertenece, la cantidad que compró y la bodega desde la cual se realizó el despacho. Analizando estas ventas, se identificaron 2.856 clientes distintos ubicados en 347 comunas, de las cuales también se disponen las coordenadas geográficas de sus centroides. Por otro lado, existe también una proyección de las ventas de los clientes a 10 años (2032), las cuales contienen su información de la misma forma que las ventas históricas.

3.2. Distribución de la Demanda

Para analizar la distribución de la demanda, se utilizó la información de las ventas históricas en el transcurso de los años entre 2017 y 2022, junto a la proyección de las cantidades demandadas para el año 2032.

3.2.1. Distribución Temporal

En primer lugar, es de interés observar la evolución de las demandas totales anuales a través del tiempo, considerando los períodos desde el 2017 hasta el 2022, además de la proyección a 10 años más. Para esto, se calculó la demanda total anual de la empresa a partir de la suma de todas las cantidades vendidas a los clientes en cada año. En el siguiente gráfico se presenta la evolución de la demanda total respecto al tiempo:

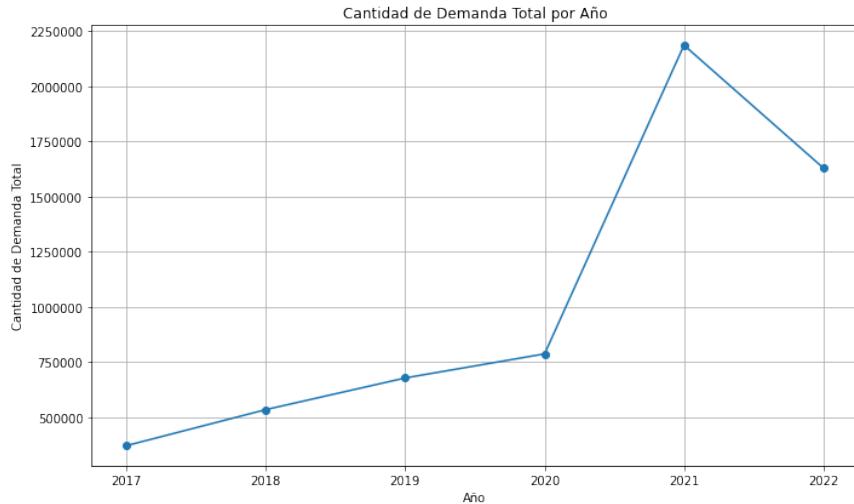


Figura 1: Evolución de la demanda total a lo largo del tiempo

La Figura 1 permite observar que la demanda fue creciendo de forma lineal desde el año 2017 hasta el año 2020, para luego dispararse el año 2021 y volverse menos predecible. Ahora bien, lo que de verdad interesa es observar la demanda proyectada a futuro y compararla con la actual. Esto abre una interrogante inicial: las decisiones óptimas tomadas hoy, ¿seguirán siendo óptimas en el futuro? Para profundizar en ello, se calculó para cada bodega su promedio anual de ventas para los años entre 2017 y 2022, y se comparó con la cantidad de ventas proyectadas, para cada bodega, para el año 2032. A continuación, se presenta el histograma obtenido:

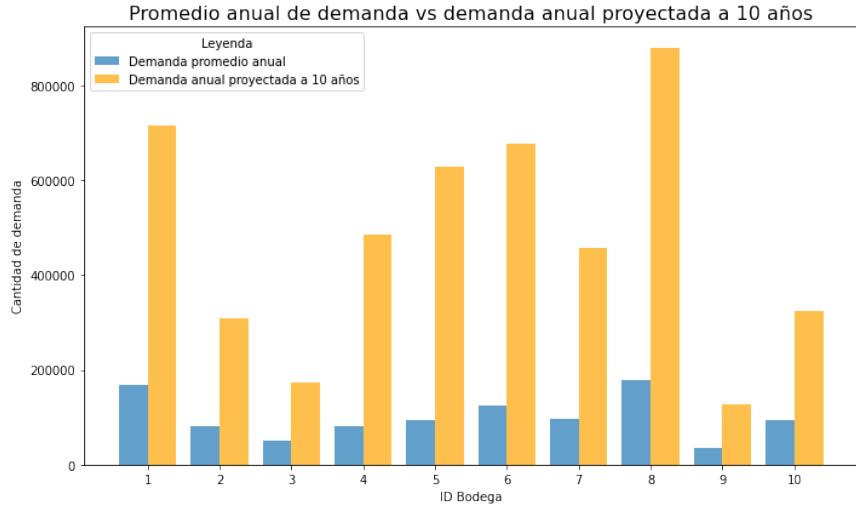


Figura 2: Comparación del promedio anual de demanda con la demanda proyectada a 10 años (por bodega)

En la Figura 2 se puede observar que la demanda total va a incrementar enormemente para cada una de las bodegas en el año de la proyección, lo cual hace sentido con lo deducido de la Figura 1. Pero además se observa que el crecimiento en la demanda no será proporcional entre todas las bodegas, lo cual, volviendo a la interrogante planteada, pareciera indicar que, efectivamente, la solución óptima para las bodegas actualmente no seguirá siendo la solución óptima para las bodegas en el futuro. Esto abre un importante desafío para el proyecto que también deberá ser abordado.

3.2.2. Distribución Espacial

Con respecto a la distribución en el espacio geográfico, se puede apreciar en la Figura 3 que la demanda histórica se encuentra distribuida dentro de Chile, específicamente entre la región de Coquimbo y la región de Los Lagos. En particular, se puede observar que los puntos de demanda se concentran en las grandes ciudades del país, observando altas cantidades cerca de las ubicaciones de las bodegas 2, 3, 5, 7, 8 y 9. De todas maneras, se puede notar que, pese a que existen concentraciones, la demanda agregada de los clientes se encuentra distribuida de manera relativamente homogénea a lo largo de toda la zona.

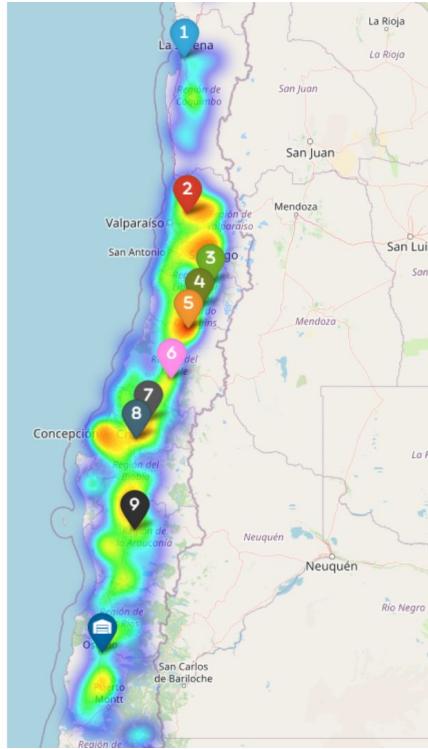


Figura 3: Mapa de calor de las cantidades históricas de demanda, junto a la ubicación de las bodegas actuales

3.3. Categorización de Clientes

La empresa, además, busca definir 3 categorías de clientes para determinar el nivel de servicio que debe satisfacer. Esto se debe realizar considerando el nivel de venta, es decir, la cantidad total de compras de cada cliente en el intervalo entre 2017 y 2022. Luego, a partir de esto último, se dividen a los clientes en tres categorías: *Premium*, *Gold* y *Silver*. Los clientes *Premium* deben recibir su pedido a más tardar en 12 horas, los *Gold* en 24 horas y los *Silver* en 48 horas.

Para realizar esta categorización, se utilizó como inspiración el principio de Pareto, considerando la cantidad de demanda acumulada de pedidos. Este principio afirma que aproximadamente el 80 % de los resultados proviene del 20 % de las causas o esfuerzos. En este caso en particular, se ordenaron los clientes de manera descendiente en términos de su demanda acumulada en el período 2017-2022. Luego, a partir de ello, se construyó un gráfico de porcentaje acumulado de demanda total frente al porcentaje acumulado de clientes, el cual se presenta a continuación:

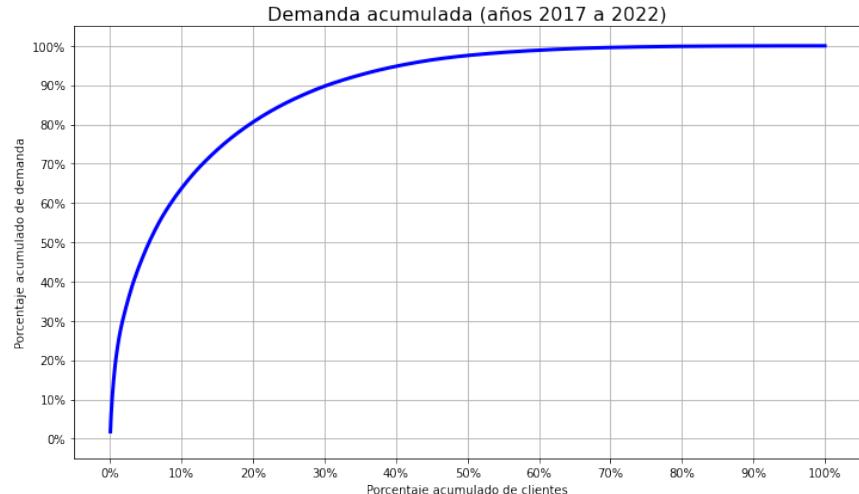


Figura 4: Demanda acumulada entre los años 2017 a 2022

En la Figura 4 se puede notar claramente que se cumple con el principio señalado, ya que aproximadamente el 80 % de la demanda acumulada proviene del 20 % de los clientes que más compraron, lo que se traduce en que una minoría de los consumidores son responsables de la gran mayoría de las ventas.

Considerando lo recién analizado, se definieron dos umbrales para realizar la categorización: el 25 % y el 75 % del total de la demanda. Esto no es exactamente igual a lo señalado en el principio de Pareto (pues este divide a la población en solo dos secciones), sin embargo, mantiene y amplía el mismo concepto. De esta forma, se determinó la categorización inicial de la siguiente manera:

- **Clientes Premium:** son los clientes que en su conjunto aportan con el último 25 % del total de la demanda. Son asignados 34 clientes en esta categoría.
- **Clientes Gold:** son los clientes que en su conjunto aportan entre el 25 % y el 75 % del total de la demanda. Son asignados 421 clientes en esta categoría.
- **Clientes Silver:** Son los clientes que en su conjunto aportan con el primer 25 % del total de la demanda. Son asignados 2401 clientes en esta categoría.

3.4. Definición del Caso Base

Es importante establecer una línea base para poder comparar los resultados que se estudiarán posteriormente y determinar si estos cumplen el objetivo propuesto, el cual consiste en evaluar si es posible una disminución de las bodegas sin afectar significativamente el nivel de servicio. Para ello, se define el caso base como la asignación actual cliente-bodega utilizada por la empresa durante los años 2017 a 2022. En otras palabras, el caso base considera 10 bodegas inamovibles y con un tamaño indefinido, tal que pueden cubrir la demanda de todos los clientes que tienen asignados.

3.4.1. Simplificaciones

Previo a determinar el rendimiento actual del caso base respecto a los niveles de servicio, se consideraron algunos supuestos o simplificaciones. En primer lugar, dentro de lo respectivo a los tiempos, no se consideró el tiempo variable de preparación de pedidos, el que claramente debe ser incorporado en versiones posteriores para incorporar la incertidumbre de este proceso al problema. En segundo lugar, las distancias entre clientes y bodegas son medidas a través del método de distancias Manhattan, el cual calcula la distancia entre dos puntos en un espacio a través de la suma de las diferencias absolutas entre las coordenadas de sus puntos a lo largo de cada dimensión (en este caso, latitud y longitud). En este caso, sean (x_j, y_j) las coordenadas de una bodega j , y (x_i, y_i) las coordenadas de un cliente i , entonces la distancia Manhattan d_{ij} entre ambos se calcula de la siguiente manera:

$$d_{ij} = |x_j - x_i| + |y_j - y_i|$$

Esta métrica se utiliza comúnmente en problemas de optimización y análisis de rutas en entornos urbanos, o también en situaciones donde se siguen rutas rectilíneas como suele ser en el caso de Chile, el cual tiene un gran eje vertical, por lo que el uso de las distancias Manhattan es una buena aproximación inicial para abordar el problema. Además, esta medida simplifica el cálculo de las distancias, entregando una aproximación de estas.

En tercer lugar, para el cálculo de los tiempos de viaje, se consideró que la velocidad de los vehículos de despacho (se asumen camiones) es de 30 km/h en promedio durante todo el trayecto. Este es un valor aproximado que permite, en conjunto con las distancias, cuantificar los tiempos de viaje, y así poder analizar el cumplimiento del nivel de servicio para las distintas categorías de clientes.

Finalmente, para el caso base, se considera también una última simplificación, la cual es la inexistencia de consolidación de carga entre distintos pedidos para los vehículos de despacho. De esta manera, se asume inicialmente que existe un único vehículo de despacho por cada cliente, el cual despacha solo a ese cliente. Esta simplificación permite modelar el tiempo de viaje de manera directa entre las bodegas y los clientes, y en versiones posteriores se eliminará este supuesto para acercar el problema a la realidad, en que la empresa probablemente no dispone de muchos camiones para poder asignar uno distinto a cada cliente.

3.4.2. Medición del Nivel de Servicio Actual

Como se ha señalado previamente, es sumamente relevante poder cumplir el nivel de servicio de los clientes, el cual viene determinado por la categoría de cada uno. En los gráficos de la Figura 5 y la Figura 6 se representan el nivel de cumplimiento del servicio actual, es decir, del caso base dado por las asignaciones cliente-bodega utilizadas actualmente por la empresa. Esto se realizó considerando velocidades promedio tanto de 30 km/h como de 45 km/h :

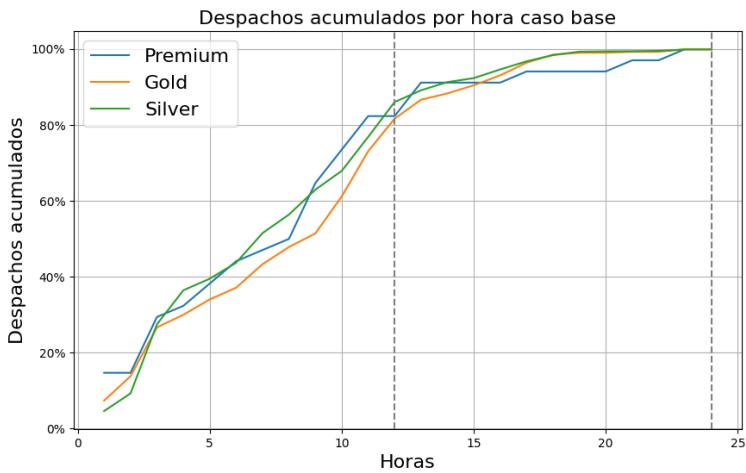


Figura 5: Porcentaje de la demanda satisfecha acumulada por hora, para el caso base y $v=45 \text{ km/h}$

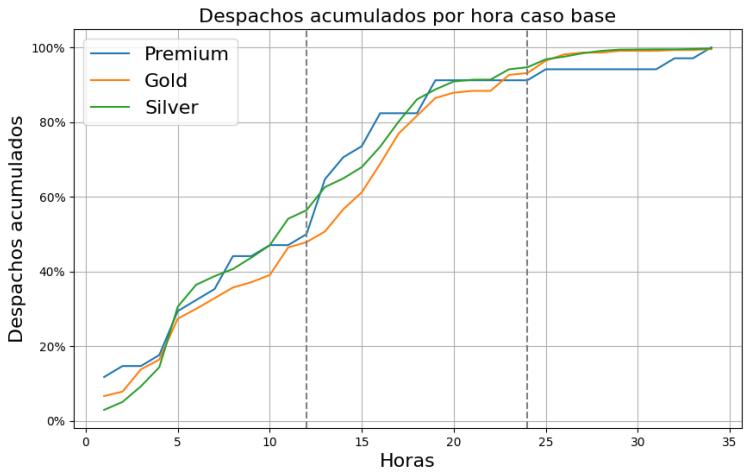


Figura 6: Porcentaje de la demanda satisfecha acumulada por hora, para el caso base y $v=30 \text{ km/h}$

Los gráficos acumulados muestran el porcentaje de la demanda satisfecha a lo largo de las horas para las distintas categorías. Al analizar el escenario con velocidad promedio de 45 km/h (Figura 5), se observa que los niveles de servicio se atienden completamente en todas las categorías, con la única excepción de los clientes *Premium*. Sin embargo, al reducir la velocidad promedio a 30 km/h (Figura 6), el nivel de servicio experimenta una notable disminución, afectando de manera significativa a la categoría de clientes *Premium*, pero también en menor medida a la categoría *Gold*. En la Tabla 1 se presentan los porcentajes específicos de cumplimiento para cada caso. Cabe destacar que este tipo de tabla será la principal forma de comunicar los resultados a lo largo del informe. En ella, se presentan los porcentajes de clientes de cada categoría que recibieron su despacho en un tiempo menor al indicado por su categorización respectiva (12, 24 y 48 horas para *Premium*, *Gold* y *Silver* respectivamente).

Resultados Caso Base (10 bodegas, distancia Manhattan)			
Velocidad (km/h)	% Premium Cumplido	% Gold Cumplido	% Silver Cumplido
30	50	93.1	99.9
45	82.4	100	100

Tabla 1: Porcentajes de demanda satisfecha por categoría para el caso base

A partir de estos números se puede concluir que la asignación actual de clientes y bodegas deja un gran porcentaje de clientes *Premium* insatisfechos, tanto para la velocidad de 30 km/h como para la de 45 km/h . Lo anterior deja un gran margen de mejora para la implementación de soluciones alternativas, especialmente con respecto a los clientes *Premium*, los cuales cabe recordar que hacen el 80 % de las ventas totales de la empresa, por lo que son indispensables para ella.

4. Implementación del *p-median problem*

Luego de analizar los datos disponibles, la categorización de clientes y la situación del caso base, el objetivo es proponer un nuevo modelo de asignaciones cliente-bodega que permita a la empresa operar de manera más eficiente. Para esto, se procedió a construir un modelo que permite determinar la ubicación óptima de un número definido (llamémosle p) de bodegas, buscando minimizar las distancias entre los clientes y sus bodegas asignadas. Este problema se conoce en la literatura como el *p-median problem*, y ha sido ampliamente estudiado a lo largo de los últimos años en el campo de la Investigación Operativa. En esta sección se describirá la adaptación del modelo del *p-median* y la metodología utilizada para su implementación, junto con el análisis de los resultados iniciales obtenidos.

4.1. Análisis de la literatura

El *p-median problem* (*pMP* por sus siglas en inglés) es un problema de optimización combinatorial, introducido por primera vez por Hakimi en 1965 (Snyder y Shen, 2019, p. 298). El *pMP* pertenece al conjunto de los modelos conocidos en la literatura como los *facility location models*, los cuales han sido ampliamente estudiados en el campo de la Investigación Operativa dada su relevancia para abordar múltiples problemas de logística y cobertura.

El modelo de optimización del *pMP*, dadas p ubicaciones posibles para las bodegas y un conjunto de clientes determinado, minimiza la distancia total entre las bodegas y los clientes. Entrando en el detalle de la formulación matemática, a continuación se describen los conjuntos, parámetros y variables, finalizando con el modelo de optimización. La formulación aquí presentada fue adaptada a las características del problema de localización óptima de bodegas abordado en este informe, a partir de la formulación propuesta por Snyder y Shen (2019, p. 298).

Conjuntos:

- I : Conjunto de clientes
- J : Conjunto de potenciales ubicaciones de bodegas

Parámetros:

- d_{ij} : Distancia entre el cliente $i \in I$ y la bodega $j \in J$
- p : Número de bodegas a ubicar

Variables de Decisión:

- $x_j : \begin{cases} 1 & \text{Si la bodega } j \in J \text{ es abierta} \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$
- y_{ij} : Fracción de la demanda del cliente $i \in I$ que es asignada a la bodega $j \in J$

Modelo:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_{ij} y_{ij} \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{j \in J} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (1) \\ & y_{ij} \leq x_j \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2) \\ & \sum_{j \in J} x_j = p \quad (3) \\ & x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J \quad (4) \\ & y_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (5) \end{aligned}$$

Previo a explicar el modelo, cabe destacar que la variable y_{ij} , pese a estar definida en la restricción (5) como una variable continua, cumple con la propiedad de integralidad, es decir, siempre tomará valores binarios de 1 o 0 en la solución óptima del problema. De esta manera, el modelo nunca asignará fracciones de demanda de un cliente a una bodega, sino que asignará todo o nada. En general, el modelo se comprende mejor entendiendo esta variable como binaria, pero se define de forma continua para aprovechar su relajación en la implementación computacional del modelo (ya que las variables binarias suelen ser más difíciles de trabajar).

La función objetivo del modelo minimiza la suma total de las distancias a la bodega asignada de cada cliente. Cabe mencionar que en la formulación propuesta por Snyder y Shen (2019, p. 298) la distancia se encuentra ponderada por el parámetro h_i , el cual corresponde a la demanda total del cliente $i \in I$. Esta variante de la función objetivo, conocida como *demand-weighted distance*, arroja la misma solución óptima que la función objetivo acá

explicitada, pero se decidió no incluirla ya que el valor objetivo, en medida de distancia, es más entendible para el caso y útil como medida de desempeño.

La restricción (1) asegura que cada cliente sea asignado a una única bodega. La restricción (2) permite asignar un cliente i a una bodega j , si y solo si la bodega j es abierta. A continuación, la restricción (3) obliga al modelo a abrir una cantidad de bodegas igual a p . Por último, la restricción (4) indica que la variable x_j es binaria, es decir, solo tiene dos posibles opciones: abrirla o cerrarla.

El p MP es un problema NP-hard, pero a pesar de ello, puede resolverse de forma relativamente eficiente gracias a que su relajación lineal es bastante apretada (Snyder y Shen, 2019, p. 299). A pesar de que existen diversos métodos exactos y heurísticas para abordar este problema, se optó por aprovechar su relajación lineal y resolverlo a través del *software* de optimización Gurobi, el cual cuenta con diversos métodos para abordar el p MP de forma eficiente.

4.2. Metodología

Para la implementación del modelo se trabajó en el entorno *Python-Gurobi*. En primer lugar, se construyeron los datos agrupando las ventas por ID de cliente y determinando la ubicación geográfica de cada cliente según el centroide de su comuna. A continuación, con la información agrupada, se construyeron los diccionarios que contienen los datos de las bodegas y los clientes, los cuales se ocuparon para construir la matriz de distancias cliente-bodega (implementada en forma de diccionario), calculando las distancias Manhattan. Esto último se realizó haciendo una transformación de las coordenadas geográficas a metros, para luego ocupar la fórmula descrita en el apartado 3.4.1. para obtener las distancias Manhattan de cada par. Finalmente, se implementó también una función para realizar la categorización de los clientes según lo que se explicitó en la sección 3.3.

En segundo lugar, el modelo de optimización se inicializa como una clase, la cual incorpora como atributos todos los parámetros, conjuntos, variables, restricciones y función objetivo. Los parámetros recibidos son la cantidad de bodegas a seleccionar (p), la velocidad promedio de los vehículos de despacho y la matriz de distancias a utilizar (en forma de diccionario). Luego, se definen los distintos métodos asociados a la clase, entre los que se consideran la optimización del modelo, el cálculo de los tiempos de viaje por cliente (en base a la solución óptima), la generación del *dataframe* con los resultados y la creación del mapa de asignaciones. El *dataframe* se almacena en un *Excel* que contiene, para cada cliente, la bodega asignada, a qué categoría pertenece (expresado en horas límite para despachar, es decir, 12, 24 o 48) y si cumple o no con el nivel de servicio (valor 1 si cumple, 0 si no).

Finalmente, en base a estos resultados, se hace un análisis de datos con las herramientas de *Excel*, construyendo las tablas de resultados, y también se realizan gráficos con la librería *Matplotlib* de *Python*. Además, se grafican los resultados y datos en un mapa dinámico con la librería *Folium* de *Python*. Se utilizó el entorno *GitHub* para almacenar todos los archivos. Todo el detalle de los archivos y códigos utilizados se puede encontrar en el repositorio grupal.

4.3. Resultados Iniciales

En esta sección, se presentan los resultados iniciales obtenidos con el modelo *p-median*. Es importante destacar que se realizaron múltiples ejecuciones, variando los parámetros de cantidad de bodegas p y la velocidad promedio de los vehículos de despacho, con el objetivo de analizar distintos escenarios. En específico, se estudiaron en detalle los resultados del *p-median* para $p = 10$, $p = 5$ y $p = 3$ en dos escenarios distintos: el primero con velocidades promedio de 30 km/h y el segundo con velocidades promedio de 45 km/h , ambos utilizando distancias Manhattan, tal como se realizó también para el caso base. De esta manera, se permite hacer una comparación entre la asignación actual de las 10 bodegas de la empresa (caso base) y las asignaciones otorgadas por el modelo de *p-median*, tanto para el caso con 10 bodegas, como también para el caso con 5 y 3. A continuación se presentan las tablas de resultados para los escenarios con velocidades promedios de 30 km/h y 45 km/h :

Resultados iniciales <i>p-median</i> (velocidad = 30 km/h y distancia Manhattan)			
<i>p</i>	% Premium Cumplido	% Gold Cumplido	% Silver Cumplido
$p = 10$	97.05	100	100
$p = 5$	97.06	100	100
$p = 3$	94.12	100	100

Tabla 2: Porcentaje de demanda satisfecha por categoría con velocidad promedio de 30 km/h

Resultados iniciales <i>p-median</i> (velocidad = 45 km/h y distancia Manhattan)			
<i>p</i>	% Premium Cumplido	% Gold Cumplido	% Silver Cumplido
$p = 10$	100	100	100
$p = 5$	100	100	100
$p = 3$	100	100	100

Tabla 3: Porcentaje de demanda satisfecha por categoría con velocidad promedio de 45 km/h

En primer lugar, la primera gran observación que se puede realizar en la Tabla 2 y la Tabla 3 es la enorme mejora general en los niveles de servicio a los clientes en comparación con los resultados para el caso base presentados en la Tabla 1. Lo anterior hace evidente la gran eficiencia que conlleva para la empresa el realizar las asignaciones cliente-bodega a través del modelo *p-median*.

Por otro lado, se puede observar en la Tabla 3 que cuando el camión va en promedio a 45 km/h se cumple la demanda en un 100 % para todas las categorías, independiente de si se abren 10, 5 o 3 bodegas. Esto conlleva a la siguiente pregunta: ¿acaso 45 km/h es un valor muy irreal para modelar la velocidad promedio de un camión? Si se disminuye la velocidad promedio a 30 km/h (Tabla 2), el nivel del cumplimiento del tiempo máximo de entrega ya no es de un 100 % para todas las categorías, ya que para los escenarios de 10, 5 y 3 bodegas no todos los clientes *Premium* reciben sus productos a tiempo. También es de esperar que a medida que disminuye el número de bodegas p , disminuya el nivel de servicio a los clientes.

Otra forma de analizar el desempeño de los resultados es a través de los tiempos promedio de despacho para todos los posibles valores de p , incluido también el caso base. En la Figura 7 se aprecia cómo va aumentando

el tiempo promedio de despacho (en horas) para cada valor de p , en un escenario que considera una velocidad promedio de 45 km/h . Se pueden hacer dos grandes observaciones. En primer lugar, el tiempo va aumentando cada vez en mayor magnitud (respecto al caso anterior) a medida que se va disminuyendo el valor de p , lo cual se aprecia especialmente en los valores más bajos de p . En segundo lugar, se observa que el tiempo promedio de despacho del caso base es similar al tiempo promedio para $p = 6$, siendo que el caso base considera 10 bodegas. Lo anterior da cuenta también de lo ineficiente de la asignación inicial y el enorme potencial que tiene el modelo p -median para hacer asignaciones eficientes y disminuir los tiempos de entrega.

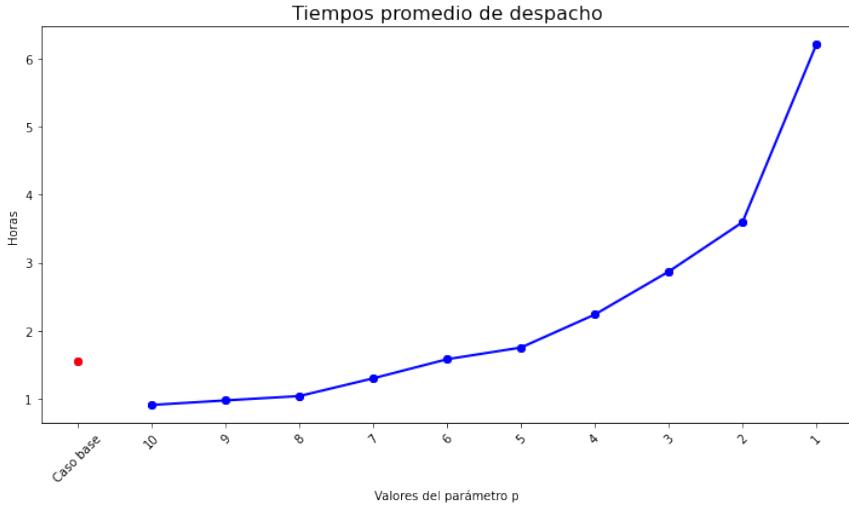


Figura 7: Tiempos promedio de despacho con velocidad promedio de 45 km/h

5. Mejoras y Análisis de Sensibilidad Inicial

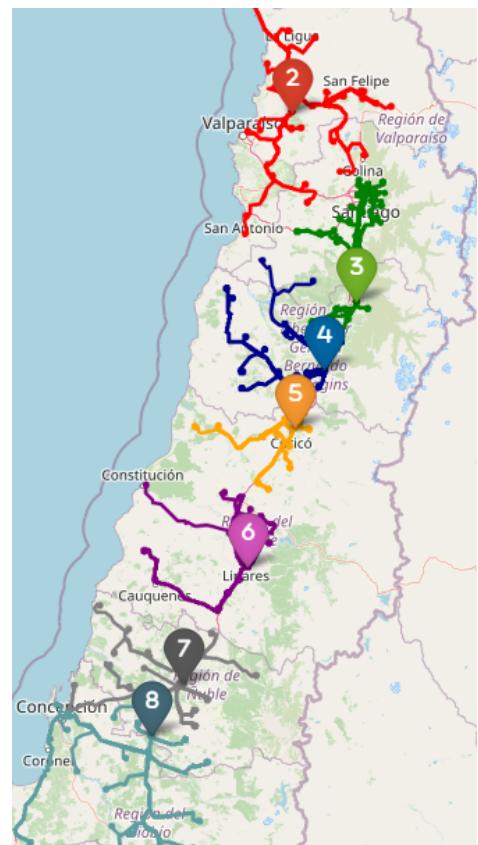
5.1. Implementación de Distancias Reales

Con el fin de corroborar que el supuesto de las distancias Manhattan es realista para el caso de la geografía del país, se construyó una nueva matriz de distancias cliente-bodega utilizando una API denominada *mapbox*¹ para obtener la información de las rutas y distancias reales en la red vial. En la Figura 8 a continuación se muestran de forma visual las nuevas asignaciones cliente-bodega implementando distancias reales:

¹<https://www.mapbox.com/matrix-api>



(a) Asignación distancias Manhattan ($p = 10$)



(b) Asignación distancias reales ($p = 10$)

Figura 8: Comparación visual entre el uso de distancias Manhattan y el uso de distancias reales

Tras ajustar las distancias considerando rutas reales de tránsito, se observa un aumento en ciertas distancias debido a las características inherentes de las rutas. Esto llevó al modelo de $p - median$ a modificar algunas asignaciones entre bodegas y clientes. Por ejemplo, en la Figura 9 se aprecian las asignaciones dadas por las distancias Manhattan en una zona específica del mapa. Sin embargo en la Figura 10, al tomar en cuenta las rutas de tránsito reales, algunas asignaciones de la bodega 3 se desplazaron a la bodega 4 (y viceversa).

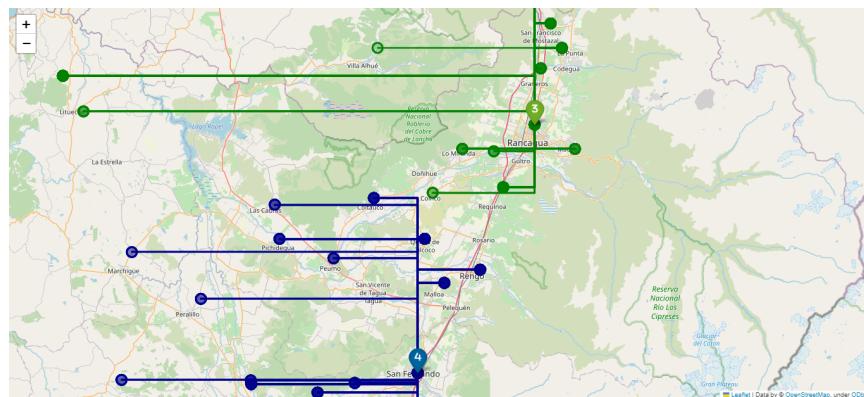


Figura 9: Asignación con distancias Manhattan en Rancagua para $p = 10$

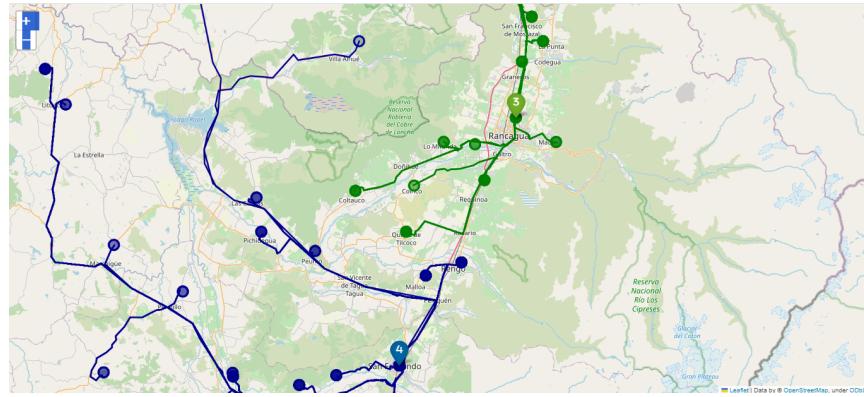


Figura 10: Asignación con distancias reales en Rancagua para $p = 10$

En la siguiente tabla se presenta un escenario con $p = 10$ y velocidad promedio de 30 km/h , comparando los resultados de nivel de servicio obtenidos con distancias Manhattan y con distancias reales:

Resultados $p = 10$ y velocidad = 30 km/h			
Tipo Distancia	% Premium Cumplido	% Gold Cumplido	% Silver Cumplido
Manhattan	97.05	100	100
Real	85.3	100	100

Tabla 4: Porcentaje de demanda satisfecha utilizando distancias Manhattan y reales para $p = 10$ y $v = 30 \text{ km/h}$

A continuación se presenta también una comparación gráfica de las distribuciones de los dos tipos de distancias, con la finalidad de analizar la similitud existente entre ambas y determinar si la distancia Manhattan es una buena aproximación:

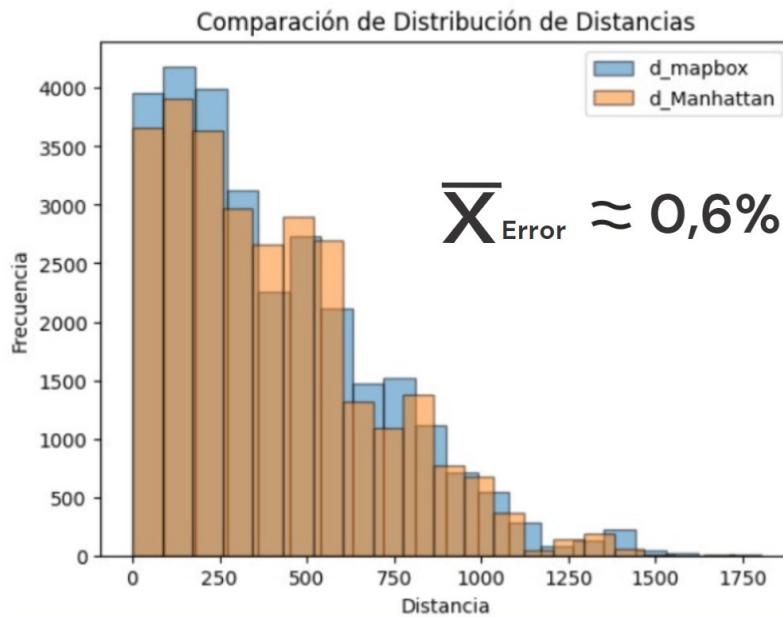


Figura 11: Comparación de distribución para los dos tipos de distancias

En la Figura 11 se puede apreciar que la distribución de las distancias Manhattan es muy parecida a la distribución de las distancias reales, con un promedio de error del 0,6 %. Lo anterior permite afirmar que el uso de las distancias Manhattan en el contexto de la geografía de Chile es bastante razonable.

5.2. El Caso de la Segunda Bodega más Cercana

En esta sección se analiza la robustez del modelo en cuanto a cómo varía la calidad del servicio frente a posibles fallas en el funcionamiento de la bodega óptima asignada a cada cliente. Esto se realiza con el fin de analizar los efectos en el caso de que ocurriera alguna eventualidad (como falta de *stock*) y no se pudiese asignar a los clientes a su bodega más cercana. Para realizar esto, se evaluaron distintos escenarios para p ($p = 10$, $p = 5$ y $p = 3$), obteniendo las asignaciones de las bodegas que el modelo *p-median* ordenaba abrir en la solución óptima. En base a esto, se determinó en cada caso la segunda bodega más cercana a cada cliente entre todas las bodegas que fueron abiertas por la solución del modelo. Finalmente, con estas nuevas asignaciones, se recalcularon los niveles de servicio para cada caso, los cuales se muestran en la tabla a continuación:

Resultados velocidad = 30 km/h			
p	% Premium Cumplido	% Gold Cumplido	% Silver Cumplido
$p = 10$	85.3	100	100
$p = 5$	79.4	99.5	100
$p = 3$	17.6	98.1	100

Tabla 5: Porcentaje de demanda satisfecha por categoría asignando a la segunda bodega con $v = 30 \text{ km}/\text{h}$

Como se puede apreciar en la Tabla 5, los resultados no son nada satisfactorios para los niveles de servicio deseados, en especial para los clientes *Premium*, quienes son perjudicados drásticamente en comparación a resultados anteriores. Como se analizó previamente también, esto es especialmente relevante si consideramos que los clientes *Premium* son los prioritarios para la empresa por lo mucho que aportan a las ventas.

5.3. Análisis de Sensibilidad Inicial para la Velocidad y la Categorización

5.3.1. Variación de la Velocidad Promedio

A continuación, se muestran los resultados obtenidos al hacer un análisis de sensibilidad en torno al parámetro de velocidad promedio. En las siguientes tablas se muestran los distintos niveles de servicios obtenidos para $p = 10$, $p = 5$ y $p = 3$ según velocidades promedios de $15 \text{ km}/\text{h}$, $30 \text{ km}/\text{h}$ y $45 \text{ km}/\text{h}$:

Resultados $p = 10$ y distancias reales			
Velocidad (Km/hr)	% Premium Cumplido	% Gold Cumplido	% Silver Cumplido
15	94.1	100	100
30	100	100	100
45	100	100	100

Tabla 6: Demanda satisfecha por categoría según velocidad, para $p = 10$ y distancias reales

Resultados $p = 5$ y distancias reales			
Velocidad (Km/hr)	% Premium Cumplido	% Gold Cumplido	% Silver Cumplido
15	88.2	99.5	100
30	100	100	100
45	100	100	100

Tabla 7: Demanda satisfecha por categoría según velocidad, para $p = 5$ y distancias reales

Resultados $p = 3$ y distancias reales			
Velocidad (Km/hr)	% Premium Cumplido	% Gold Cumplido	% Silver Cumplido
15	82.4	97.6	99.9
30	97	100	100
45	100	100	100

Tabla 8: Demanda satisfecha por categoría según velocidad, para $p = 3$ y distancias reales

A grandes rasgos se puede apreciar que el cumplimiento de demanda es bastante satisfactorio. Analizando el primer caso, en que abrimos todas las bodegas (Tabla 6), hubo solo un caso en el que no se cumplió la demanda en un 100 %, que es para los clientes *Premium* cuando la velocidad promedio de despacho es de 15 km/h. Probablemente hay unos pocos clientes que viven lejos de todas las bodegas, siendo imposible que el vehículo desplazándose a 15 km/h llegue hasta esa ubicación en al menos de 12 horas.

El análisis para el caso en que se abren 5 bodegas (Tabla 7) es bastante similar. Nuevamente, solo para el caso de los 15 km/h hay problemas, pero en esta ocasión es tanto para los clientes *Premium* como para los *Gold*. Si bien, el porcentaje de incumplimiento es medianamente aceptable, los números son lo suficientemente significativos para que deban ser tomados en cuenta a la hora de decidir el número de bodegas que se necesita abrir. Por último, se tiene el caso de 3 bodegas abiertas (Tabla 8). Para este escenario, los resultados son notoriamente peores. A 30km/h no se alcanza a despachar a todos los clientes, y a 15 km/h ya no se puede satisfacer en un 100 % a ninguna categoría.

Se pueden hacer dos conclusiones interesantes en base a estos resultados. En primer lugar, a 15km/h es infacitable satisfacer a todos los clientes. Esto probablemente se deba a casos particulares de clientes que están aislados de todas las bodegas, los cuales hacen que sea imposible cumplir con el nivel de satisfacción en un 100 %, y que probablemente, para lograrlo, el camión tuviese que ir más rápido que 45 km/h, solución que no es posible. En segundo lugar, se concluye que si se quieren abrir sólo 3 bodegas, el cumplimiento de demanda pasa a ser más complejo, debido a que quedan clientes lejos de todas las bodegas abiertas dado lo extenso del territorio.

5.3.2. Variación de la Categorización

Se realizaron tres categorizaciones distintas. La primera, es la que se ha aplicado a lo largo de la mayoría de los resultados, el primer 25 % del total de demanda corresponde a los *Premium*, luego el siguiente 50 % los *Gold* y el último 25 % los *Silver*. La segunda categorización sigue la misma lógica, pero con distintos porcentajes, es decir,

el primer 20 % del total de demanda corresponde a los *Premium*, el siguiente 50 % a los *Gold* y el último 30 % a los *Silver*. La tercera categorización contiene la misma lógica, el primer 15 % corresponde a *Premium*, luego el siguiente 55 % considera a los *Gold* y el último 30 % a los *Silver*. Este análisis se realiza con el fin de disminuir la cantidad de clientes *Premium* y *Gold* del modelo, observando la variación que produce en los niveles de servicio.

Con esto, se presentan los resultados para el *p-median* con $p = 10$, $p = 5$ y $p = 3$ para los tres casos de las categorizaciones. Se considera una velocidad de 15 km/h debido a que de esta manera se pueden apreciar de mejor manera los cambios en el nivel de servicio para las distintas categorizaciones.

Resultados $p = 10$ con velocidad = 15 km/h y distancias reales			
Tipo de Categorización	% Premium Cumplido	% Gold Cumplido	% Silver Cumplido
Categorización 1 (%25, %50, %25)	94.1	99.76	99.75
Categorización 2 (%20, %50, %30)	97	99.80	99.74
Categorización 3 (%15, %55, %30)	97	99.84	99.72

Tabla 9: Demanda satisfecha por categoría considerando la Categorización 1

Resultados $p = 5$ con velocidad = 15 km/h y distancias reales			
Tipo de Categorización	% Premium Cumplido	% Gold Cumplido	% Silver Cumplido
Categorización 1 (%25, %50, %25)	88.23	99.29	99.75
Categorización 2 (%20, %50, %30)	90	99.21	99.71
Categorización 3 (%15, %55, %30)	90	99.37	99.72

Tabla 10: Demanda satisfecha por categoría considerando la Categorización 2

Resultados $p = 3$ con velocidad = 15 km/h y distancias reales			
Tipo de Categorización	% Premium Cumplido	% Gold Cumplido	% Silver Cumplido
Categorización 1 (%25, %50, %25)	82.35	97.39	99.66
Categorización 2 (%20, %50, %30)	86	97.24	99.65
Categorización 3 (%15, %55, %30)	86	96.4	99.63

Tabla 11: Demanda satisfecha por categoría considerando la Categorización 3

Al observar estos resultados, se pueden obtener algunas conclusiones. De manera transversal a las categorizaciones, se tiene que a medida que se reduce el valor de p , el nivel de servicio disminuye, siendo el cumplimiento de los clientes de la categoría *Premium* el más afectado, y el más estable el de la categoría *Silver*. Además, se puede observar que la Categorización 1 generalmente tiene peor rendimiento que las otras dos, lo que se debe a que considera a un mayor porcentaje de clientes *Premium*. De todas maneras, esta categorización sigue siendo efectiva para $p = 10$. Por otro lado, se observa que la Categorización 3 (%15, %55, %30) mantiene un buen rendimiento en términos de cumplimiento para la mayoría de las categorías (porcentaje cumplido de clientes *Premium*, *Gold* y *Silver*) en las tres configuraciones de prueba (resultados de $p = 10$, $p = 5$ y $p = 3$). Sin embargo, la diferencia es casi mínima comparándola con los resultados de la Categorización 2.

De hecho, al realizar un análisis exhaustivo, se puede observar que la Categorización 3 resulta levemente mejor para $p = 10$, ya que contiene un mayor porcentaje de cumplimiento para los clientes *Gold*, que es más relevante que el cumplimiento para los clientes *Silver*. En la misma línea, para $p = 5$, la Categorización 3 supera a la Categorización 2 tanto en las categorías *Gold* como *Silver*, por una diferencia muy leve. Finalmente, considerando los resultados para $p = 3$ se puede observar una pequeña variación, donde la Categorización 2 supera a la Categorización 3 en porcentaje de clientes *Gold* cumplidos, que es más relevante que la diferencia para los clientes *Silver*.

Con esto aclarado, se tiene que la Categorización 3 muestra resultados más sólidos para $p = 10$ y $p = 5$, mientras que la Categorización 2 es mejor para $p = 3$, lo que se debe a la diferencia en las cantidades de clientes que tienen asignadas cada categoría. Considerando lo anterior, la categorización define qué tipo de clientes se priorizan, pero dado que todos disminuyen el nivel de servicio en alguna de las opciones, la única influencia que podría tener se asocia con la relevancia de cumplir el nivel de servicio en cada categoría. En definitiva, si es que se considera que los clientes *Premium* son los más importantes, claramente se hace más conveniente elegir una categorización con un menor porcentaje de este tipo de clientes.

6. Definición de Parámetros y Configuraciones

Tras los análisis de sensibilidad realizados anteriormente, puede resultar confuso determinar qué valores de parámetros y qué configuraciones serán utilizadas de forma definitiva. Es por ello que estas se establecen a continuación para ser utilizadas durante todo el resto del proyecto.

- **Métrica de distancia:** según los resultados previamente expuestos, se tiene que la diferencia entre las distancias Manhattan y las distancias reales es de tan solo un 0,6 % aproximadamente, razón por la cual se considera que la distancia Manhattan es una buena aproximación de la realidad para el caso particular de la geografía de Chile. Lo anterior permite utilizar distancias Manhattan de aquí en adelante, aprovechando su simpleza para determinar las distancias entre clientes y bodegas.
- **Velocidad promedio:** se determinó que la velocidad promedio de los camiones que se utilizará definitivamente es de 45 *km/h*. Esto se estableció de tal manera buscando una aproximación realista al problema, ya que Chile es un país con una geografía particular, donde la mayoría de las distancias recorridas son en carretera por el eje vertical, permitiendo que los camiones puedan conducir a mayores velocidades que en las ciudades.
- **Categorización:** Se utilizará la categorización inicial, es decir, la Categorización 1, debido a que abarca una mayor cantidad de clientes *Premium* (considerados los más importantes para la empresa), de manera de poder realizar los distintos análisis con una cantidad significativa de ellos.

7. Consolidación de la Carga

7.1. Descripción e Implementación

Anteriormente, el valor objetivo consistía en la suma de todas las distancias cliente-bodega óptimas encontradas por el *p-median*, ya que la función objetivo era simplemente minimizar las distancias. Ahora bien, en un problema en el cual se considera un espacio temporal de varios años, donde en cada día distintos clientes hacen pedidos de distintas magnitudes, una función objetivo consistente en la suma de las distancias entre cada cliente y bodega asignada tiene poco sentido y no aporta mucho al análisis. Por otro lado, tampoco se puede pretender que la empresa poseerá una flota infinita que permita darle el lujo a cada cliente de enviarles un camión de despacho directo y exclusivo para ellos cada vez que realicen una compra. Esto último, además, significaría unos costos de transporte muy altos para la empresa, por lo que sería altamente deseable poder minimizarlos.

De esta manera, para resolver ambas problemáticas, se implementó una manera de consolidar la carga, es decir, agrupar las demandas de cada día en camiones, los cuales despachan en sus rutas a un conjunto determinado de clientes. Con la consolidación no solo se consigue una aproximación más realista a la etapa de despachos, minimizando los costos de transporte, sino que también introduce una nueva métrica, la distancia total recorrida por los camiones, la cual es mucho más práctica y significante a la hora de evaluar el rendimiento de la solución, lo que permite utilizarla como nuevo valor objetivo. A raíz de esto último, cabe aclarar que la consolidación de la demanda no introduce ningún tipo de cambios a la solución objetivo o al nivel de servicio, sino que simplemente toma las asignaciones óptimas de la solución, en conjunto con los datos de las ventas, para obtener una nueva forma de adaptar el valor objetivo a una métrica más deseable.

Para ello, se implementó una heurística *greedy*, la cual considera camiones con una capacidad máxima de 10 toneladas (restricción de carga) y un máximo de 8 horas de conducción seguidas (restricción de tiempo de viaje). El algoritmo agrupa los despachos por fecha y por bodega, y a la hora de construir las rutas siempre prioriza por categoría (*Premium > Gold > Silver*), buscando al cliente más cercano a su posición para evaluar si es posible o no visitarlo, es decir, comprobar si su visita cumple con las restricciones de carga y de tiempo de viaje. De esta manera, de forma iterativa, el algoritmo va añadiendo clientes a la ruta del camión hasta que el camión vacíe su carga o alcance el máximo de horas de conducción, momento en que el camión se devuelve a la bodega y se comienza a construir la ruta de otro camión distinto hasta visitar todos los clientes asignados a la bodega, para luego repetir el proceso con el resto de las bodegas en esa fecha, y finalmente realizarlo para todas las fechas del horizonte temporal abordado. En última instancia, la heurística devuelve la suma total de las distancias recorridas por todos los camiones durante todos los días del espacio temporal.

Cabe señalar el caso particular de aquellos clientes lejanos a sus bodegas, tan lejos que ni siquiera un camión despachado de forma directa desde la bodega hasta su ubicación es capaz de llegar en menos de 8 horas. Estos clientes, designados como clientes no alcanzables, jamás podrán ser añadidos a la ruta de un camión con la heurística tal cual como se encuentra ahora. Es por ello que estos clientes son tomados como “casos perdidos”, siendo despachados directamente desde la bodega por un único camión (ida y vuelta) independiente del tiempo de

viale, incurriendo por ende en costos de despacho mayores. Acá se vuelve a retomar el punto de que la heurística de consolidación no viene a cambiar los niveles de servicio, sino que estos se mantendrán iguales, ya que un cliente al cual no se lograba despachar a tiempo anteriormente, tampoco se logrará ahora con la heurística. Por otro lado, por construcción del algoritmo, la heurística seguirá despachando a tiempo a todos los clientes que cumplían anteriormente con el nivel de servicio. A continuación se presenta un ejemplo gráfico del funcionamiento de la heurística en una fecha y bodega en particular.

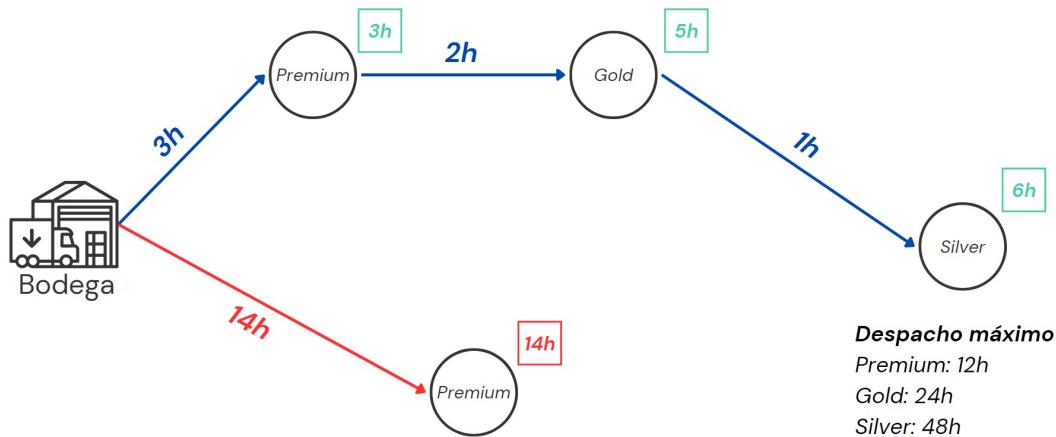


Figura 12: Ejemplo de la heurística de consolidación para una fecha y bodega en particular

Como se puede observar en la Figura 12, el cliente *Premium* ubicado abajo es un cliente no alcanzable, razón por la cual no puede ser visitado por la ruta superior y debe crearse una ruta aparte para poder ir a despacharle directamente. En la ruta superior, en cambio, se observa el correcto cumplimiento de las restricciones de tiempo de viaje (cuyo acumulado se muestra en la esquina superior derecha de cada cliente), en conjunto con la priorización por categoría. Para entrar en mayor detalle sobre el funcionamiento interno de la heurística, se presenta a continuación un pseudocódigo del algoritmo. Cabe recordar, en todo caso, que el detalle de los archivos y códigos utilizados se pueden encontrar en el repositorio grupal.

Algoritmo 1: Heurística de Consolidación

```
distancia total = 0
for fecha do
    for bodega do
        while clientes alcanzables do
            abrir ruta
            tiempo de viaje = 0, carga = 10000, i (posición) = b (bodega), distancia recorrida = 0
            while carga > 0 and tiempo de viaje ≤ 8 do
                buscar cliente j de mayor categoría más cercano
                if tiempo de viaje +  $t_{ij}$  ≤  $t_j^{max}$  and carga ≥ demanda cliente j then
                    añadir cliente j a la ruta
                    tiempo de viaje ← tiempo de viaje +  $t_{ij}$ 
                    carga ← carga - demanda cliente j
                    distancia recorrida ← distancia recorrida +  $d_{ij}$ 
                    i ← j
                end
            end
            cerrar ruta
            distancia total ← distancia total + distancia recorrida +  $d_{ib}$ 
        end
        for cliente j no alcanzable do
            | distancia total ← distancia total + 2 ·  $d_{bj}$ 
        end
    end
end
return: distancia total
```

7.2. Resultados y Análisis

Una vez implementada la heurística, se procedió a obtener los resultados para los casos de $p = 10$, $p = 5$ y $p = 3$. En la siguiente tabla se comparan las distancias totales recorridas (ida y vuelta de los camiones) en cada caso, tanto con consolidación (resultado de la heurística) como sin consolidación (camiones de despacho directo y exclusivo a cada cliente).

Distancias totales recorridas (ida y vuelta en km)			
p	Sin Consolidación	Con Consolidación	Diferencia Porcentual
$p = 10$	5.391.830	3.374.781	37,4 %
$p = 5$	9.518.579	5.224.083	45,1 %
$p = 3$	14.624.745	8.254.095	43,6 %

Tabla 12: Comparación de resultados con y sin consolidación

Se observa claramente en la tabla que la consolidación de la demanda reduce considerablemente las distancias totales recorridas por los camiones, lo cual motiva el uso de la consolidación para reducir los costos de transporte de la empresa. Por otro lado, se determinaron la cantidad de camiones utilizados en todo el horizonte temporal para los casos de $p = 10$, $p = 5$ y $p = 3$ con y sin consolidación, como se presenta a continuación.

Cantidad de camiones utilizados ($p = 10$)			
	Sin Consolidación	Con Consolidación	Diferencia Porcentual
Cantidad de Camiones	65.891	16.013	75,7 %

Tabla 13: Comparación de cantidad de camiones utilizados con y sin consolidación para $p=10$

Cantidad de camiones utilizados ($p = 5$)			
	Sin Consolidación	Con Consolidación	Diferencia Porcentual
Cantidad de Camiones	65.891	15.063	77,14 %

Tabla 14: Comparación de cantidad de camiones utilizados con y sin consolidación para $p=5$

Cantidad de camiones utilizados ($p = 3$)			
	Sin Consolidación	Con Consolidación	Diferencia Porcentual
Cantidad de Camiones	65.891	17.353	73,66 %

Tabla 15: Comparación de cantidad de camiones utilizados con y sin consolidación para $p=3$

Como se puede observar para los 3 casos, utilizando la consolidación se necesitan alrededor de $\frac{1}{4}$ de los camiones que se necesitarían sin consolidar la demanda. Lo anterior refuerza aún más la idea de que la consolidación reduce enormemente los costos de transporte. De esta manera, se concluye que la consolidación de la carga aproxima la solución a la realidad, abordando el problema de forma semejante a como se hace en la práctica, reduce enormemente los costos de transporte y entrega una nueva métrica, las distancias totales recorridas, que aportan a un análisis más significativo de la solución y que permiten de forma más fácil calcular los costos reales incurridos en el transporte.

8. Conjunto Óptimo de Bodegas: Caso Actual y Caso Futuro

En esta sección se analizan los datos de la proyección a 10 años de la demanda y se establece una conjunto óptimo de bodegas, tanto para el caso de las ventas históricas como para el caso de las demandas proyectadas. El objetivo de realizar esto es comparar ambos casos y responder a las siguientes preguntas: ¿se necesita la misma cantidad de bodegas que hace 10 años? ¿Cuáles son estas bodegas? ¿Son las mismas bodegas que hace 10 años? En definitiva, ¿son las decisiones óptimas de hoy óptimas también para el futuro?

Para ello, fue necesario definir un punto de comparación, es decir, definir para las ventas históricas un conjunto óptimo de bodegas, el cual sea lo más pequeño posible pero que cumpla con cierto nivel de servicio. Este se denominará como el Caso Actual. De esta manera, a través del *p-median*, se buscó la cantidad mínima de bodegas con

las que se cumple un nivel de servicio mayor al 95 % para los clientes *Premium*, mayor al 90 % para los clientes *Gold* y mayor al 80 % para los clientes *Silver*. Así, se obtuvo un conjunto mínimo de 3 bodegas para satisfacer el nivel de servicio indicado con las ventas históricas, correspondiente a las bodegas 1 (norte), 4 (centro) y 8 (sur).

Luego, para el caso que considera las proyecciones, que se denominará como el Caso Futuro, se realiza lo mismo: se toman las demandas de la proyección, y con el modelo *p-median*, se determina el mínimo número de bodegas que se pueden abrir cumpliendo con el mismo nivel de servicio indicado para el Caso Actual. Cabe destacar que sería ingenuo pensar que los clientes seguirán teniendo la misma categoría que en el pasado (ya que sus cantidades compradas cambian), razón por la cual, para el Caso Futuro, se vuelve a hacer la categorización de la misma forma que con los datos históricos, es decir, el primer 25 % *Premium*, el siguiente 50 % *Gold* y el último 25 % *Silver*. Los resultados para este caso indican que se deben abrir tres bodegas, que son exactamente las mismas que en el Caso Actual (bodegas 1, 4 y 8). De hecho, para ambos casos el conjunto óptimo de 3 bodegas cumple con un nivel de servicio del 100 % para las tres categorías de clientes. El quiebre se produce al considerar ambos casos con un conjunto de solo 2 bodegas, donde el nivel de servicio cae drásticamente a un 85 % para los clientes *Premium*, razón por la cual el *p-median* con $p = 3$ otorga el conjunto óptimo de bodegas en ambos casos.

9. El Problema de Asignación de Localizaciones (LAP)

9.1. Descripción del Modelo

Anteriormente, los resultados del *p-median* correspondían a las asignaciones óptimas cliente-bodega para una cantidad p de bodegas, cuyo conjunto de potenciales ubicaciones estaba previamente definido. En otras palabras, las ubicaciones de las bodegas eran inamovibles, y solo se decidía cuales de ellas abrir. Buscando ahora una asignación de bodegas todavía mejor que la anterior, es que se presenta en esta sección la implementación del problema de asignación de localizaciones (*location-allocation problem*, LAP por sus siglas en inglés). Este problema se presenta como una versión más exigente y ambiciosa del *p-median*, la cual busca determinar, de forma completamente libre en la superficie terrestre, la localización óptima de cada bodega con el fin de minimizar las distancias de asignación cliente-bodega. A diferencia del *p-median*, el LAP no decide cuáles de las p bodegas abrir, sino que decide las coordenadas (x, y) de cada una de las p bodegas a localizar, lo cual abre la puerta a obtener mejores resultados.

El modelo matemático de optimización para el LAP sigue la misma línea inicial que el modelo del *p-median* ya presentado, es decir, hacer la asignación cliente-bodega minimizando distancias, pero con algunas diferencias sustanciales. La principal de ellas es la introducción de las coordenadas de cada bodega como las nuevas variables de decisión primarias (en lugar del x_j del *p-median*), lo cual implica que la distancia Manhattan entre cada cliente y bodega pasa consecuentemente a ser una variable de decisión secundaria dada por las coordenadas de las bodegas. Lo anterior hace que el problema sea mucho más complejo (NP-hard), ya que se introducen en las restricciones las construcciones de estas variables que no son muy sencillas, abordando incluso el caso no lineal propio de la definición de la distancia Manhattan (ya que posee valores absolutos). A continuación se presenta el modelo del LAP, incluyendo también el modelo equivalente, el cual transforma linealmente la restricción de la distancia Manhattan.

Conjuntos:

- I : Conjunto de clientes
- J : Conjunto de bodegas a localizar

Parámetros:

- a_i^x : Coordenada cartesiana en el eje x de la ubicación del cliente $i \in I$
- a_i^y : Coordenada cartesiana en el eje y de la ubicación del cliente $i \in I$

Variables de Decisión:

- x_j : Coordenada cartesiana en el eje x de la ubicación de la bodega $j \in J$
- y_j : Coordenada cartesiana en el eje y de la ubicación de la bodega $j \in J$
- $z_{ij} : \begin{cases} 1 & \text{Si el cliente } i \in I \text{ es asignado a la bodega } j \in J \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$
- D_{ij} : Distancia Manhattan entre el cliente $i \in I$ y la bodega $j \in J$
- $(\Delta c)_{ij}^{signo}$: Diferencia positiva/negativa (*signo*) de la distancia en el eje de coordenadas $c = \{x, y\}$ entre el cliente $i \in I$ y la bodega $j \in J$

Modelo Original:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} D_{ij} \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{j \in J} z_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (1) \\ & M \cdot z_{ij} \geq D_{ij} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2) \\ & a_i^x - x_j = (\Delta x)_{ij}^+ - (\Delta x)_{ij}^- \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (3) \\ & a_i^y - y_j = (\Delta y)_{ij}^+ - (\Delta y)_{ij}^- \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (4) \\ & D_{ij} \geq |a_i^x - x_j| + |a_i^y - y_j| - N \cdot (1 - z_{ij}) \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (5) \\ & z_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (6) \\ & x_j, y_j, D_{ij}, (\Delta x)_{ij}^+, (\Delta x)_{ij}^-, (\Delta y)_{ij}^+, (\Delta y)_{ij}^- \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (7) \end{aligned}$$

Modelo Equivalente:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} D_{ij} \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{j \in J} z_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (1) \\
 & M \cdot z_{ij} \geq D_{ij} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2) \\
 & a_i^x - x_j = (\Delta x)_{ij}^+ - (\Delta x)_{ij}^- \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (3) \\
 & a_i^y - y_j = (\Delta y)_{ij}^+ - (\Delta y)_{ij}^- \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (4) \\
 & D_{ij} \geq (\Delta x)_{ij}^+ + (\Delta x)_{ij}^- + (\Delta y)_{ij}^+ + (\Delta y)_{ij}^- - N \cdot (1 - z_{ij}) \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (5) \\
 & z_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (6) \\
 & x_j, y_j, D_{ij}, (\Delta x)_{ij}^+, (\Delta x)_{ij}^-, (\Delta y)_{ij}^+, (\Delta y)_{ij}^- \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (7)
 \end{aligned}$$

Como en este caso no se posee información previa respecto a la ubicación de las bodegas, se definen las variables Δ en las restricciones (3) y (4), las cuales permiten tomar la distancia cliente-bodega en cada coordenada en forma de diferencia e incluirla en el modelo. Dado que esta diferencia puede ser tanto positiva como negativa, para cada par cliente-bodega se activa una de las dos variables Δx y una de las dos Δy . De esta manera, en la restricción (5), para cada coordenada sólo se activa la diferencia positiva o negativa. Por la forma en que se define la naturaleza de estas variables, deben ser positivas, y su suma entrega el valor mínimo que define el valor de la distancia cliente-bodega, si es que existe esa asignación par el cliente. Por el contrario, si es que ese cliente no se asigna a la bodega, se entrega entonces un valor N suficientemente grande para capturar la holgura de la restricción. Cabe señalar que el modelo original no es utilizado debido a la ineficiencia computacional que implica la implementación del valor absoluto, pero facilita la visualización y entendimiento del modelo presentado. Por consiguiente, toda la implementación computacional se realizó utilizando el modelo equivalente.

9.2. Resultados Preliminares

Al implementar inicialmente y resolver en *Python-Gurobi* el modelo equivalente, considerando los datos de venta históricos y un conjunto J de 10 bodegas, se observó una resolución lenta convergiendo a un *GAP* de aproximadamente 40 % y un valor objetivo superior al obtenido con el *p-median*. A raíz de esto, se resolvió la instancia para un conjunto más pequeño del problema, considerando sólo 3 bodegas a localizar y una fracción de la demanda (sólo aquellos clientes ubicados al norte de Rancagua). A continuación, se presentan los resultados del LAP para esta instancia y la comparación con respecto a las soluciones del *p-median* para la misma. Cabe destacar que los resultados comparados son los valores objetivos de ambos modelos, y no la métrica propia de la consolidación, ya que se necesita considerar la métrica propia del modelo para comparar eficazmente los resultados.

Localización óptima para $p = 3$ y demanda reducida			
	p -median	LAP	Diferencia Porcentual
Valor objetivo (km)	51.229	47.647	7 %

Tabla 16: Comparación de resultados entre los modelos p -median y LAP para la instancia particular pequeña

De la Tabla 16 se observa que el valor objetivo (distancias totales) se reduce en un 7 % utilizando el modelo LAP en lugar del p -median. Para poder visualizar estos resultados, se muestra a continuación en la Figura 13 una comparación visual de las asignaciones entre p -median y LAP. En esta figura se puede observar cómo el LAP, con la libertad para ubicar las bodegas, reubica la bodega 3 mucho más al norte que el p -median, lo cual es lógico ya que ahí es donde se encuentra concentrada la mayor parte de los clientes de la región, permitiéndole al modelo minimizar mucho más sus distancias totales.

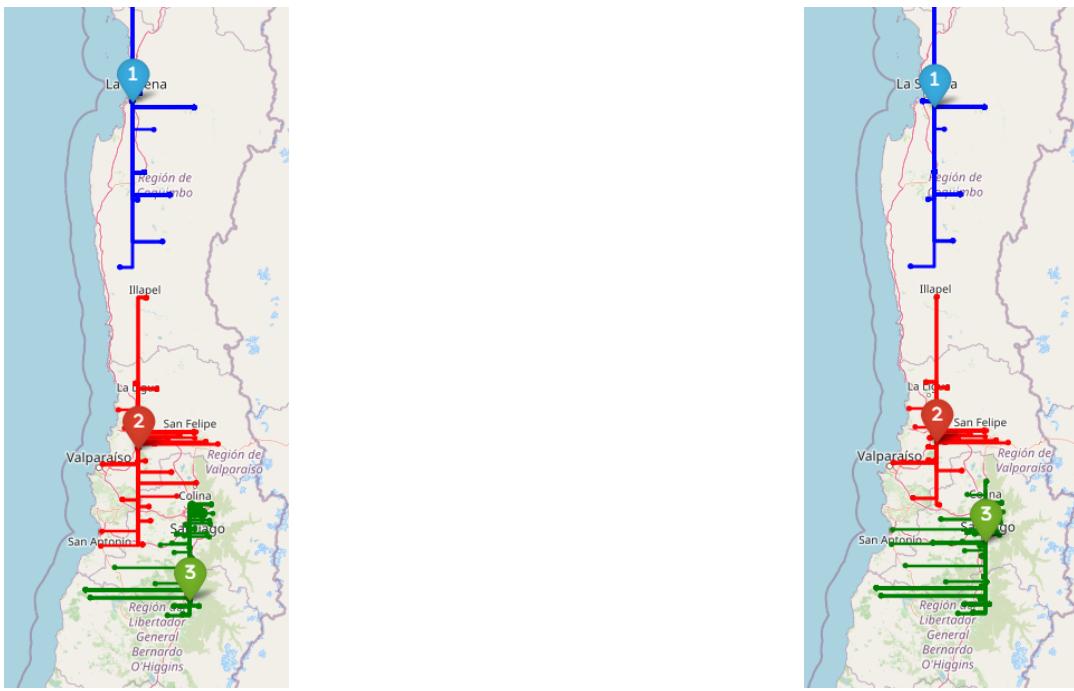


Figura 13: Comparación visual entre las soluciones del p -median y LAP para la instancia particular pequeña

Junto a los resultados, es importante analizar también la convergencia del GAP (como %) respecto del tiempo de ejecución para el modelo LAP, lo cual se puede observar en el gráfico de la Figura 14. Tal como se puede apreciar, es importante señalar que la convergencia del GAP se va haciendo cada vez más lenta al acercarse al incumbente, lo cual implicará un problema al querer abordar instancias más grandes.

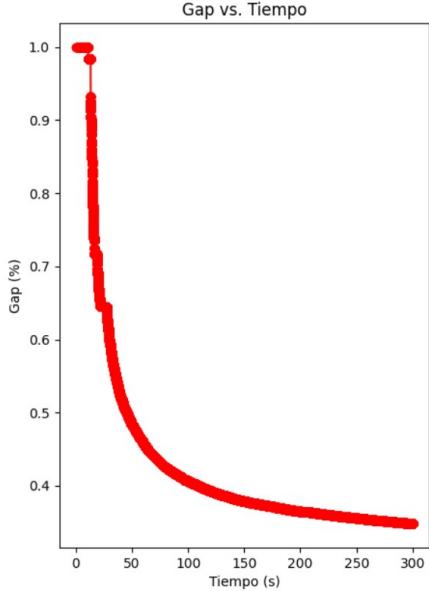


Figura 14: Convergencia del GAP (en %) respecto al tiempo de ejecución para la instancia particular pequeña

Esta convergencia lenta del GAP es razonable no solo por la naturaleza propia de la complejidad del problema (dado que es NP-hard), sino también por la presencia de las cotas *big N* y *big M* en el modelo. Esto último afecta significativamente el tiempo de ejecución, por lo que se convierte en el objetivo principal a abordar para aumentar la eficiencia de la resolución. En específico, se deben considerar restricciones adicionales y cotas específicas para los valores de *N* y *M* tal que permitan apretar la envoltura convexa del problema, reduciendo el espacio de soluciones y disminuyendo los tiempos de convergencia.

9.3. Mejoras en la Implementación

A raíz de la ineficiencia de resolución de la implementación del modelo anterior, se ha desarrollado un nuevo modelo LAP que incorpora restricciones y parámetros adicionales para optimizar la ejecución. Este nuevo modelo incluye la preasignación de ciertos clientes a bodegas específicas, introduce cotas mínimas y máximas de distancia por cliente y agrega una restricción para garantizar el cumplimiento del nivel de servicio. Cabe destacar que esta nueva implementación está dirigida exclusivamente a optimizar las posiciones de sólo 3 bodegas, ya que este fue el número de bodegas óptimo encontrado tanto para el Caso Actual como para el Caso Futuro. Dado que sabemos que los mejores resultados se alcanzan con solo 3 bodegas, ya carece de sentido seguir implementando los modelos de optimización para cantidades mayores de bodegas. Recordando, estas 3 bodegas en el *p-median* corresponden a las bodegas 1, 4 y 8 (norte, centro y sur respectivamente), y para efectos de este análisis las identificaremos por los mismos números.

Respecto a la primera mejora de la implementación, la preasignación de clientes, esta consiste en asignar a priori a los clientes a alguna bodega cercana, no necesariamente la óptima de la solución. De esta manera, se asignaron todos los clientes que se encontraban sobre cierto límite en el norte a la bodega 1, la cual se encuentra ubicada en la parte superior de Chile. Para la bodega 8, que se encuentra al sur, se realizó un procedimiento simi-

lar, asignando todos los clientes que se encuentran bajo cierto límite en el sur del país a esta bodega. Sin embargo, para el caso de la bodega 4 (bodega central), fue diferente ya que los clientes más al sur y más al norte de esta bodega se encontraban en una zona intermedia entre dos bodegas. Es por ello que se tomó en cuenta la asignación del *p-median* de los clientes a esta bodega central, registrando el cliente más al norte y el cliente más al sur. Con esto, se determinó el largo total del intervalo de ubicaciones entre estos dos clientes, y se preasignaron a la bodega 4 todos aquellos que se encontraban entre el 15 % y el 85 % de este intervalo. Esto simplifica el modelo ya que elimina las variables z_{ij} de los clientes que fueron preasignados, dejando estas asignaciones como un parámetro.

En segundo lugar, se incorporaron valores de N y M asociados específicamente a cada asignación de cliente, pasando a ser parámetros N_i y M_i para cada cliente i . Por un lado, el valor de N_i se definió como la distancia entre el cliente i y su bodega más lejana, con el objetivo de asegurar la holgura de las nuevas restricciones (6) y (7) cuando los clientes no son asignados a cualquiera de las bodegas. Por otro lado, el parámetro M_i se construyó a partir de la distancia entre el cliente i y su bodega más cercana. Sin embargo, en este caso se consideró que existían bodegas localizadas en el mismo punto geográfico que los clientes, por lo que se entregó un parámetro de holgura que fue calibrado de manera iterativa. Este valor se usó para permitir que las variables D_{ij} asociadas a estos pares cliente-bodega pudieran crecer, posibilitando que la ubicación de las bodegas pudiera cambiar de manera más significativa.

Finalmente, se introdujo una nueva restricción para garantizar el nivel de servicio que existía con los resultados del *p-median* para todos los clientes. Para lograrlo, se consideró la categoría de cada cliente y se incorporó una limitación a la distancia máxima que podían encontrarse estos de la bodega más cercana. Este límite se determinó en función del tiempo máximo de envío permitido por cada categoría y la velocidad de los camiones, que es de 45 *km/h*. La implementación de estos cambios se puede observar en el nuevo modelo LAP formulado a continuación.

Nuevos Conjuntos:

- I' : Conjunto de clientes previamente asignados a una bodega
- I'' : Conjunto de clientes no asignados a bodegas

Nuevos Parámetros:

- $c_{ij} : \begin{cases} 1 & \text{Si el cliente } i \in I' \text{ fue previamente asignado a la bodega } j \in J \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$
- ns_i : Máxima distancia Manhattan a la que se puede encontrar el cliente i para cumplir su nivel de servicio
- N_i : Distancia Manhattan entre el cliente i y su bodega más lejana
- M_i : Distancia Manhattan entre el cliente i y su bodega más cercana

Nuevo Modelo LAP:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} D_{ij} \\
\text{s.a.} \quad & \sum_{j \in J} z_{ij} = 1 \quad \forall i \in I'' \quad (1) \\
& M_i \cdot c_{ij} \geq D_{ij} \quad \forall i \in I', \forall j \in J \quad (2) \\
& M_i \cdot z_{ij} \geq D_{ij} \quad \forall i \in I'', \forall j \in J \quad (3) \\
& a_i^x - x_j = (\Delta x)_{ij}^+ - (\Delta x)_{ij}^- \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (4) \\
& a_i^y - y_j = (\Delta y)_{ij}^+ - (\Delta y)_{ij}^- \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (5) \\
& D_{ij} \geq (\Delta x)_{ij}^+ + (\Delta x)_{ij}^- + (\Delta y)_{ij}^+ + (\Delta y)_{ij}^- - N_i \cdot (1 - c_{ij}) \quad \forall i \in I', \forall j \in J \quad (6) \\
& D_{ij} \geq (\Delta x)_{ij}^+ + (\Delta x)_{ij}^- + (\Delta y)_{ij}^+ + (\Delta y)_{ij}^- - N_i \cdot (1 - z_{ij}) \quad \forall i \in I'', \forall j \in J \quad (7) \\
& D_{ij} \leq n s_i \quad \forall i \in I'', \forall j \in J \quad (8) \\
& z_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (9) \\
& x_j, y_j, D_{ij}, (\Delta x)_{ij}^+, (\Delta x)_{ij}^-, (\Delta y)_{ij}^+, (\Delta y)_{ij}^- \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (10)
\end{aligned}$$

Como se puede observar, hay 3 restricciones nuevas en el modelo: las restricciones (2), (6) y (8). La restricción (2) cumple la misma función que la restricción (3), solo que toma el subconjunto de los clientes que ya fueron asignados. La restricción (6) hace lo mismo que la (7), pero también con este subconjunto de clientes ya asignados. La restricción (8) tiene una función diferente, limitando la distancia máxima a la que puede estar un cliente de su bodega mediante el parámetro $n s_i$. Como se mencionó previamente, esta distancia se calcula dependiendo del tipo de cliente. Si el cliente es *Premium*, esta distancia es tal que se despache en máximo 12 horas desde la bodega considerando una velocidad del camión de $45 km/h$, es decir, que el cliente quede ubicado como máximo a 540 kilómetros ($45 km/h \cdot 12h$). Del mismo modo, esta distancia es de 1080 kilómetros para los clientes *Gold* y de 2160 kilómetros para los clientes *Silver*.

Además, se modificaron las restricciones (1), (3) y (7). El cambio fue el mismo para todas, haciendo que no recorran todos los clientes i , sino que solo aquellos que no han sido asignados (subconjunto I''). Todos estos cambios que se implementaron permitieron que el modelo se demorara considerablemente menos en ejecutarse, además de disminuir considerablemente la convergencia del valor del *GAP*. De esta manera, se obtuvieron las ubicaciones óptimas para las bodegas con el modelo LAP, la cuales se presentan en el siguiente apartado.

9.4. Resultados y Análisis

9.4.1. Caso Actual

Originalmente, para el Caso Actual y utilizando el modelo del *p-median*, se obtuvo un valor objetivo de 343.437 kilómetros. Sin embargo, al aplicar el modelo LAP mejorado, se alcanzó un valor objetivo de 338.981 kilómetros. Si bien, se disminuyen más de 4.000 kilómetros de viaje, porcentualmente esta diferencia no es muy significativa, siendo un 1.5 % menor a la original. La razón por la que el valor objetivo no varía tanto es debido a que las ubicacio-

nes de las bodegas no cambian mucho respecto a las originales. Para el caso de las bodegas 4 y 8, ambas se mueven unos pocos kilómetros respecto a su ubicación original (más que nada movimientos longitudinales, especialmente la bodega 4). La bodega 1 es la única que tuvo un cambio más significativo, desplazándose desde La Serena hasta Ovalle, aproximadamente 90 kilómetros al sur. Esto explica por qué el valor objetivo no mejora tanto, ya que, si dos bodegas se mantienen prácticamente en la misma zona y la tercera experimenta un cambio relativamente menor, es difícil que se dé un espacio a mejoras sustanciales en las distancias totales recorridas. A continuación se presenta la tabla de resultados comparativos y los mapas con las asignaciones a modo de comparación, donde se puede observar el análisis recientemente descrito.

Localización óptima para $p = 3$			
	p -median	LAP Mejorado	Diferencia Porcentual
Valor objetivo (km)	343.437	338.981	1.3 %

Tabla 17: Comparación de resultados entre los modelos p -median y LAP para el Caso Actual

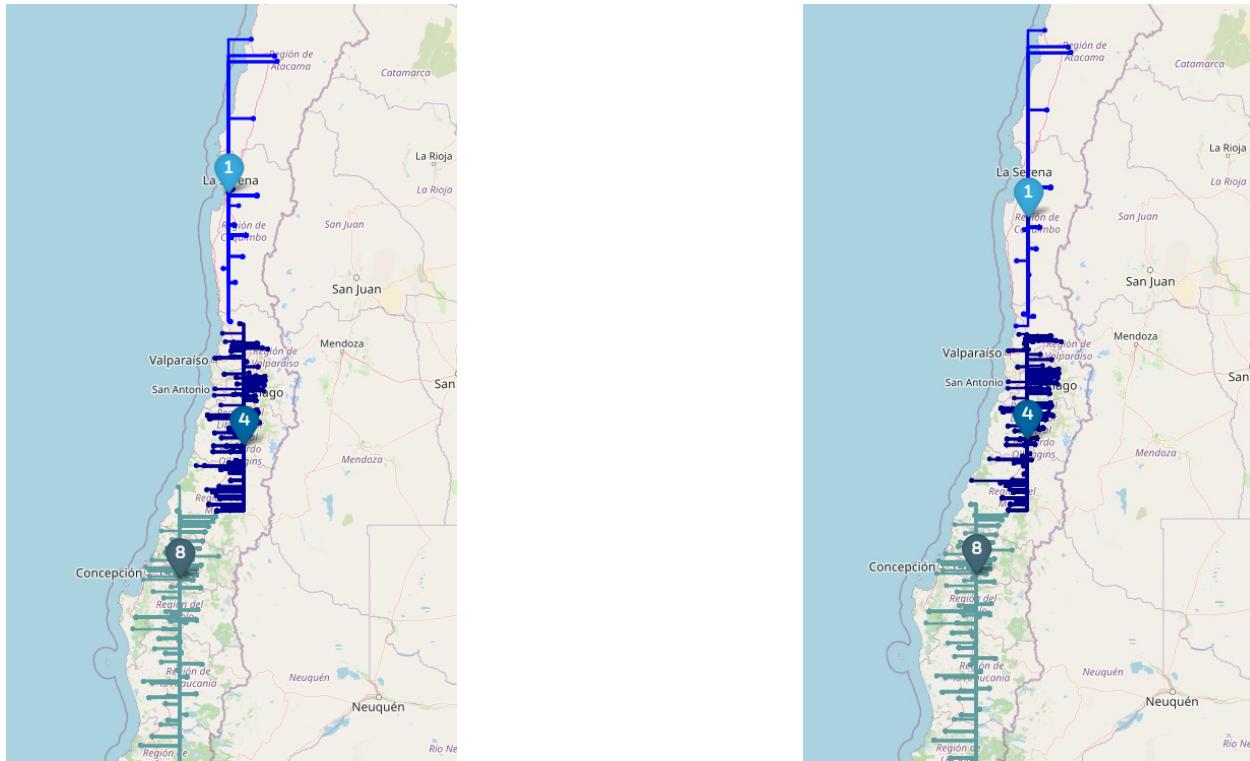


Figura 15: Comparación visual entre las soluciones del p -median y LAP para el Caso Actual

9.4.2. Caso Futuro

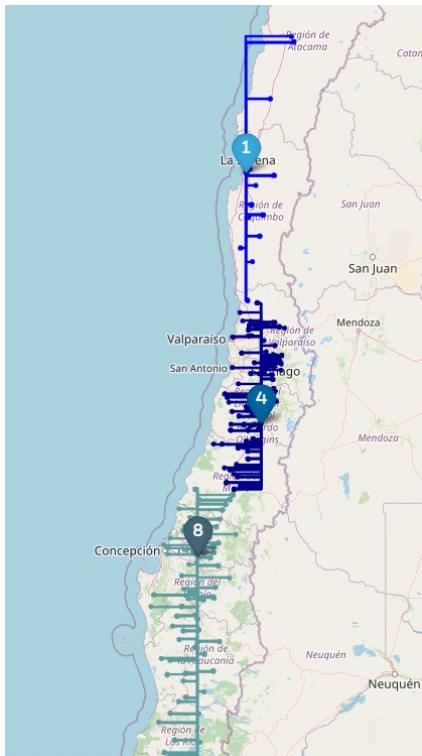
Antes que nada, recordemos que el conjunto de clientes de la proyección de la demanda es un subconjunto de los clientes históricos, por lo que la diferencia de asignaciones entre el Caso Actual y el Caso Futuro depende únicamente de esto. Al resolver el problema con el LAP mejorado, utilizando la proyección de la demanda del

Caso Futuro, observamos que los resultados también presentan leves mejoras en términos porcentuales en comparación con el modelo *p-median*. En específico, al resolver el problema con el modelo *p-median*, se obtiene un valor objetivo de 269.189 kilómetros, mientras que con el modelo LAP mejorado se obtiene un valor objetivo de 263.653 kilómetros. Esto representa una reducción de más de 5.500 kilómetros, lo que equivale a una disminución del 1.9 % en términos porcentuales.

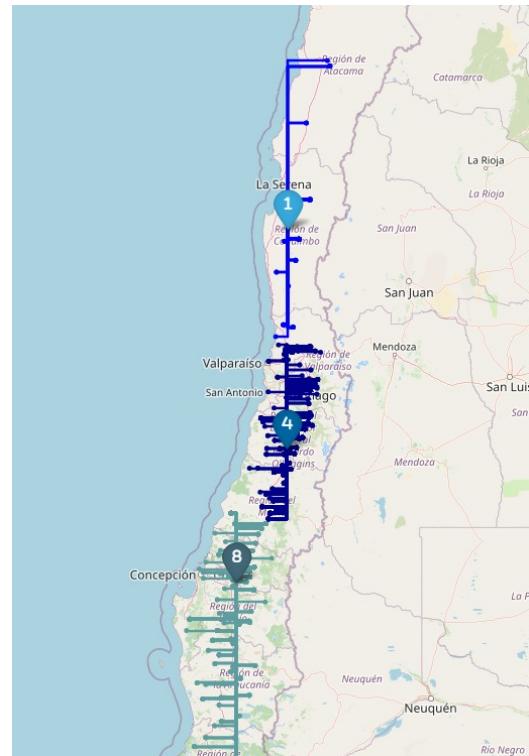
La razón detrás de este cambio radica en el desplazamiento hacia el sur tanto de la bodega 8 como de la bodega 1, además de la reasignación de algunos clientes que se encontraban en la frontera entre dos bodegas. Ejemplos evidentes de esto son los clientes ubicados entre las bodegas 8 y 4, que inicialmente estaban asignados a la bodega 4, pero luego fueron reasignados a la 8. Del mismo modo, clientes ubicados entre las bodegas 4 y 1, que inicialmente estaban asignados a la bodega 1, fueron reasignados a la bodega 4 después de aplicar el modelo LAP con preasignaciones. Lo anterior se puede visualizar de mejor manera a continuación, donde se presenta tanto la tabla de resultados comparativos como los mapas de asignaciones.

Localización óptima para $p = 3$			
	<i>p-median</i>	LAP Mejorado	Diferencia Porcentual
Valor objetivo (km)	269.189	263.653	1.9 %

Tabla 18: Comparación de resultados entre *p-median* y LAP para el Caso Futuro



(a) Asignaciones modelo *p-median*



(b) Asignaciones modelo LAP

Figura 16: Comparación visual entre las soluciones del *p-median* y LAP para el Caso Futuro

10. Tamaños de las Bodegas

A continuación, se introduce el análisis de los tamaños de las bodegas, esto es, el nivel de inventario que pueden almacenar dado por la cantidad de demanda que tienen asignadas. Esto es muy útil para aterrizar el problema a la realidad y poder analizar cuánto inventario deberán manejar las bodegas, cosa de poder establecer y preparar sus capacidades tanto para hoy como para el futuro. De esta manera, se continúa desarrollando la interrogante sobre si las decisiones óptimas de hoy lo seguirán siendo para el futuro. Para ello, en primer lugar, se procedió a desglosar la cantidad de demanda asignada a cada una de las tres bodegas óptimas del LAP de forma semanal, tanto para el Caso Actual como para el Caso Futuro. Lo anterior se puede observar en las siguientes figuras.

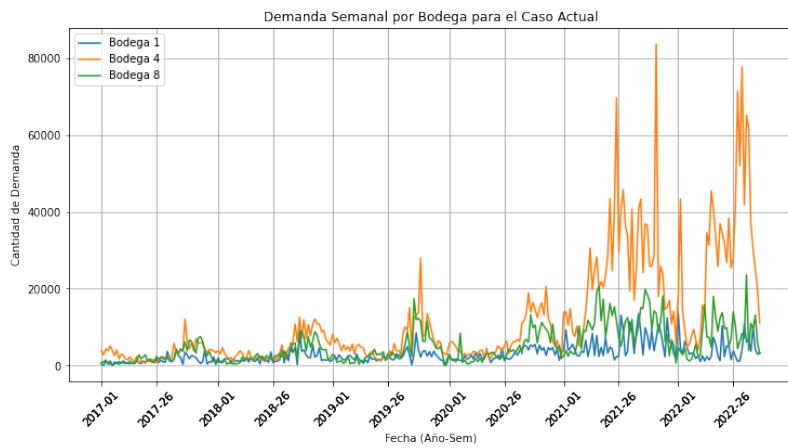


Figura 17: Demanda semanal por bodega para el Caso Actual (6 años)

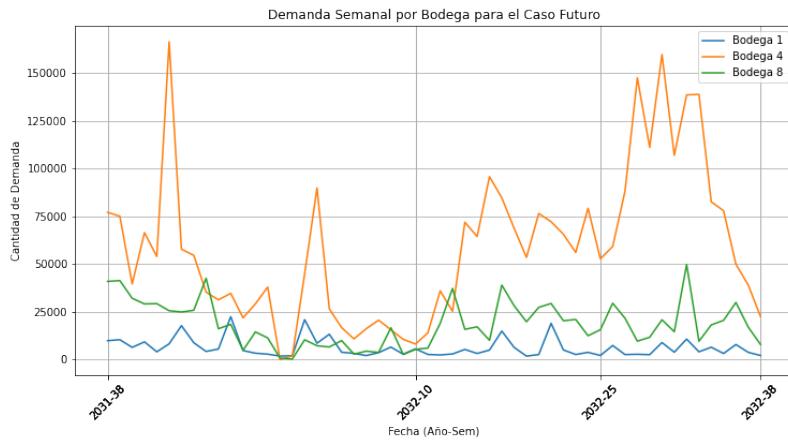


Figura 18: Demanda semanal por bodega para el Caso Futuro (1 año)

Se puede observar en todos los años una demanda estacional, la cual tiene altos *peaks* durante los segundos semestres de cada año. Además, para el Caso Actual, se puede observar que el patrón de señal de la demanda tenía un comportamiento constante hasta el 2021, año en que las demandas se dispararon drásticamente, especialmente en la bodega 4. Es a partir de este análisis de las demandas semanales que se definen los tamaños de cada bodega,

y para ello es importante precisar los conceptos y métricas que se utilizarán.

En primer lugar se define el tamaño de la bodega, medido en unidades de demanda o producto. Este es la capacidad máxima de inventario que tiene una bodega, y se definirá un tamaño distinto para el Caso Actual y para el Caso Futuro. Este tamaño pasa a definir la primera métrica, la tasa de utilización promedio de cada bodega (en porcentaje). Esta tasa corresponde a la demanda semanal de una bodega dividida en su capacidad (tamaño). De esta manera, la tasa de utilización promedio considera la tasa de cada una de las semanas del horizonte temporal del caso correspondiente. Por otro lado, se define también la segunda métrica, correspondiente al nivel de sobreocupación de una bodega, es decir, el número de semanas del horizonte temporal en que la demanda asignada supera la capacidad de la bodega. En estos casos, la bodega deberá hacer más de un pedido de reabastecimiento dentro de la semana para poder satisfacer a todos sus clientes (cabe aclarar que el proveedor de la empresa despacha los reabastecimientos desde Santiago). Estas primeras dos métricas son de carácter cualitativo, permitiendo dimensionar cada escenario, y dan paso a las siguientes métricas, las cuales serán las decisivas para tomar las decisiones sobre los tamaños de las bodegas.

Las siguientes métricas corresponden a los costos asociados a la bodega, los cuales dependen directamente de su tamaño. Primero, definimos el costo fijo anual (denotado como CF), el cual corresponde al costo de posesión anual de una bodega determinado por la cantidad de posiciones de inventario que esta posee. Dado que el tamaño de la bodega fue definido en unidades de demanda, entonces para efectos del costo fijo se considera una posición de inventario por cada unidad de tamaño de la bodega. De esta manera, tomando un costo fijo promedio de \$36.700 anual por cada posición de inventario (Mecalux, 2023), entonces el costo fijo anual de una bodega se calcula de la siguiente manera, donde T representa el tamaño de la bodega:

$$CF = 36.700 \cdot T$$

Por otro lado, se define el costo de transporte anual (denotado como $CTpte$), el cual corresponde al costo incurrido por los fletes provenientes de Santiago que reabastecen semanalmente cada bodega. Este costo depende del tamaño de cada bodega, pero tiene estrecha relación con el nivel de sobreocupación definido anteriormente. Suponiendo que cada bodega es reabastecida en un flete cuya capacidad es igual a la capacidad de la bodega, entonces en aquellas semanas con sobreocupación se deberá hacer más de un pedido de reabastecimiento, incurriendo en fletes adicionales que aumentarán los costos de transporte. Este supuesto funciona debido a que el tamaño de las bodegas definido es menor al tamaño de un flete convencional, que considera 10 toneladas. De esta manera, considerando que el costo promedio de transporte de un flete nacional es de \$1.200 por kilómetro (Habitissimo, 2023), entonces el costo de transporte anual de una bodega se calcula de la siguiente manera:

$$CTpte = \frac{\sum_{i=1}^S 1.200 \cdot m \cdot \lceil \frac{d_i}{T} \rceil}{N}$$

Donde $i = \{1, \dots, S\}$ corresponde al conjunto de semanas del horizonte temporal, m a la distancia entre la bodega y el centroide de Santiago, d_i a la demanda asignada a la bodega en la semana i y N al número de años que cubre el conjunto de semanas, en este caso, 6 años para el Caso Actual y 1 año para el Caso Futuro (de esta

manera se obtiene el promedio anual en caso de que el horizonte temporal sea mayor a 1 año, como lo es para el Caso Actual). Como se puede observar, $\lceil \frac{d_i}{T} \rceil$ es el número de fletes que necesitará la bodega en la semana i .

De la definición de los costos se observa el hecho de que son contrapuestos, en el sentido de que al disminuir el tamaño de una bodega, CF disminuirá pero CTp_{te} aumentará (y viceversa si aumenta el tamaño de la bodega). Esto hace que buscar el tamaño óptimo de cada bodega no sea tan sencillo de encontrar, razón por la cual se presenta el costo total anual (denotado como CT), el cual corresponde simplemente a la suma del costo fijo anual y el costo de transporte anual. Analizando detenidamente este costo total, es fácil notar que corresponde a una función convexa (dados que CF y CTp_{te} son contrapuestos), lo cual asegura que posee un mínimo. Y es este mismo mínimo de la función el que buscaremos encontrar para definir el tamaño de cada bodega que minimice los costos totales anuales.

Dado que la función de CT posee una función techo (la cual posee puntos no diferenciables), se procedió a encontrar el costo total mínimo de forma aproximada mediante una búsqueda iterativa. A continuación, se presentan estos resultados en dos tablas distintas, una para el Caso Actual y otra para el Caso Futuro. Para cada bodega (del conjunto de bodegas óptimas), se muestran 3 escenarios de tamaños distintos, cada uno con sus métricas correspondientes. El escenario del medio (en negrita) corresponde al óptimo aproximado encontrado, y los otros dos escenarios (uno superior y otro inferior respecto a la ocupación) se muestran para dimensionar la sensibilidad del tamaño de la bodega respecto a las métricas y costos.

Bodega	Tamaño	Ocupación	Sobreocupación	CF (MM)	CTp_{te} (MM)	CT (MM)
Bodega 1	246.43	99.13 %	295 semanas, 98.3 % del total	9.04	233.98	243.02
	1035.02	92.84 %	234 semanas, 78.0 % del total	37.99	63.88	101.86
	1626.46	82.85 %	165 semanas, 55.0 % del total	59.69	44.64	104.33
Bodega 4	949.18	99.70 %	295 semanas, 98.7 % del total	34.83	139.78	174.61
	1779.72	97.82 %	273 semanas, 91.3 % del total	65.32	77.07	142.39
	3796.73	87.91 %	207 semanas, 69.2 % del total	139.34	38.91	178.25
Bodega 8	769.41	97.28 %	276 semanas, 92.0 % del total	28.24	229.63	257.87
	2000.49	87.18 %	212 semanas, 70.7 % del total	73.42	98.37	171.79
	3231.52	77.37 %	153 semanas, 51.0 % del total	118.60	66.65	185.24

Tabla 19: Análisis de tamaños y costos anuales de bodega para el Caso Actual

Bodega	Tamaño	Ocupación	Sobreocupación	CF (MM)	CTp_{te} (MM)	CT (MM)
Bodega 1	1663.53	100.0 %	54 semanas, 100.0 % del total	61.05	101.47	162.53
	1909.98	99.61 %	52 semanas, 96.3 % del total	70.10	89.85	159.95
	3450.28	89.65 %	34 semanas, 63.0 % del total	126.63	54.54	181.16
Bodega 4	1747.75	97.95 %	53 semanas, 98.1 % del total	64.14	416.49	480.64
	4660.66	96.97 %	52 semanas, 96.3 % del total	171.05	160.22	331.27
	29711.70	86.92 %	39 semanas, 72.2 % del total	1090.42	29.81	1120.23
Bodega 8	956.18	97.98 %	52 semanas, 96.3 % del total	35.09	797.14	832.23
	4398.43	94.92 %	49 semanas, 90.7 % del total	161.42	188.11	349.54
	11665.41	85.06 %	37 semanas, 68.5 % del total	428.12	83.61	511.3273

Tabla 20: Análisis de tamaños y costos anuales de bodega para el Caso Futuro

A partir de estos resultados, podemos observar el equilibrio y la sensibilidad de los costos fijos y los costos de transporte, los cuales se comportan distinto para cada bodega. Esto no se debe únicamente a la forma de la demanda semanal para cada bodega, sino también de su distancia a Santiago, la cual impacta fuertemente en los costos de transporte. Por ejemplo, la bodega 8 está mucho más lejos de Santiago que las bodegas 1 y 4, razón por la que tiene tasas de ocupación menores. Debido a su lejanía y los costos de transporte asociados a ella, es mucho más costoso mantener mayores tasas de ocupación (observable en los resultados), por lo que el equilibrio con los costos fijos los alcanza en tasas de ocupación menores.

Ahora bien, lo que más interesa de estos resultados es poder comparar los tamaños óptimos entre el Caso Actual y el Caso Futuro, y poder analizar los cambios de tamaño de cada bodega en particular. Esto será muy útil para la empresa, ya que no solo debe saber dónde ubicar las bodegas, sino también de qué tamaño debe ser cada una. Además, en términos de planificación, será importante considerar cuánto debe crecer la capacidad de cada bodega para enfrentar la demanda proyectada en el futuro (porque la demanda a futuro aumenta). Para ello, se muestra a continuación una tabla con los tamaños óptimos de cada bodega encontrados recientemente, tanto para el Caso Actual como para el Caso Futuro, y el crecimiento que experimentará porcentualmente cada una a futuro.

Bodega	Tamaño Óptimo Caso Actual	Tamaño Óptimo Caso Futuro	Crecimiento (%)
Bodega 1 (Norte)	1.035	1.910	84,54 %
Bodega 4 (Centro)	1.780	4.661	161,88 %
Bodega 8 (Sur)	2.001	4.399	119,87 %

Tabla 21: Tamaños óptimos de cada bodega y su porcentaje de crecimiento a futuro

Analizando la tabla, se puede observar que todas las bodegas crecen una cantidad significativa, especialmente las bodegas 4 y 8 que crecen más del doble de su tamaño. Lo anterior confirma el hecho de que las decisiones óptimas de tamaño a futuro difieren de las actuales, razón por lo cual será necesario incorporar este análisis en la toma de decisiones, con el objetivo de planificar potenciales ampliaciones de las bodegas para hacer frente a la demanda futura de la mejor forma costo-eficiente.

11. Análisis de la Distribución de la Demanda

Con el objetivo de simular el comportamiento de las bodegas frente a la variabilidad en las demandas de los clientes, es importante primero determinar la forma en la cual distribuyen estas demandas. En particular, es de especial relevancia determinar si existe una estacionalidad en las demandas semanales de cada bodega, y si es que la información histórica de las ventas se comporta de manera similar a las proyecciones de la demanda a futuro. Para esto, se toman como referencia la Figura 17 y la Figura 18 presentadas en la sección 10, y se construyen dos gráficos, el primero correspondiente al período 2017-2020 y el segundo correspondiente al período 2021-2022 junto con el año de la proyección. Estos se presentan a continuación.

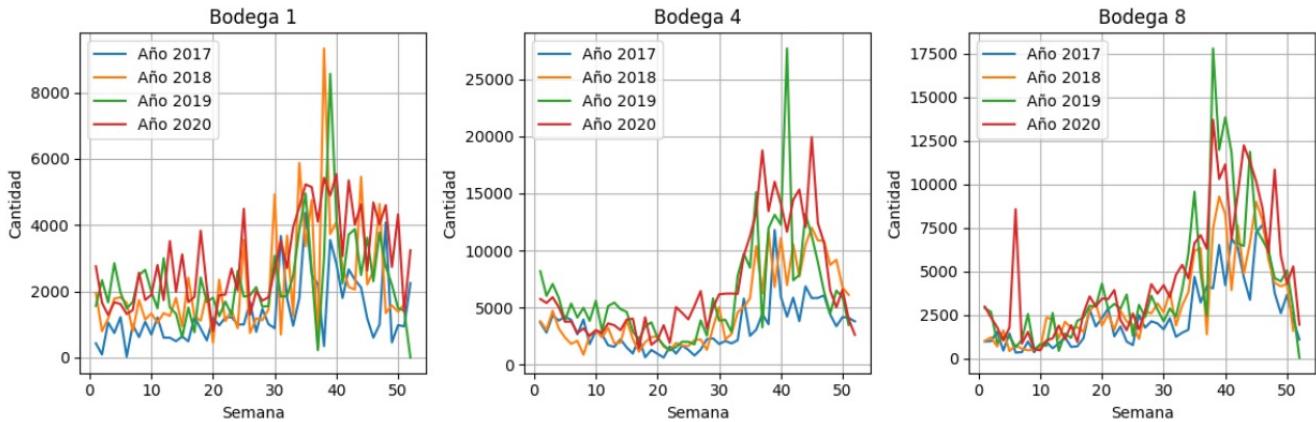


Figura 19: Demanda semanal por bodega desde el 2017 al 2020

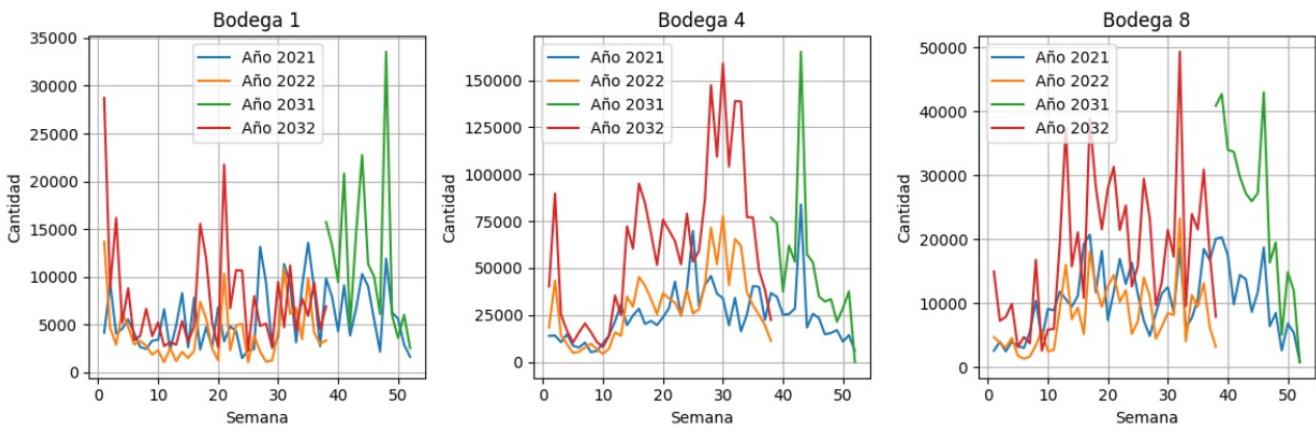


Figura 20: Demanda semanal por bodega del 2021, 2022 y el año de las proyecciones (2031-2032)

Se observa que la demanda mantiene una distribución parecida durante todos los años del Caso Actual (2017-2022), y se diferencia bastante de la distribución de la demanda en los años de la proyección. Dado que el propósito es simular la respuesta de las bodegas ante fluctuaciones en la demanda a futuro, la demanda histórica del Caso Actual no ofrece una estimación precisa para proyecciones futuras, ya que se comporta de manera muy distinta. Es por esto que se decidió utilizar únicamente las demandas de las proyecciones, las cuales proporcionan una base sólida para analizar la distribución de demanda que se pretende simular.

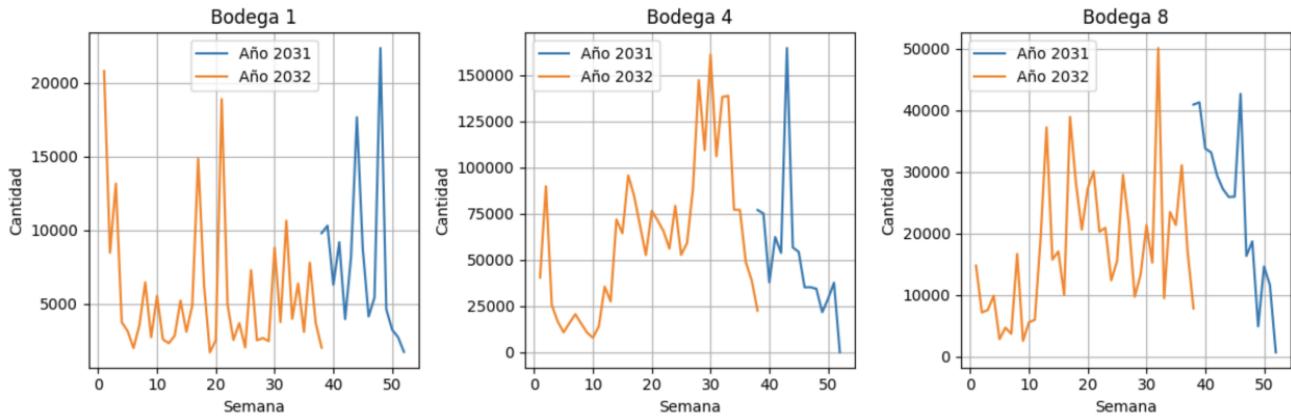


Figura 21: Demanda semanal del año de la proyección

La Figura 21 muestra las proyecciones de demanda semanales por bodega para la proyección, evidenciando tanto máximos acentuados (*peaks*) como períodos de demanda media. Con estas variaciones como base, se efectúa un estudio sobre las expectativas futuras de demanda por bodega, en línea con las proyecciones mencionadas. Este estudio abarca una evaluación detallada de la demanda por bodega, diferenciada entre temporadas de demanda alta (caracterizadas por máximos) y temporadas de demanda regular o promedio. La Figura 22 muestra las semanas consideradas como altas (de color rojo) y promedio (de color verde) por bodega.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52

(a) Bodega 1 (Norte)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52

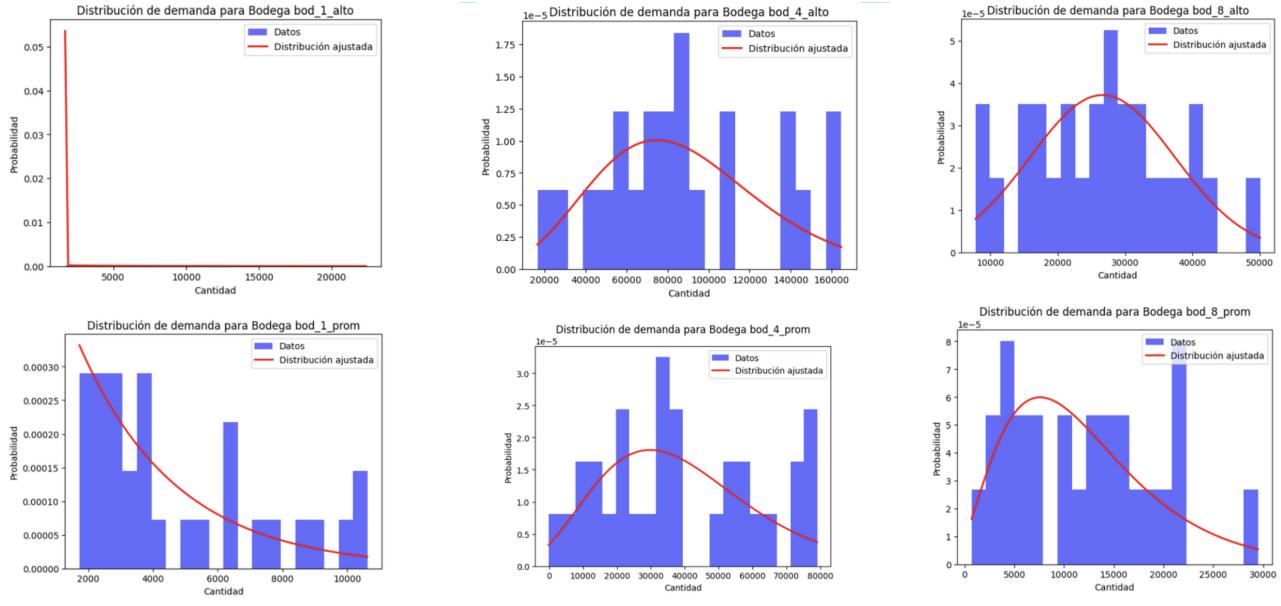
(b) Bodega 4 (Centro)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52

(c) Bodega 8 (Sur)

Figura 22: Temporada (demanda alta/promedio) por semana y por bodega

Con el objetivo de determinar las distribuciones que mejor se adaptan a las demandas futuras según las proyecciones, se procedió a ajustar las proyecciones por bodega y temporada (alta o promedio), dando un total de 6 distribuciones ajustadas. Estas distribuciones fueron determinadas por medio de su mejor ajuste a los datos proyectados ocupando la prueba de Kolmogorov-Smirnov, cuyo estadístico corresponde al valor máximo de todas las diferencias entre frecuencias relativas acumuladas teóricas y observadas. A partir de esto, se generaron los histogramas para cada uno de los casos y se experimentó con distintos ajustes, para finalmente obtener las mejores distribuciones mostradas en la Figura 23, representadas por la línea roja. Además, se muestra en la Tabla 22 el detalle de las distribuciones obtenidas junto con los parámetros correspondientes.



(a) Distribuciones Bodega 1 (Norte)

(b) Distribuciones Bodega 2 (Centro)

(c) Distribuciones Bodega 3 (Sur)

Figura 23: Mejores distribuciones de demanda semanal ajustadas por bodega y temporada

Bodega	Distribución	Parámetros
Bodega 1 (Norte) Alto	Gamma	$\alpha = 0.8395$ $loc = 1693.65$ $\lambda = 7439.346$
Bodega 1 (Norte) Promedio	Exponencial	$\lambda = 3014.003$ $loc = 1723.09$
Bodega 4 (Centro) Alto	Gamma	$\alpha = 10.332$ $loc = -45375.181$ $\lambda = 12881.314$
Bodega 4 (Centro) Promedio	Gamma	$\alpha = 6.027$ $loc = -18988.138$ $\lambda = 9692.767$
Bodega 8 (Sur) Alta	Normal	$\mu = 26662.418$ $\sigma = 10726.809$
Bodega 8 (Sur) Promedio	Gamma	$\alpha = 3.072$ $loc = -1638.232$ $\lambda = 4446.437$

Tabla 22: Detalle de las distribuciones de demanda semanal ajustadas por bodega y temporada

Una vez obtenidas las mejores distribuciones, se procedió a simular la demanda ajustada, la cual se obtuvo al promediar 10.000 simulaciones con las nuevas distribuciones. A continuación, se presenta una comparativa entre las demandas reales de la proyección con las demandas obtenidas por las distribuciones ajustadas (línea punteada) para cada una de las bodegas.

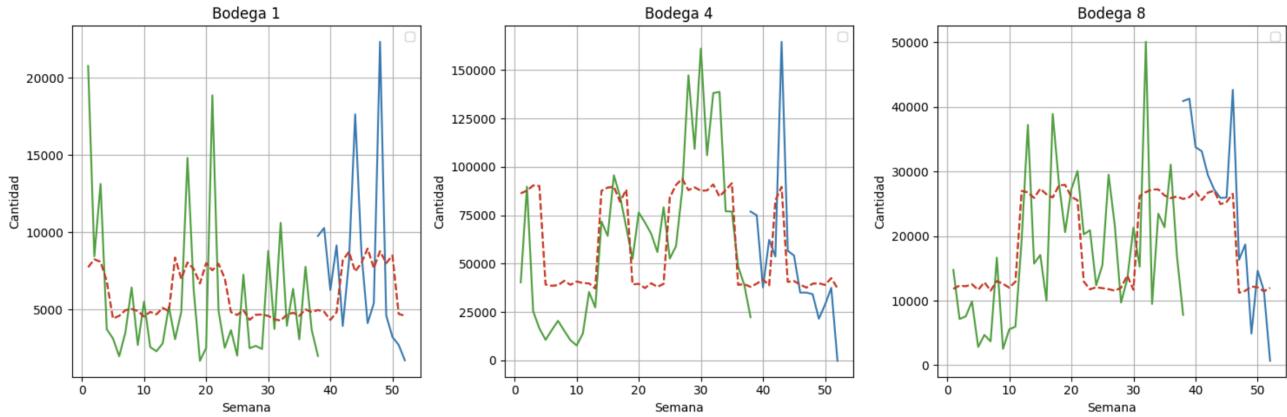


Figura 24: Distribuciones reales vs distribuciones ajustadas por bodega

Cabe destacar que existen diferencias en los *peaks* de las demandas. Esto se puede explicar debido a que se está graficando el promedio de las 10.000 simulaciones con las distribuciones ajustadas, por lo que resulta coherente que la línea punteada de la demanda de la distribución se ubique entre las líneas de las demandas reales y sea bastante estable y no distribuya exactamente como los *peaks* observados. Claramente, esta estabilidad permite demostrar el comportamiento promedio estacionario de las distintas distribuciones ajustadas en relación con las demandas acumuladas, pero es sumamente importante aclarar que no limita la posibilidad de que en algunas simulaciones existan *peaks* que permitan estresar el comportamiento de las bodegas, como se señala en el siguiente apartado de simulación.

12. Simulación

Considerando las proyecciones, y tras haber ajustado las distribuciones de la demanda, se procedió a examinar de qué manera las variaciones en la demanda impactan en los costos totales al compararlos con los costos óptimos determinados en la sección 10 (ubicados en la Tabla 20). La metodología es la siguiente: para cada bodega, se simulan las demandas semanales por 10.000 años mediante las distribuciones ajustadas en la sección anterior, considerando además que el tamaño de cada bodega es el tamaño óptimo determinado en la sección 10. En cada simulación (que representa un año de demandas) se calculan los costos totales incurridos por cada bodega a través del mismo procedimiento de la sección 10. La Figura 25 muestra los resultados obtenidos, y la línea roja punteada representa el costo total óptimo determinado previamente.

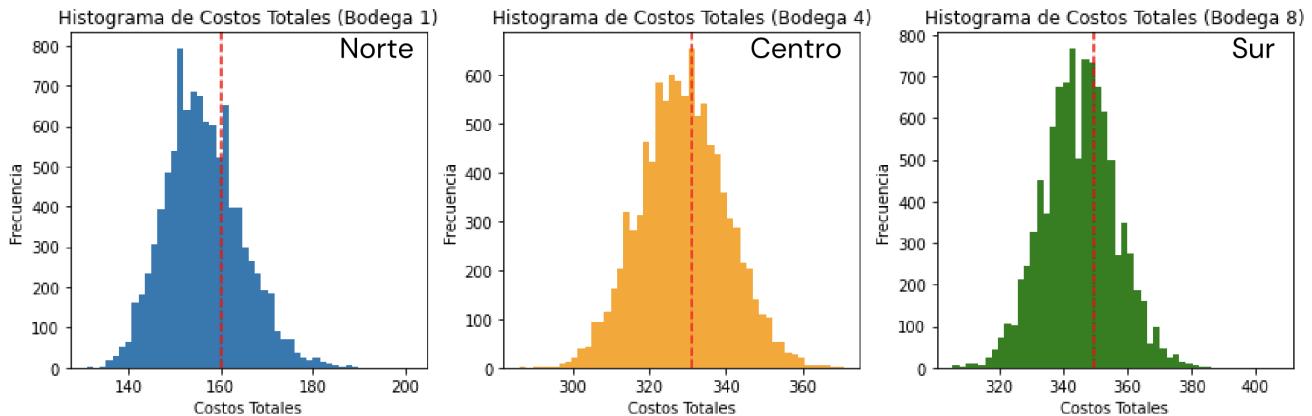


Figura 25: Simulaciones de costos totales para cada bodega

En base a los resultados obtenidos, se pueden destacar dos observaciones principales. La primera es que más de la mitad de las simulaciones resultaron en costos totales menores al costo total óptimo previamente determinado. Esto se evidencia en la Figura 26, donde se ilustra el porcentaje de simulaciones que alcanzaron costos totales inferiores al valor óptimo.

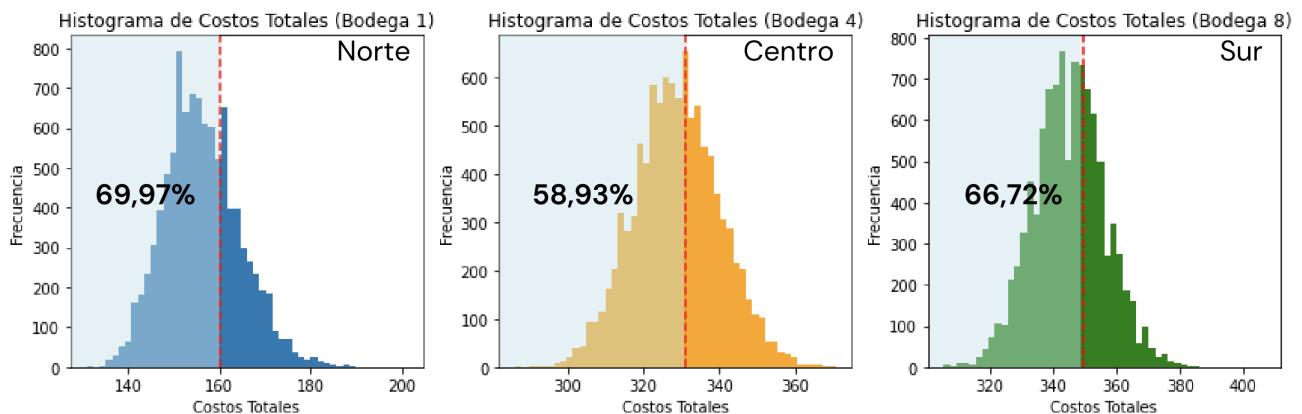


Figura 26: Simulaciones de costos totales para cada bodega

La segunda observación relevante hace referencia a la Tabla 23, la cual presenta la diferencia porcentual entre los costos totales de la simulación en el percentil 95 y el costo total óptimo. Este percentil 95 puede interpretarse como el umbral de inicio de los peores escenarios. En este caso, es de especial relevancia observar que en ninguna bodega los costos del percentil 95 (asociado a los peores casos) superan en más del 7 % el costo total óptimo previamente determinado.

Bodega	Percentil 95 ($F^{-1}(0,95)$)	Diferencia porcentual con el costo total óptimo
Bodega 1 (Norte)	171.2	7 % mayor
Bodega 4 (Centro)	348.0	5.1 % mayor
Bodega 8 (Sur)	363.3	3.9 % mayor

Tabla 23: Diferencia porcentual del percentil 95 con el costo total óptimo para cada bodega

Considerando ambas observaciones, se puede concluir que, dado que la mayoría de los costos simulados son inferiores al costo óptimo, y que incluso en los peores escenarios el incremento de costos no es drástico en comparación con el óptimo, el modelo y los tamaños óptimos determinados son bastante robustos al manejar variaciones y contingencias inesperadas respecto a las demandas estimadas de los clientes a través de las proyecciones. Esto sugiere una alta eficiencia y confiabilidad del modelo en distintas condiciones operativas, considerando tanto las ubicaciones como los tamaños óptimos de cada bodega.

13. Resultados y Recomendaciones Finales

Una vez finalizado todo el trabajo de modelación y análisis, se cierra el informe de este proyecto entregando los principales resultados y recomendaciones para la empresa obtenidos a través de las conclusiones del análisis, con el objetivo de aportar información relevante a la hora de evaluar reformas e implementaciones en la operación logística de la empresa.

13.1. Resumen de los Resultados

Para comenzar, se muestra el resumen del efecto sobre las distancias totales recorridas por los camiones dado por las reasignaciones de los clientes (*p-median*) y la relocalización de las bodegas (LAP), en comparación a la situación actual de la empresa (Caso Base). En las tablas a continuación se muestran los resultados obtenidos, tanto para el Caso Actual como para el Caso Futuro, de las distancias totales recorridas por los camiones considerando la carga consolidada (es decir, aplicando la heurística por sobre todo el espacio temporal correspondiente), además de los costos de transporte asociados a estas distancias recorridas. Estos costos de transporte se calcularon considerando ciertos supuestos. En primer lugar, se consideró que un chofer trabaja 8 horas diarias, 5 días a la semana y gana \$700.000 pesos mensuales. Además, se consideró que los camiones viajan a 45 *km/h* y tienen un consumo promedio de 4,15 *km/L* (Hansen, 2022). Por último, se consideró que el costo promedio por litro de bencina es de \$1.306 pesos (Comisión Nacional de Energía, 2023). Con estos supuestos, se obtuvo que el costo por kilómetro recorrido de un camión es de \$411,92 pesos (\$97,22 pesos el sueldo del chofer y \$314,7 pesos el costo de la bencina).

Caso Actual (6 años)	Caso Base	<i>p-median</i>	LAP
Distancia total recorrida con carga consolidada (<i>km</i>)	15.091.155	8.243.505	8.266.500
Costos totales de transporte consolidado (\$MM)	6.216,35	3.395,66	3.405,14

Tabla 24: Distancias totales recorridas y costos totales de transporte para el Caso Actual

Caso Futuro (1 año)	Caso Base	<i>p-median</i>	LAP
Distancia total recorrida con carga consolidada (km)	3.000.150	1.661.490	1.749.420
Costos totales de transporte consolidado (\$MM)	1.235,82	684,4	720,62

Tabla 25: Distancias totales recorridas y costos totales de transporte para el Caso Futuro

Como se puede apreciar, la reducción entre el Caso Base y el LAP para el Caso Actual y el Caso Futuro es de un 45,22 % y 41,69 %, respectivamente, tanto de las distancias recorridas como de los costos, lo cual refleja los enormes ahorros que se consiguen con la modelación de asignaciones y localizaciones óptimas. En específico, para el Caso Actual, el ahorro es de \$2.811,21 millones de pesos en caso de haber aplicado el modelo LAP durante los últimos 6 años. Y para el Caso Futuro, aplicando el mismo modelo, será posible ahorrar \$515,2 millones de pesos anuales para las proyecciones de ventas a 10 años.

Aun así, cabe destacar que la mayor reducción de distancias y costos se produce con los efectos del cierre de bodegas y la reasignación óptima del *p-median*. De hecho, la relocalización de ubicaciones dada por el LAP, a pesar de disminuir la suma total de distancias cliente-bodega, a la hora de consolidar la carga con la heurística empeora levemente las distancias y costos respecto al *p-median*, puesto que esto depende del volumen de pedidos diarios de los clientes y sus respectivas ubicaciones. A esto hay que sumar que la relocalización de las bodegas según el modelo LAP conllevará también costos asociados a desarmar y construir las bodegas en sus nuevas ubicaciones, hecho que la empresa deberá tener presente a la hora de planificar su presupuesto y decidir si conviene modificar las ubicaciones de sus bodegas.

Luego, respecto a los costos totales por tamaño de las bodegas, también se aprecia una disminución considerable al tomar en cuenta los modelos de reasignación y relocalización, sumado a la determinación del tamaño óptimo de cada bodega. En la Tabla 26 se pueden observar los resultados finales que se obtuvieron para cada caso y modelo, considerando la suma de los costos anuales de todas las bodegas operando con sus tamaños óptimos respectivos.

	Caso Base	<i>p-median</i>	LAP
Costos totales de tamaño Caso Actual (\$MM)	908,38	429,73	416,04
Costos totales de tamaño Caso Actual (\$MM)	1.750,09	845,61	840,76

Tabla 26: Costos totales asociados a los tamaños de la bodegas

Al igual que para el caso de las distancias recorridas, acá también las disminuciones son bastante grandes. Para el Caso Actual, los costos asociados a los tamaños de las bodegas disminuyen en un 54,2 % entre el Caso Base y el modelo LAP, mientras que para el Caso Futuro esta reducción es de un 51,96 %. En términos de ahorros monetarios, de haber aplicado los tamaños óptimos y el modelo LAP durante los últimos 6 años (Caso Actual), se podrían haber ahorrado \$492,34 millones de pesos anuales en promedio, mientras que para las proyecciones de ventas a futuro (Caso Futuro), aplicando lo mismo, será posible ahorrar \$909,33 millones de pesos anuales.

13.2. Recomendaciones Finales

A continuación, en torno a los resultados recién mostrados, se entregan las recomendaciones finales a la empresa. En específico, las recomendaciones se dividen en dos etapas: primero, la implementación del Caso Actual, y segundo, la planificación del Caso Futuro.

13.2.1. Implementar el Caso Actual

En primer lugar, se recomienda dejar operativas solo las bodegas 1 (norte), 4 (centro) y 8 (sur) en sus posiciones actuales, cerrando las 7 bodegas restantes. Además, se recomienda ajustar los tamaños de las 3 bodegas a sus tamaños óptimos encontrados para el Caso Actual. Esto implica aumentar/disminuir sus tamaños dependiendo del caso. Tal como se comprobó anteriormente, con solo 3 bodegas se puede satisfacer la demanda y cumplir con los niveles de servicio al 100 %, por lo que tomar esta medida no afectaría el desempeño de la empresa, pero si reduciría enormemente los costos, lo cual es altamente deseable. Además, los beneficios de relocalizar las bodegas (solución del modelo LAP) solo contribuyen con un margen de beneficio muy pequeño en comparación con la solución del modelo *p-median* para las 3 bodegas. Incluso, como se explicó previamente, los costos de las distancias totales recorridas son un poco mayores para el modelo LAP que para el modelo *p-median* aplicado en el Caso Futuro, y una operación para desarmar y construir las bodegas en ubicaciones no muy lejanas a las actuales probablemente impliquen costos no menores, lo que a largo plazo indica que los beneficios marginales del modelo LAP no justifican la inversión, razón por la que se recomienda dejar las 3 bodegas en sus posiciones actuales.

Ahora bien, respecto a este último punto, hay un caso especial con la bodega 1 (norte) que se puede reevaluar. El modelo LAP recomienda mover esta bodega 90 kilómetros más al sur, desde La Serena hasta Ovalle, siendo la única bodega cuya distancia de relocalización es medianamente significativa. La recomendación alternativa para la empresa es evaluar qué le resulta más conveniente en términos operativos respecto a esta bodega en particular. Por un lado, dejar la bodega 1 en la posición original puede significar un ahorro aproximado de 4.000 kilómetros extras de distancias recorridas anualmente si es que las demandas de los clientes se comportan como en el Caso Actual. Por otro lado, considerando los costos que implicaría mover una bodega (asociados a las recontrataciones, despidos, permisos, imprevistos, diseños, entre otros), al relocalizarla se pueden obtener ganancias si es que la mayor densidad de la demanda de los clientes se localiza al sur de la Serena, lo que depende del comportamiento de los clientes. Es por esto que se deja abierta la iniciativa a la empresa para que tome esta decisión, considerando el comportamiento de la demanda a futuro y las nuevas proyecciones que pueda hacer la empresa.

13.2.2. Planificar el Caso Futuro

En segundo lugar, se recomienda planificar a 10 años la ampliación del tamaño de las bodegas a los tamaños óptimos encontrados para el Caso Futuro, es decir, planificar el presupuesto y el espacio para ir ampliando el tamaño de las 3 bodegas año a año, con el objetivo de alcanzar los tamaños óptimos para el año 2032 (año de la proyección) y así poder hacer frente a la demanda futura de la mejor manera costo-eficiente. Por otro lado, dada la robustez del modelo comprobada a través de las simulaciones, se recomienda seguir los planes de ampliación ante cualquier caso de disruptores recurrentes de la demanda.

Referencias

- [1] Comisión Nacional de Energía. (2023). *Bencina en Línea.* Recuperado de: https://www.bencinaenlinea.cl/#/reporte_nacional. Consultado el 4 de diciembre de 2023.
- [2] Habitissimo. (2023). *Fletes: Precio y Presupuesto.* Recuperado de: <https://www.habitissimo.cl/presupuesto/fletes>
- [3] Hansen, P. (2022). *¿Cuánto diésel consume un camión en Chile? y ¿Cuánto puede ahorrar?* Recuperado de: https://www.webfleet.com/es_cl/webfleet/blog/cuanto-diesel-consume-un-camion-en-chile-y-cuanto-puede-ahorrar/
- [4] Mecalux. (2023). *Cálculo del ROI de una bodega.* Manual Técnico de Bodegaje. Recuperado de: <https://www.mecalux.cl/manual-bodegaje/bodega/calcular-roi>
- [5] Snyder, L. & Shen, Z. (2019). Facility Location Models. In Snyder, L. & Shen, Z., *Fundamentals of Supply Chain Theory (2nd ed.)*, (pp. 267-353). Wiley.