Contrastes de hipótesis

Contents

1 Contrastes para las β_i usando la distribución *t-student* **1**
1.1 Teoría 1
1.2 Ejemplo 2

2 Relación entre intervalos de confianza y contrastes **3**

3 Contraste para σ^2 **4**

4 Contraste de regresión múltiple **5**
4.1 La distribución F 5
4.2 Descomposición de la suma de cuadrados 5
4.3 Expresiones alternativas para la suma de cuadrados 6
4.4 Contraste 7
4.5 Ejemplo 7

5 Contraste para un grupo de coeficientes **8**
5.1 Ejemplo: contraste para un regresor 9
5.2 Ejemplo: el contraste de regresión múltiple 9
5.3 Ejemplo: contraste sobre una pareja de regresores 10
5.4 Ejemplo: contraste de igualdad de regresores 10

1 Contrastes para las β_i usando la distribución *t-student*

1.1 Teoría

Se quiere resolver los contrastes:

$$H_0 : \beta_i = 0 H_1 : \beta_i \neq 0$$

para el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + u_i$.

El procedimiento se puede resumir en:

1. Se parte de un estadístico con distribución conocida. En este caso se sabe que

$$\frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{se(\hat{\beta}_i)} \sim t_{n-k-1}$$

2. Se admite que H_0 es cierta y se obtiene la distribución del estadístico bajo este supuesto. En ente caso, se supone que $\beta_i = 0$, por lo que

$$\frac{\hat{\beta}_i}{se(\hat{\beta}_i)} \sim t_{n-k-1}$$

2. Se comprueba si los datos disponibles (la muestra) son un valor probable para la distribución obtenida o no. En caso de que los datos sean poco probables si se admite la hipótesis de partida, entonces se rechaza ésta. Es decir, se calcula

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_i}{se(\hat{\beta}_i)}$$

que según la hipótesis de partida debería ser un valor muy probable para una distribución t_{n-k-1}. Sea $t_{n-k-1;\alpha/2}$ el valor de una t-student con (n-k-1) grados de libertad tal que

$$P(t_{n-k-1} \geq t_{n-k-1;\alpha/2}) = \alpha/2$$

- si $|t_0| \geq t_{n-k-1;\alpha/2}$: se rechaza H_0
- si $|t_0| \leq t_{n-k-1;\alpha/2}$: no se rechaza H_0

Se define el *pvalor* como:

$$pvalor = 2P(t_{n-k-1} \geq |t_0|)$$

Por tanto

- si $pvalor \leq \alpha$: se rechaza H_0
- si $pvalor \geq \alpha$: no se rechaza H_0

1.2 Ejemplo

Veamos por ejemplo el modelo *kid_score ~ mom_hs + mom_iq + mom_age*:

```
load("datos/kidiq.Rdata")
str(d)
```

```
## 'data.frame':    434 obs. of  5 variables:
##  $ kid_score: int  65 98 85 83 115 98 69 106 102 95 ...
##  $ mom_hs   : Factor w/ 2 levels "no","si": 2 2 2 2 2 1 2 2 2 2 ...
##  $ mom_iq   : num  121.1 89.4 115.4 99.4 92.7 ...
##  $ mom_work : Factor w/ 4 levels "notrabaja","trabaja23",..: 4 4 4 3 4 1 4 3 1 1 ...
##  $ mom_age  : int  27 25 27 25 27 18 20 23 24 19 ...
```

```
m1 = lm(kid_score ~ . - mom_work, data = d)
summary(m1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ . - mom_work, data = d)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -53.289 -12.421   2.399  11.223  50.169
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 20.98466    9.13013   2.298   0.0220 *
## mom_hssi     5.64715    2.25766   2.501   0.0127 *
## mom_iq       0.56254    0.06065   9.276   <2e-16 ***
## mom_age      0.22475    0.33075   0.680   0.4972
## ---
```

```
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 18.15 on 430 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.215,  Adjusted R-squared:  0.2095
## F-statistic: 39.25 on 3 and 430 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Veamos de donde salen los valores de la tabla anterior:

- Estimate:

```
(beta_e = coefficients(m1))
```

```
## (Intercept)    mom_hssi      mom_iq     mom_age
##  20.9846620   5.6471512   0.5625443   0.2247505
```

- Std. Error:

```
(beta_se = sqrt(diag(vcov(m1))))
```

```
## (Intercept)    mom_hssi      mom_iq     mom_age
##  9.13012544  2.25765592  0.06064506  0.33074520
```

- t value:

```
(t_value = beta_e/beta_se)
```

```
## (Intercept)    mom_hssi      mom_iq     mom_age
##   2.2983980   2.5013339   9.2760110   0.6795276
```

- Pr(>|t|) (es decir, p-valores):

```
n = nrow(d)
k = 3
(pvalores = 2*pt(abs(t_value), df = n - k -1, lower.tail = F))
```

```
##  (Intercept)     mom_hssi       mom_iq      mom_age
## 2.201813e-02 1.274346e-02 8.650677e-19 4.971693e-01
```

- Si juntamos todo en una tabla:

```
data.frame(beta_e, beta_se, t_value, pvalores)
```

```
##                 beta_e    beta_se   t_value     pvalores
## (Intercept) 20.9846620 9.13012544 2.2983980 2.201813e-02
## mom_hssi     5.6471512 2.25765592 2.5013339 1.274346e-02
## mom_iq       0.5625443 0.06064506 9.2760110 8.650677e-19
## mom_age      0.2247505 0.33074520 0.6795276 4.971693e-01
```

2 Relación entre intervalos de confianza y contrastes

Sean los contrastes bilaterales:

$$H_0 : \beta_i = 0 H_1 : \beta_i \neq 0$$

Y los intervalos de confianza de los mismos parámetros:

$$\beta_i \in (a_i, b_i)$$

Existe una relación entre ambos:

- Si $0 \in (a_i, b_i) \Rightarrow$ no se rechaza H_0.
- Si $0 \notin (a_i, b_i) \Rightarrow$ se rechaza H_0.

En el caso del ejemplo, si miramos pvalores e intervalos:

```
confint(m1)
```

```
##                  2.5 %     97.5 %
## (Intercept)  3.0394352 38.9298887
## mom_hssi     1.2097371 10.0845653
## mom_iq       0.4433466  0.6817419
## mom_age     -0.4253280  0.8748289
```

```
summary(m1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ . - mom_work, data = d)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -53.289 -12.421   2.399  11.223  50.169
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 20.98466    9.13013   2.298   0.0220 *
## mom_hssi     5.64715    2.25766   2.501   0.0127 *
## mom_iq       0.56254    0.06065   9.276   <2e-16 ***
## mom_age      0.22475    0.33075   0.680   0.4972
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 18.15 on 430 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.215,  Adjusted R-squared:  0.2095
## F-statistic: 39.25 on 3 and 430 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

3 Contraste para σ^2

El contraste es:

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

El estadístico del contraste que se va a utilizar es:

$$\frac{(n-k-1)\hat{s}_R^2}{\sigma^2} \rightarrow \chi^2_{n-k-1}$$

Por tanto, si la hipótesis nula es cierta,

$$\chi_0^2 = \frac{(n-k-1)\hat{s}_R^2}{\sigma_0^2} \rightarrow \chi^2_{n-k-1}$$

Como ejemplo, se quiere contrastar

$$H_0 : \sigma^2 = 20^2 H_1 : \sigma^2 \neq 20^2$$

```r
(chisq_0 = sum(resid(m1)^2)/20^2)
```

```
## [1] 354.0126
```

```r
# limites del contraste bilateral
c(qchisq(0.05/2,df = n-k-1), qchisq(1-0.05/2,df = n-k-1))
```

```
## [1] 374.4397 489.3477
```

Por tanto se rechaza la hipótesis nula. El mismo resultado se obtiene mirando el intervalo de confianza.

4 Contraste de regresión múltiple

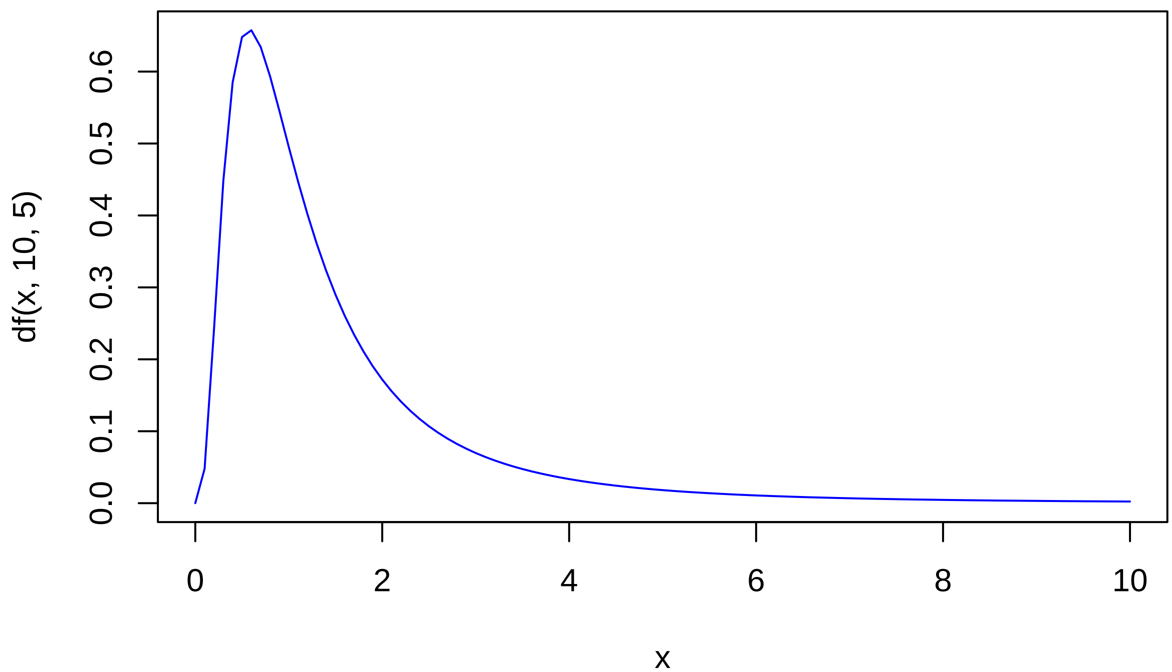
4.1 La distribución *F*

Sean una χ^2_m y una χ^2_n, ambas independientes. La distribución F se define como

$$\frac{\chi^2_m/m}{\chi^2_n/n} \sim F_{m,n}$$

La distribución F es similar a la χ^2:

```r
curve(df(x,10,5), from = 0, to = 10, col = "blue")
```



4.2 Descomposición de la suma de cuadrados

Tenemos el modelo

$$y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1i} + \cdots + \hat{\beta}_k x_{ki} + e_i = \hat{y}_i + e_i$$

Restando la media $\bar{y} = \sum y_i/n$:

$$y_i - \bar{y} = \hat{y}_i - \bar{y} + e_i$$

Elevando al cuadrado y sumando se tiene:

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum e_i^2$$

ya que $\sum (\hat{y}_i - \bar{y}) e_i = 0$. Se denominan:

- Suma de cuadrados total:

$$SCT = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

- Suma de cuadrados del modelo:

$$SCM = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

- Suma de cuadrados de los residuos:

$$SCR = \sum e_i^2$$

Por tanto, se cumple que

$$SCT = SCM + SCR$$

4.3 Expresiones alternativas para la suma de cuadrados

- Suma de cuadrados total:

$$SCT = (n-1)\hat{s}_y^2$$

ya que la varianza $\hat{s}_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2$.

- Suma de cuadrados estimados por el modelo:

$$SCM = (n-1)\hat{\beta}_a^T S_{xx} \hat{\beta}_a = (n-1)\hat{\beta}_a^T S_{xy}$$

Para probar esa relación se tiene que:

$$\hat{y}_i - \bar{y} = \hat{\beta}_1 (x_{1i} - \bar{x}_1) + \cdots + \hat{\beta}_k (x_{ki} - \bar{x}_k)$$

Por tanto:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1 - \bar{y} \\ \hat{y}_2 - \bar{y} \\ \cdots \\ \hat{y}_n - \bar{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} - \bar{x}_1 & x_{21} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{k1} - \bar{x}_k \\ x_{12} - \bar{x}_1 & x_{22} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{k2} - \bar{x}_k \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{1n} - \bar{x}_1 & x_{2n} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{kn} - \bar{x}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \cdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}$$

Es decir

$$\hat{y} - \bar{y} = X_a \hat{\beta}_a$$

$$SCM = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = (\hat{y} - \bar{y})^T (\hat{y} - \bar{y}) = \hat{\beta}_a^T X_a^T X_a \hat{\beta}_a$$

$$= (n-1)\hat{\beta}_a^T S_{xx} \hat{\beta}_a = (n-1)\hat{\beta}_a^T S_{xx} S_{xx}^{-1} S_{xy} = (n-1)\hat{\beta}_a^T S_{xy}$$

- Suma de cuadrados de los residuos:

$$SCR = (n-k-1)\hat{s}_R^2$$

ya que la varianza resiudal es $\hat{s}_R^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-k-1}$.

4.4 Contraste

Este contraste establece, de manera conjunta, si alguno de los regresores influye en la respuesta. Es decir, en el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + u_i$ se constrasta si

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0 H_1 : \text{Algún } \beta_i \neq 0$$

Para resolver este contraste, se puede demostrar que:

- Si $\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0 \Rightarrow SCM/\sigma^2 \sim \chi_k^2$
- $SCR/\sigma^2 \sim \chi_{n-k-1}^2$
- SCM y SCR son independientes.

Por lo tanto es razonable utilizar el estadístico:

$$\frac{\frac{SCM/\sigma^2}{k}}{\frac{SCR/\sigma^2}{n-k-1}} \sim F_{k,n-k-1} \Rightarrow F_0 = \frac{SCM/k}{SCR/(n-k-1)} \sim F_{k,n-k-1}$$

Si $\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0$, SCM ≈ 0 y el estadístico tomará valores pequeños; cuando algún β sea distinto de cero, SCM $>$ SCR y el estadístico irá tomando cada vez valores más altos. Por tanto se rechazará la hipótesis nula para valores grandes del estadístico:

- si $F_0 > F_\alpha$: se rechaza H_0
- si $F_0 \leq F_\alpha$: no se rechaza H_0

4.5 Ejemplo

Queremos contrastar si $\beta_{mom\_age} = \beta_{mom\_hs} = \beta_{mom\_iq} = 0$ en el modelo *kid_score ~ mom_hs + mom_iq + mom_age*, es decir, si estos regresores influyen en la puntuación obtenida en el test.

```
(SCT = sum((d$kid_score - mean(d$kid_score))^2) )
```

```
## [1] 180386.2
```

```
(SCR = sum(resid(m1)^2))
```

```
## [1] 141605
```

```
(SCM = SCT - SCR)
```

```
## [1] 38781.13
```

```
(F_0 = SCM/k/(SCR/(n-k-1)))
```

```
## [1] 39.25446
```

```
(F_alfa = qf(0.05, df1 = k, df2 =n-5-1))
```

```
## [1] 0.1171935
```

```
# pvalor
1 - pf(F_0, k, n-k-1)
```

```
## [1] 0
```

- En R:

```
summary(m1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ . - mom_work, data = d)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -53.289 -12.421   2.399  11.223  50.169
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 20.98466    9.13013   2.298   0.0220 *
## mom_hssi     5.64715    2.25766   2.501   0.0127 *
## mom_iq       0.56254    0.06065   9.276   <2e-16 ***
## mom_age      0.22475    0.33075   0.680   0.4972
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 18.15 on 430 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.215,  Adjusted R-squared:  0.2095
## F-statistic: 39.25 on 3 and 430 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Luego se rechaza la hipótesis nula, y al menos uno de los regresores influye en *kid_score*.

5 Contraste para un grupo de coeficientes

Consideremos el modelo de regresión con k regresores:

$$y = X\beta + u, \; dim(\beta) = k \times 1$$

Y consideremos otro modelo de regresión en el que se utilizan m de los k regresores ($m < k$):

$$y = X'\beta' + u', \; dim(\beta') = m \times 1$$

Sea *SCR(k)* la suma de cuadrados residual del primer modelo, y *SCR(m)* la suma de cuadrados residual del segundo modelo. Se puede demostrar que:

$$F_0 = \frac{(SCR(m) - SCR(k))/(k-m)}{SCR(k)/(n-k-1)} \sim F_{k-m,n-k-1}$$

Con este estadístico podemos resolver el contraste

$$H_0 : \text{Los modelos son iguales} H_1 : \text{Los modelos NO son iguales}$$

Si el estadístico toma valores pequeños quiere decir que la suma de cuadrados residual es parecida en ambos modelos, que es lo que debería pasar si H_0 es cierta, por lo se considera que los modelos son equivalentes. Por tanto, se rechazará la hipótesis nula para valores grandes del estadístico:

- si $F_0 > F_\alpha$: se rechaza H_0
- si $F_0 \leq F_\alpha$: no se rechaza H_0

5.1 Ejemplo: contraste para un regresor

Vamos a analizar si el regresor *mom_age* puede eliminarse de la lista. El contraste que resolvemos es $H_0 : \beta_{mom\_age} = 0$ en el modelo *kid_score ~ mom_hs + mom_iq + mom_age*. Para ello lo comparamos con el modelo *kid_score ~ mom_hs + mom_iq*. Si los modelos son equivalentes quiere decir que $\beta_{mom\_age} = 0$:

```
m2 = lm(kid_score ~ mom_hs + mom_iq, data = d)
(SCR2 = sum(resid(m2)^2))
```

```
## [1] 141757.1
```

```
m = 2
(F_0 = ((SCR2 - SCR)/(k-m))/(SCR/(n-k-1)))
```

```
## [1] 0.4617577
```

```
# F_alfa
qf(0.95, k-m, n-k-1)
```

```
## [1] 3.863175
```

```
# pvalor
1-pf(F_0, k-m, n-k-1)
```

```
## [1] 0.4971693
```

Luego no se puede rechazar la hipótesis nula (los modelos son iguales), luego el regresor *mom_age* se puede eliminar del modelo Se obtiene el mismo resultado que con el contraste de la t-student.

- Con R:

```
anova(m2, m1)
```

```
## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: kid_score ~ mom_hs + mom_iq
## Model 2: kid_score ~ (mom_hs + mom_iq + mom_work + mom_age) - mom_work
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F Pr(>F)
## 1    431 141757
## 2    430 141605  1    152.06 0.4618 0.4972
```

5.2 Ejemplo: el contraste de regresión múltiple

El contraste de regresión múltiple ($H_0 : \beta_{mom\_hs} = \beta_{mom\_iq} = \beta_{mom\_age} = 0$) también se puede resolver utilizando este estadístico. Los dos modelos a comparar son: *kid_score ~ 1 + mom_hs + mom_iq + mom_age* y *kid_score ~ 1*. El 1 hace referencia al β_0, y se estima por defecto si no se indica explicitamente:

```
m3 = lm(kid_score ~ 1, d)
```

Por tanto

```
anova(m3, m1)
```

```
## Analysis of Variance Table
```

```
##
## Model 1: kid_score ~ 1
## Model 2: kid_score ~ (mom_hs + mom_iq + mom_work + mom_age) - mom_work
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F    Pr(>F)
## 1    433 180386
## 2    430 141605  3     38781 39.255 < 2.2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

5.3 Ejemplo: contraste sobre una pareja de regresores

El contraste que resolvemos es $H_0 : \beta_{mom\_iq} = \beta_{mom\_age} = 0$ en el modelo *kid_score ~ mom_hs + mom_iq + mom_age*. Para ello lo comparamos con el modelo:

```
m4 = lm(kid_score ~ mom_hs, data = d)
(SCR4 = sum(resid(m4)^2))
```

```
## [1] 170261.2
```

```
m = 1
(F_0 = ((SCR4 - SCR)/(k-m))/(SCR/(n-k-1)))
```

```
## [1] 43.50887
```

```
# F_alfa
qf(0.05, k-m, n-k-1)
```

```
## [1] 0.05129941
```

```
# pvalor
1-pf(F_0, k-m, n-k-1)
```

```
## [1] 0
```

Luego se rechaza la hipótesis nula.

- Con R:

```
anova(m4, m1)
```

```
## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: kid_score ~ mom_hs
## Model 2: kid_score ~ (mom_hs + mom_iq + mom_work + mom_age) - mom_work
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F    Pr(>F)
## 1    432 170261
## 2    430 141605  2     28656 43.509 < 2.2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

5.4 Ejemplo: contraste de igualdad de regresores

El contraste que resolvemos es $H_0 : \beta_{mom\_iq} = \beta_{mom\_age}$ en el modelo *kid_score ~ mom_hs + mom_iq + mom_age*. Hacemos la comparación con el modelo:

```
m5 = lm(kid_score ~ mom_hs + I(mom_iq + mom_age), data = d)
(SCR5 = sum(resid(m5)^2))
```

```
## [1] 141933.5
```

```r
m = 2
(F_0 = ((SCR5 - SCR)/(k-m))/(SCR/(n-k-1)))
```

```
## [1] 0.9974542
```

```r
# pvalor
1-pf(F_0, k-m, n-k-1)
```

```
## [1] 0.318489
```

OJO, el modelo m5 es:

$$kid\_score_i = \beta_0 + \beta_1 mom\_hs_i + \beta_2 mom\_iq_i + \beta_2 mom\_age_i + u_i$$

- En R:

```r
anova(m5,m1)
```

```
## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: kid_score ~ mom_hs + I(mom_iq + mom_age)
## Model 2: kid_score ~ (mom_hs + mom_iq + mom_work + mom_age) - mom_work
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F Pr(>F)
## 1    431 141934
## 2    430 141605  1    328.48 0.9975 0.3185
```

Como vemos no se puede rechazar la hipótesis nula *Los modelos son iguales*, luego no se puede rechazar $H_0 : \beta_{mom\_iq} = \beta_{mom\_age}$.

Por último vamos a resolver este contraste con la t-student. El modelo m1 es

$$kid\_score = \beta_0 + \beta_1 mom\_hssi + \beta_2 mom\_iq + \beta_3 mom\_age + u$$

La hipótesis nula del contraste es: $H_0 : \beta_2 = \beta_3$. Para encontrar el estadístico del contraste tenemos que:

$$\hat{\beta}_2 \sim N(\beta_2, \sigma^2 Q_{2,2}), \quad \hat{\beta}_3 \sim N(\beta_3, \sigma^2 Q_{3,3})$$

Por tanto:

$$\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3 \sim N(\beta_2 - \beta_3, \sigma^2(Q_{2,2} + Q_{3,3} - 2Q_{2,3})$$

Es decir:

$$\frac{(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3) - (\beta_2 - \beta_3)}{\sqrt{\sigma^2(Q_{2,2} + Q_{3,3} - 2Q_{2,3})}} \sim N(0,1)$$

Reemplazando σ^2 por $\hat{s}_R^2$ se tiene:

$$\frac{(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3) - (\beta_2 - \beta_3)}{\sqrt{\hat{s}_R^2(Q_{2,2} + Q_{3,3} - 2Q_{2,3})}} \sim t_{n-k-1}$$

Finalmente el estadístico del contraste cuando H_0 es cierta es:

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3}{\sqrt{\hat{s}_R^2(Q_{2,2} + Q_{3,3} - 2Q_{2,3})}} \sim t_{n-k-1}$$

```
beta_var = vcov(m1)
(t0 = (coef(m1)[3] - coef(m1)[4])/sqrt(beta_var[3,3] + beta_var[4,4] - 2*beta_var[3,4]))
```

```
##    mom_iq
## 0.9987263
```

```
# pvalor
2*pt(abs(t0), n - k - 1, lower.tail = F)
```

```
##   mom_iq
## 0.318489
```