



PARAMETRIZACION DENAVIT-HARTENBERG

CINEMATICA DE ROBOTS



FRANCISCO JAVIER HERNANDEZ MORALES
CARLOS ENRIQUE MORAN GARABITO

EL ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DENAVIT-HARTENBERG (DH) FORMA PARTE DE TODO CURSO BÁSICO SOBRE ROBÓTICA, YA QUE SON UN ESTÁNDAR A LA HORA DE DESCRIBIR LA GEOMETRÍA DE UN BRAZO O MANIPULADOR ROBÓTICO. SE USAN PARA RESOLVER DE FORMA TRIVIAL EL PROBLEMA DE LA CINEMÁTICA DIRECTA, Y COMO PUNTO INICIAL PARA PLANTEAR EL MÁS COMPLEJO DE CINEMÁTICA INVERSA.

1. NUMERAR LOS ESLABONES: SE LLAMARÁ “0” A LA “TIERRA”, O BASE FIJA DONDE SE ANCLA EL ROBOT. “1” EL PRIMER ESLABÓN MÓVIL, ETC.
2. NUMERAR LAS ARTICULACIONES: LA “1” SERÁ EL PRIMER GRADO DE LIBERTAD, Y “N” EL ÚLTIMO.
3. LOCALIZAR EL EJE DE CADA ARTICULACIÓN: PARA PARES DE REVOLUCIÓN, SERÁ EL EJE DE GIRO. PARA PRISMÁTICOS SERÁ EL EJE A LO LARGO DEL CUÁL SE MUEVE EL ESLABÓN.
4. EJES Z: EMPEZAMOS A COLOCAR LOS SISTEMAS XYZ. SITUAMOS LOS Z_{i-1} EN LOS EJES DE LAS ARTICULACIONES I, CON $i=1, \dots, N$. ES DECIR, Z_0 VA SOBRE EL EJE DE LA 1ª ARTICULACIÓN, Z_1 VA SOBRE EL EJE DEL 2º GRADO DE LIBERTAD, ETC.
5. SISTEMA DE COORDENADAS 0: SE SITÚA EL PUNTO ORIGEN EN CUALQUIER PUNTO A LO LARGO DE Z_0 . LA ORIENTACIÓN DE X_0 E Y_0 PUEDE SER ARBITRARIA, SIEMPRE QUE SE RESPETE EVIDENTEMENTE QUE XYZ SEA UN SISTEMA DEXTRÓGIRO.
6. RESTO DE SISTEMAS: PARA EL RESTO DE SISTEMAS $i=1, \dots, N-1$, COLOCAR EL PUNTO ORIGEN EN LA INTERSECCIÓN DE Z_i CON LA NORMAL COMÚN A Z_{i-1} Y Z_{i+1} . EN CASO DE CORTARSE LOS DOS EJES Z, COLOCARLO EN ESE PUNTO DE CORTE. EN CASO DE SER PARALELOS, COLOCARLO EN ALGÚN PUNTO DE LA ARTICULACIÓN $i+1$.
7. EJES X: CADA X_i VA EN LA DIRECCIÓN DE LA NORMAL COMÚN A Z_{i-1} Y Z_i , EN LA DIRECCIÓN DE Z_{i-1} HACIA Z_i .
8. EJES Y: UNA VEZ SITUADOS LOS EJES Z Y X, LOS Y TIENEN SUS DIRECCIONES DETERMINADAS POR LA RESTRICCIÓN DE FORMAR UN XYZ DEXTRÓGIRO.
9. SISTEMA DEL EXTREMO DEL ROBOT: EL N-ÉSIMO SISTEMA XYZ SE COLOCA EN EL EXTREMO DEL ROBOT (HERRAMIENTA), CON SU EJE Z PARALELO A Z_{N-1} Y X E Y EN CUALQUIER DIRECCIÓN VÁLIDA.
10. ÁNGULOS TETA: CADA θ_i ES EL ÁNGULO DESDE X_{i-1} HASTA X_i GIRANDO ALREDEDOR DE Z_i .
11. DISTANCIAS D: CADA d_i ES LA DISTANCIA DESDE EL SISTEMA XYZ $i-1$ HASTA LA INTERSECCIÓN DE LAS NORMALES COMÚN DE Z_{i-1} HACIA Z_i , A LO LARGO DE Z_{i-1} .
12. DISTANCIAS A: CADA a_i ES LA LONGITUD DE DICHA NORMAL COMÚN.
13. ÁNGULOS ALFA: ÁNGULO QUE HAY QUE ROTAR Z_{i-1} PARA LLEGAR A Z_i , ROTANDO ALREDEDOR DE X_i .
14. MATRICES INDIVIDUALES: CADA ESLABÓN DEFINE UNA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ \hline & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

15. TRANSFORMACIÓN TOTAL: LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN TOTAL QUE RELACIONA LA BASE DEL ROBOT CON SU HERRAMIENTA ES LA ENCADENACIÓN (MULTIPLICACIÓN) DE TODAS ESAS MATRICES:

$$T = {}^0A_1 {}^1A_2 \cdots {}^{N-1}A_N$$

DEXTRÓGIRO: SI SE MUEVE EN EL SENTIDO DE LAS AGUJAS DEL RELOJ, EN CONTRAPOSICIÓN A LEVÓGIRO. EL MOVIMIENTO DEXTRÓGIRO FUE TOMADO DEL MOVIMIENTO RELATIVO DE LA SOMBRA EN LOS RELOJES DE SOL, QUE EN EL HEMISFERIO NORTE GIRA A LA DERECHA, VISTA DESDE ARRIBA.