Derivada de un escalar respecto a un vector

Contents

Sean un número $y \in \mathbb{R}$ y un vector $x = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}$. Se define la siguiente derivada:

$$\frac{dy}{dx} = \begin{bmatrix} \frac{dy}{dx_1} \\ \frac{dy}{dx_2} \\ \cdots \\ \frac{dy}{dx_n} \end{bmatrix} \tag{1}$$

Se pueden demostrar las siguientes propiedades:

$$\frac{d(a^T x)}{dx} = \frac{d(x^T a)}{dx} = a \tag{2}$$

$$\frac{d(x^T A x)}{dx} = (A + A^T)x \tag{3}$$

donde $a \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ es un vector y $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz.