

Matemáticas en la Era de los computadores

Prueba de evaluación continua
modelo 14

UNED

Instrucciones

Escribe tu nombre y el modelo que te ha correspondido bien visibles en la primera página de tu respuesta.

No debes limitarte a lograr una solución matemáticamente correcta de cada enunciado, es esencial que expliques los pasos que has seguido, de la manera que consideres más apropiada. Contesta con claridad y sencillez, pero rigurosamente. Cualquier resultado general, además de probado, debería estar comprobado con algunos ejemplos. Si quieres y el tema lo permite, puedes responder en forma de un breve ensayo imitando a SIMONSON, en otro caso, hazlo con tu estilo propio.

En cada cuestión planteada se indica la puntuación máxima que se puede obtener al contestarla hasta un total de dos puntos que es la puntuación de esta prueba.

Si me admites un consejo, te recomiendo que leas primero todas las cuestiones y respondas en primer lugar aquéllas sobre las que te sientas más seguro. Controla el tiempo.

Enunciado 1 Responde razonadamente a la cuestión siguiente:

Cuestión 1. (0.5 puntos) ¿Cuál es el menor número natural que tiene 6 divisores impares y 18 divisores pares? Entendemos que 1 es un divisor de cualquier número.

Enunciado 2 Consideremos todos los pares ordenados (n, m) de números naturales tales que $0 < n < m < 10^6$.

Cuestión 2. (0.5 puntos) ¿Cuántos de esos pares son tales que su media aritmética es 2 unidades menor que su media geométrica? (Razona bien todos los pasos de tu explicación).

Enunciado 3 Considera el algoritmo siguiente: dado un número entero positivo, sumaremos sus dígitos para obtener un nuevo número. Este proceso se repite hasta obtener un número con un sólo dígito.

Por ejemplo, dado el número 2590378, los pasos del algoritmo son los siguientes

Paso 1.	2590378 \rightarrow 34	ya que $2 + 5 + 9 + 0 + 3 + 7 + 8 = 34$
Paso 2.	34 \rightarrow 7	ya que $3 + 4 = 7$

Otro ejemplo, $142857 \rightarrow 27 \rightarrow 9$.

Cuestión 3. (0.5 puntos) Relaciona el resultado del algoritmo con las propiedades del número. Halla un procedimiento distinto que calcule el resultado del algoritmo. Por ejemplo, que calcule el resultado del algoritmo aplicado al número

12345678910111213141516171819202122232425262728230

Cuestión 4. (0.5 puntos) Aplica el algoritmo anterior a la parte periódica de los recíprocos de los números primos. Por ejemplo,

$$\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$$

la parte periódica es 142857 y el algoritmo nos produce

$$142857 \rightarrow 27 \rightarrow 9$$

Otro ejemplo, $1/11 = 0.\overline{09}$ y el algoritmo nos produce $09 \rightarrow 9$.

Forma una tabla con los resultados de aplicar el algoritmo a diversos números primos. Conjetura una propiedad a la vista de la tabla (es muy sencillo). Prueba la conjetura.