

---

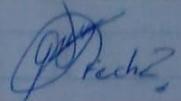
# PORAFOLIO DE EVIDENCIAS

---

Cinemática de robots



ALUMNO: FRANCISCO JAVIER HERNANDEZ MORALES  
MAESTRO: CARLOS ENRIQUE MORAN GARABITO

Franco J. Hernandez Morelos.   
Capítulo 3

### Herramientas Matemáticas Para la localización General.

Para Que Un Robot Pueda Realizar Tareas De Manipulación Que Le Son Frecuentes Es Necesario Que Conozca La Posición Y Orientación De Los Componentes A Manipular Con Respecto A La Base Del Robot. La Base A Tiempo Se Calcula Con Se Dado Del Cuerpo Con Una Serie De Herramientas Con La Cual Se Determina Precisamente La Posición Y Orientación En El Espacio De Personas o En General Objetos De Forma Sencilla. Los Denominados Coordenadas, Al Tratarse De Un Aparato De Uso Mas Restringido A Otros Campos, Como El Aeronáutico, No Son Utilizados Con El Suficiente Detalle En La Estructura De La Robotica.

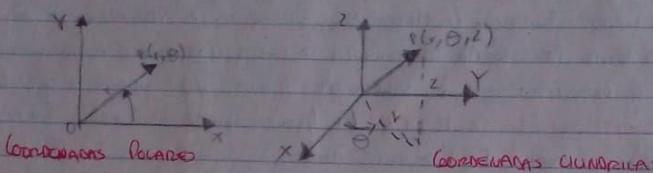
**Representación De La Posición:** La localización De Un Cuerpo Rígidoo En El Espacio Precisa De Especificar Tanto Su Posición Como Su Orientación, Las 2 Deben Estar Coordenadas En Una Relación A Un Sistema De Referencia Dado, Pudiéndose Hacer Uso De DIFERENTES MEDIOS O HERRAMIENTAS PARA ESPECIFICAR LA RELACION ENTRE LA POSICIÓN Y DIRECCIÓN DEL CUERPO Dicho Y LOS SISTEMAS DE REFERENCIA. PUNTUALMENTE SE USAN DE MANERA INDEPENDIENTE PARA QUE DESPUES SEAN COMBINADAS PARA HACERLO USO DE HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS Y SEAN MAS FÁCILES.

**Sistema Cartesiano De Referencia:** Llamativamente Se Dicen N Planoos eje Perpendiculares Entre Si Con Un Origen De Fondo Estos Se denominan Sistemas Cartesianos y Si Tienen Una 2 Dimensiones El Sistema De Referencia Oxy (coordinadas Por 2 vectores) Coordenadas OX y OY A Recibirlas Entre Si Con Intersección Comun O.S. Se Tambien Se Llaman O. Con 3 Dimensiones El Sistema Cartesiano Oxyz (Giraria Común Por Distintas Direcciones OX, OY y Oz).

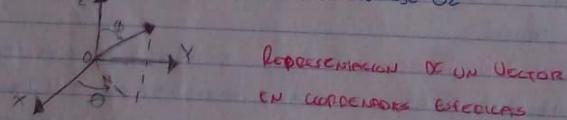
**Vectores En Coordenadas Cartesianas - EN 2 y 3 Dimensiones**



**Coordenadas Polares y Cilíndricas:** Para un punto, se tiene que caracterizar la localización de un punto o vector  $\mathbf{P}$  respecto a un sistema de ejes cartesianos de referencia  $OXY$  utilizando las denominadas coordenadas polares  $P(r, \theta)$ , en el caso de trabajar en 3 dimensiones un vector  $\mathbf{P}$  podrá expresarse con respecto a la referencia  $OXYZ$  con coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$  aplicando el razonamiento sobre el plano  $OXY$  mencionado que la componente  $z$  expresa la proyección sobre el eje  $OZ$  del vector  $\mathbf{P}$ .



**Coordenadas Esféricas:** Se pide dar las coordenadas cartesianas para representar la localización de un vector  $\mathbf{P}$  en un espacio de 3 dimensiones. Utilizando el sistema de referencia  $OXYZ$ , el vector  $\mathbf{P}$  tendrá como coordenadas esféricas  $(r, \theta, \phi)$ , donde la componente  $r$  es la distancia desde el origen, la componente  $\theta$  es el ángulo y  $\phi$  el ángulo formado por el vector  $\mathbf{P}$  con el eje  $OZ$ .



**Representación de la orientación:** En la figura 1) es suficiente (a) especificar que debe ser la posición de su extremo, si no que también (b) necesario indicar su orientación. Una orientación en el espacio tridimensional viene definida por 3 grados o 3 componentes linealmente independientes.

**Matrices de Rotación:** Las matrices de rotación son el tema más extendido para la descripción de orientaciones, siendo particularmente a la consideración de proporcionalidad entre los ángulos de Euler. Un vector  $\mathbf{P}$  del plano se puede representar

Scribe

Com:  $\vec{P} = P_x \hat{i}_x + P_y \hat{j}_y$  Además se definen las transformaciones

$$\begin{cases} P_x = i_x P \\ P_y = i_y P \end{cases}$$

Orientación de un Sistema

O.U. respecto a O.O.S.

O.XY en un punto

Sustituyendo la expresión

a) en b) se obtiene

Donde

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_u \\ P_w \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} i_x i_u & i_x i_w \\ i_y i_u & i_y i_w \end{bmatrix}$$

b) La matriz matriz de orientación que define la orientación del sistema O.U. con respecto al sistema O.XY, y que sirve para transformar los componentes de un vector en un sistema del otro,  $R^T = RT$ , es la de 2 dimensiones, la orientación viene definida por 3 únicos parámetros independiente. La matriz

$R$  será de la forma:  $R = \begin{bmatrix} C_{11} & -S_{11} \\ S_{11} & C_{11} \end{bmatrix}$

Si  $C_{11} = 0$ , la matriz  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  R es una rotación pura

Si transformación es similar si O.XY y O.UW coinciden en el origen

Siendo  $O.XY$  fijo y O.UW una rotación se dice definir R. (o)

Definiciones de Sistema O.XY y O.UW respectivamente  $i_x, j_x, k_x$ , mientras que los otros serán

$i_u, j_u, k_u$ . Un vector general puede ser obtenido de las siguientes maneras

$$P_{UW} = [P_u, P_w]^T = P_u \cdot i_u + P_w \cdot j_u + P_w \cdot k_u$$

$$P_{XYW} = [P_x, P_y, P_w]^T = P_x \cdot i_x + P_y \cdot j_x + P_w \cdot k_x$$

Si se igualan las 2 dimensiones,

se quiere obtener la siguiente

equivalencia.

Donde

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_w \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_u \\ P_w \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} i_x i_u & i_x j_u & i_x k_u \\ i_y i_u & i_y j_u & i_y k_u \\ i_z i_u & i_z j_u & i_z k_u \end{bmatrix}$$

Scribie

6. La Matriz De Posicion Que Define La Orientacion Del Sistema CUVW Con

Respecto Al Sistema OXYZ.

$$\text{Rot}(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

Sistema De Referencia Oxyz Sistemas Al Objeto Ouvw

Angular De Fuerza: Un Otro Metodo Para Definir La Orientacion. Toda

Sistema Ouvw Sustituir Cuya Orientacion Se Quiere Describir Puede Definirse Con  
Respecto Al Sistema OXYZ MEDIANTE 3 ARTICULOS:  $\theta, \phi, \psi$  QUE REPRESENTAN  
LOS UNIDOS DE LOS EJES ROTACIONES SOBRE 3 Ejes DIFERENTES ENTRE SI. SE PUEDE QUE  
SE SE CIERAN CONTINUA EN EL SISTEMA OUVW,

Los Cuaternios: Definidos Por Hamilton, Permite Utilizarlos Para Hacer  
Matematica De Gran Versatilidad Compatiendo Bien Trabajar Con Ejes  
Giratorios. Un Cuaternion Que Sirve Cuaterniones De 4 Componentes ( $q_0, q_1, q_2, q_3$ )  
Que Representan Las Coordenadas Del Cuaternion En Una Base  $\{e_i, j, k\}$ . Un Se  
Representa Como:  $Q = [q_0, q_1, q_2, q_3] = [s, v]$  Donde S Es La Parte Escalar Y  
 $v$  La Vectorial. Con Metodologia De Consideracion De OPERACIONES SE ALCANZA  
A EJES DE UN EJE A OTRO AL REDONDEAR K AL CUATERNIO DEFINIDO POR

$$Q = \text{Rot}(k, \theta) = (\cos \frac{\theta}{2}, k \sin \frac{\theta}{2})$$
 Con Los Cuaternios Se Consigue Una

Herramienta Practica Para El Tramamiento De Gruas Y Cambios De Orientacion.

Matrices De Transformacion Homogeneas: Permiten Que Representen Conjunta  
De La Posicion Y Orientacion, Facilitando Su Uso MEDIANTE NOTACION MATRICIAL.

COORDENADAS MATEMATICAS HOMOGENEAS Al Objeto De Poder Representar Y Tener  
CONVERGENCIA LA POSICION Y LA ORIENTACION DE UN SISTEMA SE INTRODUCEN LAS  
COORDENADAS HOMOGENEAS. Se Representa En Coordenadas Homogeneas MEDIANTE

El Vector Columna:

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aw \\ bw \\ cw \\ dw \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

Scribe

A modo de Introducción A las Coordenadas Homogéneas Sobre Transformaciones. La Matriz De Transformación Homogénea: Es Una Matriz  $4 \times 4$  Que Representa la Transformación De Un Vector De Coordenadas Homogéneas De Un Sistema De Coordenadas A otro.

$$T = \begin{bmatrix} D_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & W_{1 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ \text{Perspectiva} & \text{Graaldo} \end{bmatrix}$$

Aplicación de Matrices Homogéneas: Se considera la Transformación De Perspectiva Nula y el Escalar Global Unitario. La Matriz Homogénea T Resultante Será De la siguiente forma:

$$T = \begin{bmatrix} D_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Una Matriz De Transformación Homogénea Se Puede Analizar:

- 1- Representar la Posición y Orientación De Un Sistema Girado y Trasladado O'UVW con respecto a un Sistema Fijo de Referencia OXYZ, que es lo mismo que representar una Rotación y Traslación Realizada sobre un Sistema de Referencia.
- 2- Transformar Un Vector r Expresado en Coordenadas con respecto a un Sistema O'UVW, a su expresión en Coordenadas del Sistema de Referencia OX YZ.
- 3- Rotar (r) y Trasladar (r) un vector r con respecto a un Sistema de Referencia Fijo OXYZ para transformarlo en el r'.

Traslación: La Matriz T corresponde a una matriz homogénea de traslación.

$$T(r) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_r \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ Donde } P_r \text{ es la matriz básica de traslación.}$$

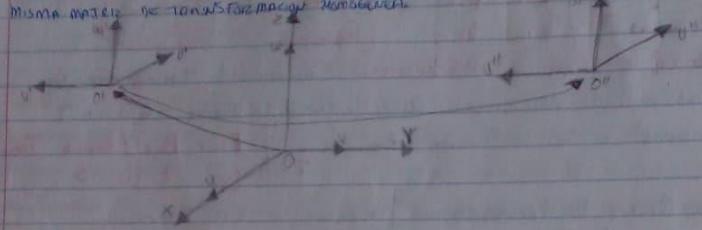
Rotación: Escribir que O'UVW solo se encuentran rotacionando respecto al sistema OXYZ.

Se buscan definir 3 matrices homogéneas básicas de rotación.

$$\text{Rot}_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Rot}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Rot}_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformación Lineal Con Rotación: La transformación de los matrices homogéneas tiene en cuenta la representación convencional de rotación y de transformación, trabajando con matrices de rotación (matriz de rotación  $R_{xy}$ ) y el vector de transformación  $P_{xy}$ , en un mismo tiempo. La matriz de rotación  $R_{xy}$  y el vector de transformación  $P_{xy}$ , en un mismo sistema de coordenadas.



Rotación Segunda De Transformación: Del sistema OXYZ con respecto a OXYZ

Las Matrices Homogéneas serán las que actualmente se representan:

Rotación de la Atracción P sobre el eje de Segundo de una transformación de vector  $P_{xy,z}$ :

$$T(+) \text{ para } (y) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & P_y \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

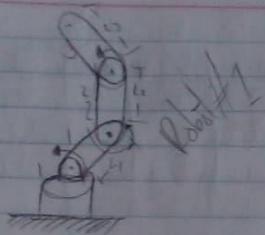
Transformación Segunda De Rotación: Es una de localizar una transformación Segunda de una Rotación sobre los ejes cartesianos. las Matrices Homogéneas resultantes son:

$$R_{xy}(0) T(0) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & P_y \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Proyección 3 Dimensional: Tomar la Rotación primera para la localización de un punto en el espacio. Si un vector  $T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Componer Octava + (y, z) siendo Sean Transformados en el vector  $(ax, by, cz)$ .

$$\text{Mediante la Matriz: } T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & ax \\ 0 & 1 & 0 & by \\ 0 & 0 & 1 & cz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Mechanica:

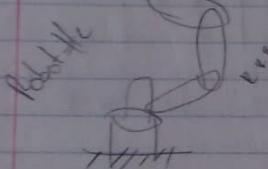
$a_{i-1} \rightarrow$  distancia de  $z_{i-1}$  a  $z_i$  - A lo largo del eje  $x_{i-1}$

$\alpha_{i-1} \rightarrow$  angulo entre  $z_{i-1}$  y  $z_i$  \* Con respecto a  $x_{i-1}$

$d_i \rightarrow$  distancia de  $x_{i-1}$  a  $x_i$  → a lo largo del eje  $z_i$

$\theta_i \rightarrow$  Angulo entre  $x_{i-1}$  y  $x_i$  \* Con respecto al  $z_i$

i	$a_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	-90	0	$\theta_1$
2	$l_1$	0	0	$\theta_2$
3	$l_2$	0	0	$\theta_3$



i	$a_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	0	$\theta_1$
2	$l_1$	-90	0	$\theta_2$
3	$l_2$	0	0	$\theta_3$

i	$a_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	-90	0	$\theta_1$
2	$l_1$	90	$d_2$	$\theta_2$
3	$l_2$	-90	0	$\theta_3$



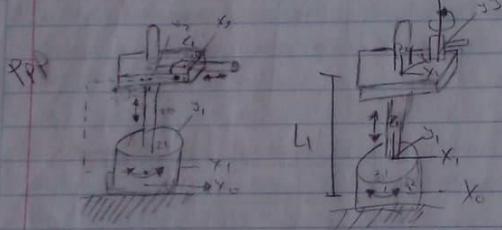
Scribe

Fernando Juan Hernández Núñez

	$g_i$	$\theta_i$	$x_i$	$y_i$	$z_i$	$i$	$a_{i-1}$	$x_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	$d_1$	$\Theta_1$		1	0	0	0	$\Theta_1$
2	0	90°	0	0		2	0	0	0	$\Theta_2$
3	$L_1$	0	0	0	$\Theta_2$	3	0	0	$d_3$	$\Theta_3$

~~Q~~

força para cima



$i$	$g_i$	$\theta_i$	$x_i$	$y_i$	$z_i$	$i$	$a_{i-1}$	$x_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	$d_1$	$\Theta_1$		1	0	0	0	$\Theta_1$
2	0	90°	0	0		2	0	0	0	$\Theta_2$
3	$L_1$	0	0	0	$\Theta_2$	3	0	0	$d_3$	$\Theta_3$

Scribe

$$T_1 = \begin{bmatrix} CO_2 - SO_2 & 0 & 0 & 1 \\ SO_2 O_2 & CO_2 O_2 & SO_2 O_2 & 0 \\ SO_2 O_2 & CO_2 O_2 & CO_2 O_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = T_1^0 \begin{bmatrix} 0 & SO_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ SO_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} 0 & SO_2 & 0 & 1 \\ SO_2 & CO_2 & 0 & 0 \\ 0 & CO_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} CO_2 & SO_3 & 0 & 1 \\ SO_3 & CO_2 & 0 & 0 \\ 0 & CO_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot del 2 al 6

D-4 y m-4 del robot  
para el torneo.

Scribe

Franisco Javier Hernandez Morales.

14/feb/19

$$T_i = \begin{bmatrix} C_{\theta_1} & -S_{\theta_1} & 0 & 0 \\ S_{\theta_1} & C_{\theta_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} C_{\theta_2} & -S_{\theta_2} & 0 & l_1 \\ S_{\theta_2} & C_{\theta_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} C_{\theta_3} & -S_{\theta_3} & 0 & l_2 \\ S_{\theta_3} & C_{\theta_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(C_{\theta_1}(l_1) \times (C_{\theta_2}(l_2) \times (C_{\theta_3}(l_3) - \sin(\theta_3) \times S_{\theta_3}(l_3)) - S_{\theta_1}(l_1) \times ((C_{\theta_2}(l_2) \times S_{\theta_3}(l_3)) + (C_{\theta_3}(l_3) \times S_{\theta_2}(l_2))),$$

$$-(C_{\theta_1}(l_1) \times ((C_{\theta_2}(l_2) \times S_{\theta_3}(l_3)) \times (C_{\theta_3}(l_3) - \sin(\theta_3) \times S_{\theta_3}(l_3)) \times S_{\theta_1}(l_1) \times (C_{\theta_2}(l_2) \times C_{\theta_3}(l_3) - S_{\theta_2}(l_2) \times S_{\theta_3}(l_3)), 0,$$

$$(l_2 \times ((C_{\theta_1}(l_1) \times (C_{\theta_2}(l_2) - S_{\theta_2}(l_2) \times S_{\theta_3}(l_3))) + l_1 \times (C_{\theta_3}(l_3)))$$

$$[0, 0, -1, -d_1 - d_2]$$

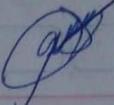
$$(C_{\theta_1}(l_1) \times ((C_{\theta_2}(l_2) \times (C_{\theta_3}(l_3) + \sin(\theta_3) \times S_{\theta_3}(l_3))) + S_{\theta_1}(l_1) \times ((C_{\theta_2}(l_2) \times (C_{\theta_3}(l_3) - \sin(\theta_3) \times S_{\theta_3}(l_3)))),$$

$$(C_{\theta_1}(l_1) \times (C_{\theta_2}(l_2) \times (C_{\theta_3}(l_3) - S_{\theta_3}(l_3) \times S_{\theta_3}(l_3)) - S_{\theta_1}(l_1) \times ((C_{\theta_2}(l_2) \times S_{\theta_3}(l_3)) + (C_{\theta_3}(l_3) \times S_{\theta_2}(l_2))), 0,$$

$$(l_2 \times ((C_{\theta_1}(l_1) \times S_{\theta_3}(l_3)) + (C_{\theta_1}(l_1) \times S_{\theta_3}(l_3))) + l_1 \times S_{\theta_3}(l_3))$$

$$[0, 0, 0, 1]$$

Scribe

Franisco Javier Hernández Morales  19/feb/18

Cinematico Inverso. El objetivo del problema cinemático inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot  $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$  para que su extremo se posicione y oriente según una determinada localización espacial ( $P, [x, y, z]$ ). Así es como es posible abordar el problema cinemático directo de una manera sistemática a partir de la utilización de matrices de transformación homogéneas, e independiente de la configuración del robot, no cuenta lo mismo con el problema cinemático inverso, siendo el procedimiento de obtención de las ecuaciones fuertemente dependiente de la configuración del robot. Se han desarrollado algunos procedimientos genéricos susceptibles de ser programados (GARDENBERG - 85), de modo que un computador pueda, a partir del conocimiento de la cinemática del robot (con sus parámetros de Denavit-Hartenberg, por ejemplo) obtener la  $n$ -vuelta de valores articulares que posicionan y orientan su extremo. El inconveniente de estos procedimientos es que se trata de métodos numéricos iterativos, cuya velocidad de convergencia e incluso su convergencia en sí no está siempre garantizada. A la hora de resolver el problema cinemático inverso es mucho más adecuado encontrar una solución cerrada. Esto es, encontrar una relación matemática explícita de la forma:

$$\begin{cases} x = f_1(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ y = f_2(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ z = f_3(q_1, q_2, \dots, q_n) \end{cases}$$

Caso Típico De Solución Precaria. Círculo Azul Los Sistemas Denavit.

- 1- En muchas aplicaciones, el problema cinemático inverso ha de resolverse en tiempo real (por ejemplo, en el seguimiento de una determinada trayectoria). Una solución de tipo iterativo no garantiza tener la solución en el momento adecuado.
- 2- La solución del problema cinemático inverso no es única; existiendo diferentes n-vuelas  $[q_1, \dots, q_n]^T$  que posicionan y orientan el extremo del robot del mismo modo. Como alternativa para resolver el mismo problema se puede recurrir a manipular directamente las ecuaciones correspondientes al problema cinemático directo. Es decir, puesto que este establece la relación  $\begin{bmatrix} n & 0 & 0 & p \\ 0 & 0 & 1 & t_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +_{ij} \end{bmatrix}$

Scribe

Donde los elementos  $b_{ij}$  son función de las coordenadas articulares  $[q_1, \dots, q_n]$ , es posible pensar que mediante ciertas combinaciones de las 12 coordenadas planteadas en  $[q, \bar{q}]$  se pueda despegar las nueve variables articulares  $q_i$  en función de las componentes de los vectores  $n, o, a$  y  $p$ .

Por último, si se consideran robots con capacidad de posicionarse y orientar su extremo en el espacio, esto es, robots con 6 GDL, el método de desacoplamiento cinemático permite, para determinados robots, resolver las primeras grados de libertad dedicados al posicionamiento de manera independiente a la resolución de los últimos grados de libertad dedicados a la orientación.

#### Resolución del problema cinemático inverso por métodos geométricos

Como se ha indicado, este procedimiento es adecuado para robots de pocos grados de libertad o para el caso de que se consideren solo los primeros grados de libertad, dedicados a posicionar el extremo. Para mostrar el procedimiento a seguir se va aplicar el método de la resolución del problema cinemático inverso de un robot de 3 GDL de rotación. El valor de  $q$  se obtiene inmediatamente como:

$$q_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$$

Considerando ahora únicamente los elementos 2 y 3 que están situados en un plano 2D. Utilizando el teorema de coseno, se tendrá:

$$\begin{aligned} r^2 &= p_x^2 + p_y^2 \\ r^2 + p_z^2 &= l_2^2 + l_3^2 + 2l_2l_3 \cos q_3 \\ \cos q_3 &= \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3} \end{aligned}$$

Esta expresión permite obtener  $q_3$  en función del vector de posición del extremo  $p$ . No obstante, y por motivos de ventajas computacionales, es más conveniente utilizar la expresión de la arctangente en el lugar del arcoseno.

Puesto que,

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} q_3 &= \pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3} & \text{Se tendrá que} \\ q_3 &= \operatorname{arctg} \left[ \frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3}}{\cos q_3} \right] & \text{(on} \\ & \quad \text{cos } q_3 = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3}) \end{aligned}$$



$$\text{Siendo } \beta = \arctg\left(\frac{P_x}{r}\right) = \arctg\left(\frac{P_x}{\pm\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right) = \arctg\left(\frac{1}{\pm\sqrt{S_{01}^2 + S_{02}^2}}\right)$$

$$\text{luego finalmente } q_1 = \arctg\left(\frac{P_x}{\pm\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right) = \arctg\left(\frac{1}{\pm\sqrt{S_{01}^2 + S_{02}^2}}\right)$$

De modo las 2 ecuaciones anteriores dan la elección del signo dan lugar a 2 soluciones diferentes de  $q_1$  correspondientes a las configuraciones recto y doblado y abajo.

Resolución del problema cinemático inverso a partir de la matriz de transformación homogénea.

En ejercicio es posible tratar de obtener el modelo cinemático inverso de un robot a partir del conocimiento de su modelo directo. Se describen sucesivamente las relaciones que expresan el valor de la posición y orientación del extremo del robot en función de sus coordenadas articulares, obtener por manipulación de aquellas las relaciones inversas.

Se va aplicar este procedimiento al robot de 3GDO de configuración abierta (2 giros y un desplazamiento) mostrando. El robot queda siempre contenido en un plano determinado por el ángulo  $q_1$ . El primer paso a dar para resolver el problema cinemático inverso es obtener la expresión correspondiente a este robot. Es decir, obtener la matriz  $T$  que relaciona el sistema de referencia  $\{S_0\}$  asociado a la base con el sistema de referencia  $\{S_3\}$  asociado a su extremo.

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & 0 \\ s_{12} & c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = A_3 = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & 0 \\ s_{12} & c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Algunos	0	d	a	$\alpha$	$T = A_3 =$
P	$q_1$	$l_1$	$0$	$q_3$	$\begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & 0 \\ s_{12} & c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Z	$q_2$	0	0	$q_3$	
J	0	$q_3$	0	0	

**Matriz Jacobiana:** El modelo kinemático de un robot tiene relaciones entre las variables articulares y la posición y orientación del extremo del robot. En general, la matriz Jacobiana de un robot relaciona el vector de velocidades articulares ( $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_n$ ) con otra vector sobre las velocidades expresado en un espacio global o **inercial**. Del mismo modo que se han obtenido la ecuación directa, que permite calcular las velocidades del extremo a partir de las velocidades articulares, puede obtenerse la ecuación inversa que permite calcular las velocidades articulares partiendo de las del extremo. En primer lugar, supuesta conocida la relación directa, basta con la matriz jacobiana y se pide obtener la matriz inversa.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = J_a \begin{bmatrix} x \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_x \\ \vdots \\ \dot{x}_z \end{bmatrix}$$

Esta alternativa de plantamiento señala, es en la práctica de difícil realización, suponiendo que la matriz Jacobiana sea invertible, la inversión simbólica de una matriz GRC (cuyos elementos son funciones trigonométricas), es de gran complejidad, siendo este procedimiento inviable.

Como segunda opción se trae la numerically la matriz encontrar la relación inversa valida para esa configuración.

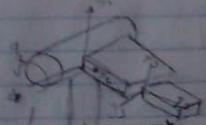
La tercera alternativa de obtención de la Jacobiana inversa, válida para el caso de Jacobiana analítica inversa es repetir el procedimiento seguido para la obtención de la Jacobiana analítica directa, pero ahora partiendo del modelo cinemático inverso

$$\dot{q}_1 = f_1(x_1, y_1, z_1, \theta_1, \psi_1)$$

$$\vdots$$

$$\dot{q}_n = f_n(x_1, y_1, z_1, \theta_1, \psi_1)$$

La matriz Jacobiana se obtendrá por diferenciación con respecto al tiempo de ambos miembros de igualdad.



$i$	$\alpha_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	0	$\theta_1$
2	0	90	$l_1$	$\theta_2$
3	0	90	$l_2$	$\theta_3$



$$T_1^0 \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_2 & -C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \theta_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 & -\cos\theta_1 \times \cos\theta_2 & \cos\theta_1 \times \sin\theta_2 & l_1 \times \cos\theta_1 + \theta_3 \times \cos\theta_1 \times \sin\theta_2 \\ \cos\theta_1 & -\cos\theta_2 \times \sin\theta_1 & \sin\theta_1 \times \sin\theta_2 & l_1 \times \sin\theta_1 + \theta_3 \times \sin\theta_1 \times \sin\theta_2 \\ 0 & \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & \theta_3 \times \cos\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Scribo

$$T_3^o = T_1^o \cdot T_2^o \quad (1)$$

$$\frac{T_3^o}{T_3^i} = T_1^o \cdot T_2^o$$

$$\frac{T_3^o}{T_3^i \cdot T_2^o} = T_1^o$$

$$T_3^o \cdot (T_2^o)^{-1} \cdot (T_2^i)^{-1} = T_1^o$$

$$T = \begin{bmatrix} n & o & ap \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & q_x & p_x \\ n_y & o_y & q_y & p_y \\ n_z & o_z & q_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= T^{-1} \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -pp \\ 0_x & 0_y & 0_z & 00 \\ o_x & o_y & o_z & ap \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1^o = ?$$

$$T_2^i = ?$$

$$T_3^i = ?$$

$$J(cq) = \begin{bmatrix} Jv(q) \\ Jw(q) \end{bmatrix}$$

Scribe

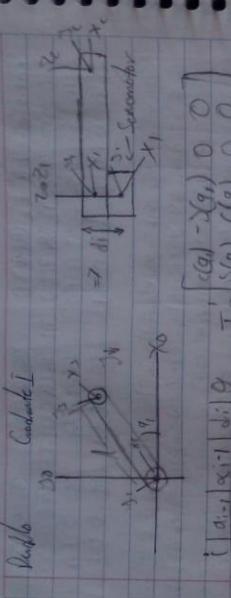
$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline i & \alpha_{i-1} & \alpha_{i-1} & d_i & \theta \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0, T_1 \\ \hline 2 & L_1 & -T_1 & 0 & \theta_2 \\ \hline 3 & L_2 & 0 & 0 & \theta_3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline C_0, -S\theta_1 & 0 & 0 \\ \hline S\theta_1, (0, 0, 0) & T_2 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline C\theta_2, -S\theta_2 & 0 & 0 \\ \hline S\theta_2, (0, 0, 0) & T_3 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline C\theta_3, -S\theta_3 & 0 & 0 \\ \hline S\theta_3, (0, 0, 0) & \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 & [\cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_3), -\cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3)] \\
 & [\cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3) - \sin(\theta_1), L_1 * (\cos(\theta_1) + L_2 * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3))] \\
 & [\cos(\theta_2) * (\cos(\theta_3) * \sin(\theta_1) - \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3)), \cos(\theta_2) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3)] \\
 & [-\cos(\theta_2) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3), \cos(\theta_1), L_1 * \sin(\theta_1) + L_2 * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_1)] \\
 & [\cos(\theta_2) * \sin(\theta_1) - \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3), \sin(\theta_2) * \sin(\theta_3) - \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3), 0 - L_2 * \sin(\theta_1)] \\
 & [0, 0, 0, 1]
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline i & \alpha_{i-1} & \alpha_{i-1} & d_i & \theta \\ \hline 1 & 0 & -90 & 0 & 0, T_1 \\ \hline 2 & L_1 & 90 & d_2 & \theta_2 \\ \hline 3 & L_2 & -90 & 0 & \theta_3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline C_0, -S\theta_1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline C\theta_2, -S\theta_2 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1-d_2 \\ \hline -S\theta_2, C\theta_2 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline C\theta_3, -S\theta_3 & 0 & 0 \\ \hline S\theta_3, (0, 0, 0) & \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

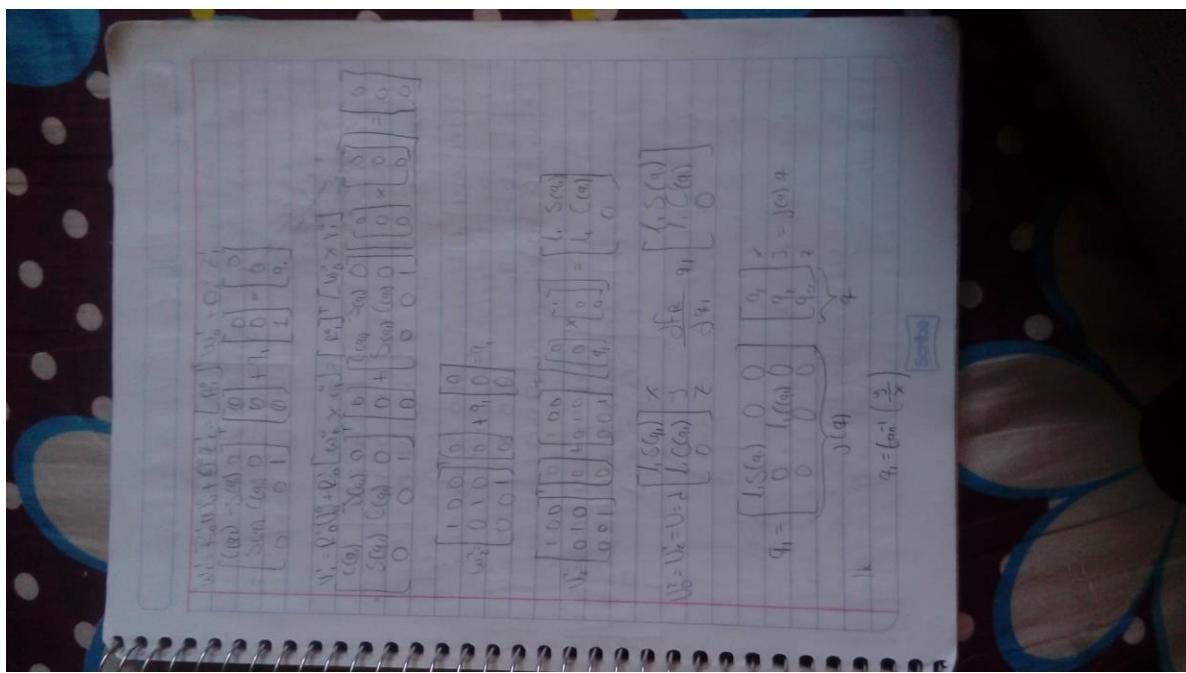
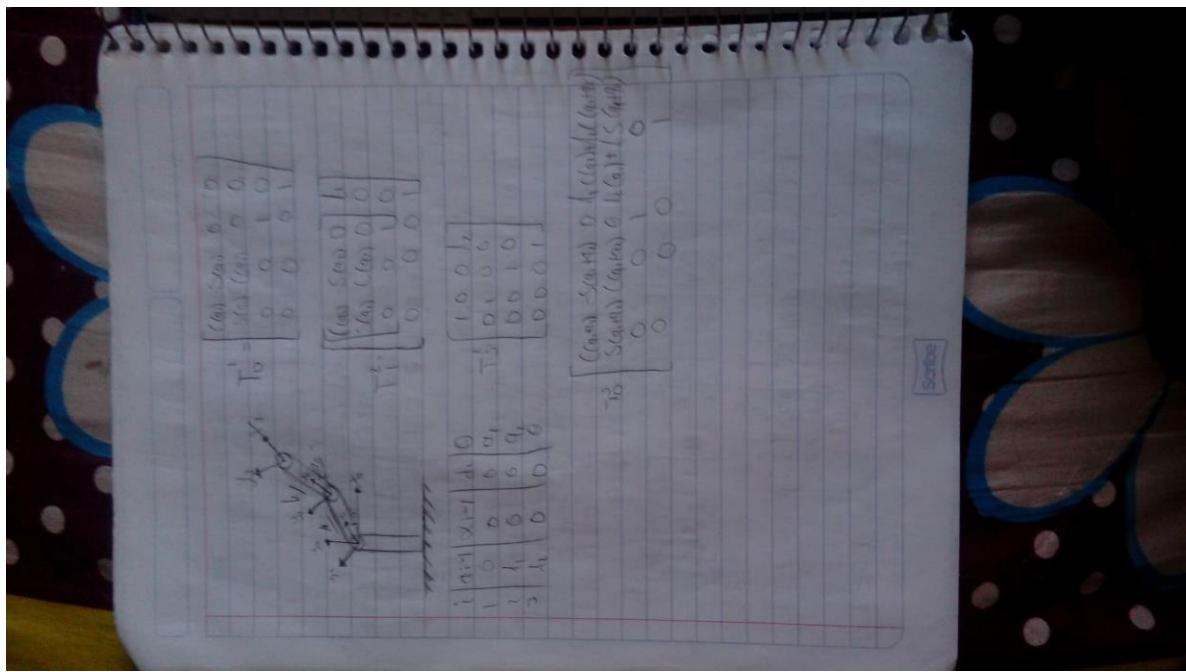
$$\begin{aligned}
 & [\cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) - \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2), -\cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) - \cos(\theta_1) * (\cos(\theta_2) * \sin(\theta_3))] \\
 & [-\cos(\theta_1) * \sin(\theta_2), L_1 * (\cos(\theta_1) + d_2 * \sin(\theta_1) + L_2 * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3))] \\
 & [-\cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_3) - \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3), -L_2 * \sin(\theta_1 * \sin(\theta_3))] \\
 & [-\cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) - \cos(\theta_2) * (\cos(\theta_1) * \sin(\theta_3)), L_1 * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3) - \cos(\theta_1) * \cos(\theta_3), \\
 & \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3), d_2 + \cos(\theta_1) - L_1 * \sin(\theta_1) - L_2 * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_1)] \\
 & [0, 0, 0, 1]
 \end{aligned}$$

Scribe



$$T_0 = \begin{bmatrix} C(q_1) & -X(q_1) & 0 & 0 \\ S(q_1) & C(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$





Franisco Javier Hernandez Mota 25/6/2019

$$q_2 = \arctan\left(\frac{b_3}{2.05/1.05}\right) \approx 1.068$$

$$q_2 = \arctan(1.7658) = 1.068$$

$$q_2 = \arctan\left(\frac{-3.2 - q_1}{2.05/1.05}\right) = -1.068$$

$$q_2 = q_2$$

$$q_2 = \arctan\left(\frac{-15.228}{3.0 + 2.0 \cos(-15.228)}\right) = -14.48$$

$$\tan \beta_3 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_1}$$

data

$$\beta_3 = \arctan\left(\pm \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha_1}}{\cos \alpha_1}\right)$$

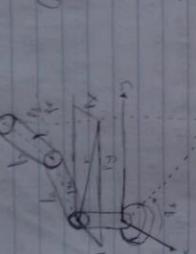
$$\begin{bmatrix} \text{data: } \beta_3 = \arctan\left(\pm \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha_1}}{\cos \alpha_1}\right) \\ \text{repeated value of } \arctan \text{ of last value} \end{bmatrix}$$

$$M_{ab} \text{ function} \left( \frac{b_3}{a_2} \right)$$

$$a_2 = \arctan\left(\frac{b_3}{2.05/1.05}\right)$$

$$a_2 = \arctan\left(\frac{b_3}{2.05/1.05}\right)$$

$$a_2 = \arctan\left(\frac{b_3}{2.05/1.05}\right)$$



$$\tan \beta_2 = \frac{p_z}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}$$

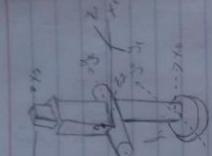
$$\alpha = \arctan\left(\frac{p_y}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right)$$

$$\beta_2 = \arctan\left(\frac{p_z}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right)$$

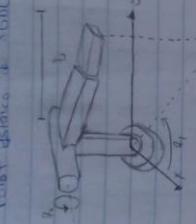
$$= \arctan\left(\frac{b_2 \sin \alpha_1}{1 + b_2 \cos \alpha_1}\right)$$

Sente

Sente



Flekt. deflexion  $\rightarrow 86^\circ$



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Choice

$\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4$

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & -sq_1 & 0 \\ sq_1 & 0 & q_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2^0 = \begin{bmatrix} q_2 & 0 & -sq_2 & 0 \\ sq_2 & 0 & q_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1^0 = A_1^0 A_2^0 A_3^0$$

$$(A_1^0)^{-1} T_1^0 = A_2^0 A_3^0 \rightarrow \text{Despejamos } q_1,$$

$$(A_1^0)^{-1} T_1^0 = A_2^0 A_3^0 \rightarrow \begin{bmatrix} q_1 & 0 & -sq_1 & 0 \\ sq_1 & 0 & q_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} n_x & 0_x & a_x & b_x \\ n_y & 0_y & a_y & b_y \\ n_z & 0_z & a_z & b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} q_2 & 0 & -sq_2 & 0 \\ sq_2 & 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (q_1, sq_1, 0, 0) \\ 0, 0, -1, l_1 \\ sq_1, (q_1, 0, 0) \\ 0, 0, 0, 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & 0_x & a_x & b_x \\ n_y & 0_y & a_y & b_y \\ n_z & 0_z & a_z & b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (q_1, 0, Sq_2, Sq_1 q_3) \\ Sq_1, 0, -l q_1, -l q_2 q_3 \\ 0, 1, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 1 \end{bmatrix}$$

$-b_x Sq_1 + b_y (q_1 = 0) \Rightarrow \frac{Sq_1}{q_1} = \frac{b_y}{b_x} \Rightarrow q_1 = \arctan\left(\frac{b_x}{b_y}\right)$

Scribe

$$A_1^T (A_1^T)^T T_1^0 = A_1^T \rightarrow \text{Diagonals } f_1, g_1$$

$$A_1^T (n_1) T_1^0 = A_1^T A_3^T \rightarrow$$

1	0	0	0
-	0	1	0
0	0	1	0
0	0	0	1

(q_1, 0 - S_{q_1}, 0)	(0, 0 - S_{q_1}, 0)	(0, 0, 0 - S_{q_1})
S_{q_1}, 0 (q_1, 0)	0, 0, 0 (q_1, 0)	S_{q_1} 0 (0, 0, 0)
0, 1, 0, 0	0, 0, 0, 0	0, 0, 0, 0
0, 0, 0, 1	0, 0, 0, 1	0, 0, 0, 1

$$\begin{pmatrix} (q_1, S_{q_1}, 0) & (0, S_{q_1}, 0) & (0, 0, 0 - S_{q_1}) \\ 0, 0, 1 & 0, 0, 1 & 0, 0, 1 \\ S_{q_1}, (q_1, 0) & S_{q_1}, (0, q_1) & S_{q_1} (0, 0, 0) \\ 0, 0, 0 & 0, 0, 0 & 0, 0, 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(n_1^T (n_1))^T T_1^0 = \begin{pmatrix} (q_1, S_{q_1}, (q_2, S_{q_2}, S_{q_2} - L(S_{q_2})) & (0, 0, 0 - S_{q_2}) \\ -S_{q_1}, (q_1, 1 & 0) & n_2, 0, 0, 0, 0 \\ S_{q_1}, (q_1, -S_{q_1}, S_{q_1}, (q_2, L(q_2)) & n_2, 0, 0, 0, 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_1 C_{q_1} (C_{q_1} + P_2 S_{q_2}, C_{q_2} + P_2 S_{q_2} + L(S_{q_2}) = 0 \Rightarrow -\frac{S_{q_2}}{C_{q_2}} = \frac{P_1(C_{q_1} + P_2 S_{q_2})}{P_2 - L_1} = B$$

$$\Rightarrow q_2 = \arctan \left( -\frac{P_1(C_{q_1} + P_2 S_{q_1})}{P_2 - L_1} \right)$$

$$-S_{q_2} (C_{q_1} P_2 - S_{q_2} S_{q_1} P_2 + P_2 (C_{q_2} - L_1) (q_2 - q_3) = B q_3 = C_{q_2} (P_2 - L_1)$$

Práctica #3 Francisco Javier Hernández 08/04/2019/

**Robot\_state\_Publisher:** Este paquete le permite publicar el estado de un robot para tf. Una vez que el estado se publica, está disponible para todos los componentes del sistema que también usan tf. El paquete toma los ángulos de unión del robot como entrada y publica las poses 3D de los enlaces del robot, utilizando un modelo de árbol jerárquico del robot. El paquete se puede utilizar como biblioteca y como nodo ROS. Este paquete ha sido probado y el código es estable. No se planean cambios importantes en el futuro cercano.

**Ros\_base (actionlib):** Action lib proporciona un interfaz estandarizado para interactuar con tareas previas. Los ejemplos de esto incluyen mover la base a una ubicación de destino, realizar un escaneo láser y devolver la nube de puntos resultantes, detectar el uso de una puerta, etc.

**Common-msgs:** Contiene mensajes que son ampliamente utilizados por otros paquetes ROS. Estos incluyen mensajes para acciones (actionlib-msgs), diagnósticos (diagnostic-msgs), primitivas geométricas (geometry-msgs), navegación de robots (nav-msgs) y sensores comunes (sensor-msgs), como buscadores láser de fondo, cámaras, nubes de puntos.

Matrices Homogéneas.

$$T = \begin{bmatrix} R_{xx} & R_{xz} \\ R_{zx} & R_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\text{Rotación}] & [\text{Traslación}] \\ [\text{Rotación}] & [\text{Escala / Ado}] \end{bmatrix}$$

Tarea

Rotar

$$x \rightarrow 60^\circ \quad y \rightarrow 70^\circ \quad z \rightarrow 10^\circ$$

$$x \rightarrow 70^\circ \quad y \rightarrow 10^\circ \quad z \rightarrow 50^\circ$$

$$x \rightarrow 70^\circ \quad z \rightarrow 180^\circ \quad x \rightarrow 30^\circ$$

$$x \rightarrow 30^\circ \quad z \rightarrow 10^\circ \quad x \rightarrow 30^\circ$$

$$y \rightarrow 30^\circ \quad z \rightarrow 10^\circ \quad x \rightarrow 30^\circ$$

Mecánica

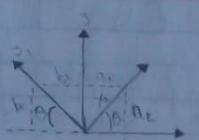
leer D-H    ← Explicación de los pasos

ejercicios

Muñeca

Diseño Mecánico de brazo

Matlab script archivo.m



$x_1$ . Con Rotacion A  $x$ ;  $a_1 = |x_1| \cos \theta \rightarrow (x, x)$   
 $x_1$ . Con Rotacion A  $y$ ;  $a_2 = |x_1| \sin \theta \rightarrow (x, y)$   
 $y_1$ . Con Rotacion A  $x$ ;  $b_1 = |y_1| \cos(\theta + 90) = |y_1| \sin \theta \rightarrow (y_1, x)$

$y_1$ . Con Rotacion A  $y$ ;  $b_2 = |y_1| \sin(\theta + 90) = |y_1| \cos \theta \rightarrow (y_1, y)$

$$x_1^o = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad y_1^o = \begin{bmatrix} \cos(\theta + 90) \\ \sin(\theta + 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$R^o = \begin{bmatrix} x_1^o & y_1^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1 x_1) & (x_1 y_1) \\ (y_1 x_1) & (y_1 y_1) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} (x_1 x_1)(y_1 x_1) & (x_1 x_1)(y_1 y_1) \\ (x_1 y_1)(y_1 x_1) & (x_1 y_1)(y_1 y_1) \end{bmatrix}$$

$$\text{Con } x \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad \text{Con } y \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\text{Con } z \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$4) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 10^\circ & -\sin 10^\circ \\ 0 & \sin 10^\circ & \cos 10^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30^\circ \cos 10^\circ & -\sin 30^\circ \cos 10^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ \cos 10^\circ & \cos 30^\circ \cos 10^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 30^\circ & -\sin 30^\circ \sin 30^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ \sin 30^\circ & \cos^2 30^\circ \end{bmatrix}$$

$$5) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 10^\circ & -\sin 10^\circ \\ 0 & \sin 10^\circ & \cos 10^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30^\circ \cos 10^\circ & -\sin 30^\circ \cos 10^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ \cos 10^\circ & \cos 30^\circ \cos 10^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 30^\circ & -\sin 30^\circ \sin 30^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ \sin 30^\circ & \cos^2 30^\circ \end{bmatrix}$$

francisco Jairo Hernandez Morales 20/enero/17

$$1 - \begin{bmatrix} x & 10^\circ \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.712 & -0.6948 \\ 0 & 0.6948 & 0.712 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 70^\circ \\ 0.632 & 0.773 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.773 & 0.632 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 70^\circ \\ 0.632 & 0 & 0.773 \\ 0.773 & -0.632 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_3 & 2 & 10^\circ \\ 0.632 & 0 & 0.773 \\ 0.773 & -0.632 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.8310 & 0.5440 & 0 \\ 0.5440 & -0.8310 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 3 & 2 \\ 0.8310 & 0.5440 & 0.773 \\ 0.5440 & -0.8310 & 0.773 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2 - \begin{bmatrix} x & 40^\circ \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7660 & -0.6427 \\ 0 & 0.6427 & 0.7660 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.9118 & -0.4136 & 0 \\ 0.4136 & 0.9118 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 40^\circ \\ 0.9118 & -0.4136 & 0 \\ 0.4136 & 0.9118 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & 2 & 30^\circ \\ 0.9118 & -0.4136 & 0 \\ 0.4136 & 0.9118 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6427 & -0.7660 \\ 0 & 0.7660 & 0.6427 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 3 & 2 \\ 0.9118 & -0.4136 & 0 \\ 0.4136 & 0.9118 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3 - \begin{bmatrix} x & 20^\circ \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9396 & -0.3420 \\ 0 & 0.3420 & 0.9396 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 18^\circ \\ 0.9510 & 0 & 0.3090 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.3090 & 0 & 0.9510 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 18^\circ \\ 0.9510 & 0 & 0.3090 \\ 0.3090 & 0 & 0.9510 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & 3 & 30^\circ \\ 0.9510 & 0 & 0.3090 \\ 0.3090 & 0 & 0.9510 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8660 & -0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.8660 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 3 & X \\ 0.9510 & 0.1545 & 0.2675 \\ 0.3090 & 0.0075 & 0.9968 \\ 0 & 0.1115 & 0.9929 \end{bmatrix}$$

Scribel

en cualquier dirección valida.

10.- Ángulos tetas: Cada  $\theta_i$  es el ángulo desde  $X_{i-1}$  hasta  $X_i$ , girando alrededor de  $Z_{i-1}$ .

11.- Distancias  $d_i$ : Cada  $d_i$  es la distancia desde el sistema  $X'Y'Z_{i-1}$  hasta la intersección de las normales comunes de  $Z_{i-1}$  hacia  $Z_i$ , a lo largo de  $Z_{i-1}$ .

12.- Distancia  $a_i$ : Cada  $a_i$  es la longitud de dicha normal común.

13.- Ángulos Alfa: ángulo que hay que rotar  $Z_{i-1}$  para llegar a  $Z_i$ , rotando alrededor de  $X_{i-1}$ .

14.- Matrices Individuales: Cada establan define una matriz de transformación

$$i^{-1}A_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

15.- Transformación Total: La matriz de transformación total que relaciona la base del robot con su herramienta es la encadenación (multiplicación) de todas esas matrices:  $T = {}^0A_1 A_2 \cdots {}^nA_n$

Francisco Javier Hernández March 03/06/19

El estudio de los parámetros Denavit-Hartenberg (DH) forma parte de la teoría cinemática basada sobre estos buenas reglas que son un estándar a la hora de exhibir o describir a la hora de describir la geometría de un brazo o manipulador robótico. Se usan para resolver de forma trivial el problema de la cinemática directa, y como punto inicial para plantear el más complejo de cinemática inversa.

Pasos:

- 1.- Numerar las estribaciones: Se llamará "0" a la "base", o base fija donde se ancla el robot. "1" el primer estribón móvil, etc.
- 2.- Numerar las articulaciones: La "1" será el primer grado de libertad, y "n" el último.
- 3.- Localizar el eje de cada articulación: Para fines de resolución, será el eje de giro. Pueden prismáticos ser el eje a lo largo del cual se mueve el estribón.
- 4.- Ejes Z: Comenzamos a colocar los sistemas  $xYZ$ . Situamos los  $Z_{i-1}$  en los ejes de articulaciones  $i$ , con  $i=1, \dots, n$ . Es decir,  $Z_0$  va sobre el eje de la  $1^{\text{a}}$  articulación,  $Z_1$  va sobre el eje del  $2^{\text{o}}$  grado de libertad, etc.
- 5.- Sistemas de coordenadas  $O'$ : Se sitúa el punto de origen en cualquier punto a lo largo de  $Z_0$ ; la orientación de  $X_0$  e  $Y_0$  puede ser arbitraria, siempre que se respete evidentemente que  $xYZ$  sea un sistema dextrógiro.
- 6.- Resto de sistemas: Para el resto de sistemas  $i=1, \dots, n-1$ , colocar el punto origen en la intersección de  $Z_i$  con la normal común a  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ . En caso de confundirse los 2 ejes  $Z$ , colocarlo en ese punto de cort. En caso de ser paralelos, colocarlo en algún punto de la articulación  $i+1$ .
- 7.- Ejes  $X$ : Cada  $X_i$  va en la dirección de la normal común a  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ , en la dirección de  $Z_{i-1}$  hacia  $Z_i$ .
- 8.- Ejes  $Y$ : Una vez situados los ejes  $Z$  y  $X$ , los  $Y$  tienen sus direcciones determinadas por la restricción de formar un  $XYZ$  dextrógiro, que es?
- 9.- Sistema del extremo del robot: El  $n^{\text{e}}\text{-ésimo sistema } xYZ$  se coloca en el extremo del robot (manipulador) con su eje  $Z$  paralelo a  $Z_{n-1}$  y  $X$  e  $Y$

Scribe

