M

MATEMÁTICAS 1

serie espiral del saber

SANTILLANA Secundaria

Pilar Martínez Téllez
Guadalupe Carrasco Licea

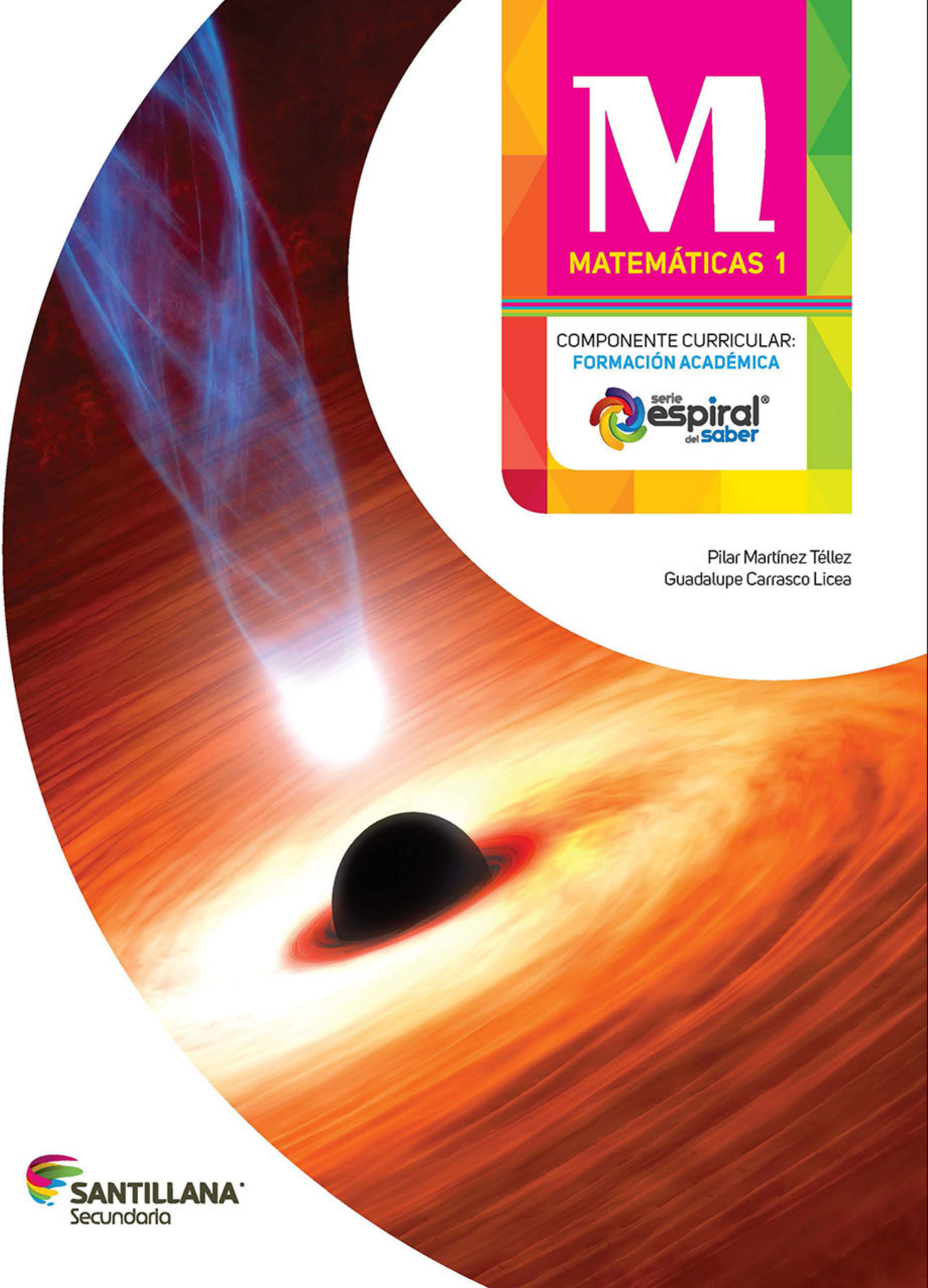
M

MATEMÁTICAS 1

COMPONENTE CURRICULAR:
FORMACIÓN ACADÉMICA

serie espiral del saber

Pilar Martínez Téllez
Guadalupe Carrasco Licea



SANTILLANA
Secundaria

Fotografía de portada NASA/JPL/Caltech **Ilustración** Ismael Segura **Fotografía** Shutterstock, Latinstock, Photostock, Gettyimages

El libro **Matemáticas 1** de la serie **Espiral del Saber®** fue elaborado en Editorial Santillana por el equipo de la Dirección General de Contenidos.

MATEMÁTICAS 1

La presentación y disposición en conjunto y de cada página de **Matemáticas 1** de la serie **Espiral del Saber®** son propiedad del editor. Queda estrictamente prohibida la reproducción parcial o total de esta obra por cualquier sistema o método electrónico, incluso el fotocopiado, sin autorización escrita del editor.

D. R. © 2018 por
EDITORIAL SANTILLANA, S. A. de C. V.
Avenida Río Mixcoac 274 piso 4, colonia Acacias,
C. P. 03240, delegación Benito Juárez, Ciudad de México

ISBN: 978-607-01-3871-3
Primera edición: abril de 2018

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana. Reg. Núm. 802

Impreso en México / *Printed in Mexico*

Presentación

La matemática te ofrece conocimientos que te ayudan a comprender el mundo en que vives, te proporciona herramientas para enfrentar diversos problemas y te invita a plantearte nuevas preguntas acerca de tu realidad.

Este libro no es cualquier libro de matemáticas: es tu libro de matemáticas. Fue escrito pensando en ti, para que te des cuenta de que tienes muchas habilidades intelectuales que quizá aún no has descubierto y para que disfrutes al descubrirlas.

Muchos estudiantes creen, equivocadamente, que su desempeño en matemáticas no es muy bueno, y que aprender matemáticas es difícil y aburrido. Y este desacierto se debe, entre otras cosas, a la suposición errónea de que ser bueno en matemáticas significa poder efectuar grandes cálculos sin equivocarse, aplicando de manera correcta fórmulas, procedimientos y técnicas aprendidas.

Pero no es así: ser bueno en matemáticas significa tener siempre una actitud de exploración y búsqueda, perder el miedo a equivocarte y no rendirte hasta encontrar una posible estrategia para resolver los problemas que se te presentan. Por eso, y porque sabemos que eres capaz de buscar caminos y soluciones hasta encontrarlos y descubrir un mundo de posibilidades, este libro fue escrito para propiciar que explores, que pierdas el miedo a equivocarte, que te acostumbres a verificar tus conocimientos, que aprendas de tus errores y continúes buscando hasta encontrar y descubrir.

Al hacerlo, aprenderás no solamente matemáticas, sino también a confiar en ti mismo, a disfrutar los retos y a percatarte de que tus aptitudes intelectuales son muchas y cada día pueden ser más y mejores.

También esta obra fue escrita para fomentar la colaboración entre compañeros, para propiciar que expreses tus ideas, que escuches las de otros, que aprendas a argumentar y que adquieras la capacidad y la costumbre de respetar opiniones distintas de la tuya.

En síntesis, este libro fue escrito para ayudarte a descubrir nuevos campos en el maravilloso mundo de las matemáticas, para contribuir a que desarrolles tu habilidad de razonar, para que te acostumbres a plantearte preguntas y escarbar en las ideas. Pero no solo fue pensado para apoyar tu formación matemática, sino también para favorecer tu formación para la vida.

Esperamos que lo disfrutes y te damos la bienvenida a este nuevo ciclo escolar que hoy empieza.

Con cariño,

Las autoras

© SANTILLANA

Índice

Presentación 3
Panorama de la espiral 8
A través de la espiral 12

Entremos a la espiral 15

Secuencia didáctica 1. ¿Qué número es mayor? 16

- Comparas y ordenas fracciones y números decimales, y localizas este tipo de números en la recta numérica.

Secuencia didáctica 2. Un número, dos formas 24

- Conviertes fracciones decimales a notación decimal y viceversa.

Secuencia didáctica 3. ¿Nunca termina? 30

- Aproximas fracciones no decimales usando notación decimal.

Secuencia didáctica 4. Entre dos, ¡siempre hay otro! 34

- Identificas una fracción o un decimal entre dos fracciones o decimales dados. Inicias un acercamiento a la propiedad de densidad de las fracciones y de los números decimales.

Un alto en la espiral 40

Secuencia didáctica 5. Ver, preguntar y experimentar 42

- Registras resultados de observaciones, encuestas y experimentos.

Secuencia didáctica 6. Probablemente 48

- Realizas experimentos aleatorios y registras los resultados para lograr un acercamiento a la probabilidad frecuencial.

Taller de tecnología: *Expansión decimal finita o infinita y periódica; Números entre otros dos;* ¡Simulemos volados! 54

Secuencia didáctica 7. Dos paralelas y una transversal 58

- Identificas la relación entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal.

Secuencia didáctica 8. Midiendo interiores 66

- Determinas la suma de los ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros.

© SANTILLANA

Un alto en la espiral 74

Secuencia didáctica 9. Para ser congruente 76

- Analizas la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y determinas los criterios de congruencia de triángulos.

Secuencia didáctica 10. Lados, ángulos y diagonales 84

- Analizas la existencia y unicidad en la construcción de cuadriláteros y usas los criterios de congruencia de triángulos.

Taller de tecnología: *Paralelogramos* 90

Giro ascendente 94

Entremos a la espiral 99

Secuencia didáctica 11. ¿Menor que cero? 100

- Identificas y localizas números con signo en la recta numérica. Utilizas los números simétricos y el valor absoluto.

Secuencia didáctica 12. ¿Más o menos? 106

- Resuelves problemas de suma con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

Secuencia didáctica 13. Sumas que restan 114

- Resuelves problemas de resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

Un alto en la espiral 122

Secuencia didáctica 14. Partes de partes 124

- Resuelves problemas de multiplicación con fracciones.

Secuencia didáctica 15. Multiplicación y división con decimales 130

- Resuelves problemas de multiplicación y división con decimales.

Secuencia didáctica 16. Valores faltantes 136

- Calculas valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal.

Secuencia didáctica 17. ¿El orden es importante? 142

- Determinas y usas la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales.

© SANTILLANA

Índice

Secuencia didáctica 18. Números y letras 146

- Formulas expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utilizas para analizar propiedades de la sucesión.

Un alto en la espiral 154

Secuencia didáctica 19. Recorriendo contornos 156

- Calculas el perímetro de polígonos y del círculo desarrollando y aplicando fórmulas.

Secuencia didáctica 20. Explorando áreas 162

- Calculas áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando las fórmulas.

Taller de tecnología: *Áreas de triángulos* 170

Secuencia didáctica 21. Tanto por ciento 174

- Resuelves problemas de cálculo de porcentajes, del tanto por ciento y de la cantidad base.

Secuencia didáctica 22. Más sobre porcentajes 178

- Resuelves problemas de cálculo de porcentajes, del tanto por ciento y de la cantidad base.

Taller de tecnología: *Fracciones, decimales y porcentajes; Precios con y sin IVA; Monto de un descuento o incremento* 182

Giro ascendente 184

Entremos a la espiral 189

Secuencia didáctica 23. La incógnita 190

- Formulas ecuaciones lineales que representan diversas situaciones e identificas la incógnita.

Secuencia didáctica 24. Hay que mantener el equilibrio 194

- Resuelves problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

Secuencia didáctica 25. Agrupar y distribuir 198

- Resuelves problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

Un alto en la espiral 206

© SANTILLANA

Secuencia didáctica 26. Círculos que informan 208

- Recolectas, registras y lees datos en gráficas circulares.

Taller de tecnología: *Gráficas circulares* 214

Secuencia didáctica 27. Puntos que hablan 216

- Analizas y comparas situaciones de variación lineal a partir de su representación tabular y gráfica.

Secuencia didáctica 28. ¿Pendiente suave o pronunciada? 224

- Determinas la pendiente de una recta y la usas para comparar situaciones de variación lineal.

Secuencia didáctica 29. Tres formas de describir lo mismo 232

- Analizas y comparas situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpretas y resuelves problemas que se modelan con este tipo de variación.

Taller de tecnología: *Pendiente y ordenada al origen de una recta* 240

Un alto en la espiral 244

Secuencia didáctica 30. ¿Cuánto espacio ocupa? 246

- Calculas el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero desarrollando y aplicando fórmulas.

Secuencia didáctica 31. ¿Cuánto le cabe? 252

- Exploras la relación entre el decímetro cúbico y el litro y relacionas capacidad y volumen para resolver problemas que implican esta relación.

Secuencia didáctica 32. Entre medias, modas y medianas 258

- Usas e interpretas las medidas de tendencia central y el rango en un conjunto de datos, y decides cuál de ellas conviene más.

Giro ascendente 264

Glosario 268

Fuentes de información 272

© SANTILLANA

Panorama de la espiral

A través de la espiral

En esta sección te explicamos cómo trabajarás en el libro, conocerás las ventajas de realizar actividades en pareja, en equipo o de manera grupal durante el curso. También encontrarás un explicación de cómo puedes revisar tus avances y tomar decisiones para poder continuar o regresar y repasar algunos temas con la ayuda de tu profesor y, así, mejorar tu desempeño.

A través de la espiral

Espiral del conocimiento

El desarrollo de la matemática, como el de cualquier otra ciencia, no es una mera acumulación de conocimientos y procedimientos que surgen de modo ordenado, como en línea recta. Este desarrollo tiene más bien la forma de una espiral: de la aplicación o reestructuración de conocimientos anteriores surgen nuevos y más profundos problemas que dan lugar a conocimientos más avanzados. Así, la ciencia está constantemente regresando a temas ya tratados, pero en un nivel cada vez más superior. Y en este ir y venir, se construyen las teorías y, a la larga, es decir, al contando de la ciencia.

En este libro queremos ayudarte a dar una vuelta más en la espiral de tu conocimiento matemático. Con ese objetivo, te presentamos una colección de secuencias con situaciones problemáticas cuidadosamente seleccionadas para contribuir a que lo logres. Cada secuencia incluye problemas que representan un reto para invitarte a poner en juego tus conocimientos previos y a reestructurar dicho saber en el proceso de solución, ya sea para modificarlo o ampliarlo, o para volverlo a aplicar en una situación nueva.

En la espiral

Buscamos que mediante el estudio y el uso de las matemáticas aprendas a razonar, a comprender, a formular hipótesis, a establecer conjeturas y a someter estas últimas al análisis para así obtener nuevas conclusiones. Por ello, te invitamos a recorrer las páginas de este libro con la actitud de aceptar retos y resolver todo tipo de problemas. Tienes completa libertad para construir tu propio procedimiento; incluso puedes actuar con tus compañeros la situación descrita o representarla usando los objetos que tengas a la mano. Lo importante es que estés decidido a poner "manos a la obra" cada vez que las páginas de este libro te propongan un problema.

Es importante que trabajes en equipo, que expliques a tus compañeros cómo obtuviste la solución, que escuches lo que ellos pensaron, que comparas tu procedimiento con los suyos, que argumentes tus razones. En resumen que aprendas a explicar tus razonamientos y a escribir tus ideas de manera ordenada. Ello te permitirá desarrollar la comprensión y la comunicación de nociones matemáticas y ayudará a que adquieras confianza para expresar y justificar tu trabajo matemático.

En este libro encontrarás ejercicios en los que se pretende adquieras la habilidad para realizar de manera eficiente procedimientos técnicos que ya has razonado y comprendido, es decir, ejercicios para practicar. Asimismo, se incluyen sugerencias de cómo usar herramientas tecnológicas para mejorar tu comprensión de los conceptos matemáticos que verás en este curso. Habrá invitaciones a visitar sitios web en los que se presentan actividades interactivas relacionadas con el tema que se está estudiando. También encontrarás tablas en las que te proponemos actividades que se puedan realizar en hojas de cálculo o en un software libre de geometría interactiva. En ambos casos, es muy importante que hagas tu propia exploración de los recursos con los que cuentas y descubras cómo usarlos de manera eficiente.

© SANTILLANA

12

Entremos a la espiral

Trimestre 3

Las torres de Satélites son un conjunto escultórico de cinco piezas triangulares de distintos tamaños que se encuentran en una explanada al norte de la Ciudad de México.

Entremos a la espiral

¿Llegaste a la recta final del ciclo escolar?
En este trimestre abordarás el planteamiento y resolución de ecuaciones, trabajando con ecuaciones lineales. Advertirás que hay muchos problemas en los que las relaciones entre las cantidades involucradas se pueden expresar por medio de una ecuación.

Estudiarás también una forma de variación conocida como variación lineal, que se puede representar mediante una tabla de valores, una gráfica o una expresión algebraica. Conocerás la pendiente de una recta, que es una forma de medir su inclinación y verás que esta te permite diferenciar distintos tipos de variación lineal.

Además, en este trimestre aprenderás a construir e interpretar gráficas circulares. Revisarás los conceptos de promedio, mediana y moda de una colección de datos para aprender cuál de esas medidas es más útil en distintas situaciones, además del rango de una colección de datos y su interpretación.

Finalmente, estudiarás las fórmulas para calcular el volumen de prismas rectos que tienen bases con distintas formas (cuadrada, rectangular o triangular) e identificarás la relación entre medidas de volumen y medidas de capacidad.

Recuerda revisar de nuevo esta sección al final del trimestre para que compruebes que hayas alcanzado los conocimientos que aquí se describen.

El álgebra

La aparición de las matemáticas como ciencia teórica comenzó en tiempos muy remotos (alrededor del siglo VII a. n. e.) y en ella jugaron un papel muy importante los científicos griegos, ya que fueron los primeros en usar razonamientos lógicos para demostrar resultados generales, llamados teoremas.

Los griegos fueron grandes geómetras y también hicieron progresos considerables en aritmética y álgebra, pero carecían de algunos elementos esenciales, por ejemplo, no conocían los números negativos ni el cero, y no tenían un sistema bien desarrollado de símbolos para representar relaciones generales usando operaciones y literales. Para describir una relación que ahora podemos representar por la igualdad $y = x^2$, los griegos decían cosas como "un segmento que tiene una longitud igual al área de un cuadrado".

Desde los primeros siglos de nuestra era, el centro del desarrollo matemático se fue desplazando a la India, Asia Central y los países árabes.

La palabra álgebra proviene del nombre de un tratado del matemático y astrónomo árabe Mahomed ibn Musa al-Khwarizmi. Su tratado llevaba por título *Al-jabr w'al-muqabala*; que significa "Transposición y eliminación". Por transposición (*al-jabr*) se entiende la transferencia de términos de uno a otro miembro de una ecuación. La palabra *al-jabr* se convirtió en álgebra al transcribirla al latín, mientras que *al-muqabala* fue desechada. El origen de este término responde muy bien al contenido real del álgebra, que es la doctrina de las operaciones matemáticas entre cantidades, sin considerar números concretos. Más tarde, Omar Khayyam definió al álgebra como la ciencia de resolver ecuaciones, definición que mantuvo su significado hasta finales del siglo XIX.

Mahomed Ibn Musa al-Khwarizmi

© SANTILLANA

169

Al iniciar cada trimestre ingresas en la espiral del aprendizaje. En este apartado tendrás una idea general de los temas que estudiarás los tres meses siguientes.

Cada trimestre encontrarás información para que reflexiones acerca de la importancia de las matemáticas en la historia, para crear soluciones a problemáticas de distintos campos del conocimiento.

© SANTILLANA

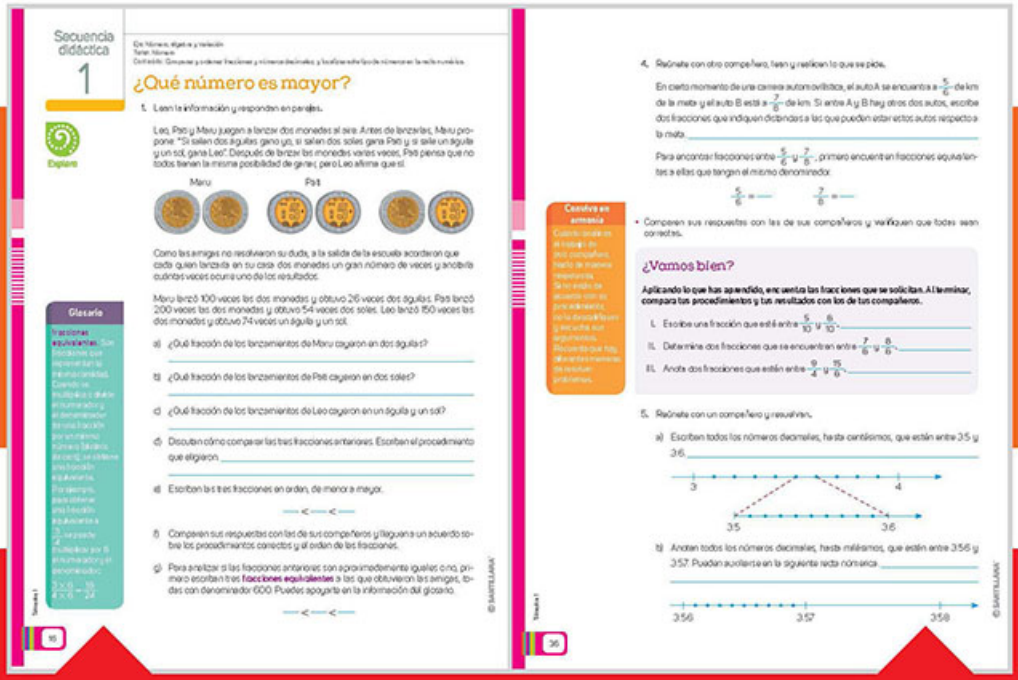
Secuencias didácticas

Para lograr los aprendizajes, te proponemos trabajar mediante secuencias didácticas, una serie de actividades que te permitirán lograr conocimientos y desarrollar habilidades y actitudes. Las secuencias didácticas constan de tres fases: Exploro, Construyo y Aplico.

- **Exploro.** En esta fase te introducirás en el tema. Además identificarás los conocimientos que ya tienes y los que necesitas para continuar aprendiendo.
- **Construyo.** Mediante actividades individuales, en parejas, en equipo, y con la explicación de contenidos por parte de tu maestro, lograrás conocimientos matemáticos y desarrollarás habilidades y actitudes que te permitirán aprender permanentemente. Para valorar tu avance, encontrarás la sección ¿Vamos bien? con problemas y ejercicios para que apliques lo que has aprendido hasta el momento.
- **Aplico.** La fase final de la secuencia consta de actividades que integran los aprendizajes. Esto permitirá valorar tus logros.

Durante las secuencias didácticas encontrarás estos apartados:

Para saber más. Encontrarás recomendaciones de páginas web y Libros del Rincón que te servirán para ampliar tus conocimientos y habilidades sobre el tema de la secuencia.


Secuencia didáctica 1

¿Qué número es mayor?

Glosario

¿Vamos bien?

Convivo en armonía

Glosario. Te proporciona la definición de términos matemáticos y de algunas palabras con el fin de facilitarte el estudio de los temas.

¿Vamos bien? En esta sección realizarás ejercicios de práctica sobre los métodos o conceptos que has aprendido hasta el momento.

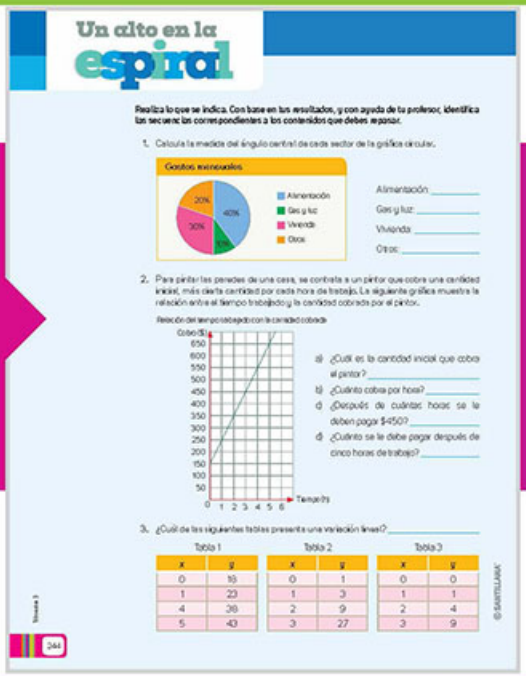
Convivo en armonía. En este apartado se presentan recomendaciones para una convivencia en armonía dentro y fuera del salón de clases.

© SANTILLANA

Panorama de la espiral

Un alto en la espiral

Cada mes tendrás la oportunidad de detenerte y revisar los aprendizajes que adquiriste mediante la resolución de ejercicios y problemas para que apliques lo que has aprendido.


Un alto en la espiral

Realiza lo que se indica. Con base en tus resultados, y con ayuda de tu profesor, identifica las secuencias correspondientes a los contenidos que debes reforzar.

1. Calcula la medida del ángulo central de cada sector de la gráfica circular.

Gastos mensuales

Alimentación: 40%
Gas y luz: 10%
Vivienda: 30%
Otros: 20%

Alimentación: _____
Gas y luz: _____
Vivienda: _____
Otros: _____

2. Para pintar las paredes de una casa, se contrata a un pintor que cobra una cantidad inicial, más cierta cantidad por cada hora de trabajo. La siguiente gráfica muestra la relación entre el tiempo trabajado y la cantidad cobrada por el pintor.

Relación del tiempo trabajado con la cantidad cobrada

Cobro ($): 650, 600, 550, 500, 450, 400, 350, 300, 250, 200, 150, 100, 50, 0
Tiempo (h): 1, 2, 3, 4, 5, 6

a) ¿Cuál es la cantidad inicial que cobra el pintor? _____
b) ¿Cuánto cobra por hora? _____
c) ¿Después de cuántas horas se le deben pagar $450? _____
d) ¿Cuánto se le debe pagar después de cinco horas de trabajo? _____

3. ¿Cuál de las siguientes tablas presenta una variación lineal? _____

Tabla 1

x	y
0	16
1	23
4	28
5	43

Tabla 2

x	y
0	1
1	3
2	9
3	27

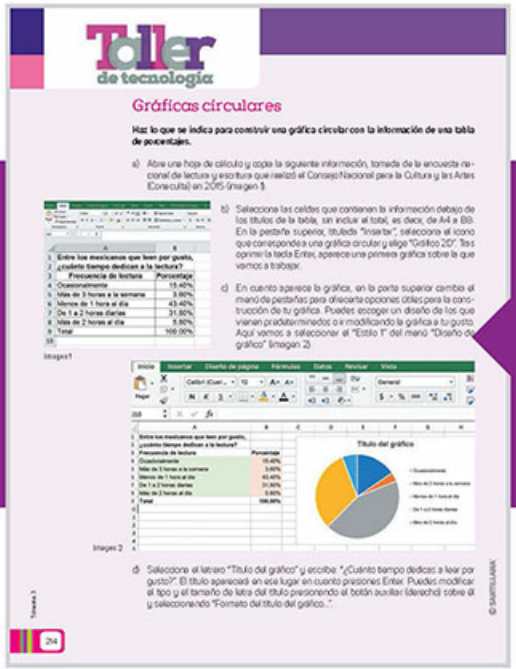
Tabla 3

x	y
0	0
1	1
2	4
3	9

Secuencia 3 — 244 — © SANTILLANA

Taller de tecnología

Practicarás algunos contenidos de las secuencias didácticas con apoyo de la tecnología para que desarrolles tus habilidades digitales.


Taller de tecnología

Gráficas circulares

Haz lo que se indica para construir una gráfica circular con la información de una tabla de porcentajes.

a) Abre una hoja de cálculo y copia la siguiente información, tomada de la encuesta nacional de lectura y escritura que realizó el Consejo Nacional para la Cultura y las Artes (Conaculta) en 2015 (imagen 1).

b) Selecciona las celdas que contienen la información debajo de los títulos de la tabla, sin incluir el total, es decir, de A4 a B8. En la pestaña superior, titulada "Insertar", selecciona el icono que corresponde a una gráfica circular y elige "Gráfico 2D". Tras oprimir la tecla Enter, aparece una primera gráfica sobre la que vamos a trabajar.

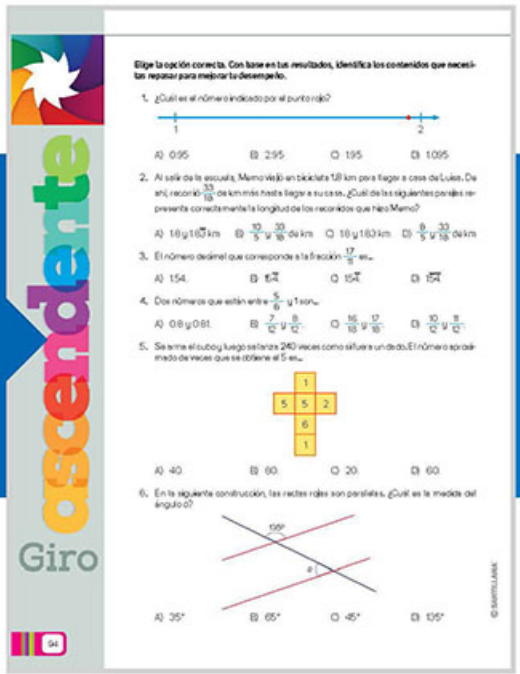
c) En cuanto aparece la gráfica, en la parte superior cambia el menú de pestañas para ofrecerte opciones útiles para la construcción de tu gráfica. Puedes escoger un diseño de los que vienen predeterminados o ir modificando la gráfica a tu gusto. Aquí vamos a seleccionar el "Estilo 1" del menú "Diseño de gráfico" (imagen 2).

d) Selecciona el letrero "Título del gráfico" y escribe "¿Cuánto tiempo dedicas a leer por gusto?". El título aparecerá en ese lugar en cuanto presiones Enter. Puedes modificar el tipo y el tamaño de letra del título presionando el botón auxiliar (derecho) sobre él y seleccionando "Formato del título del gráfico...".

Secuencia 3 — 244 — © SANTILLANA

Giro ascendente

Se trata de actividades diversas que integran lo estudiado durante el trimestre. Será una oportunidad para aplicar los conocimientos, las habilidades y las actitudes que desarrollaste. Con esto demostrarás que has ascendido un nivel en la espiral de tu aprendizaje.


Giro ascendente

Elige la opción correcta. Con base en tus resultados, identifica los contenidos que necesitas reforzar para mejorar tu desempeño.

1. ¿Cuál es el número indicado por el punto rojo?

A) 0.95 B) 2.95 C) 1.95 D) 1.095

2. Al salir de la escuela, Memo viajó en bicicleta 1.8 km para llegar a casa de Luisa. De ahí, recorrió $\frac{33}{10}$ de km más hasta llegar a su casa. ¿Cuál de las siguientes parejas representa correctamente la longitud de los recorridos que hizo Memo?

A) 1.8 y 1.83 km B) $\frac{10}{5}$ y $\frac{30}{10}$ de km C) 1.8 y 1.83 km D) $\frac{8}{5}$ y $\frac{33}{10}$ de km

3. El número decimal que corresponde a la fracción $\frac{17}{8}$ es...

A) 1.54 B) $1.\overline{5}\overline{4}$ C) $1.5\overline{4}$ D) $1.\overline{5}\overline{4}$

4. Dos números que están entre $\frac{5}{6}$ y 1 son...

A) 0.8 y 0.81 B) $\frac{7}{6}$ y $\frac{8}{6}$ C) $\frac{16}{18}$ y $\frac{17}{18}$ D) $\frac{10}{6}$ y $\frac{11}{6}$

5. Se arma el cubo y luego se lanza 240 veces como si fuera un dado. El número aproximado de veces que se obtiene el 5 es...

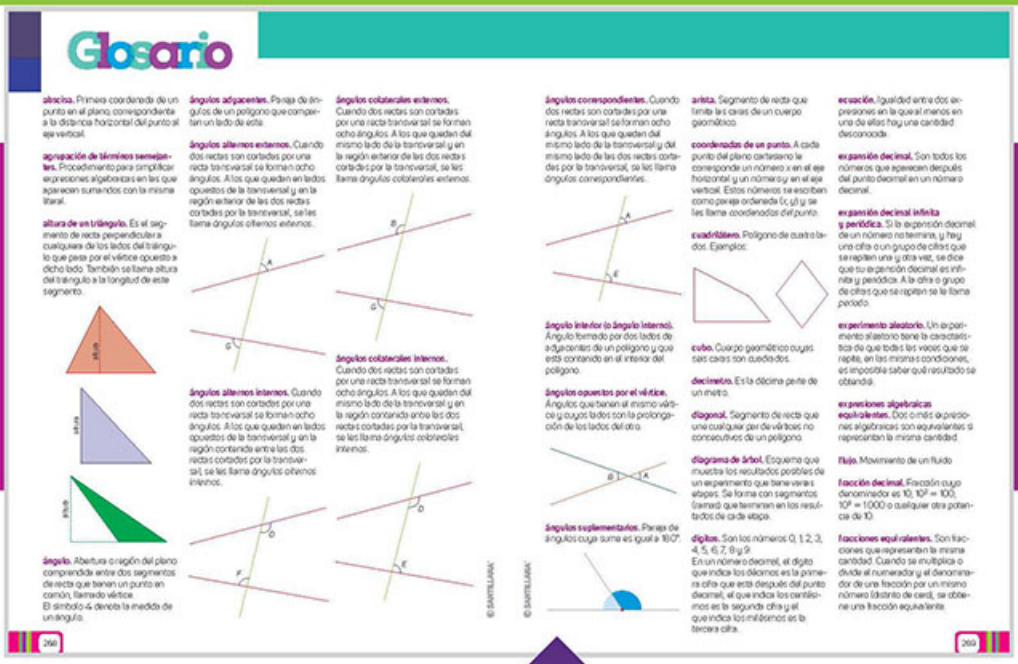
A) 40 B) 60 C) 20 D) 60

6. En la siguiente construcción, las rectas rojas son paralelas. ¿Cuál es la medida del ángulo α?

A) 35° B) 65° C) 45° D) 135°

94 — © SANTILLANA

© SANTILLANA



Glosario

abscisa. Primera coordenada de un punto en el plano, correspondiente a la distancia horizontal del punto al eje vertical.

agrupación de términos semejantes. Procedimiento para simplificar expresiones algebraicas en las que aparecen sumandos con la misma literal.

altura de un triángulo. Es el segmento de recta perpendicular a cualquiera de los lados del triángulo que pasa por el vértice opuesto a dicho lado. También se llama altura del triángulo a la longitud de este segmento.

ángulo. Abertura o región del plano comprendida entre dos segmentos de recta que tienen un punto en común, llamado vértice.
El símbolo ∡ denota la medida de un ángulo.

ángulos adyacentes. Pareja de ángulos de un polígono que comparten un lado de esta.

ángulos alternos externos. Cuando dos rectas son cortadas por una recta transversal se forman ocho ángulos. A los que quedan en lados opuestos de la transversal y en la región exterior de las dos rectas cortadas por la transversal, se les llama ángulos alternos externos.

ángulos alternos internos. Cuando dos rectas son cortadas por una recta transversal se forman ocho ángulos. A los que quedan en lados opuestos de la transversal y en la región contenida entre las dos rectas cortadas por la transversal, se les llama ángulos alternos internos.

ángulos colaterales externos. Cuando dos rectas son cortadas por una recta transversal se forman ocho ángulos. A los que quedan del mismo lado de la transversal y en la región exterior de las dos rectas cortadas por la transversal, se les llama ángulos colaterales externos.

ángulos colaterales internos. Cuando dos rectas son cortadas por una recta transversal se forman ocho ángulos. A los que quedan del mismo lado de la transversal y en la región contenida entre las dos rectas cortadas por la transversal, se les llama ángulos colaterales internos.

ángulos correspondientes. Cuando dos rectas son cortadas por una recta transversal se forman ocho ángulos. A los que quedan del mismo lado de la transversal y del mismo lado de las dos rectas cortadas por la transversal, se les llama ángulos correspondientes.

ángulo interior (o ángulo interno). Ángulo formado por dos lados de adyacentes de un polígono y que está contenido en el interior del polígono.

ángulos opuestos por el vértice. Ángulos que tienen el mismo vértice y cuyos lados son la prolongación de los lados del otro.

ángulos suplementarios. Pareja de ángulos cuya suma es igual a 180°.

arista. Segmento de recta que limita las caras de un cuerpo geométrico.

coordenadas de un punto. A cada punto del plano cartesiano le corresponde un número x en el eje horizontal y un número y en el eje vertical. Estos números se escriben como pareja ordenada (x, y) y se les llama *coordenadas del punto*.

cuadrilátero. Polígono de cuatro lados. Ejemplos:

cubo. Cuerpo geométrico cuyas seis caras son cuadrados.

decimetro. Es la décima parte de un metro.

diagonal. Segmento de recta que une cualquier par de vértices no consecutivos de un polígono.

diagrama de árbol. Esquema que muestra los resultados posibles de un experimento que tiene varias etapas. Se forma con segmentos (ramas) que terminan en los resultados de cada etapa.

dígitos. Son los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.
En un número decimal, el dígito que indica los décimos es la primera cifra que está después del punto decimal, el que indica los centésimos es la segunda cifra y el que indica los milésimos es la tercera cifra.

ecuación. Igualdad entre dos expresiones en la que al menos en una de ellas hay una cantidad desconocida.

expansión decimal. Son todos los números que aparecen después del punto decimal en un número decimal.

expansión decimal infinita y periódica. Si la expansión decimal de un número no termina, y hay una cifra o un grupo de cifras que se repiten una y otra vez, se dice que su expansión decimal es infinita y periódica. A la cifra o grupo de cifras que se repiten se le llama *periodo*.

experimento aleatorio. Un experimento aleatorio tiene la característica de que todos los veces que se repite, en las mismas condiciones, es imposible saber qué resultado se obtendrá.

expresiones algebraicas equivalentes. Dos o más expresiones algebraicas son equivalentes si representan la misma cantidad.

flujo. Movimiento de un fluido

fracción decimal. Fracción cuyo denominador es 10, $10^2 = 100$, $10^3 = 1000$ o cualquier otra potencia de 10.

fracciones equivalentes. Son fracciones que representan la misma cantidad. Cuando se multiplica o divide el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número (distinto de cero), se obtiene una fracción equivalente.

© SANTILLANA

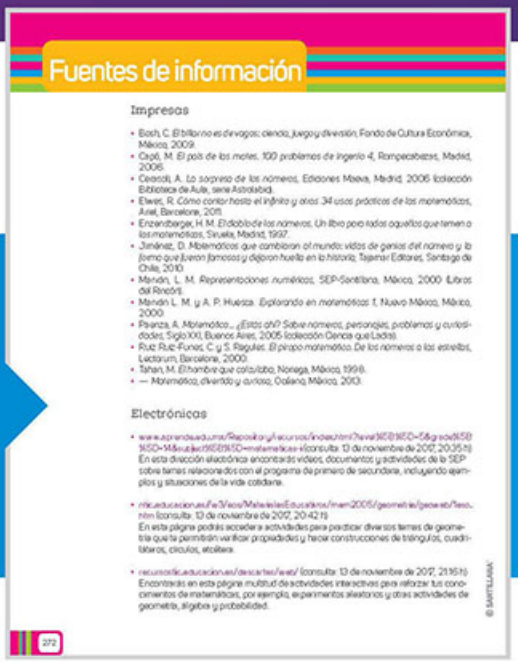
266 269

Glosario

Muestra las definiciones ampliadas de las palabras del glosario del interior del libro y las que aprendiste durante el trabajo con las secuencias, para que vuelvas a consultarlas cuando las necesites.

Fuentes de información

Incluye referencias impresas y electrónicas para que consultes información adicional y reafirmes tus conocimientos.



Fuentes de información

Impresas

- Bosh, C. *El billar no es de vagos: ciencia, juego y diversión*, Fondo de Cultura Económica, México, 2009.
- Capó, M. *El país de los motes. 100 problemas de ingenio 4*, Rompecabezas, Madrid, 2006.
- Ceacsli, A. *La sorpresa de los números*, Ediciones Maeva, Madrid, 2006 (colección Biblioteca de Aula, serie Astrolabio).
- Ewer, R. *Cómo contar hasta el infinito y otros 34 usos prácticos de las matemáticas*, Ariel, Barcelona, 2011.
- Enzensberger, H. M. *El diablo de los números. Un libro para todos aquellos que temen a las matemáticas*, Siruela, Madrid, 1997.
- Jiménez, D. *Matemáticos que cambiaron el mundo: vidas de genios del número y lo lemo que dieron famosos y dejaron huella en la historia*, Tajamar Editores, Santiago de Chile, 2010.
- Marván, L. M. *Representaciones numéricas*, SEP-Santillana, México, 2000 (Libros del Rincón).
- Marván L. M. y A. P. Huerta. *Explorando en matemáticas 1*, Nuevo México, México, 2000.
- Paenza, A. *Matemática... ¿Estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades*, Siglo XXI, Buenos Aires, 2005 (colección Ciencia que Ladra).
- Ruiz Ruiz-Funes, C. y S. Regules. *El pirapo matemático. De los números a las estrellas*, Lectorum, Barcelona, 2000.
- Tahan, M. *El hombre que calculaba*, Noriega, México, 1996.
- — *Matemática, divertida y curiosa*, Oasis, México, 2003.

Electrónicas

- www.aprendeuruma/Repositorio/recursos/indexhtml?wrid%3D1%3D-58g=sid%3D1%3D-M&subject%3D1%3D-matematicas-1(consulta: 13 de noviembre de 2017, 20:35 h)
  En esta dirección electrónica encontrarás videos, documentos y actividades de la SEP sobre temas relacionados con el programa de primero de secundaria, incluyendo ejemplos y situaciones de la vida cotidiana.
- nfiu.educacion.es/Fe3/Ecos/MaterialesEducativos/mem2005/geometria/geoweb/Teso.htm (consulta: 13 de noviembre de 2017, 20:42 h)
  En esta página podrás acceder a actividades para practicar diversos temas de geometría que te permitirán variar propiedades y hacer construcciones de triángulos, cuadriláteros, círculos, etcétera.
- recursostic.educacion.es/descartes/web/ (consulta: 13 de noviembre de 2017, 21:15 h)
  Encontrarás en esta página multitud de actividades interactivas para reforzar tus conocimientos de matemáticas, por ejemplo, experimentos aleatorios y otras actividades de geometría, álgebra y probabilidad.

© SANTILLANA

272

© SANTILLANA

Espiral del conocimiento

El desarrollo de la matemática, como el de cualquier otra ciencia, no es una mera acumulación de conocimientos y procedimientos que surgen de modo ordenado, como en línea recta. Este desarrollo tiene más bien la forma de una espiral: de la aplicación o reestructuración de conocimientos anteriores surgen nuevos y más profundos problemas que dan lugar a conocimientos más avanzados. Así, la ciencia está constantemente regresando a temas ya tratados, pero en un nivel cada vez más superior. Y en este ir y venir, se construyen las teorías y las leyes, es decir, el contenido de la ciencia.

En este libro queremos ayudarte a dar una vuelta más en la espiral de tu conocimiento matemático. Con ese objetivo, te presentamos una colección de secuencias con situaciones problemáticas cuidadosamente seleccionadas para contribuir a que lo logres. Cada secuencia incluye problemas que representan un reto para invitarte a poner en juego tus conocimientos previos y a reestructurar dicho saber en el proceso de solución, ya sea para modificarlo o ampliarlo, o para volverlo a aplicar en una situación nueva.

En la espiral

Buscamos que mediante el estudio y el uso de las matemáticas aprendas a razonar, a comprender, a formular hipótesis, a establecer conjeturas y a someter estas últimas al análisis para así obtener nuevas conclusiones. Por ello, te invitamos a recorrer las páginas de este libro con la actitud de aceptar retos y resolver todo tipo de problemas. Tienes completa libertad para construir tu propio procedimiento, incluso puedes *actuar* con tus compañeros la situación descrita o representarla usando los objetos que tengas a la mano. Lo importante es que estés decidido a poner "manos a la obra" cada vez que las páginas de este libro te propongan un problema.

Es importante que trabajes en equipo, que expliques a tus compañeros cómo obtuviste la solución, que escuches lo que ellos pensaron, que compares tu procedimiento con los suyos, que argumentes tus razones. En resumen: que aprendas a explicar tus razonamientos y a escribir tus ideas de manera ordenada. Ello te permitirá desarrollar la comprensión y la comunicación de nociones matemáticas y ayudará a que adquieras confianza para expresar y justificar tu trabajo matemático.

En este libro encontrarás ejercicios en los que se pretende adquieras la habilidad para realizar de manera eficiente procedimientos técnicos que ya has razonado y comprendido, es decir, ejercicios para practicar. Asimismo, se incluyen sugerencias de cómo usar herramientas tecnológicas para mejorar tu comprensión de los conceptos matemáticos que verás en este curso. Habrá invitaciones a visitar sitios web en los que se presentan actividades interactivas relacionadas con el tema que se está estudiando. También encontrarás talleres en los que te proponemos actividades que se pueden realizar en hojas de cálculo o en un software libre de geometría interactiva. En ambos casos, es muy importante que hagas tu propia exploración de los recursos con los que cuentas y descubras cómo usarlos de manera eficiente.

© SANTILLANA

El trabajo colaborativo enriquece el aprendizaje.

Por otro lado, hablar de matemáticas es hablar de un sistema muy grande de campos muy variados, cada uno con su propia complejidad. Sin embargo, es importante considerar que así como un árbol tiene ramas, pero un montón de ramas no forman un árbol, tampoco la matemática es un conglomerado de conocimientos aislados de distintos tipos. Por eso, no hemos tratado el contenido del curso basándonos en la división en temas como aritmética, geometría, álgebra, estadística y probabilidad, sino que lo hemos tratado como una unidad. Por ejemplo, encontrarás figuras geométricas para visualizar relaciones entre números y operaciones algebraicas.

La matemática es una disciplina muy dinámica y con una gran cantidad de aplicaciones. Desde sus orígenes, ha sido un producto social, no el producto exclusivo de la genialidad de alguien, sino el resultado del trabajo y el razonamiento de multitud de personas. Como una forma de invitarte a que investigues y descubras la historia de las matemáticas, al comienzo de cada trimestre te presentamos un texto histórico sobre alguno de los temas que abordarás en ese periodo.

Altos y giros en la espiral

Si el aprender matemáticas es tan dinámico y toma tantas formas, la evaluación de lo que has estudiado no puede ser diferente. En realidad, se requiere una evaluación continua, que realices constantemente con tus propios elementos, con la ayuda de tus compañeros y con el auxilio de tu profesor. Por ello, a lo largo de las secuencias encontrarás muchos momentos en los que se te invita a hacer esta evaluación, la cual te ayudará a mejorar tu aprendizaje.

También hallarás espacios llamados "Un alto en la espiral", en los que te planteamos ejercicios y problemas para que evalúes si has comprendido los contenidos abordados hasta ese momento en el trimestre; y otros llamados "Giro ascendente", para evaluar tus conocimientos obtenidos durante todo un trimestre. Te invitamos a asumir la responsabilidad de estar evaluando continuamente si requieres revisar algún contenido. Para auxiliarte en esta tarea, al inicio de cada trimestre encontrarás un resumen de los conceptos y los procedimientos que abordarás. Revisa de nuevo ese texto al terminar el periodo para verificar si los adquiriste todos.

© SANTILLANA

Trimestre 1

Una de las pocas obras matemáticas de la Antigüedad conservadas hasta nuestros días es el papiro de Rhind. Este manuscrito egipcio contiene 87 problemas resueltos, algunos son sobre fracciones. Fue escrito por Ahmes aproximadamente en el año 1650 a. n. e.

DEA PICTURE LIBRARY / De Agostini Editore / www.photostock.com.mx

©SANTILLANA

¡Estás a punto de iniciar tu trabajo matemático de este ciclo escolar!

En este trimestre resolverás problemas que requieren comparar fracciones y números decimales, y localizarás este tipo de números en una recta numérica. Verás que una misma cantidad se puede representar como fracción y como número decimal, y en el proceso de pasar de una forma a otra, encontrarás expresiones decimales que ¡nunca terminan! También comprenderás que entre dos números distintos siempre es posible encontrar otro, sin importar qué tan cerca estén.

En el terreno de la geometría, identificarás los ángulos que forman dos rectas paralelas cortadas por una transversal y conocerás las relaciones que guardan sus medidas. Además, determinarás la suma de los ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros. También aprenderás criterios para identificar y construir triángulos congruentes. Sabrás qué necesita saber un amigo que esté en otro lugar, para construir un cuadrilátero idéntico a uno que tú estés viendo.

Cuando se lanza un dado o una moneda al aire, no es posible saber qué resultado se obtendrá. La rama de las matemáticas que estudia este tipo de experimentos se llama *probabilidad* y en este trimestre tendrás un primer acercamiento a ella.

Te invitamos a que, al final del trimestre, revises nuevamente esta sección y verifiques que hayas alcanzado los conocimientos que aquí se describen.

El surgimiento de las fracciones

El concepto de *número*, que hoy es tan familiar, fue elaborado muy lentamente por la humanidad. Al principio, los pueblos no tenían la noción de número, solo juzgaban el tamaño de una colección. Después identificaban cantidades con partes del cuerpo, como los dedos de las manos.

En el proceso de contar, los seres humanos no solo descubrieron y asimilaron las relaciones entre los números —por ejemplo, que dos y tres son cinco— sino que fueron estableciendo leyes generales —como que el orden de los sumandos no altera la suma—. Así, el concepto de número surge como resultado del análisis y la generalización de una inmensa cantidad de experiencias prácticas.

El origen de la geometría es similar. Los hombres primitivos llegaron a las formas geométricas por medio de la Naturaleza: la luna llena, la rectitud de un rayo de luz, etcétera. La reproducción de este tipo de figuras estaba ligada a cuestiones prácticas para satisfacer necesidades. El ser humano primero creó sus materiales y más tarde reconoció la forma como algo separado; tuvo que manufacturar miles de objetos y tensar miles de cuerdas antes de concebir las primeras formas geométricas.

La aritmética y la geometría son las dos raíces sobre las cuales se ha desarrollado la matemática. La simple medición de una línea representa una fusión de la geometría y la aritmética. Pero en el proceso de medir, por lo general ocurre que la unidad de medida no está contenida un número entero de veces en lo que se mide. Surge entonces la necesidad de fraccionar la unidad de medida para poder expresar la magnitud con precisión. Así surgieron las fracciones.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

1

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Número
Contenido: Comparas y ordenas fracciones y números decimales, y localizas este tipo de números en la recta numérica.

¿Qué número es mayor?

Exploro

1. Lean la información y respondan en parejas.

Leo, Pati y Maru juegan a lanzar dos monedas al aire. Antes de lanzarlas, Maru propone: "Si salen dos águilas gano yo, si salen dos soles gana Pati y si sale un águila y un sol, gana Leo". Después de lanzar las monedas varias veces, Pati piensa que no todos tienen la misma posibilidad de ganar, pero Leo afirma que sí.

Maru

Pati

Como las amigas no resolvieron su duda, a la salida de la escuela acordaron que cada quien lanzaría en su casa dos monedas un gran número de veces y anotaría cuántas veces ocurre uno de los resultados.

Maru lanzó 100 veces las dos monedas y obtuvo 26 veces dos águilas. Pati lanzó 200 veces las dos monedas y obtuvo 54 veces dos soles. Leo lanzó 150 veces las dos monedas y obtuvo 74 veces un águila y un sol.

a) ¿Qué fracción de los lanzamientos de Maru cayeron en dos águilas?

_____

b) ¿Qué fracción de los lanzamientos de Pati cayeron en dos soles?

_____

c) ¿Qué fracción de los lanzamientos de Leo cayeron en un águila y un sol?

_____

d) Discutan cómo comparar las tres fracciones anteriores. Escriban el procedimiento que eligieron. _____

_____

e) Escriban las tres fracciones en orden, de menor a mayor.

___ < ___ < ___

f) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros y lleguen a un acuerdo sobre los procedimientos correctos y el orden de las fracciones.

g) Para analizar si las fracciones anteriores son aproximadamente iguales o no, primero escriban tres **fracciones equivalentes** a las que obtuvieron las amigas, todas con denominador 600. Puedes apoyarte en la información del glosario.

___ < ___ < ___

Glosario

fracciones equivalentes. Son fracciones que representan la misma cantidad. Cuando se multiplica o divide el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número (distinto de cero), se obtiene una fracción equivalente. Por ejemplo, para obtener una fracción equivalente a $\frac{3}{4}$ se puede multiplicar por 6 el numerador y el denominador:

$$\frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24}$$

© SANTILLANA

h) Contesten.

¿Cuál es la diferencia entre las dos fracciones menores? _____

¿Son o no son aproximandamente iguales estas fracciones? _____

¿Cuál es la diferencia entre la fracción mayor y la mediana? _____
¿La fracción mayor es muy lejana de las otras o es muy próxima a estas?

_____

¿Quién tenía razón respecto a las posibilidades de ganar de cada amiga al lanzar dos monedas: Pati o Leo? Expliquen por qué. _____

_____

- **Discutan sus respuestas con sus compañeros. Argumenten sus ideas y escuchen las de los demás.**

2. Responde y realiza lo que se indica.

Construyo

a) Susana y Sofía compraron lienzos de tela del mismo tamaño. Susana utilizó $\frac{3}{5}$ partes de su tela y Sofía $\frac{7}{12}$ partes de la suya. ¿Quién de las dos ocupó más tela?

_____

¿Es sencillo comparar las fracciones así como se muestran? _____
Escribe dos fracciones con denominador 60, una equivalente a $\frac{3}{5}$ y la otra equivalente a $\frac{7}{12}$. _____
Compara las fracciones que obtuviste y verifica tu respuesta.

b) Juan camina $\frac{36}{48}$ de km de su casa a la tienda más cercana, mientras que Jorge recorre $\frac{45}{20}$ de km a la tienda que le queda más cerca. ¿Quién recorre menos distancia para ir a la tienda más cercana? _____
Escribe dos fracciones con denominador 8, una equivalente a $\frac{36}{48}$ y la otra equivalente a $\frac{25}{40}$. _____
Compara las fracciones que obtuviste y verifica tu respuesta.

c) Revisa los pasos que has dado para comparar dos fracciones y escribe en tu cuaderno una regla para hacer la comparación.

- **Compara la regla que escribiste con las de tus compañeros, discutan las diferencias y lleguen a un acuerdo sobre cuáles son correctas y cuáles no.**

3. Analiza lo siguiente y responde con un compañero.

Luisa compró ocho pedazos de listón de distintos colores para hacer una tarea de arte. Los cortes que necesita de cada listón, tienen las siguientes medidas.

$\frac{1}{4}$ de m, $\frac{5}{7}$ de m, $\frac{4}{9}$ de m, $\frac{7}{12}$ de m, $\frac{9}{8}$ de m, $\frac{5}{6}$ de m, $\frac{3}{4}$ de m y $\frac{1}{7}$ de m

© SANTILLANA

a) ¿Cuáles longitudes de listón son menores que $\frac{1}{2}$ m? _____

De estas longitudes, ¿cuál es la menor? _____

¿Cuál longitud es más cercana a $\frac{1}{2}$ m? _____

b) ¿Cuáles longitudes de listón están entre $\frac{1}{2}$ m y 1 m? _____

De estas longitudes ¿cuál es la menor? _____

¿Cuál es más cercana a 1 m? _____

c) ¿Cuáles longitudes de listón son mayores que 1 m? _____

d) Con base en el análisis anterior, ordenen todas las longitudes de menor a mayor. Cuando tengan dudas, usen fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador para compararlas.

_____ < _____ < _____ < _____ < _____ < _____ < _____ < _____

- Comparen la lista de fracciones ordenadas con las del resto del grupo y verifiquen que sean iguales.

Comparación de fracciones

Una forma de **comparar dos fracciones con distinto denominador** es construir fracciones equivalentes a estas, de manera que las nuevas fracciones tengan el mismo denominador. Entre dos fracciones con el mismo denominador, es mayor la que tiene el numerador más grande.

Ejemplo: $\frac{21}{12}$ es mayor que $\frac{3}{2}$ porque $\frac{21}{12} = \frac{21 \div 3}{12 \div 3} = \frac{7}{4}$ y $\frac{3}{2} = \frac{3 \times 2}{2 \times 2} = \frac{6}{4}$.

4. Ubica el 0 y el 1 en las rectas numéricas y responde.

a)

¿Es la única ubicación posible para el 0 y el 1? _____

Explica qué hiciste para localizarlos. _____

_____

b)

¿Es la única posición en la que pueden estar el 0 y el 1? _____

Escribe qué hiciste para ubicarlos. _____

_____

© SANTILLANA

5. Reúnete con un compañero y realicen la actividad.

a) ¿Qué fracción indica la longitud del **segmento** azul en la recta? _____

¿Cómo determinaron el denominador de esta fracción? _____

_____

¿Y el numerador? _____

_____

b) ¿Qué fracción indica la longitud del segmento rojo? _____

c) ¿Cuál es la longitud del segmento verde en la siguiente recta? _____

d) En la siguiente recta numérica, coloca el 1 donde sea necesario para que el segmento color café mida $\frac{3}{8}$.

- Comparen sus respuestas con sus compañeros y discutan los procedimientos que emplearon.

6. Realiza lo que se indica.

Diana corre diariamente 5 km. Ayer, cuando había recorrido $\frac{5}{4}$ de km, recibió una llamada y tuvo que detenerse.

a) Ubica en la recta numérica el punto en que iba Diana cuando recibió la llamada.

Explica el procedimiento que usaste y compáralo con el de tus compañeros.

_____

_____

Divide en cuatro partes iguales el segmento que va de los 0 km a los 5 km y marca cada parte. ¿Qué fracción de kilómetros representa la primera marca que dibujaste? _____

Para saber más

Busca el sitio **www.esant.mx/essema1-001**. Lee los textos y explora. Compara distintas fracciones. Escribe la fracción $\frac{3}{4}$ y observa qué pasa con el punto al ir aumentando el denominador.

Glosario

segmento. Fragmento de recta comprendido entre dos puntos, llamados *extremos del segmento*. Si los extremos del segmento son los puntos *A* y *B*, al segmento se le denota como $\overline{AB}$.

© SANTILLANA

b) En la siguiente recta numérica, localiza las fracciones $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{11}{8}$.

¿Cuál es la fracción menor? _____ ¿Cuál es la mayor? _____

Escribe las cinco fracciones en orden de menor a mayor.

_____ < _____ < _____ < _____ < _____

c) Localiza las fracciones $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{5}{6}$ en la siguiente recta numérica.

Escribe las fracciones en orden de menor a mayor.

_____ < _____ < _____ < _____

Convivo en armonía

Escucha respetuosamente a tu compañero. Si su resultado es erróneo, ayúdalo a identificar dónde se equivocó para que pueda corregirlo. Los errores también son una fuente de aprendizaje.

- Compara tus respuestas con las de un compañero y discutan el criterio que usaron para ordenar las fracciones localizadas en las rectas numéricas.

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente aplicando lo que has aprendido. Al terminar, compara con tus compañeros tus procedimientos y los resultados que obtuviste.

I. Ordena de menor a mayor las fracciones de cada inciso.

a) $\frac{40}{21}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{9}{7}$ ___ < ___ < ___ < ___

b) $\frac{5}{12}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{13}{15}$ ___ < ___ < ___ < ___

II. Observa la recta numérica y responde.

a) ¿A qué fracción corresponde la longitud del segmento rojo si *A* es 1? _____

b) ¿Qué fracción representa el segmento rojo si *B* es el 1? _____

c) ¿Y si el 1 está ubicado en *C*? _____

III. Traza una recta numérica en tu cuaderno y ubica las fracciones $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{3}{5}$. Luego escríbelas en orden de menor a mayor.

© SANTILLANA

7. Haz con un compañero lo que se indica a continuación.

En una competencia de salto con garrocha, en la rama varonil, se registraron las siguientes alturas en metros: 5.89, 5.8, 5.899 y 5.9.

a) Indica cuál es la longitud mayor en cada caso.

5.9 m o 5.8 m _____ 5.9 m o 5.89 m _____ 5.9 m o 5.899 m _____

b) Si 204 es mayor que 24, ¿se puede concluir que 0.204 es mayor que 0.24?

_____

c) Escriban el desarrollo de cada número y comparen cifra por cifra.

0.204: décimas _____, centésimas _____, milésimas _____

0.24: décimas _____, centésimas _____, milésimas _____

Entonces, ¿qué número es mayor: 0.204 o 0.24? _____

- Discutan en el grupo las respuestas anteriores y expliquen en qué se basaron para contestar. Lean el siguiente procedimiento y compárenlo con el que usaron.

Comparación de decimales

Una forma de comparar dos números decimales es fijarse primero en la parte entera. Si esta parte es igual, se compara el **dígito** que indica los décimos. Si los décimos son iguales, se compara el dígito que indica los centésimos, y así sucesivamente. Ejemplo:

23.5003
23.503

Ambos números tienen igual la parte entera, los décimos y los centésimos, pero en los milésimos es mayor el número de abajo.
Por tanto 23.5003 < 23.503

Glosario

dígitos. Son los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. En un número decimal, el dígito que indica los décimos es la primera cifra que está después del punto decimal; el que indica los centésimos es la segunda cifra y el que indica los milésimos es la tercera cifra.

8. Localiza en la recta numérica los números que se indican.

a) El 0 y el 1

b) El 0.41 y el 0.49

c) El 0 y el 0.2

© SANTILLANA

9. Responde de acuerdo con los segmentos de color en las rectas.

a) ¿Qué número decimal corresponde a la longitud del segmento azul? _____

b) ¿Qué número decimal corresponde a la longitud del segmento verde? _____

c) En la siguiente recta numérica, escribe el número 0.1 donde sea necesario para que la longitud del segmento rojo corresponda a 0.05.

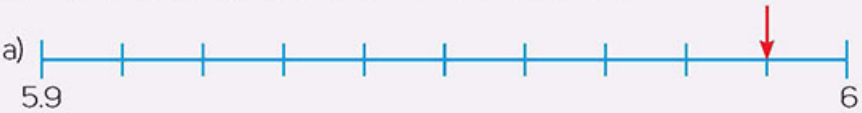
d) Ahora localiza el número 0.1 donde sea necesario para que la longitud del segmento rojo corresponda a 0.005.

- Discute tus respuestas con el resto del grupo.

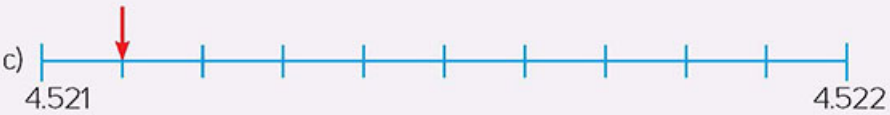
¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente aplicando lo que has aprendido. Al terminar, compara con tus compañeros tus procedimientos y los resultados que obtuviste.

I. Escribe el número indicado por la flecha en cada caso.

a)


b)

c)


II. Escribe en orden, de menor a mayor, los números decimales de cada inciso.

a) 1.02, 1.002, 1.015, 1.11 _____ < _____ < _____ < _____

b) 6.606, 6.66, 6.599, 6.509 _____ < _____ < _____ < _____

c) 0.0078, 0.0708, 0.078, 0.0087 _____ < _____ < _____ < _____

© SANTILLANA

¿Qué aprendí?

Resuelve los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tu profesor. Corrige si es necesario.

Aplico

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Comparo y ordeno fracciones y números decimales, y localizo este tipo de números en la recta numérica.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

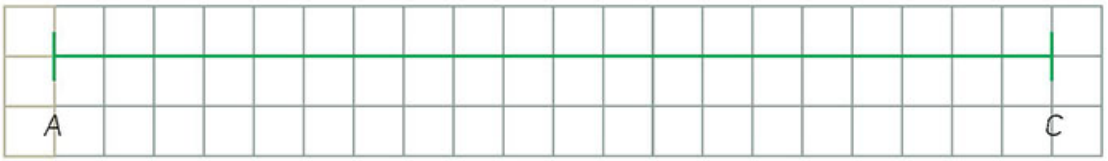
1. Observa los puntos de color en las rectas y responde.

   a) ¿Qué número es mejor estimación para el punto rojo en la recta: 0.9, 1.19, 1.9 o 1.009?

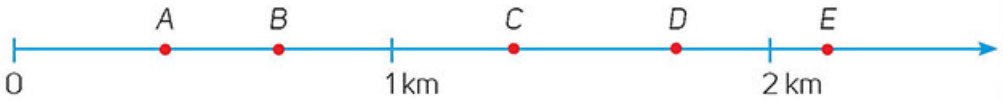
   b) ¿Qué número es mejor estimación para el punto verde: 11.15, 11.55, 11.35 o 11.85?

   c) ¿Qué número es mejor estimación para el punto morado: $\frac{16}{3}$, $\frac{11}{2}$, $\frac{29}{5}$ o $\frac{23}{4}$?

2. Las compañías de seguros utilizan dispositivos para ubicar la posición de un vehículo desde un lugar lejano. Una compañía recibió el reporte de tres vehículos con problemas en los puntos *B*, *D* y *E* que se encuentran en el trayecto *AC* representado en la recta. La distancia de *A* a *B* es $\frac{3}{4}$ partes de la distancia de *A* a *C*, la distancia de *A* a *D* es $\frac{4}{5}$ de la distancia de *A* a *C*, y la distancia de *A* a *E* es $\frac{3}{10}$ partes del mismo trayecto. Ubica en la recta los puntos donde se localizan los autos que requieren apoyo.



3. En la siguiente recta numérica se ha representado la distancia de la escuela a la casa de cinco amigos identificados con las letras *A*, *B*, *C*, *D* y *E*. El 0 representa el punto donde se encuentra la escuela. Escribe la letra que corresponde a cada fracción de kilómetro de acuerdo a las distancias que se observan en la recta.



$\frac{4}{3}$ de km = _____ $\frac{13}{6}$ de km = _____ $\frac{2}{5}$ de km = _____

$\frac{7}{4}$ de km = _____ $\frac{7}{10}$ de km = _____

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

2

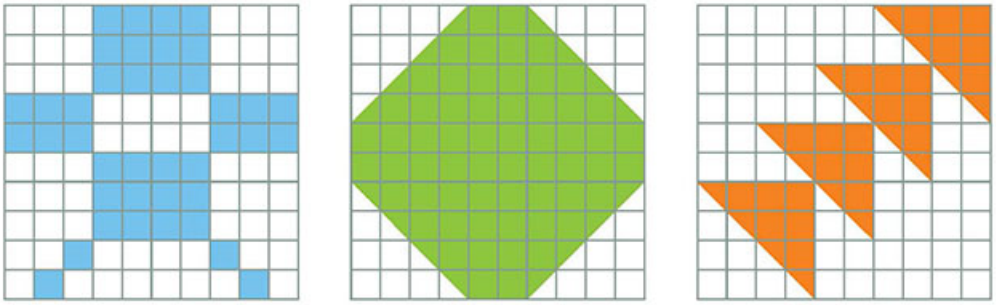
Exploro

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Número
Contenido: Conviertes fracciones decimales a notación decimal y viceversa.

Un número, dos formas

1. Realiza las actividades.

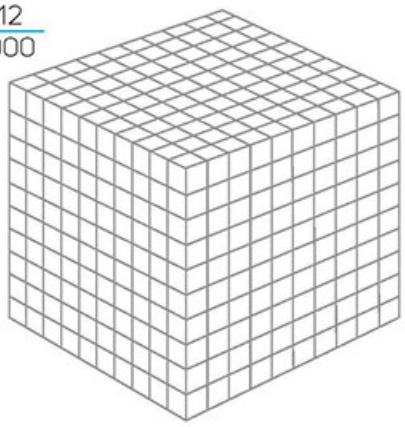
a) Escribe la fracción que representa la región sombreada en cada caso.



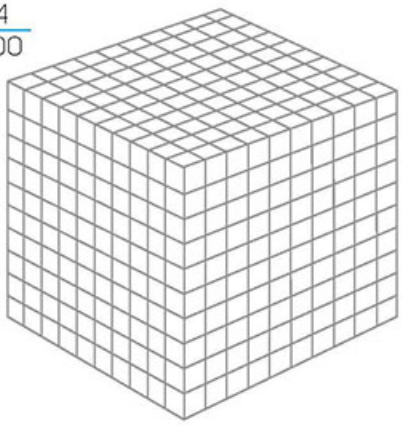
_____ _____ _____

b) Colorea en el cubo la fracción indicada.

$\frac{112}{1000}$



$\frac{84}{1000}$



c) Completa las igualdades como se muestra en el ejemplo.

Un décimo: $0.1 = \frac{1}{10}$

Seis décimos: _____ $= \frac{6}{10}$

Un centésimo: _____ $= \frac{1}{100}$

Trece diezmilésimos: 0.0013 =

Un milésimo: 0.001 =

Quince centésimos: _____ =

Un diezmilésimo: _____ =

Treinta y un décimos: 3.1 =

- ¿Tus respuestas son iguales a las de tus compañeros de grupo? Discutan cualquier diferencia y lleguen a un acuerdo.

© SANTILLANA

2. Haz lo que se pide. Resuelve las operaciones en tu cuaderno.

Construyo

a) ¿Cómo se escribe 3 décimos en forma decimal? _____ ¿Cómo se escribe 3 décimos en forma de fracción? _____ Realiza la división indicada por esta fracción.

$$10\overline{)3.0}$$

¿Qué relación hay entre el cociente y la forma decimal del número 3 décimos?

_____

b) Realiza las divisiones que corresponden a cada fracción y completa la igualdad.

$100\overline{)4.00}$ $\frac{4}{100} =$ _____ $10\overline{)57.0}$ $\frac{57}{10} =$ _____

$100\overline{)959.00}$ $\frac{959}{100} =$ _____ $1000\overline{)76.000}$ $\frac{76}{1000} =$ _____

- Compara tus respuestas con un compañero. Después revisen la siguiente información.

Fracción decimal

Las fracciones cuyo denominador es 10, $10^2 = 100$, $10^3 = 1000$ o cualquier otra **potencia** de 10, se llaman **fracciones decimales**.

Para convertir una fracción decimal en número decimal, se hace la división indicada por la fracción, esto implica que en el numerador se recorre el punto decimal hacia la izquierda tantos lugares como ceros tenga el denominador.

Ejemplo:

$$\frac{1347}{1000} = 1.347$$

Glosario

potencia. Forma resumida de escribir una multiplicación repetida del mismo factor.

Ejemplos:

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$

$3 \times 3 = 3^2 = 9$

$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4 = 10\,000$

Todo número natural formado por un 1 seguido de ceros es una potencia de 10.

3. Reúnete con un compañero y escriban el número decimal correspondiente a cada fracción decimal.

a) $\frac{257}{10} =$ _____ c) $\frac{9681}{1000} =$ _____

b) $\frac{4}{10000} =$ _____ d) $\frac{3003}{100} =$ _____

- Comparen sus respuestas con las del resto del grupo y lleguen a un acuerdo.

4. Responde las preguntas y haz lo que se indica.

a) ¿Por qué número natural multiplicarías el 4 para obtener una potencia de 10?

_____

b) ¿Qué número natural multiplicado por 8 da una potencia de 10?

_____

© SANTILLANA

Para saber más

Entra en la página **www.esant.mx/essema1-002** y, en la primera región de actividades interactivas, da clic sucesivamente al botón "Otra expresión decimal". Escribe una regla que indique cómo expresar un número decimal como fracción decimal.

c) Completa la tabla.

Fracción	Fracción decimal equivalente	Número decimal
$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{5}$		
$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{25}$		
$\frac{1}{8}$		
$\frac{1}{125}$		

- Pide a un compañero que te muestre sus respuestas y compáralas con las tuyas. Verifiquen que sean correctas.

5. Lee y responde con un compañero.

En el departamento de salchichonería de una tienda departamental, Rubén pidió medio kilogramo de jamón y en la pantalla de la báscula electrónica apareció la expresión 0.500 kg.

a) ¿La báscula marcó la cantidad de jamón que pidió Rubén? _____

b) ¿Qué número mostraría la pantalla si Rubén pidiera $\frac{3}{4}$ de kg de salchichas?

_____

c) ¿Qué fracción de kilogramo de carne pidió si en la pantalla se lee 1.250 kg?

_____

- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros y analicen los procedimientos que usaron.

6. Realiza lo que se pide.

a) Haz la división indicada en la fracción $\frac{1}{2}$ y completa la igualdad.

$2\overline{)1}$ $\qquad\qquad$ $\frac{1}{2} =$ _____

© SANTILLANA

b) Aplica el procedimiento anterior para determinar los números decimales correspondientes a las fracciones. Agrega los ceros que sean necesarios en cada división.

$\frac{1}{4} =$ _____ $\frac{1}{5} =$ _____ $\frac{1}{8} =$ _____

$4\overline{)1}$ $5\overline{)1}$ $8\overline{)1}$

- Compara los números decimales que obtuviste con los que escribiste en la tabla de la página anterior.

Conversión de fracción a número decimal

Para convertir cualquier **fracción a número decimal**, se hace la división indicada por la fracción, es decir, se divide el numerador entre el denominador. Ejemplo:

Convertir $\frac{56}{25}$ a número decimal.

```
     2.24
25 | 56.00
     06 0
       1 00
          0
```

Por tanto $\frac{56}{25} = 2.24$

¿Vamos bien?

Completa la tabla aplicando lo que has aprendido. Al terminar, verifica tus resultados con tus compañeros y asegúrate de haber comprendido lo que has estudiado hasta aquí.

Masa	Fracción (kg)	Número decimal (kg)
Tres kilogramos y cuarto	$3\frac{1}{4} = \frac{13}{4}$	3.250
Un kilogramo y medio		
Cien gramos		
Tres cuartos de kilogramo		
Dos kilogramos y doscientos gramos		

© SANTILLANA

7. Lee y responde.

María Luisa quiere hacer moños con listón de dos colores.
Tiene un metro de listón verde, que corta a la mitad, y un metro de listón azul, que corta en cuatro partes iguales.

a) ¿Cuántos centímetros tiene cada parte del listón verde? _____

b) ¿Y cada parte del listón azul? _____

Convivo en armonía

Cuando expongas tus resultados, argumenta tus procedimientos apoyándote en los conceptos que has aprendido. Además de ser una evidencia de tu avance, ayudarás a tus compañeros a resolver sus dudas.

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros y expliquen qué procedimiento usaron para responder.

Conversión de número decimal a fracción

Si un número decimal llega hasta décimos, para convertirlo en fracción decimal se escribe en el numerador el número sin punto decimal y en el denominador 10. Si llega hasta centésimos, se escribe el número sin punto decimal dividido entre 100. Si llega hasta milésimos, se divide entre 1 000 y así sucesivamente. Después, si es posible, se simplifica la fracción.

Ejemplo:

$$2.0275 = \frac{20275}{10000} = \frac{4055}{2000} = \frac{811}{400}$$

8. Resuelvan en parejas.

Jaime cargó la bolsa del mandado la última vez que su mamá fue al mercado. Su mamá compró 2 kilogramos y medio de naranjas, tres cuartos de kilogramo de limones, una papaya de 2 kilogramos y 250 gramos, un kilogramo y medio de tomates y 250 gramos de chiles. ¿Cuánto cargó Jaime en total?

a) Escriban en su cuaderno las conversiones y las operaciones que consideren necesarias.

b) En discusión grupal, comparen sus resultados y sus procedimientos con sus compañeros.

c) ¿Cuántos procedimientos distintos surgieron en su grupo? _____

d) Expliquen cada uno de estos procedimientos. _____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente aplicando lo que has aprendido. Al terminar, compara con tus compañeros tus procedimientos y los resultados que obtuviste.

I. Escribe la fracción correspondiente a cada número decimal. Simplifica lo más que se pueda.

a) 0.95 = _____ b) 1.28 = _____ c) 4.4375 = _____

II. Los siguientes números decimales corresponden a fracciones sencillas que se usan frecuentemente. Convierte cada número decimal en fracción y completa la tabla.

0.5 =	0.25 =	0.2 =	0.125 =	0.05 =
	0.75 =	0.4 =	0.375 =	0.15 =
		0.6 =	0.625 =	0.35 =
		0.8 =		0.45 =

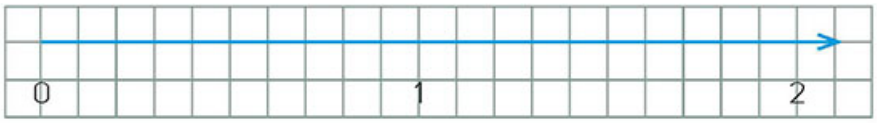
¿Qué aprendí?

Resuelve los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar revisa tus procedimientos y resultados con tu profesor. Si encuentras errores, corrígelos.

1. ¿Qué fracción de una hora son 12 minutos? ¿Cuál es el número decimal correspondiente?

2. Óscar tiene dos amigas estadounidenses. Mari gastó $\frac{4}{5}$ de dólar en comprar un chocolate y Jenny gastó 75 centavos de dólar en comprar otro. ¿A quién le costó más el chocolate?

3. En la siguiente recta numérica, localiza los puntos $\frac{1}{5}$, $\frac{11}{10}$, 0.9, 1.5 y $\frac{7}{5}$. Luego escribe estos números en orden de menor a mayor.



_____ < _____ < _____ < _____ < _____

4. Ayer, Martín caminó $\frac{1}{4}$ de kilómetro durante los primeros 10 minutos; 400 metros durante los siguientes 10 minutos y $\frac{4}{5}$ de kilómetro durante los terceros 10 minutos. ¿Cuántos kilómetros caminó durante esa media hora?

Aplico

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Convierto fracciones decimales a notación decimal y viceversa.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica 3

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Número
Contenido: Aproximas fracciones no decimales usando notación decimal.

¿Nunca termina?

Exploro

1. Lee la información y responde.

La mamá de Miguel distribuyó un litro de agua de jamaica en cuatro vasos, cada uno con la misma cantidad. La mamá de Rosi distribuyó un litro de agua de limón en tres vasos, cada uno con la misma cantidad.

a) ¿Cuáles vasos contienen más agua: los de jamaica o los de limón? _____

b) ¿Qué fracción de litro contiene cada vaso de agua de jamaica? _____

c) ¿Y cada vaso de agua de limón? _____

d) En tu cuaderno, realiza las divisiones para determinar el número decimal correspondiente a cada fracción que escribiste. No uses calculadora.

___ = _____ ___ = _____

e) ¿Qué diferencia notaste al realizar las divisiones anteriores? _____

_____

- En discusión grupal, analicen las diferencias en las divisiones que hicieron y expliquen por qué en una de ellas el cociente puede tener más y más cifras decimales.

Construyo

2. Realiza lo que se indica y responde.

a) Haz las divisiones necesarias para obtener los números decimales correspondientes a las fracciones $\frac{49}{200}$ y $\frac{245}{999}$. Escribe al menos seis cifras después del punto decimal del número correspondiente a la segunda fracción.

$200\overline{)49.000000}$ $999\overline{)245.000000}$

$\frac{49}{200}$ = _____ $\frac{245}{999}$ = _____

¿Cuál es la diferencia en los residuos de las divisiones anteriores? _____

_____

© SANTILLANA

b) Haz la división para determinar el número decimal que corresponde a $\frac{1}{7}$. Escribe al menos doce cifras después del punto decimal.

$7\overline{)1.000000000000}$ $\qquad$ $\frac{1}{7} =$ _____

Escribe una sola vez las cifras que se repiten en el número decimal que obtuviste.

_____

Compara tus respuestas con las de un compañero y escriban en su cuaderno otras tres fracciones que tengan una **expansión decimal** que no acaba.

Glosario

expansión decimal. Son todos los números que aparecen después del punto decimal en un número decimal.

- **Compara tus respuestas con las del resto del grupo. Después lean la siguiente información.**

De fracción a decimal periódico

Al dividir el numerador de una fracción entre su denominador, puede ser que el residuo nunca sea cero, sino que, en algún momento, sea igual a otro obtenido anteriormente y, a partir de ahí, los pasos de la división son exactamente iguales. En estos casos, las cifras del cociente que están después del punto decimal no terminan y una cifra, o un grupo de cifras, se repite una y otra vez.

A las cifras que se repiten en la expansión decimal se les llama *periodo*. Al escribir el número decimal se coloca una línea sobre el periodo para indicar que se repite indefinidamente.

Ejemplo: $\frac{1}{6} = 0.1\overline{6}$ $\qquad$ $\frac{1}{14} = 0.0\overline{714285}$ $\qquad$ $\frac{1}{11} = 0.\overline{09}$

Se dice que estos números decimales tienen **expansión decimal infinita** y **periódica.**

3. **Reúnete con un compañero y respondan.**

a) ¿Qué número es mayor: $\frac{1}{9}$ o 0.11? _____

b) ¿Qué número es mayor: $0.\overline{1}$ o 0.12? _____

c) Escriban los números 0.12, 0.11 y $0.\overline{1}$ en orden de menor a mayor.

_____ < _____ < _____

d) Comparen los números $0.\overline{1}$, 0.111 y 0.112. Escríbanlos en orden de menor a mayor.

_____ < _____ < _____

© SANTILLANA

Para saber más

Entra en el sitio **www.esant.mx/essema1-003** y mueve los botones. Deja 1 en el numerador y varía los denominadores del 1 al 25. ¿Qué fracciones que corresponden a decimales infinitos encontraste?

e) Realiza en tu cuaderno la división 1 entre 9 y completa la igualdad $\frac{1}{9} =$ _____.

f) ¿$\frac{1}{9}$ es mayor, menor o igual que 0.11111? _____ ¿Y que 0.1111111111? _____

- ¿Las respuestas de tus compañeros coinciden con las tuyas? Discutan las diferencias.

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente aplicando lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y resultados con los de tus compañeros.

I. Determina el número decimal que corresponde a cada fracción.

a) $\frac{31}{12} =$ _____ b) $\frac{63}{18} =$ _____ c) $\frac{19}{25} =$ _____

II. El símbolo ≈ significa *aproximadamente igual*. Escribe el símbolo igual = o aproximadamente igual ≈ de manera que las expresiones sean correctas.

Por ejemplo, $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$ pero $\frac{1}{3} \approx 0.333$.

a) $\frac{8}{15}$ ___ 0.5333 b) $\frac{1}{22}$ ___ $0.0\overline{45}$ c) $\frac{1}{12}$ ___ 8.33 d) $\frac{13}{8}$ ___ 1.625

4. En parejas, realicen lo que se indica y respondan en su cuaderno.

a) Escriban tres fracciones decimales. Ahora escriban los tres números decimales correspondientes a esas fracciones decimales.

b) Escriban los números que faltan en la siguiente expresión.

$$\frac{5}{8} = \frac{5\times}{8\times} = \frac{\quad}{1000}$$

c) ¿Cuál número decimal corresponde a $\frac{5}{8}$?

d) ¿Alguna fracción decimal equivale a $\frac{1}{6}$?

e) Escriban el número decimal que corresponde a $\frac{1}{6}$.

f) Completa la tabla como se muestra en el ejemplo.

Fracción	¿Equivale a una fracción decimal?	Número decimal correspondiente	Tipo de expansión decimal
$\frac{1}{5}$	Sí	0.2	Finita
$\frac{1}{22}$			
$\frac{3}{16}$			

- Discutan la relación que se observa entre fracciones equivalentes a una fracción decimal y la forma que tiene el número decimal correspondiente y comparen sus conclusiones con la información de la siguiente página.

© SANTILLANA

Fracciones decimales y no decimales

Las **fracciones equivalentes** a una **fracción decimal** pueden escribirse como números decimales con una expansión decimal que termina, es decir, con una **expansión decimal finita**.

Las fracciones que **no son equivalentes** a una **fracción decimal** corresponden a **números decimales con expansión decimal infinita** y **periódica**.

¿Qué aprendí?

Aplico

Resuelve los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tu profesor.

1. Para hacer moños para regalos, varios niños cortaron un metro de listón. Lucía lo cortó en seis partes iguales; Manuel, en ocho partes iguales; Miguel, en siete partes iguales, y Valeria, en cinco partes iguales.

   Escribe en centímetros la medida de las partes cortadas por cada uno. Cada parte del listón de...

   a) Lucía mide: _____
   b) Manuel mide: _____
   c) Miguel mide: _____
   d) Valeria mide: _____

2. Sin realizar las divisiones, rodea las fracciones que corresponden a números con expansión decimal infinita y periódica.

   $\frac{7}{50}$ $\frac{2}{15}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{28}{25}$ $\frac{19}{99}$

3. Haz lo que se pide.

   a) Escribe el número decimal correspondiente a las siguientes fracciones y analiza el **patrón** que se presenta.

   $\frac{7}{9} =$ _____ $\frac{5}{9} =$ _____

   $\frac{23}{99} =$ _____ $\frac{58}{99} =$ _____

   $\frac{158}{999} =$ _____ $\frac{364}{999} =$ _____

   b) Sin hacer la división, escribe el número decimal que corresponde a la fracción.

   $\frac{271}{999} =$ _____

   c) Explica lo que observaste en los incisos *a* y *b*. _____

   _____

Glosario

patrón matemático. Regla o regularidad que se repite constantemente.

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Aproximo fracciones no decimales usando notación decimal.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

4

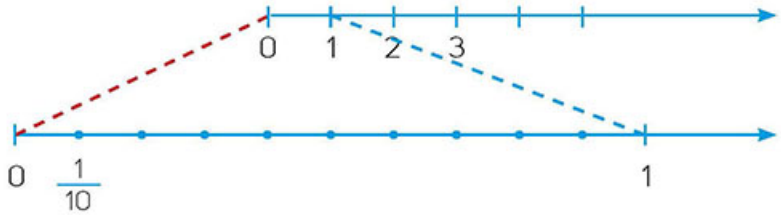
Exploro

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Número
Contenido: Identificas una fracción o un decimal entre dos fracciones o decimales dados. Inicias un acercamiento a la propiedad de densidad de las fracciones y de los números decimales.

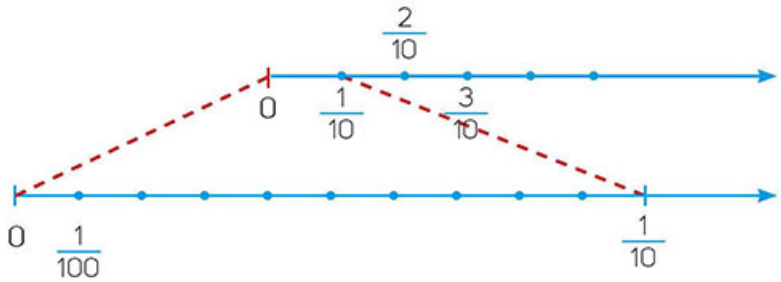
Entre dos, ¡siempre hay otro!

1. Lee la información y responde.

Laura va en tercero de primaria y dice que el número más cercano a 0 es el 1. Berta va en sexto y dice que no, porque el número más cercano a 0 es $\frac{1}{10}$.



Mario, que es hermano de Laura y de Berta, dice que un número más cercano a 0 es la fracción $\frac{1}{100}$.



a) ¿Puedes encontrar otra fracción que esté entre 0 y $\frac{1}{100}$? _____
¿Cuál? _____

b) Encuentra otra fracción que esté entre 0 y la fracción que escribiste en el inciso anterior. _____

c) ¿Puedes encontrar otra fracción que esté entre 0 y la fracción que acabas de escribir? _____ ¿Cuál? _____

d) ¿Puede seguir indefinidamente el proceso de acercase a 0 por medio de fracciones o en algún momento termina? _____

e) Entonces, explica si se puede o no determinar la fracción más cercana al 0.

_____

_____

_____

- En discusión grupal, comparen sus respuestas y comenten sus conclusiones.

© SANTILLANA

2. Lee y contesta.

a) Juan tiene 6 gallinas y María tiene 2. Martín tiene más gallinas que María, pero menos que Juan. Escribe todas las cantidades de gallinas que puede tener Martín. _____

b) Perla tiene 4 gallinas. ¿Cuántas gallinas tiene Pedro si tiene más que Perla, pero menos que Juan? _____

c) Luisa afirma que tiene más gallinas que Pedro, pero menos que Juan. ¿Es eso posible? _____ Explica por qué. _____

- Compara tus respuestas con las de un compañero.

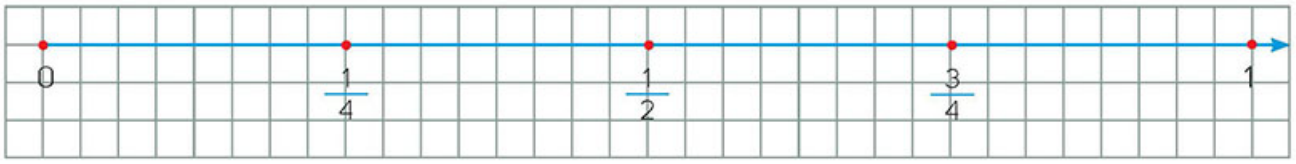
3. En parejas, respondan y realicen lo que se indica.

a) ¿Qué fracción con denominador 8 está entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$? _____

b) ¿Cuáles fracciones con denominador 16 están entre $\frac{3}{4}$ y 1? _____

_____

c) Localicen en la recta numérica las fracciones que escribieron en las respuestas anteriores.



d) Escriban una fracción que esté entre $\frac{15}{16}$ y 1. _____

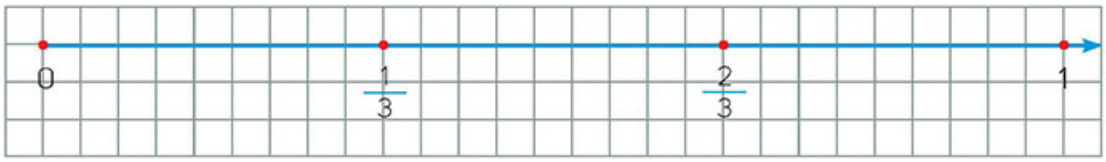
e) ¿Cuáles fracciones con denominador 9 están entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$? _____

_____

f) ¿Cuáles con denominador 27 están entre $\frac{4}{9}$ y $\frac{5}{9}$? _____

_____

g) Localicen en la recta numérica todas las fracciones de los incisos *d*, *e* y *f*.



h) Anoten dos fracciones que estén entre $\frac{2}{3}$ y $\frac{7}{9}$. _____

i) ¿Qué harían para encontrar dos fracciones que estén entre $\frac{14}{27}$ y $\frac{15}{27}$?

_____

Encuéntrenlas y escríbanlas. _____

- Comenten sus respuestas con sus compañeros y verifiquen si son correctas o no. Corrijan si es necesario.

© SANTILLANA

4. Reúnete con otro compañero, lean y realicen lo que se pide.

En cierto momento de una carrera automovilística, el auto A se encuentra a $\frac{5}{6}$ de km de la meta y el auto B está a $\frac{7}{8}$ de km. Si entre A y B hay otros dos autos, escribe dos fracciones que indiquen distancias a las que pueden estar estos autos respecto a la meta. _____

Para encontrar fracciones entre $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{8}$, primero encuentren fracciones equivalentes a ellas que tengan el mismo denominador.

$\frac{5}{6} =$ ____ $\frac{7}{8} =$ ____

Convivo en armonía

Cuando analices el trabajo de otro compañero, hazlo de manera respetuosa. Si no estás de acuerdo con su procedimiento, no lo descalifiques y escucha sus argumentos. Recuerda que hay diferentes maneras de resolver problemas.

- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros y verifiquen que todas sean correctas.

¿Vamos bien?

Aplicando lo que has aprendido, encuentra las fracciones que se solicitan. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

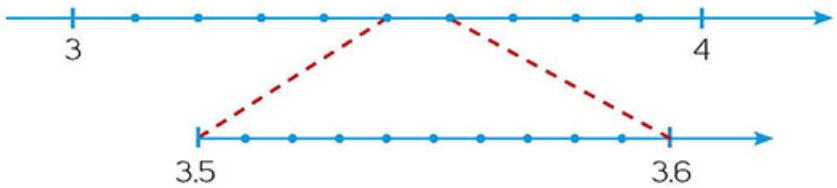
I. Escribe una fracción que esté entre $\frac{5}{10}$ y $\frac{6}{10}$. _____

II. Determina dos fracciones que se encuentren entre $\frac{7}{6}$ y $\frac{8}{6}$. _____

III. Anota dos fracciones que estén entre $\frac{9}{4}$ y $\frac{15}{6}$. _____

5. Reúnete con un compañero y resuelvan.

a) Escriban todos los números decimales, hasta centésimos, que estén entre 3.5 y 3.6. _____



b) Anoten todos los números decimales, hasta milésimos, que estén entre 3.56 y 3.57. Pueden auxiliarse en la siguiente recta númerica. _____

_____

© SANTILLANA

c) Escriban un número decimal que esté entre 3.56 y 3.562. _____

d) Anoten un número decimal que esté entre 3.561 y 3.562. _____

¿Hay una sola respuesta correcta? _____ Expliquen por qué.

_____

6. **Analiza y responde. Después realiza lo que se indica.**

a) Erick está dibujando un mapa del tesoro a escala para un concurso. Quiere ubicar el tesoro exactamente a la misma distancia de la palmera que de las rocas en el siguiente esquema. ¿A qué distancia del río estará el tesoro? _____

b) Localiza el punto que está a la misma distancia de 1.22 que de 1.23. ¿Cuál es ese número? _____

c) Calcula 1.22 + 1.23 y divide el resultado entre 2. _____

Compara el resultado con el punto que localizaste en el esquema anterior.

d) Calcula 0.846 + 0.847 y divide el resultado entre 2. _____

En el siguiente esquema, localiza el número que obtuviste y observa su distancia a los puntos 0.846 y 0.847.

e) ¿Qué operaciones debes hacer para determinar el número decimal que está a la mitad de la distancia entre 3.67 y 3.68? _____

f) ¿Qué operaciones harías para determinar el número decimal que está a la mitad de la distancia entre 3.675 y 3.676? _____

Localiza el punto que obtuviste.

- ¿Siempre se puede encontrar el **punto medio** entre dos números decimales? Discutan la respuesta con sus compañeros y juntos formulen una regla para determinar ese punto.

Glosario

punto medio entre dos puntos. Es el punto que se encuentra a la misma distancia de dos puntos dados.

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Responde con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y resultados con los de tus compañeros.

I. Encuentra tres números que estén entre 0.238 y 0.239. _____

II. Anota dos números que se encuentren entre 2.05 y 2.055. _____

III. Escribe el número que está justo a la mitad de la distancia entre 3.52 y 3.53.

_____

Para saber más

Ingresa a la página **www.esant.mx/essema1-004**.

Para $n = 3$, ¿a qué fracción corresponde el punto rojo?

¿Qué fracción está a la mitad de la distancia entre 0 y $\frac{1}{128}$?

7. En parejas, trabajen en lo siguiente.

a) Encuentren un número que esté entre $\frac{5}{6}$ y 0.84. _____

b) ¿Qué estrategia usaron para encontrar el número anterior? _____

_____

c) ¿Hay alguna otra estrategia para determinar ese número? _____

¿Cual? _____

d) Determinen tres números que estén entre 0.83 y $\frac{5}{6}$. _____

e) Escriban una fracción que esté entre 0.33 y 0.34. _____

f) ¿Qué estrategia usaron para encontrar el número anterior? _____

_____

g) Determinen tres números que estén entre $\frac{6}{5}$ y $\frac{5}{4}$ _____

h) Determinen tres números que estén entre $\frac{12}{100}$ y $0.\overline{12}$ _____

i) ¿Qué estrategia usaron para encontrar el número anterior? _____

_____

- **Discutan con sus compañeros los procedimientos que usaron y verifiquen que todas las respuestas sean correctas. ¿Cuántos procedimientos distintos encontraron en su grupo?**

La propiedad de densidad

De acuerdo con la **propiedad de densidad** de los números decimales y fraccionarios, entre dos fracciones distintas y entre dos números decimales diferentes siempre es posible encontrar otra fracción y otro número decimal. Además, entre una fracción y un número decimal distintos siempre es posible encontrar una fracción y un número decimal.

Una forma de obtener un número que está entre dos números dados es sumar los números dados y dividir el resultado entre 2. El número obtenido de esta forma está justo a la mitad de la distancia entre los extremos.

© SANTILLANA

¿Qué aprendí?

Aplico

Resuelve los ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tu profesor.

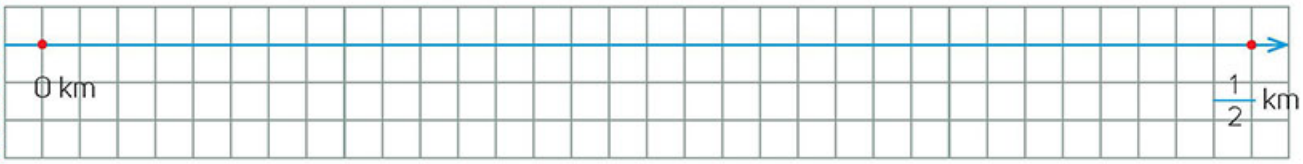
1. En un evento de atletismo, el ganador en la prueba de salto de altura (rama varonil) fue Oscar con un salto de 2.1 m, y el segundo lugar lo obtuvo Rubén con una altura de 2 m. Miguel, que inicialmente iba en segundo lugar, tuvo que retirarse por una lesión, y él cree que si no se hubiera lesionado habría alcanzado una altura mayor que la de Rubén, pero menor que la de Oscar. Escribe dos alturas que estén en el rango que describe Miguel. _____

2. La recta numérica representa un tramo de una avenida de una zona escolar en donde se colocarán topes. Estos topes se colocarán justo a la mitad entre los siguientes pares de fracciones de kilómetro que se indican. Ubica en la recta estas fracciones, así como los puntos donde irán los topes.

   a) Entre $\frac{1}{4}$ de km y $\frac{1}{2}$ km

   b) Entre $\frac{3}{8}$ de km y $\frac{1}{2}$ km

   c) Entre $\frac{7}{16}$ de km y $\frac{1}{2}$ km



3. Determina el número que está exactamente a la mitad de la distancia entre los números que se indican.

   a) 0.2 y 0.23 _____

   b) 0.21 y 0.212 _____

   c) 0.211 y 0.212 _____

4. Escribe una fracción y un número decimal que estén entre los siguientes números.

   a) $\frac{1}{10}$ y $0.\overline{101}$ _____

   b) $\frac{7}{100}$ y $0.\overline{071}$ _____

   c) $\frac{91}{1000}$ y $0.0\overline{91}$ _____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.

Contenido		
Identifico una fracción o un decimal entre dos fracciones o decimales dados. Inicio un acercamiento a la propiedad de densidad de las fracciones y de los números decimales.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

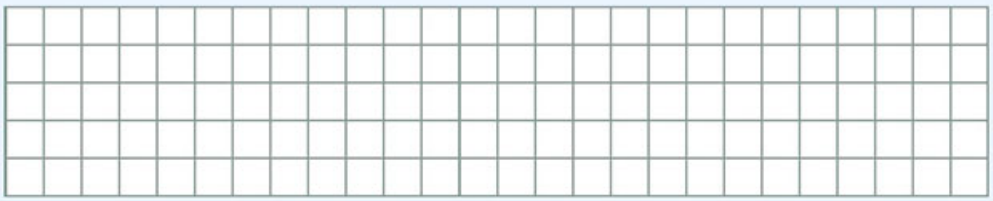
Un alto en la espiral

Resuelve los problemas. Con base en tus resultados, y con ayuda de tu profesor, identifica las secuencias correspondientes a los contenidos que debes repasar.

1. En una escuela se organizaron competencias de atletismo. La final es entre Ana, Carmen y Perla. Si Ana corre $\frac{3}{10}$ de la pista en un minuto, Carmen $\frac{2}{5}$ de la pista en el mismo tiempo y Perla $\frac{1}{3}$ de la pista también en un minuto, ¿en qué orden llegarán a la meta? Escribe el procedimiento y argumenta tu respuesta.

2. Para la piñata de Lalo, su mamá compró $\frac{5}{4}$ de kg de naranjas, 0.75 kg de mandarinas, $\frac{3}{2}$ kg de tejocotes y 0.6 kg de caña. ¿De cuál fruta tendrá más la piñata? ¿De cuál tendrá menos? Escribe todas las cantidades como fracciones o como números decimales y ordénalas de menor a mayor.

3. Traza una recta numérica en la cuadrícula y localiza las fracciones $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{4}$ y $\frac{11}{6}$.



4. Observa los puntos en la recta numérica y escribe la letra que le corresponde a cada número decimal.

a) 0.909 = _____

b) 0.99 = _____

c) 0.09 = _____

d) 0.49 = _____

e) 0.29 = _____

f) 0.59 = _____

© SANTILLANA

5. Mario asegura que dos de las fracciones de la tabla tienen una expansión decimal infinita.

a) ¿Qué procedimiento debes hacer para comprobar su argumento? _____ _____ Completa la tabla.

Fracción	¿Tiene expansión decimal finita?	Fracción decimal equivalente (en caso de tener expansión decimal finita)
$\frac{25}{160}$		
$\frac{40}{35}$		
$\frac{600}{625}$		

b) ¿Tenía razón Mario? _____ ¿Por qué? _____

6. Encuentra los números que se indican. Escribe el procedimiento y argumenta tus respuestas.

a) Dos fracciones que se encuentren entre $\frac{4}{7}$ y $\frac{5}{7}$.

b) Dos números decimales que estén entre 6.59 y 6.6.

c) Un número que esté entre $\frac{7}{8}$ y 0.9.

7. La casa de Fernando se encuentra a 3.72 km de la escuela. Sobre la misma avenida, se encuentra la casa de María, a 3.835 km de la escuela. Hay una papelería exactamente a la mitad de la distancia entre ambas casas. ¿A cuántos kilómetros de la escuela está la papelería? Escribe el procedimiento y argumenta tu respuesta.

8. Haz lo que se pide.

a) Escribe como fracción el número decimal 7.0803. _____

b) Escribe como número decimal la fracción $\frac{15}{14}$. _____

- Reflexiona sobre tus resultados y, con tu profesor, busca estrategias para fortalecer tus áreas de oportunidad.

En la columna "Nota", marca una ✔ en los reactivos que resolviste correctamente.

Reactivo	Nota	Secuencia	Páginas
1		1	16-23
2		1 y 2	16-29
3		1 y 2	16-29
4		1 y 2	16-29
5		3	30-33
6		4	34-39
7		4	34-39
8		3	30-33

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

5

Eje: Análisis de datos
Tema: Probabilidad
Contenido: Registras resultados de observaciones, encuestas y experimentos.

Ver, preguntar y experimentar

Exploro

1. Lee y contesta.

   a) Los maestros de una secundaria piensan que los estudiantes de su escuela no acostumbran leer y quieren comprobarlo. ¿Qué datos necesitan recabar?

   _____

   ¿Qué método pueden usar para recolectar esa información? _____

   b) Lucero y Jesús discuten si al lanzar dos dados es igualmente probable que salgan un 5 y un 6 o que salgan dos números 6.

   ¿Qué información les sugerirías que reunieran para aclarar su duda?

   _____

   ¿Cómo piensas que deben recolectarla? _____

   _____

   c) En la escuela de Mirna se va a hacer un inventario, es decir, una lista ordenada de todos los objetos que hay. ¿Qué método deben seguir los alumnos para recabar la información de lo que hay en sus salones de clases? _____

- En discusión grupal, reúnan las opiniones sobre las preguntas anteriores. Comenten todas las formas de recabar información que mencionaron.

Construyo

2. Realiza lo que se pide.

   a) Observa con cuidado todo lo que hay en tu salón de clases y contesta.

   ¿Cuántos pupitres o sillas y mesas hay? _____ ¿Cuántos pizarrones hay? _____ ¿Hay algún estante o armario? _____ ¿Hay libros? _____

   ¿Son libros de texto, de historia, literatura o de qué tipo? _____

   ¿Hay material didáctico? _____ ¿De qué tipo? _____ ¿El maestro tiene una mesa o un escritorio? _____ ¿Hay botes de basura? _____

   ¿Qué otros objetos hay en tu salón? _____

   b) Reúne la información que recabaste en una tabla como la siguiente.

Mobiliario (pupitres, mesas, etcétera)	
Libros (cantidad y tipo)	
Material didáctico	
Otros objetos	

- Compara tu tabla con la de un compañero y revisen que nos les falte información. Después comenten en grupo en qué otras situaciones se puede recabar información usando la observación.

© SANTILLANA

3. Haz lo que se indica y responde.

Saca 10 copias del siguiente cuestionario sobre hábitos de lectura. Contesta uno y pide a otros nueve estudiantes de tu secundaria que respondan los demás.

Edad: _____ **Género:** Hombre ☐ Mujer ☐

Grado: Primero ☐ Segundo ☐ Tercero ☐

1. ¿Con qué frecuencia lees en tu tiempo libre?

Nunca	☐	Casi nunca	☐
Algunas veces al mes	☐	Algunas veces cada semana	☐
Casi todos los días	☐	Todos los días	☐

2. ¿Cuántas horas dedicas a leer durante la semana?

Una o menos	☐	De 1 a 2	☐
De 2 a 3	☐	De 3 a 4	☐
De 4 a 5	☐	Más de 5	☐

3. ¿Qué has leído durante la última semana? (Puedes seleccionar más de una opción).

Periódicos y revistas	☐	Libros de texto o escolares	☐
Obras de literatura	☐	Otros	☐

4. ¿En qué lugares acostumbras leer? (Puedes seleccionar más de una opción).

En tu casa	☐	Al aire libre (parque, jardín, campo)	☐
En una biblioteca	☐	En transportes públicos	☐
En la escuela	☐	Otros	☐

5. En vacaciones, ¿lees más, lo mismo o menos que en el resto del año?

Menos ☐ Lo mismo ☐ Más ☐

6. ¿Cuántos libros completos leíste el año pasado?

Ninguno	☐	Uno	☐
Dos	☐	Tres	☐
De cuatro a seis	☐	Más de seis	☐

© SANTILLANA

4. Llena la tabla con la información de tu encuesta. Usa las siguientes categorías.

Género	h: hombre m: mujer
Lectura en tiempo libre	0: nunca 1: casi nunca 2: algunas veces al mes 3: algunas veces cada semana 4: casi todos los días 5: diario
Horas de lectura semanales	1: 1 h o menos 2: de 1 a 2 h 3: de 2 a 3 h 4: de 3 a 4 h 5: de 4 a 5 h 6: más de 5 h
Tipo de lectura durante la última semana	per: periódicos y revistas tex: libros de texto o escolares lit: obras de literatura ot: otros
Lugares de lectura	ca: casa al: aire libre es: escuela tr: transporte público bi: biblioteca ot: otro
Lectura en vacaciones	− : menos = : lo mismo + : más
Cantidad de libros	0, 1, 2, 3, 4-6, >6

Información de la encuesta

Núm.	Género	Edad	Lectura en tiempo libre	Horas de lectura por semana	Tipo de lectura última semana	Lugares de lectura	Lectura en vacaciones	Cantidad de libros
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

© SANTILLANA

5. Revisa la información de la tabla de la actividad anterior y contesta.

a) ¿Cuál es la edad promedio de los encuestados? _____

b) ¿Cuál es la respuesta más frecuente en la pregunta sobre el hábito de leer en el tiempo libre? _____

c) ¿Cuál es el número más frecuente de horas de lectura a la semana? _____

d) ¿Cuál es el tipo de lectura que más estudiantes encuestados leyeron en la última semana? _____

e) ¿Qué ocurre con más frecuencia en vacaciones: que los encuestados leen más, igual o menos? _____

f) ¿Cuál es el número más frecuente de libros leídos durante el año pasado entre los encuestados? _____

g) ¿Crees que la encuesta realizada en tu grupo da una idea de los hábitos de lectura de todos los estudiantes de la secundaria? _____

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros y discutan qué tan buenos son los hábitos de lectura de los estudiantes encuestados. Después comenten en qué otras situaciones se utiliza la encuesta para recabar información.

¿Vamos bien?

Realiza lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

I. Aplica la siguiente encuesta a cinco personas de tu familia.

Edad: _____ Género: _____

a) ¿Cómo te enteras de las noticias? (Elige todas las opciones que requieras).

Periódicos y revistas (impresos o en línea) ☐ Radio ☐
Noticieros en línea ☐ Televisión ☐
Pláticas con amigos ☐ Redes sociales ☐

b) ¿Qué tipo de noticias son las que más te interesan?

Políticas ☐ Económicas y financieras ☐ Deportivas ☐
Culturales ☐ Sociales ☐ De espectáculos ☐

II. Analiza la información que obtuviste en la encuesta y responde.

a) ¿Hay alguna relación entre la edad y la forma de enterarse de las noticias? _____ ¿Cuál? _____

b) ¿Hay alguna relación entre el género de los encuestados y el tipo de noticias que leen? _____ ¿Cuál? _____

© SANTILLANA

6. Resuelvan en parejas el la situación planteada en el inciso *b* de la actividad 1.

Lucero le dice a Jesús: "Vamos a lanzar dos dados, uno tú y otro yo. Si los dos dados caen en 6, tú ganas. Si sale un 5 y un 6, yo gano. Si sale cualquier otro par de números, volvemos a lanzar los dados hasta que salga alguna de las parejas anteriores".

a) ¿Creen que Lucero y Jesús tienen la misma oportunidad de ganar? _____
b) Para verificar su respuesta anterior, lancen 60 veces dos dados y registren cuántas veces salen dos números 6 y cuántas veces sale un 5 y un 6. No registren los demás resultados.
c) Pueden anotar en su cuaderno un palito por cada lanzamiento y otro cada vez que salga uno de los resultados que les interesan. Agrupen los palitos de 5 en 5, como se ejemplifica a continuación.

- Reúnan las respuestas de todo el grupo y coméntenlas para completar la tabla de la siguiente actividad.

7. Completen la tabla con las respuestas a la actividad anterior de todo el grupo y después respondan las preguntas.

	Número de lanzamientos	Número de veces que salió 6 y 6	Número de veces que salió 5 y 6
Pareja 1	60		
Pareja 2	60		
Pareja 3	60		
⋮			
Total			

a) ¿Cuántos lanzamientos se hicieron en total en el grupo? _____
b) ¿En cuántos lanzamientos salió 6 y 6? _____
¿En cuántos salió 5 y 6? _____
c) ¿Qué fracción del total de lanzamientos cayó en 6 y 6? _____
d) ¿Qué fracción del total de lanzamientos cayó en 5 y 6? _____
e) Tras revisar los resultados de este experimento, ¿qué les parece más probable al lanzar dos dados: que salga 6 y 6, o que salga 5 y 6? _____

- Comenten en grupo si las respuestas y las conclusiones de las actividades anteriores coinciden con lo que respondieron en la actividad 1. Después discutan sobre la utilidad de realizar experimentos para recabar información.

© SANTILLANA

Formas de recolectar datos

Para realizar estudios y análisis en muy diversos campos de conocimiento, se requiere recolectar información. Se pueden usar tres métodos para reunir datos: la **observación**, la **encuesta** y la **experimentación**.

- La **observación** permite recabar datos en el lugar donde naturalmente surgen. Se puede observar un objeto o lugar (como el salón de clases), una acción (como la forma en que un profesor imparte clases) o una colección de individuos (que pueden ser personas, animales o plantas) y anotar los datos.
- Las **encuestas** se hacen pidiendo a un grupo de personas que contesten un cuestionario donde anotan los datos que nos interesa estudiar.
- La **experimentación** consiste en controlar un aspecto de la situación que se quiere estudiar y observar qué datos se producen cada vez que se modifica la parte controlada (como lanzar dados y observar si ocurre un resultado particular).

En todos los casos, los datos recabados deben organizarse en forma resumida para después analizarlos.

Para saber más

Lee las instrucciones del experimento 5, "Más rápido", de la sección 1 del libro *Astronomía para niños y jóvenes. 101 divertidos experimentos*, de Janice VanCleave, de la serie Astrolabio de la colección Libros del Rincón. Realiza el experimento y observa el resultado. Revisa los demás experimentos propuestos en el libro y haz los que te interesen.

¿Qué aprendí?

Aplico

Realiza con otros cuatro compañeros la siguiente investigación acerca del ambiente escolar. Al terminar, discutan en grupo sus conclusiones con ayuda de su profesor.

Cada integrante del equipo observe durante tres días cómo se desarrolla la convivencia escolar en el salón de clase, en los descansos y a la salida de la escuela. Luego realicen lo que se indica.

a) Cada día registren en su cuaderno lo que observen sobre buena convivencia (juegos colectivos, ayuda solidaria, bromas y risas sanas, etcétera) y sobre mala convivencia (estudiantes aislados, burlas o agresiones contra un compañero, golpes o pleitos, etcétera). No anoten nombres de personas, solamente las acciones que observen y el número de estudiantes involucrados.

b) Revisen la información escrita por los cinco integrantes y ordénenla todos juntos. Después respondan.

¿Qué tipo de situaciones ocurrieron más: de buena o de mala convivencia?

_____

¿Les parece que se requieren medidas para mejorar el ambiente escolar? _____

¿Qué medidas proponen? _____

_____

Finalmente, discutan en qué casos es más viable utilizar cada uno de los tres métodos de recolección de datos y la forma en que deben llevarse a cabo.

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Registro resultados de observaciones, encuestas y experimentos.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica 6

Eje: Análisis de datos
Tema: Probabilidad
Contenido: Realizas experimentos aleatorios y registras los resultados para lograr un acercamiento a la probabilidad frecuencial.

Probablemente

Exploro

1. Lee el texto y responde.

En un experimento se hace girar la flecha de la siguiente ruleta y se observa el color del sector en el que se detiene.

a) ¿En cuántos sectores está dividido el círculo de la ruleta? _____

b) ¿Todos los sectores representan la misma fracción del área del círculo? _____

¿Qué fracción? _____

c) ¿En qué color crees que es más probable que se detenga la flecha? _____

d) ¿En qué color crees que es menos probable que se detenga? _____

e) Si se repite el experimento de la ruleta 80 veces, ¿aproximadamente cuántas veces crees que saldrá cada color?

Amarillo _____ Rojo _____ Verde _____ Azul _____

f) Si se repite el experimento 800 veces, ¿aproximadamente cuántas veces crees que saldrá cada color?

Amarillo _____ Rojo _____ Verde _____ Azul _____

g) En 800 repeticiones, ¿qué fracción de los resultados obtenidos crees que sería de cada color?

Amarillo _____ Rojo _____ Verde _____ Azul _____

- Compara los números que escribiste con los de tus compañeros y explica en qué te basaste para calcularlos.

Construyo

2. Lleven a cabo la siguiente actividad en parejas.

Para diseñar un experimento equivalente al anterior, corten una hoja de papel en ocho partes iguales. En tres de ellas escriban la palabra verde; en dos, azul; en dos, rojo y en una, amarillo. Doblen los papeles y colóquenlos en una bolsa oscura.

Después de revolverlos bien, saquen un papel al azar y anoten el color que indica. Vuelvan a doblarlo y métanlo en la bolsa. Repitan este procedimiento hasta registrar 80 resultados. No olviden revolver los papeles en la bolsa antes de cada extracción.

© SANTILLANA

a) ¿Cuántas veces obtuvieron cada color?

Amarillo _____ Rojo _____ Verde _____ Azul _____

b) ¿Los números que obtuvieron se parecen a los que pensaron que se obtendrían? _____

3. **Trabaja con todos los compañeros de tu grupo.**

Reúnan en una tabla como la siguiente las respuestas obtenidas por cada pareja. Agreguen los renglones que se requieran y luego sumen las cantidades de cada columna.

Pareja	Extracciones	Amarillo	Azul	Rojo	Verde
1	80				
2	80				
⋮					
Total					

a) ¿Cuántas veces se repitió el experimento en todo el grupo? _____

b) Escriban el número de veces que se obtuvo cada color.

Amarillo _____ Rojo _____ Verde _____ Azul _____

c) Anoten qué fracción del total de resultados corresponde a cada color.

Amarillo _____ Rojo _____ Verde _____ Azul _____

d) ¿Se parecen estas fracciones a las que escribiste antes de realizar el experimento?

_____

- **Comenten en grupo los resultados obtenidos.**

Probabilidad frecuencial

Un **experimento** es **aleatorio** si tiene la característica de que cada vez que se repite en las mismas condiciones, es imposible saber qué resultado se obtendrá antes de realizarlo. Por ejemplo, lanzar dados o monedas al aire, hacer girar ruletas o seleccionar un estudiante de la secundaria al azar y preguntarle cuál es su primer apellido.

Cuando se repite un gran número de veces un experimento aleatorio, la probabilidad de obtener un resultado se puede aproximar por la **frecuencia relativa**, es decir, la probabilidad de obtener el resultado *R* es aproximadamente:

$$\frac{\text{Número de veces que ocurre el resultado } R}{\text{Número de repeticiones del experimento}}$$

A este cociente se le conoce como **probabilidad frecuencial** del resultado *R*.

Glosario

frecuencia. Cantidad de veces que aparece un dato en una colección.

frecuencia relativa. La frecuencia entre el total de datos.

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido.

Imagina que vas a colocar 8 canicas en una caja para después seleccionar una de ellas al azar.

a) ¿Cuántas canicas azules y cuántas rojas colocarías si quisieras que los dos colores tuvieran la misma probabilidad de obtenerse? _____

b) ¿Cuántas canicas de cada color necesitas poner si quieres que sea más probable que salga una roja? _____

c) ¿Cuántas, si quieres que sea más probable que salga azul? _____

d) ¿Cuántas canicas de cada color debes colocar si quieres que sea seguro que la canica seleccionada sea roja? _____

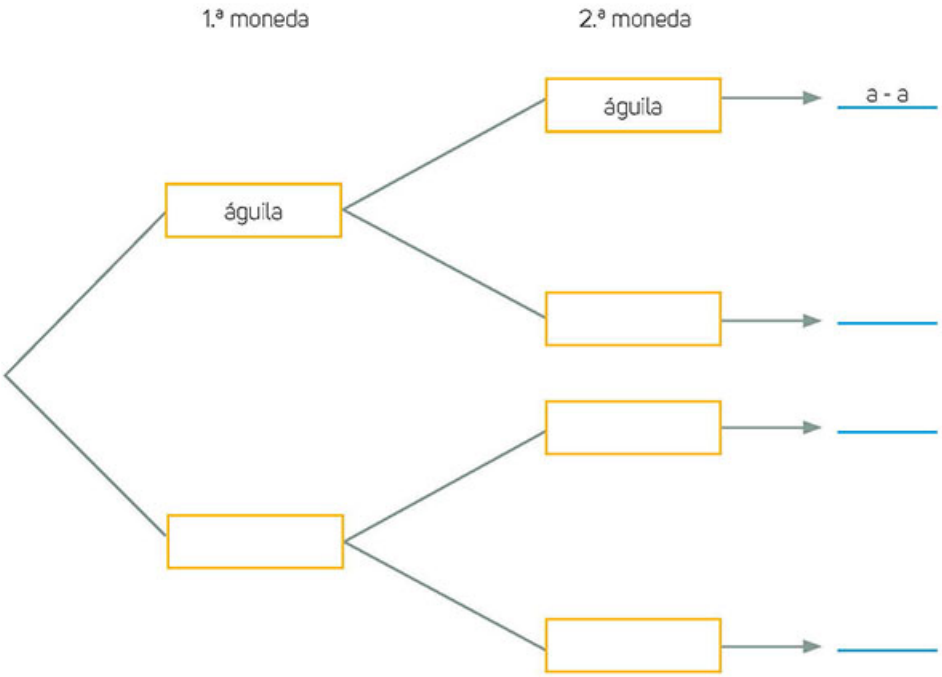
Glosario

diagrama de árbol. Esquema que muestra los resultados posibles de un experimento que tiene varias etapas. Se forma con segmentos (ramas) que terminan en los resultados de cada etapa.

4. Lee y contesta.

Leo, Pati y Maru, las tres amigas de la secuencia 1, lanzaron dos monedas al aire y acordaron que, si salían dos águilas, ganaba Maru; si salían dos soles ganaba Pati; y si salían un águila y un sol, ganaba Leo. Después de lanzar muchas veces las dos monedas, llegaron a la conclusión de que Leo tenía mayor probabilidad de ganar.

Para determinar los resultados que se pueden obtener al lanzar dos monedas, completa el siguiente **diagrama de árbol.**



© SANTILLANA

a) De los cuatro resultados posibles, ¿en cuántos gana Leo? _____

¿En cuántos gana Pati? _____ ¿Y en cuántos gana Maru? _____

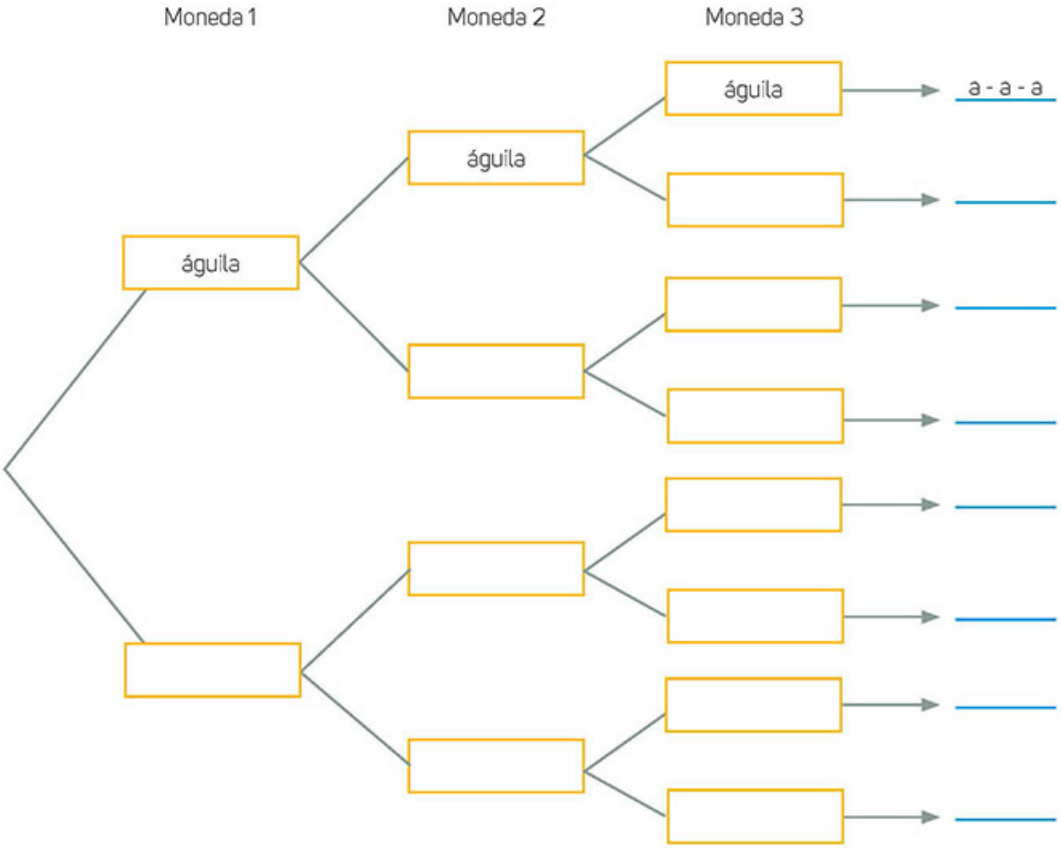
b) ¿Qué te dice lo anterior sobre la probabilidad de que gane cada amiga?

_____

- Compara tus respuestas con un compañero. ¿Coinciden en sus opiniones?

5. Trabaja en lo siguiente para analizar lo que pasa al lanzar tres monedas.

a) Para escribir de manera ordenada los resultados que pueden salir cuando se lanzan tres monedas, completa el diagrama de árbol.



b) Escribe los resultados del diagrama de árbol que corresponden a cada cantidad de águilas.

0 águilas _____

1 águilas _____

2 águilas _____

3 águilas _____

- ¿Tus resultados coinciden con los de tus compañeros? Si hay diferencias, vean cuáles son correctos y cuáles no.

© SANTILLANA

6. Realicen lo siguiente en parejas.

a) Lancen 8 veces al aire tres monedas juntas. Observen cuántas águilas salen en cada lanzamiento triple.

1.er lanzamiento: _____ 5.° lanzamiento: _____

2.° lanzamiento: _____ 6.° lanzamiento: _____

3.er lanzamiento: _____ 7.° lanzamiento: _____

4.° lanzamiento: _____ 8.° lanzamiento: _____

b) ¿Qué creen que es más probable: que no salgan águilas o que salga solamente un águila? _____

c) ¿Qué les parece que ocurre más frecuentemente: que salgan tres águilas o que salgan exactamente dos águilas? _____

d) Repitan 80 veces el experimento de lanzar tres monedas y registren el número de águilas en cada lanzamiento triple. ¿Cuántas veces se obtuvo cada número posible de águilas?

0 águilas: _____ 1 águila: _____ 2 águilas: _____ 3 águilas: _____

e) ¿Cuál parece ser el número más probable de águilas al lanzar tres monedas? _____ ¿Y el número de águilas menos probable? _____

Para saber más

Ingresa al sitio **www.esant.mx/essema1-005**.

En "Inicio", elige extraer 200 en el caso 2. Presiona 10 veces "Extraer" y, cada vez, escribe las probabilidades frecuenciales. ¿Hay alguna tendencia? ¿Cuál?

7. Completen una tabla como la siguiente con los resultados de todo el grupo; agreguen los renglones que requieran y luego sumen las cantidades. Después responde individualmente.

Pareja	Lanzamientos triples	0 águilas	1 águila	2 águilas	3 águilas
1	80				
2	80				
⋮					
Total					

a) ¿Cuántas veces se repitió el experimento en todo el grupo? _____

b) Calcula la probabilidad frecuencial de cada uno de los siguientes resultados:

0 águilas: _____ 1 águila: _____ 2 águilas: _____ 3 águilas: _____

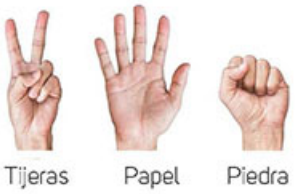
c) ¿Cuáles de estos resultados son más probables? _____

d) ¿Cuáles son menos probables? _____

- Verifiquen si sus respuestas coinciden con las de sus compañeros. Si no es así, pónganse de acuerdo.

© SANTILLANA

8. Forma un equipo con un compañero y hagan lo que se indica.



¿Alguna vez han jugado "Piedra, papel y tijeras"? El juego consiste en que, mientras mueve la mano derecha de lado a lado, cada jugador elige mentalmente uno de los objetos y muestra la mano de forma que simule ese objeto.

Si ambos jugadores eligen el mismo objeto, nadie gana. Si son distintos, el papel le gana a la piedra (la envuelve), la piedra le gana a las tijeras (las desafila) y las tijeras le ganan al papel (lo cortan). Es necesario que los jugadores muestren el objeto elegido al mismo tiempo. De lo contrario, el juego no vale.

a) Decidan quién va a ser el jugador A y quién el B y repitan el juego 24 veces. Registren cada resultado.

¿Quién gana?	A	B	Empate
Juegos			

b) Reúnan la información de todo el grupo.

Equipo	Número de juegos	Ganó A	Ganó B	Empates
1	24			
Total				

c) ¿Cuántos juego realizaron en total en el grupo? _____

d) Calcula la probabilidad frecuencial de cada uno de los siguientes resultados:

Gana A: _____ Gana B: _____ Empates: _____

- Discutan en el grupo si en este juego tienen más o menos la misma probabilidad de ganar los dos jugadores.

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Realizo experimentos aleatorios y registro los resultados para lograr un acercamiento a la probabilidad frecuencial.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

¿Qué aprendí?

En un pliego de papel cuadriculado, traza un diagrama de árbol para determinar todas las parejas de resultados que se pueden obtener al lanzar dos dados comunes.

Aplico

a) ¿Cuántas parejas de números obtuviste? _____

b) ¿En cuántas de ellas hay un 5 y un 6? _____

c) ¿Cuántas están formadas por dos números 6? _____

d) ¿Crees que esto confirma lo que observaron en tu grupo al repetir el experimento de lanzar dos dados en la actividad 6 de la secuencia anterior? _____

Explica por qué _____

_____

© SANTILLANA

Expansión decimal finita o infinita y periódica

Para determinar si una fracción corresponde a un número decimal con expansión decimal finita o infinita y periódica, realiza lo siguiente.

a) Abre una hoja de cálculo y, en la primera fila de las tres primeras columnas, escribe los títulos "Denominador", "Fracción" y "Número decimal". Abre el ancho de las columnas para que quepan los títulos.

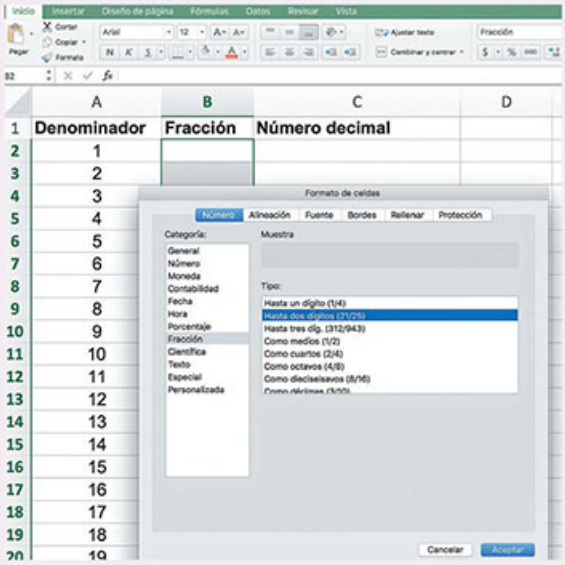
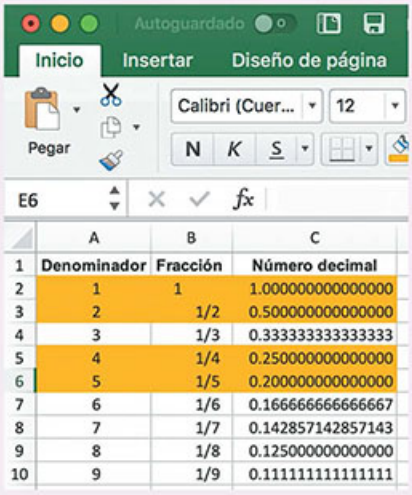


Imagen 1

b) Bajo el título "Denominador", escribe la lista de números enteros que van del 1 al 99. En las tres primeras celdas de la columna puedes escribir 1, 2 y 3. Después selecciona las tres celdas y busca el símbolo de suma (+) en la parte inferior derecha de la parte seleccionada. Cuando aparezca este símbolo, haz clic con el botón principal del ratón y, sin soltarlo, jala hacia abajo hasta la celda en que aparezca el número 99. Esta es una forma rápida de copiar cualquier instrucción en celdas contiguas.

c) Antes de escribir en la segunda columna, selecciona todas las celdas de esa columna que quedan frente a los denominadores. Mantén el cursor sobre la parte seleccionada, haz clic derecho y selecciona "Formato de celdas". En la pestaña "Número", elige la opción "Fracción" y el tipo "Hasta dos dígitos". Presiona "Aceptar".

d) En la celda B2, escribe =1/A2 y da Enter. Para copiar esta instrucción a todas las celdas inferiores, selecciona la celda B2 y de nuevo busca el símbolo +. Después arrástralo hacia abajo presionando el botón principal.



	A	B	C
1	Denominador	Fracción	Número decimal
2	1	1	1.000000000000000
3	2	1/2	0.500000000000000
4	3	1/3	0.333333333333333
5	4	1/4	0.250000000000000
6	5	1/5	0.200000000000000
7	6	1/6	0.166666666666667
8	7	1/7	0.142857142857143
9	8	1/8	0.125000000000000
10	9	1/9	0.111111111111111

Imagen 2

e) Selecciona la tercera columna desde C2 hasta C100. De nuevo abre "Formato de celdas" y elige la categoría "Número" y en "Posiciones decimales", escribe el número 15.

f) En C2 escribe =B2 y abre el ancho de la columna hasta que se vea completo el número decimal. Copia la instrucción hacia abajo. Observa cuáles números decimales tienen una expansión decimal finita y sombrea esos renglones con algún color. Toma en cuenta que para completar las 15 cifras decimales, en estos números aparecen al final colecciones de ceros.

- ¿Qué hay más en tu lista: fracciones que corresponden a decimales con expansión finita o que corresponden a decimales con expansión infinita y periódica?
- ¿Cuántas de las fracciones de tu lista tienen expansión decimal finita?

© SANTILLANA

Números entre otros dos

Para encontrar varios números entre cualquier par dado, realiza este ejercicio.

a) Abre una nueva hoja de cálculo y en el primer renglón de las cinco primeras columnas escribe los títulos "Entre", "y", "Primer número", "Segundo número" y "Tercer número".

b) Selecciona los renglones 2, 3 y 4 de esas columnas y elige el formato "Fracción" y luego "Hasta tres dígitos".

c) En el renglón 2, escribe el 0 en la primera columna y la fracción 1/18 en la segunda. En la tercera columna, escribe la instrucción =(A2+B2)/2. En la cuarta escribe =(2*A2+B2)/3, y en la quinta, =(A2+2*B2)/3. Así obtienes tres fracciones que están entre 0 y $\frac{1}{18}$.

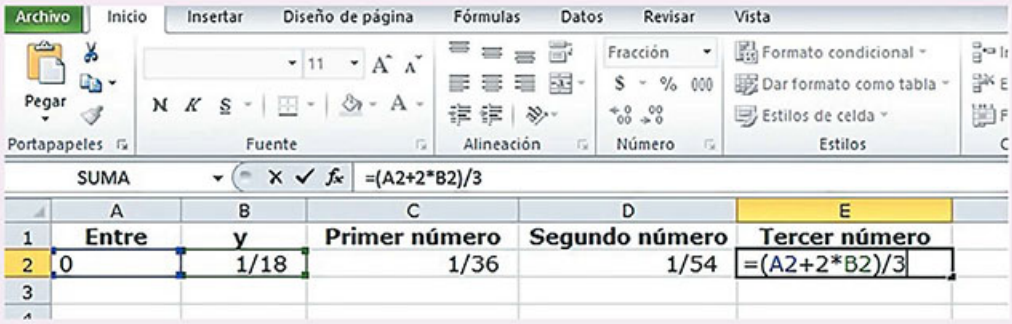


Imagen 3

- ¿Cuál de las fracciones está más cerca de 0 que de $\frac{1}{18}$? _____
- ¿Cuál está más cerca de $\frac{1}{18}$ que de 0? _____
- ¿Cuál está a la misma distancia de 0 que de $\frac{1}{18}$? _____
- Explica qué hiciste para responder las preguntas anteriores. _____

_____

d) En las primeras dos celdas del tercer renglón, escribe las fracciones 58/7 y 78/9. ¿Qué números aparecen en tu hoja de cálculo al escribir estas fracciones? _____

_____

e) Copia en el tercer renglón las instrucciones que escribiste en el segundo renglón de las tres columnas. En el cuarto renglón, escribe en las primeras dos celdas, las fracciones que quieras (que la primera sea menor que la segunda) y vuelve a copiar las instrucciones. Por último, vuelve a seleccionar los tres renglones que están debajo de los títulos y cambia el formato a "Número" con 5 "Posiciones decimales".

¿Los números que aparecen en las tres últimas columnas realmente están entre los dos primeros números de cada renglón? _____

Compara tus respuestas con las de tus compañeros.

© SANTILLANA

¡Simulemos volados!

La función =ALEATORIO() de una hoja de cálculo genera un número al azar entre 0 y 1. Estos números, conocidos como *números aleatorios*, sirven para hacer simulaciones, es decir, para encontrar en la hoja de cálculo un conjunto de cantidades que representan los resultados que se obtendrían al hacer un experimento, como lanzar una moneda, un dado o experimentos más complejos.

En las hojas de cálculo hay otra función muy útil para las simulaciones: la función =ALEATORIO.ENTRE(), que genera números aleatorios enteros ubicados entre dos cantidades que tú puedes elegir.

En principio, los números aleatorios generados por las dos funciones mencionadas cambian cada vez que se modifica cualquier celda de la hoja de cálculo. Si quieres que dejen de cambiar, una vez generados los números aleatorios, selecciona todas las celdas que los contienen y, en la pestaña "Fórmulas" del menú superior, busca "Opciones para el cálculo". Ahí debes cambiar de "Automático" a "Manual".

En esta actividad se usarán las funciones anteriores para simular 100 veces el lanzamiento de 5 monedas.

a) En la celda A1, escribe el título "Núm" y, a partir de la celda A2, escribe los números del 1 al 100.

b) Escribe el título "Números aleatorios" en la celda B1 y ubícate en la celda B2. Busca la función =ALEATORIO.ENTRE() dando clic sobre el símbolo f_x en la barra auxiliar. Asegúrate de buscar en todas las funciones y no solo en las usadas recientemente. Al seleccionar esa función se abre una ventana. Elige los números 0 y 1 para los resultados de la simulación. Haz clic en "Aceptar" para obtener el primer número aleatorio.

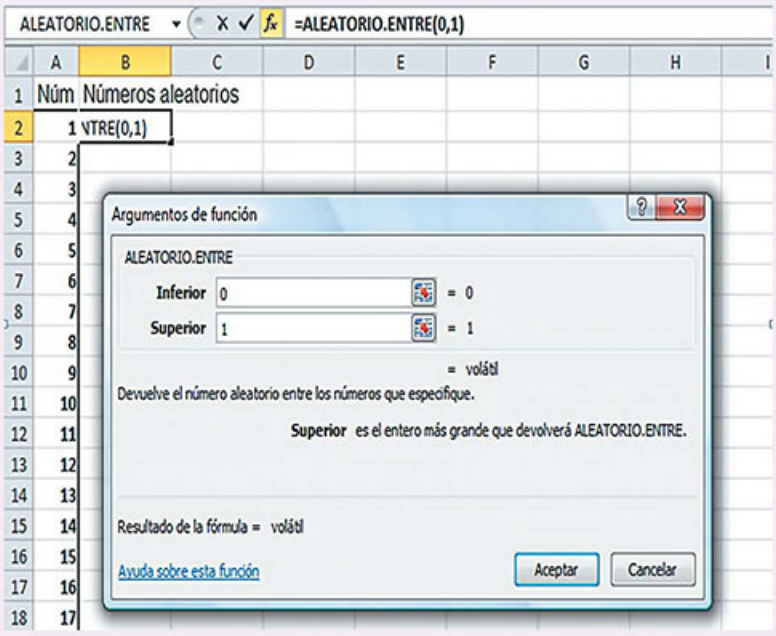


Imagen 4

© SANTILLANA

c) Selecciona la celda B2 donde se encuentra el número aleatorio que acabas de generar, y copia la instrucción a lo largo del renglón hasta la columna F para tener la primera serie de 5 números aleatorios. Selecciona los 5 números aleatorios y vuelve a copiar hacia abajo hasta tener 100 series de 5 números. Puedes reducir el ancho de las columnas con el fin de ocupar menos espacio y combinar las celdas para que el título abarque las 5 columnas.

d) Identificaremos el 0 con águila y el 1 con sol. Como estos dos resultados tienen la misma probabilidad, la identificación puede hacerse al revés sin que eso altere el resultado de la simulación. En las siguientes 5 columnas, convertiremos los números aleatorios en resultados de volados.

Escribe el encabezado "Volados" en la celda G1 y usa la función condicional "SI" para indicar si se debe escribir A de águila o S de sol. Ubícate en la celda G2 y busca la función presionando el símbolo f_x en la barra auxiliar, o escribe la instrucción =SI(B2=0,"A","S").

El resultado es que si en la celda B2 aparece el número 0, se escribirá la letra A. De lo contrario, se escribirá la letra S.

e) Selecciona la celda G2 donde tienes el primer resultado de un volado y copia la instrucción hasta la columna K. Luego selecciona las celdas G2 a K2 y copia la instrucción hacia abajo hasta obtener los resultados de 100 repeticiones de 5 volados.

f) Ahora contaremos el número de águilas y de soles que hay en cada serie de 5 volados. En la celda L1 escribe el título "Águilas" y en la celda M1, el título "Soles". Ubícate en la celda L2 y busca la función =CONTAR.SI o escribe la instrucción =CONTAR.SI(G2:K2,"A").

Así obtendrás el número águilas que hay en el renglón 2. Haz lo equivalente para contar el número de soles en la celda M2. Copia ambas instrucciones en las 100 series de 5 volados.

M2 f_x =CONTAR.SI(G2:K2,"S")

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Núm	Núm aleatorios					Volados					Águilas	Soles
2	1	0	0	1	0	1	A	A	S	A	S	3	2
3	2	0	0	0	1	1	A	A	A	S	S	3	2
4	3	0	1	0	1	0	A	S	A	S	A	3	2
5	4	1	1	1	1	1	S	S	S	S	S	0	5
6	5	0	1	0	1	1	A	S	A	S	S	2	3
7	6	1	1	1	1	0	S	S	S	S	A	1	4
8	7	0	1	0	0	1	A	S	A	A	S	3	2
9	8	0	0	0	0	0	A	A	A	A	A	5	0
10	9	1	1	1	0	0	S	S	S	A	A	2	3
11	10	0	1	1	0	0	A	S	S	A	A	3	2
12	11	1	0	1	1	1	S	A	S	S	S	1	4
13	12	1	1	0	0	1	S	S	A	A	S	2	3
14	13	1	0	1	1	1	S	A	S	S	S	1	4
15	14	1	0	1	0	0	S	A	S	A	A	3	2
16	15	1	1	0	0	0	S	S	A	A	A	3	2
17	16	0	0	0	1	1	A	A	A	S	S	3	2

Imagen 5

g) Usa esta simulación para analizar qué es más probable en el lanzamiento de 5 monedas: que salgan 5 resultados iguales o que salgan más águilas que soles. Para contar en cuántas de las 100 simulaciones se obtuvieron 5 resultados iguales, puedes usar la instrucción:

=CONTAR.SI(L2:L101,5)+CONTAR.SI(M2:M101,5)

- ¿Qué instrucciones usarías para contar las veces que salen más águilas que soles? _____

_____

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

7

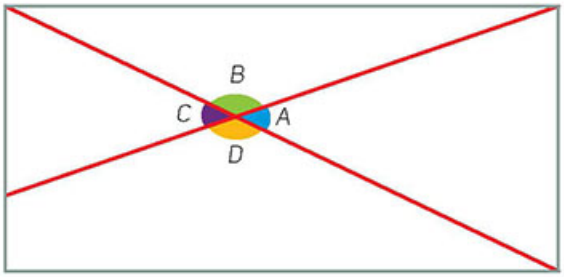
Eje: Forma, espacio y medida
Tema: Figuras y cuerpos geométricos
Contenido: Identificas la relación entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal.

Dos paralelas y una transversal

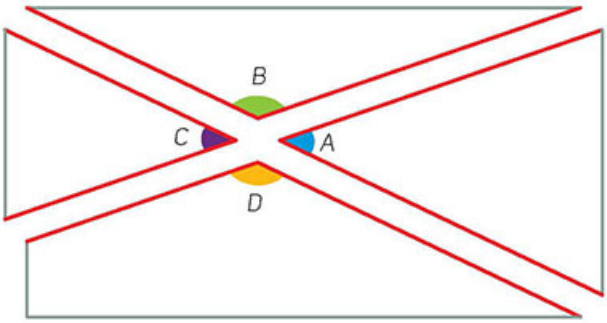
Exploro

1. Realiza lo que se indica y responde.

En una hoja blanca, traza dos rectas que se corten; llama *A*, *B*, *C* y *D* a los cuatro **ángulos** que se forman.



Recorta la hoja de papel siguiendo las rectas.



a) Coloca las piezas que contienen los ángulos *A* y *C*, una sobre la otra, haciendo coincidir los vértices. ¿Qué puedes decir de estos ángulos? _____

_____

b) Haz lo mismo con las piezas que contienen los ángulos *B* y *D*. ¿Cómo son estos ángulos? _____

c) ¿Sucede lo mismo cuando superpones las piezas que contienen los ángulos *A* y *B*? _____ ¿Y con las piezas que contienen los ángulos *C* y *D*?

_____

d) ¿Los resultados que obtuviste dependen de cómo se cortan las rectas? _____
¿Qué sucedería si las **rectas** fueran **perpendiculares**? _____

_____

_____

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros.

Glosario

ángulo. Abertura o región del plano comprendida entre dos segmentos de recta que tienen un punto en común, llamado *vértice*. El símbolo ∡ denota la medida de un ángulo.

rectas perpendiculares. Rectas que se cortan formando un ángulo recto.

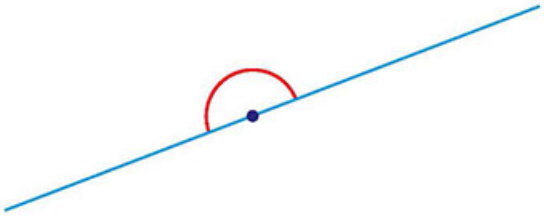
Convivo en armonía

Cuando utilices material concreto, sigue las indicaciones de tu profesor para evitar accidentes. Al tomar las medidas necesarias contribuyes a hacer de tu salón de clases un espacio seguro.

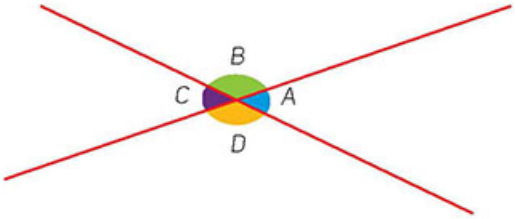
© SANTILLANA

2. Resuelve de manera individual.

a) Anota cuánto mide el siguiente ángulo. _____



b) Utilizando las piezas de la actividad anterior, junta las que contienen los ángulos *A* y *B*, de modo que compartan un lado y un vértice, como se muestra a continuación. Después responde.



Si el ángulo *A* midiera 30°:

¿Cuál sería la medida del ángulo *B*? _____

¿Y la del ángulo *C*? _____

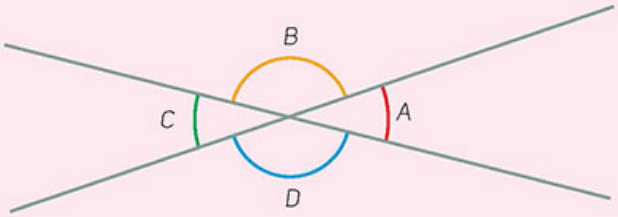
¿Cuánto mediría el ángulo *D*? _____

- Compara tus respuestas y procedimientos con los de tus compañeros.

Ángulos suplementarios y ángulos opuestos por el vértice

Si la suma de las medidas de un par de ángulos *A* y *B* es 180°, se dice que los **ángulos** son **suplementarios**.

Dos rectas que se cortan, denominadas **rectas secantes**, definen cuatro ángulos:



Las parejas de ángulos *A* y *B*, *B* y *C*, *C* y *D*, y *D* y *A* son ángulos suplementarios, mientras que las parejas formadas por los ángulos *A* y *C*, o *B* y *D* se llaman **ángulos opuestos por el vértice**.

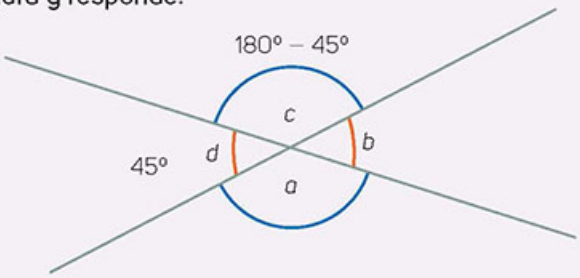
Los ángulos opuestos por el vértice miden lo mismo.

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y los resultados que obtuviste con los de tus compañeros.

I. Analiza la figura y responde.



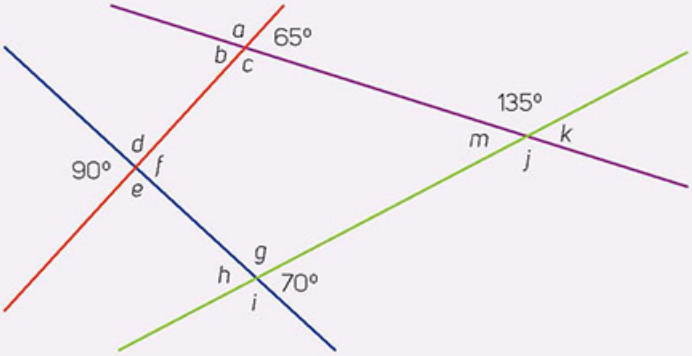
a) ¿Por qué se puede afirmar que ∡c = 180° − 45°? _____

_____

b) ¿Cuánto mide el ángulo a? ¿Y el b? ¿Por qué? _____

_____

II. Escribe la medida de los ángulos marcados con letras. Justifica tus respuestas.



∡a = _____

∡b = _____

∡c = _____

∡d = _____

∡e = _____

∡f = _____

∡g = _____

∡h = _____

∡i = _____

∡j = _____

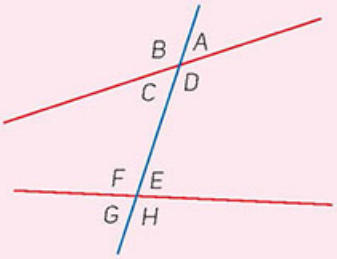
∡k = _____

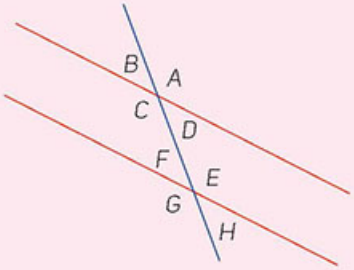
∡m = _____

© SANTILLANA

Ángulos que se forman entre dos rectas y una transversal

A los ángulos que se forman entre dos rectas y una **transversal** se les denomina en términos de las relaciones que guardan entre sí, ya sea que las rectas sean paralelas o no.



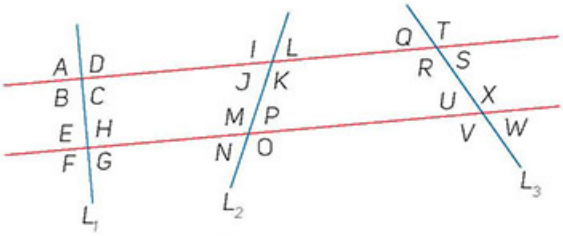


Los ángulos *D* y *F* (o *C* y *E*) se llaman **alternos internos**, pues están en la región comprendida entre las rectas (región interior) y en lados opuestos de la transversal.
Los ángulos *A* y *G* (o *B* y *H*) se llaman **alternos externos**, pues están en la región exterior a las rectas y en lados opuestos de la transversal.
Los ángulos *D* y *E* (o *C* y *F*) se llaman **colaterales internos**, pues están del mismo lado de la transversal y en la región interior, y los ángulos *A* y *H* (o *B* y *G*) se llaman **colaterales externos**, pues están del mismo lado de la transversal y en la región exterior a las rectas.
Se llama **ángulos correspondientes** a los que están del mismo lado de la transversal, pero uno de ellos es interno y el otro es externo, como *D* y *H* (o *A* y *E*, *B* y *F*, *C* y *G*).

Glosario

rectas transversales. Se dice que dos rectas son transversales si se cortan en algún punto.

3. Reúnanse en equipo y escriban las parejas de ángulos que se piden.



a) Parejas de ángulos correspondientes formados con la transversal L_1.

_____

b) Parejas de ángulos colaterales internos formados con la transversal L_2.

_____

c) Parejas de ángulos colaterales externos formados con la transversal L_2.

_____

d) Parejas de ángulos alternos internos formados con la transversal L_3.

_____

e) Parejas de ángulos alternos externos formados con la transversal L_3.

_____

- Comparen sus respuestas con las de otros equipos y, si hay diferencias, lleguen a un acuerdo.

Para saber más

Busca el sitio **www.esant.mx/essema1-006**. Responde las preguntas y después activa todas las casillas. Si no se muestran todas las parejas de ángulos, escribe las que faltan.

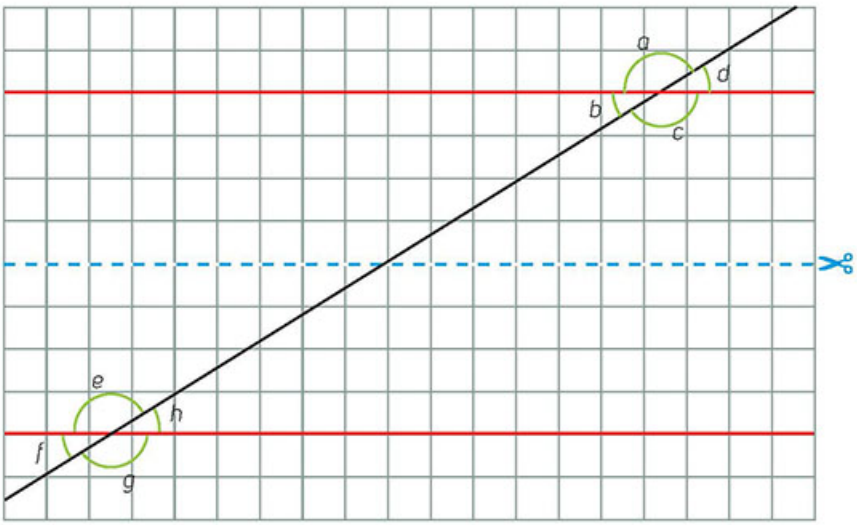
© SANTILLANA

Glosario

rectas paralelas. Dos rectas son paralelas si, por más que se les prolongue, nunca se cortan. Las rectas paralelas tienen una perpendicular común.

4. Realiza la actividad.

En una hoja cuadriculada, traza una figura como la siguiente.
Las **rectas** rojas son **paralelas**.



a) Recorta la figura en dos partes, de manera que cada recta roja quede en una de ellas.
b) Coloca las rectas rojas, una encima de la otra, de manera que la recta negra también se encime. Observa a contraluz los ángulos que forman las rectas rojas con la recta negra.
c) Marca con el mismo color los ángulos iguales que se encuentran en las distintas partes de la figura cortada.
d) Escribe qué relación hay entre los ángulos correspondientes. _____

_____

- Compara tus conclusiones con las de un compañero. Si encuentran diferencias en las relaciones que indicaron, midan los ángulos con un transportador para verificarlas.

5. En parejas, completen las siguientes afirmaciones, relacionadas con los ángulos de la actividad anterior.

a) $\measuredangle a = \measuredangle c$ porque son ángulos: _____
b) $\measuredangle a = \measuredangle e$ porque son ángulos: _____
c) Entonces las medidas de los ángulos alternos internos *c* y *e* son: _____
d) $\measuredangle f = \measuredangle h$ porque son ángulos: _____
e) $\measuredangle h = \measuredangle d$ porque son ángulos: _____
f) Entonces las medidas de los ángulos alternos externos *f* y *d* son: _____

_____

- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros y lleguen a un acuerdo acerca de la relación entre los ángulos alternos internos y los ángulos alternos externos.

© SANTILLANA

6. Discutan en equipo si las relaciones que observaron en las actividades de la página anterior dependen de la posición de las rectas paralelas o de la posición de la transversal. Escriban sus conclusiones y compárenlas con la siguiente información.

Ángulos alternos y correspondientes

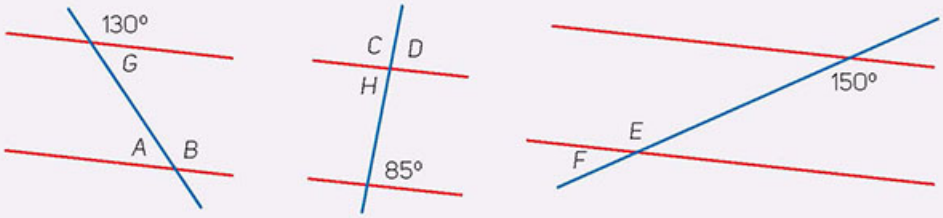
En una figura formada por dos rectas paralelas cortadas por una transversal:

- Los ángulos correspondientes miden lo mismo.
- Los ángulos alternos internos miden lo mismo.
- Los ángulos alternos externos miden lo mismo.

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

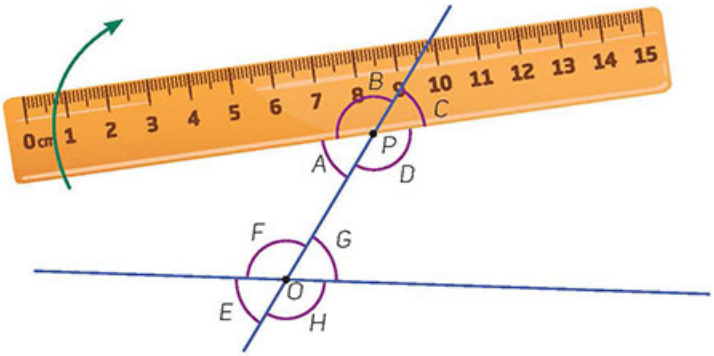
En las siguientes figuras, las rectas rojas son paralelas. Con base en la información de las construcciones geométricas, determina la medida de los ángulos marcados con letras.



Escribe en tu cuaderno los argumentos que te llevaron a determinar cada medida.

7. En equipo, lleven a cabo lo siguiente.

a) En una hoja blanca, tracen dos rectas secantes que se corten en un punto *O*.
b) Sobre una de las rectas, localicen un punto *P*, distinto de *O*. Coloquen una regla sobre este punto y gírenla sin que deje de tocar el punto, como se muestra en la figura.



© SANTILLANA

c) Observen el comportamiento de los ángulos correspondientes *A* y *E* conforme gira la regla. ¿Hay alguna posición de la regla en que el ángulo *A* mida menos que el ángulo *E*? _____

d) ¿En alguna posición el ángulo *A* mide más que el ángulo *E*?

_____

e) ¿Hay alguna posición en que *A* y *E* midan lo mismo? ¿Cuál es esa posición?

_____

f) Comparen ahora una pareja de ángulos alternos internos y contesten las preguntas anteriores.

g) Hagan lo mismo para una pareja de ángulos alternos externos.

- Contrasten sus respuestas con la siguiente información.

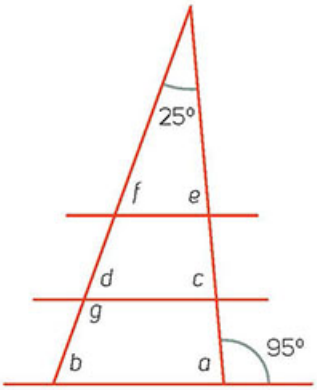
Una condición para que dos rectas sean paralelas

Si en una figura formada por dos rectas cortadas por una transversal ocurre que los ángulos correspondientes son iguales, entonces las rectas son paralelas.

Si los ángulos alternos internos son iguales o los ángulos alternos externos miden lo mismo, entonces las rectas deben ser paralelas.

8. Resuelve el problema.

Marco va a construir un estante triangular con tres repisas de acuerdo con el siguiente esquema.



a) Si Marco quiere que las tres repisas sean paralelas, ¿cuánto deben medir los ángulos *c* y *e*? _____

b) ¿Cuál debe ser la medida de los ángulos *g* y *d*?

_____

- Discute tus respuestas y procedimientos con tus compañeros.

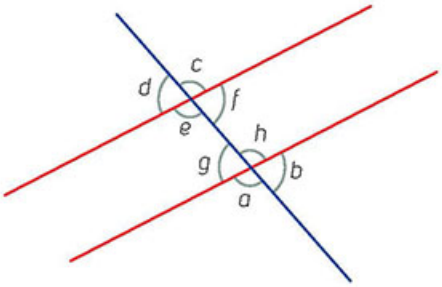
© SANTILLANA

¿Qué aprendí?

Aplico

Trabaja los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y tus resultados con ayuda de tus compañeros y tu profesor.

1. Observa la construcción y responde; argumenta tus respuestas. Considera que las rectas rojas son paralelas.



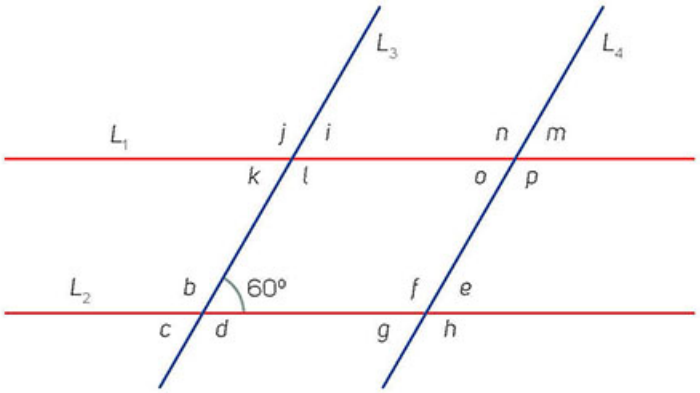
a) Escribe todos los ángulos que miden lo mismo que el ángulo a. _____

b) Escribe todos los que miden lo mismo que el ángulo b. _____

c) Si $\measuredangle a = 104°$, ¿cuánto miden los otros siete ángulos? _____

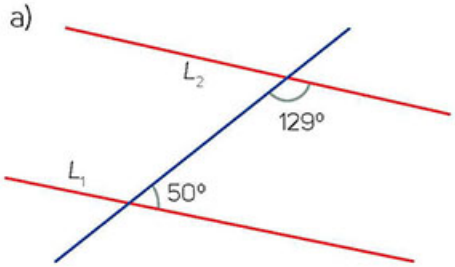
_____

2. En la siguiente figura, las parejas de rectas L_1 y L_2, L_3 y L_4 son paralelas. Encuentra las medidas de todos los ángulos y justifica tu respuesta.

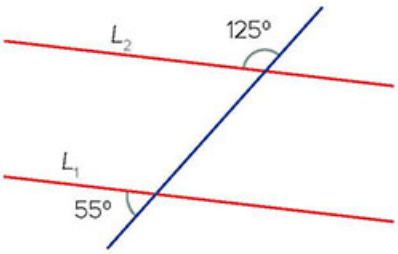


3. En cada uno de los siguientes casos determina si las rectas L_1 y L_2 son paralelas. Argumenta tus respuestas.

a)



b)



Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Identifico la relación entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

8

Eje: Forma, espacio y medida
Tema: Figuras y cuerpos geométricos
Contenido: Determinas la suma de los ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros.

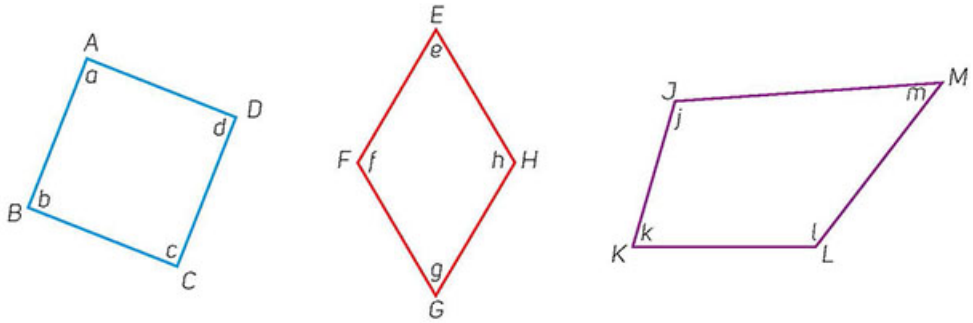
Midiendo interiores

Exploro

Glosario

polígono. Figura geométrica plana, limitada por tres o más segmentos de recta. Los segmentos de recta se llaman *lados* y los puntos donde se cortan se llaman *vértices*.

1. Analicen los **polígonos** y contesten en parejas.



a) ¿Qué tienen en común estos polígonos? _____

b) ¿Cuáles son sus diferencias? _____

c) ¿Cuánto miden los ángulos *a*, *b*, *c* y *d*? _____

d) ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos *a*, *b*, *c* y *d*? _____

e) Utilicen su transportador para medir los ángulos de las otras dos figuras y escriban los datos en la tabla.

Ángulo	Medida del ángulo (°)
e	
f	
g	
h	
j	
k	
l	
m	

f) ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos *e*, *f*, *g* y *h*? _____

g) ¿Y cuánto, las medidas de los ángulos *j*, *k*, *l* y *m*? _____

- Comparen sus respuestas con las de sus demás compañeros.

© SANTILLANA

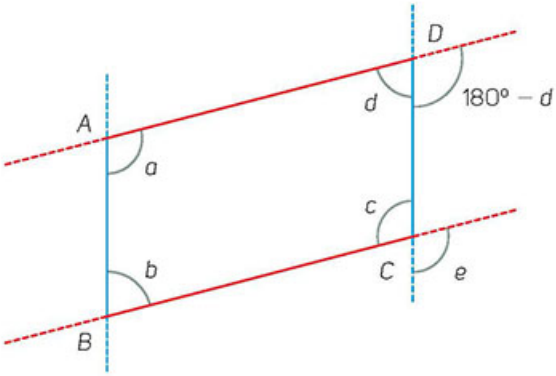
2. Realicen en equipos lo que se indica.

Al paralelogramo de la siguiente figura se le han prolongado los lados.

Recuerden que un paralelogramo es un **cuadrilátero** que tiene pares de lados opuestos paralelos.

Glosario

cuadrilátero. Polígono de cuatro lados.



Argumenten por qué son ciertas las siguientes igualdades.

a) $\measuredangle a + \measuredangle d = 180°$ y $\measuredangle b + \measuredangle c = 180°$ _____

b) $\measuredangle a = \measuredangle e$ _____

c) $\measuredangle a = \measuredangle c$ _____

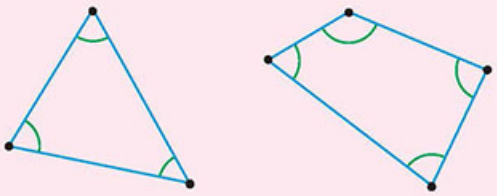
d) $\measuredangle b = \measuredangle d$ _____

- Comparen sus argumentos con el resto del grupo.

Ángulo interior

Un **ángulo interior** —o ángulo interno— de un polígono es un ángulo formado por dos lados del polígono que comparten un vértice y que está contenido en el interior del polígono.

Un polígono tiene tantos ángulos interiores como vértices o lados.



© SANTILLANA

3. Reúnete con un compañero, resuelvan y contesten.

a) Calculen la suma de los ángulos interiores del paralelogramo de la actividad 2.

_____

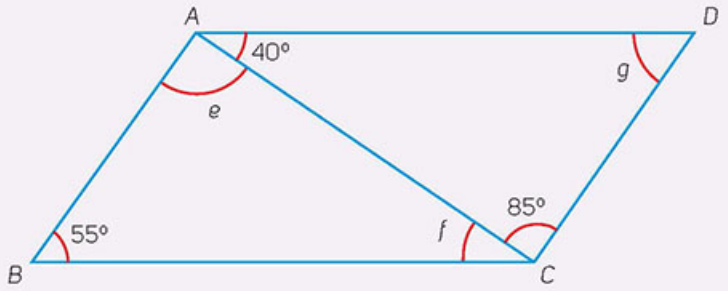
b) ¿La suma que obtuvieron depende de las medidas de los lados de ese paralelogramo? _____

- Discutan sus respuestas y argumentos con el resto del grupo.

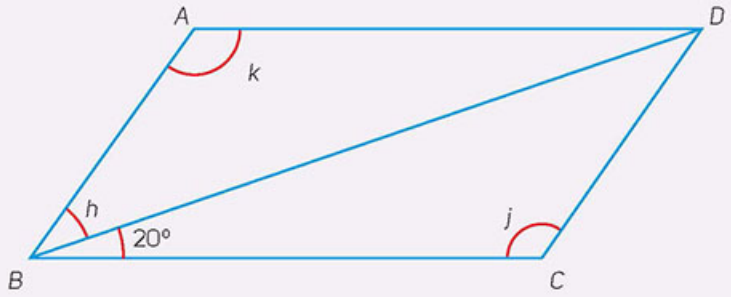
¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

En la siguiente imagen se trazó dos veces el paralelogramo *ABCD*. Calcula la medida de los ángulos.



∡ e = _____ ∡ f = _____ ∡ g = _____



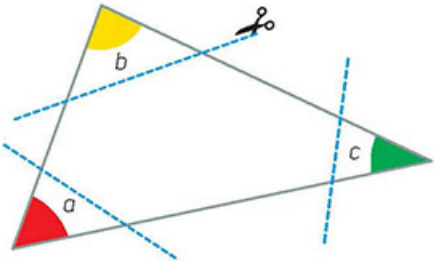
∡ h = _____ ∡ j = _____ ∡ k = _____

4. Realiza lo que se indica y contesta.

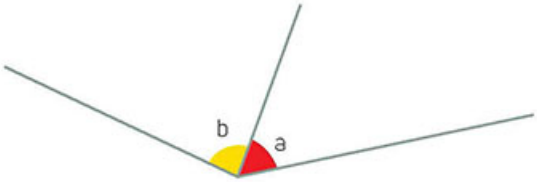
a) En una hoja blanca traza un triángulo cualquiera.

© SANTILLANA

b) Pinta de distinto color los ángulos interiores del triángulo y recórtalos como se muestra en la figura.



c) Une las tres piezas por el vértice haciendo coincidir los lados y siguiendo el esquema que se muestra abajo.



d) ¿Cuánto suman las medidas de los tres ángulos? _____

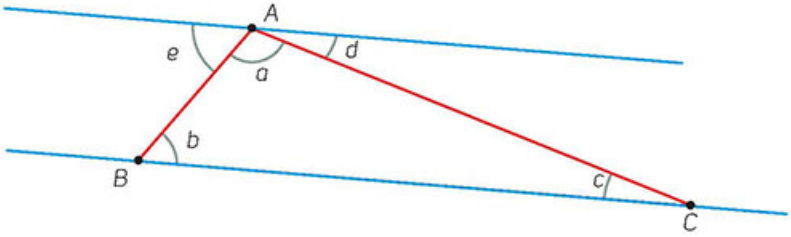
- ¿El resultado que obtuvieron depende de las longitudes de los lados del triángulo? Discute tus observaciones con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo.

5. Realicen en equipo la siguiente actividad.

a) En una hoja blanca tracen un **triángulo escaleno** con dos lados rojos y uno azul.
b) Prolonguen el lado azul y, por el vértice opuesto, tracen una línea paralela a él.
c) Etiqueten los vértices del triángulo con letras mayúsculas y los ángulos interiores con letras minúsculas, como en la siguiente figura.

Glosario

triángulo escaleno. Triángulo con sus tres lados de distinta longitud.



d) ¿Por qué en el triángulo anterior se cumplen las siguientes igualdades?

$\measuredangle c = \measuredangle d$ y $\measuredangle b = \measuredangle e$

_____

e) Escriban el resultado de la suma $\measuredangle d + \measuredangle a + \measuredangle e$. _____

_____

f) ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos interiores del triángulo *ABC*?

_____

© SANTILLANA

g) ¿Sucederá lo mismo con cualquier triángulo? _____ Argumenten su respuesta.

_____

h) Redacten una conclusión sobre la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo. _____

- Discutan sus respuestas y argumentos con el resto del grupo, y cuando lleguen a un acuerdo, compárenlo con la siguiente información.

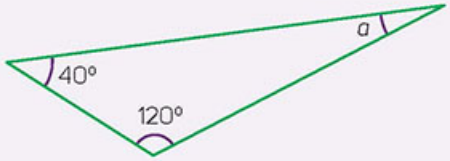
Suma de ángulos interiores de triángulos y paralelogramos

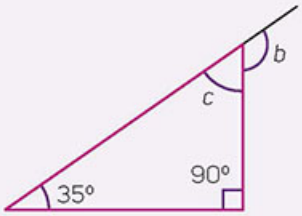
La suma de los ángulos interiores de cualquier **paralelogramo** es 360°.
La suma de los ángulos interiores de cualquier **triángulo** es 180°.

¿Vamos bien?

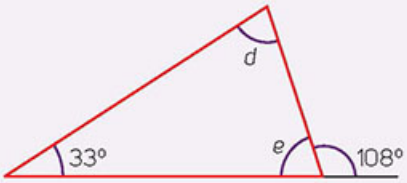
Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

Calcula la medida de los ángulos *a*, *b*, *c*, *d* y *e* en los siguientes triángulos.





∡ *a* = _____ ∡ *b* = _____ ∡ *c* = _____



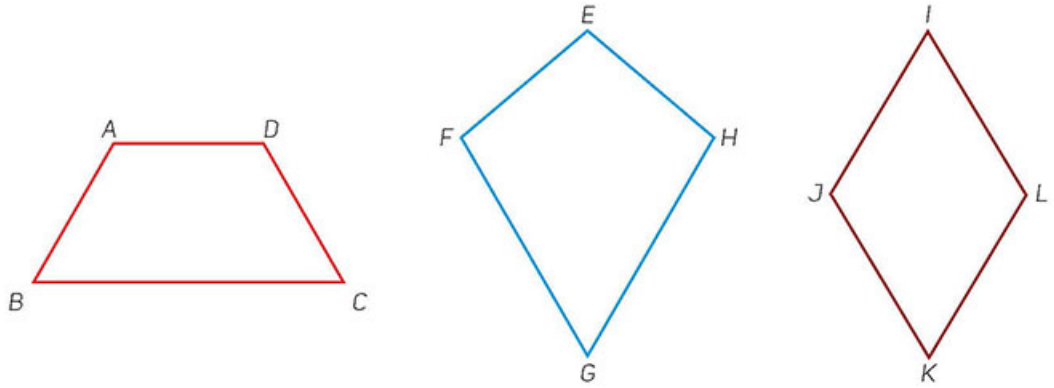
∡ *d* = _____ ∡ *e* = _____

Para saber más

Entra al sitio **www.esant.mx/essema1-007**. Activa la casilla "Animar". ¿Cuánto suman los ángulos exteriores verdes del cuadrilátero? Comprueba tu respuesta en la casilla "Mostrar medidas".

© SANTILLANA

6. Analicen en equipo los siguientes cuadriláteros y contesten.



a) ¿Alguno de ellos es un paralelogramo? _____ En caso afirmativo, ¿cuál de ellos lo es? _____

b) Tracen la recta *AC* en el polígono rojo. ¿En cuántos triángulos quedó dividido el cuadrilátero *ABCD*? _____

c) ¿Cuánto suman los ángulos interiores del triángulo *ABC*? _____
¿Y los ángulos interiores del triángulo *CDA*? _____

d) ¿Cuánto suman los ángulos interiores del cuadrilátero *ABCD*? _____
¿Por qué? _____

e) Tracen una **diagonal** en cualquiera de los otros dos cuadriláteros y calculen la suma de sus ángulos interiores. _____

f) Redacten una conclusión sobre la suma de los ángulos interiores de cualquier cuadrilátero. _____

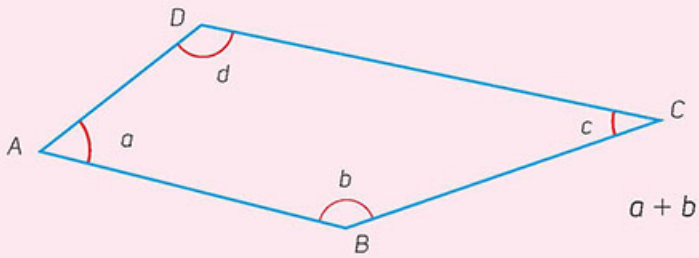
Glosario

diagonal. Segmento de recta que une cualquier par de vértices no consecutivos de un polígono.

- Discutan sus respuestas y argumentos con el resto del grupo, y cuando lleguen a un acuerdo, compárenlo con la siguiente información.

Suma de ángulos interiores de cuadriláteros

La suma de los ángulos interiores de cualquier **cuadrilátero** es 360°.



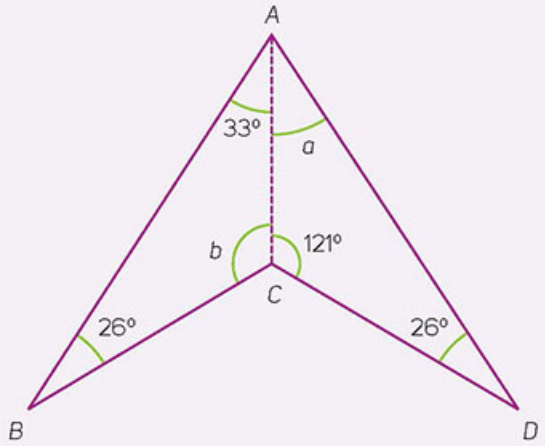
$a + b + c + d = 360°$

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

Calcula la medida de los ángulos *a* y *b* del cuadrilátero.

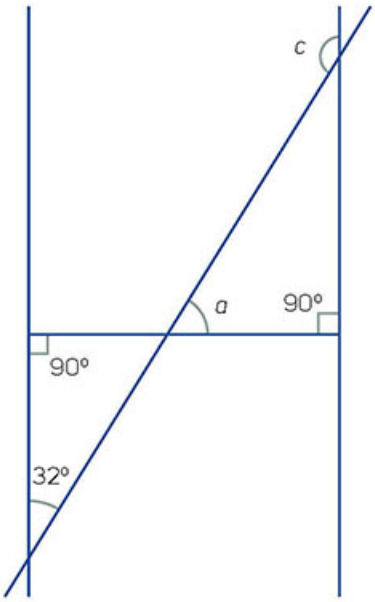


∡ *a* = _____ ∡ *b* = _____

¿Qué aprendí?

Resuelve los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tus compañeros y tu profesor. Si encuentras errores, corrígelos.

1. ¿Cuánto miden los ángulos *a* y *c* en la siguiente figura?

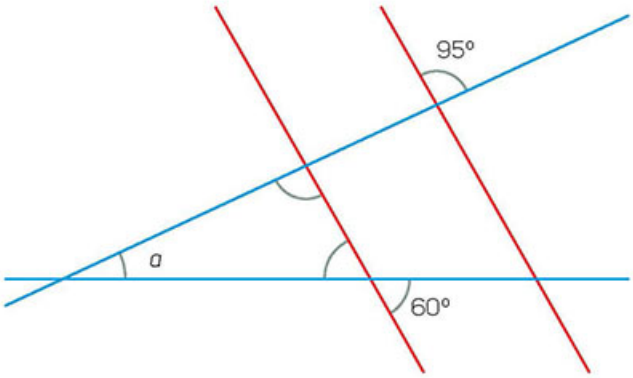


∡ *a* = _____

∡ *c* = _____

© SANTILLANA

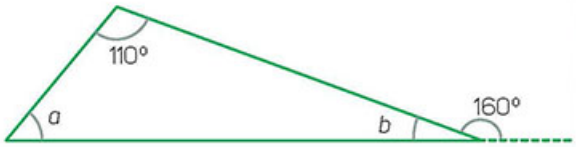
2. En la siguiente figura, las rectas rojas son paralelas. ¿Cuánto mide el ángulo *a*? ____

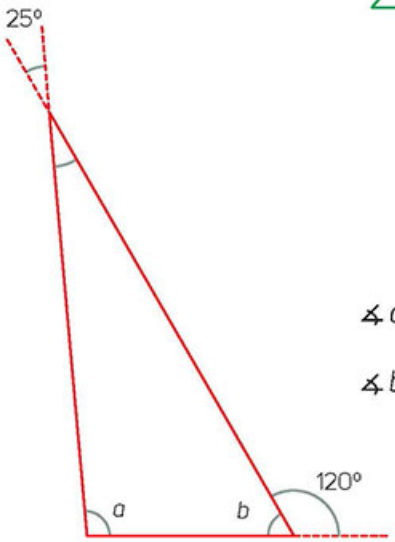


3. Encuentra la medida de los ángulos *a* y *b* en cada uno de los siguientes triángulos.

∡ *a* = _____

∡ *b* = _____

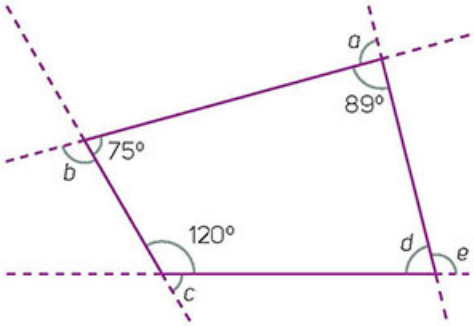




∡ *a* = _____

∡ *b* = _____

4. Encuentra las medidas de los ángulos *a*, *b*, *c*, *d* y *e*.



∡ *a* = _____ ∡ *c* = _____ ∡ *e* = _____

∡ *b* = _____ ∡ *d* = _____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Determino la suma de los ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Un alto en la espiral

Resuelve los problemas. Con base en tus resultados, y con ayuda de tu profesor, identifica las secuencias correspondientes a los contenidos que debes repasar.

1. Analiza la situación y responde.

Se lanzan tres dados y se calcula la suma de los puntos de las caras obtenidas. Por ejemplo, si se consiguen las caras:

la suma es 5 + 1 + 3 = 9.

Este experimento se repitió 270 veces y los resultados fueron los siguientes. Los valores de la probabilidad frecuencial están redondeados para facilitar su manipulación, pues algunos son decimales periódicos.

Suma	Frecuencia	Probabilidad frecuencial
3	1	0.004
4	4	0.015
5	6	0.022
6	11	0.041
7	20	0.074
8	29	0.107
9	36	0.133
10	39	0.144

Suma	Frecuencia	Probabilidad frecuencial
11	39	0.144
12	26	0.096
13	24	0.089
14	18	0.067
15	9	0.033
16	6	0.022
17	1	0.004
18	1	0.004

a) ¿Qué división tuvo que hacerse para calcular la probabilidad frecuencial de que la suma sea 10? _____

b) ¿Cuáles son los tres resultados más probables de la suma? _____

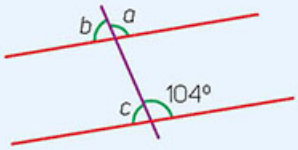
c) ¿Cuáles son los seis resultados menos probables de la suma? _____

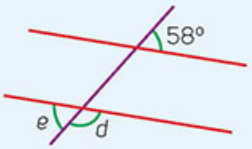
_____

d) ¿Qué es más probable: que la suma sea menor que 8, o que sea mayor que 12?

_____

2. Las siguientes figuras están formadas por rectas paralelas cortadas por una transversal. Encuentra las medidas de los ángulos.





∡ a = _____ ∡ b = _____ ∡ c = _____ ∡ d = _____ ∡ e = _____

© SANTILLANA

3. En la siguiente figura, las rectas m_1 y m_2 son paralelas, igual que las rectas r_1 y r_2. Numera del 1 al 7 los ángulos que son iguales al ángulo a y explica qué garantiza la igualdad en cada caso. Por ejemplo, ∡1 es igual que ∡a porque son ángulos correspondientes.

a) ∡2 _____

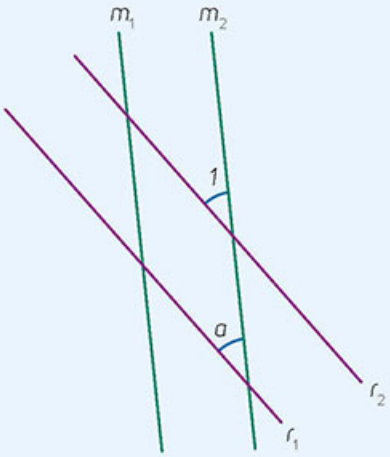
b) ∡3 _____

c) ∡4 _____

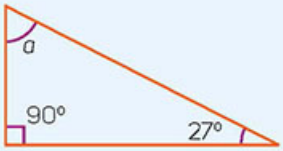
d) ∡5 _____

e) ∡6 _____

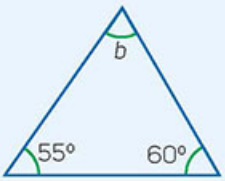
f) ∡7 _____



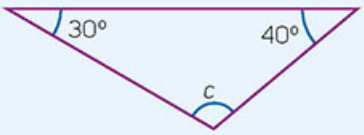
4. Determina la medida de los ángulos.



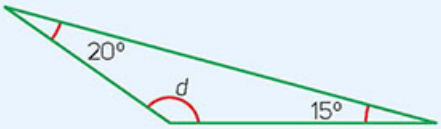
∡a = _____



∡b = _____



∡c = _____



∡d = _____

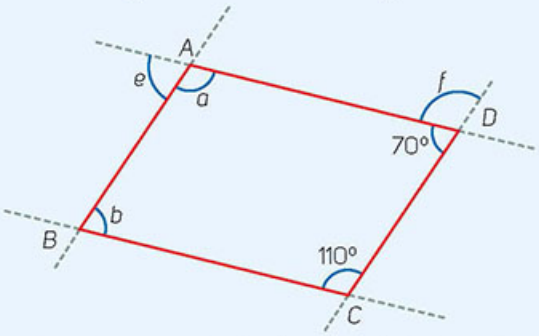
5. En el siguiente cuadrilátero, los lados AB y DC son paralelos y también lo son los lados AD y BC. Encuentra la medida de los ángulos. Justifica tus respuestas.

∡a = _____

∡b = _____

∡e = _____

∡f = _____



- Reflexiona sobre tus resultados y, con tu profesor, busca estrategias para fortalecer tus áreas de oportunidad.

En la columna "Nota", marca una ✔ en los reactivos que resolviste correctamente.

Reactivo	Nota	Secuencia	Páginas
1		6	48-53
2		7	58-65
3		7	58-65
4		8	66-73
5		8	66-73

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

9

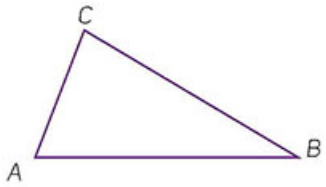
Eje: Forma, espacio y medida
Tema: Figuras y cuerpos geométricos
Contenido: Analizas la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y determinas los criterios de congruencia de triángulos.

Para ser congruente

Exploro

1. Haz lo que se pide y contesta.

Construye, en tu cuaderno, un triángulo igual que el siguiente.



a) ¿Cómo sabes que tu triángulo es idéntico al de la imagen? _____

b) ¿Qué elementos consideraste para construirlo? _____

c) Escribe el procedimiento que usaste para trazarlo. _____

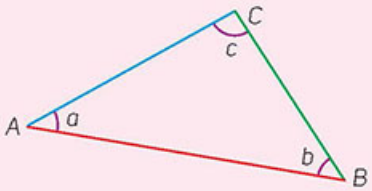
- Compara tu procedimiento con los de otros compañeros de tu grupo. Si hubo procedimientos distintos del tuyo, explica las diferencias.

Construyo

2. Lee el texto y contesta las preguntas de la siguiente página.

Lados y ángulos adyacentes

Si *A*, *B* y *C* son los vértices de un triángulo, a los lados se les denota con las dos letras de los vértices que los determinan. Por ejemplo, en el siguiente triángulo al lado en rojo se le denota como lado *AB*.



A la pareja de lados que comparten un vértice se les llama **lados adyacentes**.
En la figura anterior, *AB* y *BC* son lados adyacentes.
A los ángulos interiores que forma un lado del triángulo con los lados adyacentes se les llama **ángulos adyacentes**. En el triángulo *ABC*, *a* y *b* son ángulos adyacentes al lado *AB*.

a) ¿Cómo se denota al lado verde del triángulo? _____

b) Escribe una pareja de lados adyacentes distinta de la del ejemplo.

_____

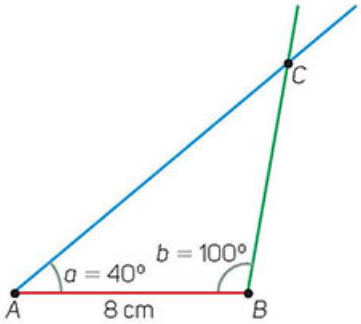
© SANTILLANA

c) ¿Cuáles son los ángulos adyacentes al lado *BC*? _____

- **Compara tus resultados con los del resto del grupo.**

3. **Sigue las instrucciones y responde.**

En tu cuaderno traza un segmento *AB* de 8 cm de longitud. Con ayuda de tu transportador, en el extremo *A* traza una recta que forme un ángulo de 40° con el segmento y en el extremo *B*, traza otra recta que forme un ángulo de 100° con el segmento *AB*. Llama *C* al punto donde se cortan las líneas.



a) Compara tu triángulo con el de dos de tus compañeros. ¿Son diferentes? _____

b) ¿Cuánto mide el ángulo interior en el vértice *C*? _____

c) ¿Cuánto miden los otros dos lados del triángulo? _____

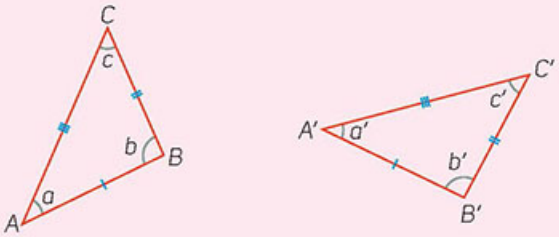
d) ¿Cuántos triángulos diferentes se pueden construir con estos datos? _____

- **Compara tus respuestas con las de tus demás compañeros. Si hay diferencias, discutan a qué se deben.**

Triángulos congruentes

Dos **triángulos** *ABC* y *A'B'C'* son **congruentes** si:

- La longitud del lado *AB* es igual a la del lado *A'B'*, la del lado *BC* es igual a la del lado *B'C'* y la del lado *CA* es igual a la del lado *C'A'*.
- El ángulo en el vértice *A* mide lo mismo que el ángulo en el vértice *A'*, el ángulo en el vértice *B* mide lo mismo que el ángulo en el vértice *B'* y el ángulo en el vértice *C* mide lo mismo que el ángulo en el vértice *C'*.



A los lados *AB* y *A'B'* (o *BC* y *B'C'*, *CA* y *C'A'*) se les llama *lados correspondientes* y a los ángulos *a* y *a'* (o *b* y *b'*, *c* y *c'*) se les llama *ángulos correspondientes*.

© SANTILLANA

Glosario

triángulo. Polígono de tres lados.

De acuerdo con la medida de sus lados, el triángulo se clasifica en **equilátero**, con sus tres lados de la misma longitud; **isósceles**, con dos lados de igual longitud; y **escaleno**, con sus tres lados de distinta longitud.

De acuerdo con la medida de sus ángulos, el triángulo se clasifica en **rectángulo**, con un ángulo de 90°; **acutángulo**, con sus tres ángulos internos menores que 90°; y **obtusángulo**, con un ángulo mayor de 90°.

¿Vamos bien?

Realiza lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

I. Traza en tu cuaderno un triángulo con las siguientes características escribe los datos que se piden en las tablas.

a) Uno de sus lados mide 7 cm y los ángulos adyacentes a ese lado miden 60°.

Medida del tercer ángulo	Medida de los otros dos lados	Tipo de triángulo (de acuerdo a sus lados) obtenido	¿Tu triángulo es congruente con el de tus demás compañeros?

b) Uno de sus lados mide 8 cm y los ángulos adyacentes a ese lado miden 45° y 90°, respectivamente.

Medida del tercer ángulo	Medida de los otros dos lados	Tipo de triángulo (de acuerdo a sus ángulos) obtenido	¿Tu triángulo es congruente con el de tus demás compañeros?

II. Responde y haz lo que se indica.

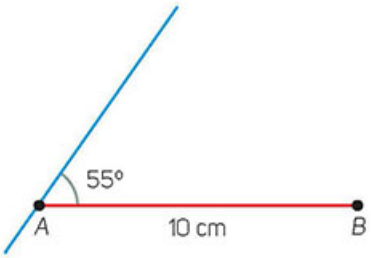
a) ¿Es posible construir un triángulo con un lado de 12 cm de longitud y ángulos adyacentes de 90° y 100° respectivamente? Traza en tu cuaderno el triángulo y explica lo que observaste. _____

_____

b) ¿Es posible que la suma de dos de los ángulos interiores de un triángulo sea mayor que 180°? _____

4. Haz lo siguiente con un compañero y respondan.

En su cuaderno tracen un segmento *AB* de 10 cm de longitud; en el extremo izquierdo del segmento, tracen una recta que forme un ángulo de 55° con el segmento.



© SANTILLANA

a) ¿Pueden construir más de un triángulo con estos datos? _____ En caso afirmativo, construyan dos y compárenlos con los de sus demás compañeros.

b) Sobre la recta que pasa por el extremo izquierdo construyan un segmento *AC* de 8 cm de longitud. Unan los puntos *B* y *C*.

c) Comparen el triángulo que obtuvieron con los de sus demás compañeros.

d) ¿Cuánto mide el lado *BC*? _____

e) ¿Cuánto miden los otros dos ángulos del triángulo? _____

f) ¿Cuántos triángulos diferentes se pueden construir con estos datos?

_____

¿Vamos bien?

Realiza lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

Construye en tu cuaderno un triángulo que tenga lados adyacentes de 3 cm y 4 cm de longitud y que formen entre sí un ángulo de 90°.

a) ¿Cuánto miden los otros ángulos del triángulo? _____

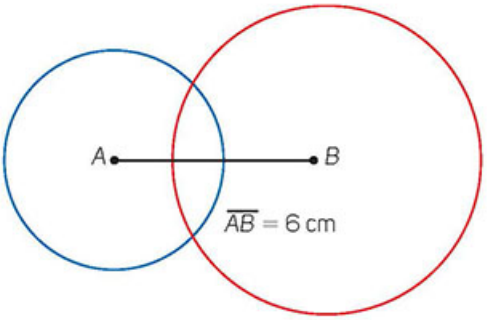
b) ¿Cuánto mide el tercer lado del triángulo? _____

c) ¿Habrá otro triángulo con estas características que no sea congruente con el que construiste? _____ Explica tu respuesta. _____

_____

5. Sigue las instrucciones y responde.

Traza en tu cuaderno un segmento *AB* de 6 cm de longitud. Utilizando tu compás, traza una circunferencia de 3 cm de radio con centro en el extremo *A* del segmento. Con centro en el extremo *B*, traza una circunferencia de 4 cm de radio.



a) ¿En cuántos puntos se cortan las circunferencias que trazaste? _____

b) Elige uno de los puntos donde se cortan las circunferencias y llámalo *C*. Une *C* con los extremos *A* y *B* del segmento.

© SANTILLANA

c) ¿Cuánto mide el lado *AC*? _____ ¿Y el lado *BC*? _____

d) ¿Cuánto miden los ángulos adyacentes al lado *AB*? _____

e) ¿Cuánto mide el ángulo opuesto al lado *AB*? _____

f) Compara el triángulo que obtuviste con los de tus demás compañeros. ¿Obtuvieron triángulos congruentes? _____

g) ¿Cuántos triángulos diferentes se pueden construir con estos datos? _____

- Discute tus conclusiones con el resto del grupo.

¿Vamos bien?

Realiza lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

I. Construye en tu cuaderno un triángulo con lados de 8, 3 y 6 cm de longitud.

a) ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos interiores del triángulo?

_____

b) ¿Con esos datos se podrá construir un triángulo que no sea congruente con el tuyo? Antes de responder, revisa la definición de triángulos congruentes.

_____

II. Construye en tu cuaderno un triángulo con lados de 6, 8 y 10 cm de longitud.

a) ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos interiores del triángulo?

_____

b) ¿Con esos datos se podrá construir un triángulo que no sea congruente con el tuyo? _____ ¿Por qué? _____

_____

6. Resuelve con un compañero la siguiente actividad y respondan.

Cada uno trace en su cuaderno un triángulo. Sin mostrárselo a su compañero, le dará indicaciones para que construya un triángulo congruente al que trazó.

a) ¿Qué datos requerirá su compañero para trazar el triángulo congruente?

_____

b) ¿Tu compañero logró construir un triángulo congruente al tuyo? _____

Si hubo algún error, discutan en qué consistió y corríjanlo.

c) Repitan el ejercicio cambiando los datos necesarios para construir un triángulo congruente.

- Discutan sus resultados y procedimientos con el resto del grupo.

© SANTILLANA

7. Reúnanse en equipos y hagan lo que se solicita.

Analicen las construcciones realizadas en las actividades anteriores y, en sus cuadernos, describan tres procedimientos diferentes para construir un triángulo congruente a un triángulo dado.

¿Cuántos y cuáles datos se requieren en cada caso? _____

_____

_____

_____

Convivo en armonía

Valorar la diversidad de ideas de tus compañeros y aprender a llegar a acuerdos es muy importante para trabajar en equipo.

- Discutan sus formulaciones con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo sobre los tres distintos procedimientos. Después comparen sus respuestas con la siguiente información.

Criterios de congruencia de triángulos

Para construir un triángulo de manera única se necesita conocer las longitudes de los tres lados o las longitudes de dos lados y la medida del ángulo comprendido entre ellos, o la longitud de un lado y la medida de los ángulos adyacentes a ese lado. Estos resultados permiten determinar si dos triángulos son congruentes, por esa razón se les llama **criterios de congruencia de triángulos**.

Dos triángulos son congruentes entre sí si cumplen cualquiera de las siguientes condiciones:

- **Criterio lado-lado-lado (LLL)**. Cada uno de los lados de un triángulo mide lo mismo que el lado correspondiente en el otro triángulo.
- **Criterio lado-ángulo-lado (LAL)**. En uno de los triángulos, dos lados y el ángulo comprendido entre ellos miden lo mismo que los elementos correspondientes del segundo triángulo.
- **Criterio ángulo-lado-ángulo (ALA)**. En uno de los triángulos, un lado y los ángulos adyacentes a él miden lo mismo que los elementos correspondientes del otro triángulo.

8. Realicen en parejas lo que se pide.

Tracen en su cuaderno un segmento *AB* de 12 cm de longitud. En el extremo *A* tracen una circunferencia de 4 cm de radio y en el extremo *B*, una circunferencia de 6 cm de radio. Una vez terminada la construcción, respondan argumentando sus respuestas.

a) ¿Las circunferencias que trazaron se cortan en algún punto? _____

b) ¿Por qué sucede eso? _____

_____

© SANTILLANA

Para saber más

Entra en el sitio **www.esant.mx/essema1-008**. ¿Son congruentes los triángulos? ¿Qué criterio de congruencia usaste? Mueve el punto *d* sobre el segmento y escribe lo que observes.

c) ¿Es posible construir un triángulo con lados de 12, 4 y 6 cm? _____

d) ¿Es posible construir un triángulo con lados de 7, 5 y 14 cm? _____

_____

e) Sumen las longitudes de dos de los lados y compárenla con la longitud del tercer lado. ¿Esta suma es mayor, menor o igual que la longitud del tercer lado?

_____

f) ¿Sucede lo mismo si suman las longitudes de otros dos lados y la comparan con la del otro? _____

- **Discutan sus respuestas con el resto del grupo y, una vez que hayan llegado a un acuerdo, comparen sus conclusiones con el siguiente texto.**

La desigualdad del triángulo

Para construir un triángulo es necesario que la suma de las longitudes de cualesquiera dos de sus lados sea mayor que la longitud del tercero. Es decir, si las longitudes de los lados se representan como *a*, *b* y *c*, entonces es necesario que:

$$a + b > c, \qquad a + c > b \qquad \text{y} \qquad b + c > a$$

A esta propiedad se le conoce como **desigualdad del triángulo**.

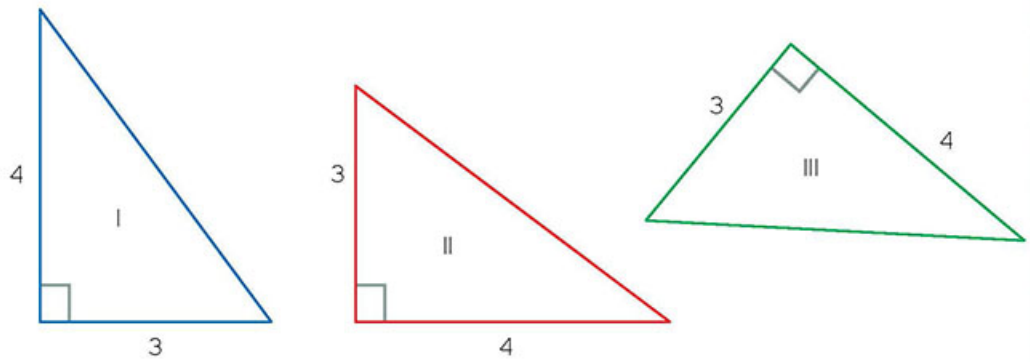
Aplico

¿Qué aprendí?

Resuelve los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tu profesor. Si encuentras errores, corrígelos.

1. Determina cuáles de los triángulos son congruentes y explica tus argumentos.

a)

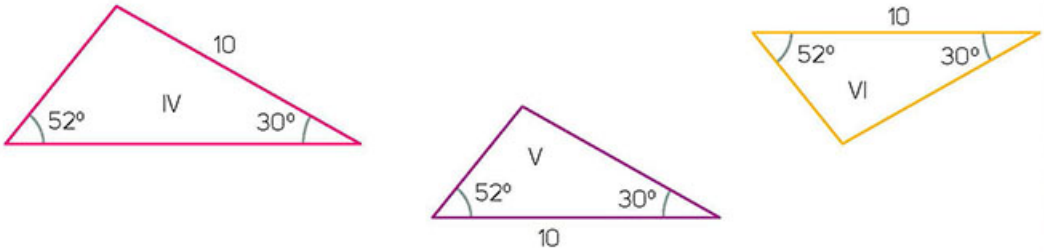


Los triángulos _____ son congruentes porque _____

_____

© SANTILLANA

b)



Los triángulos _____ son congruentes porque _____

_____

2. Una empresa familiar manda a hacer estructuras tubulares de distintas medidas para montar sobre ellas carpas de lona o de plástico. Todas las carpas van a tener una altura fija, pero el triángulo superior variará para adecuarse lo mejor posible al lugar donde se instalarán.

La empresa solicitó los siguientes pedidos:

Pedido 1. Dos estructuras en las que el triángulo superior sea isósceles, con lados iguales de 2.5 m.

Pedido 2. Dos estructuras en las que el triángulo sea escaleno y dos de sus lados midan 3 y 2.5 m.

a) ¿Se puede formar solo un triángulo con los datos del pedido 1? _____

b) Si es así, ¿cuál debe ser la longitud del otro lado? _____ Si no, construye en tu cuaderno tres triángulos que cumplan esas condiciones.

c) Con los datos del pedido 2, proporciona dos longitudes para el tercer lado que sí formen un triángulo y dos que no formen un triángulo. _____

_____

d) ¿Qué otros datos necesitas para que quede definido un solo triángulo? Escribe todas las opciones que encuentres. _____

_____

_____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Analizo la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y determino los criterios de congruencia de triángulos.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

10

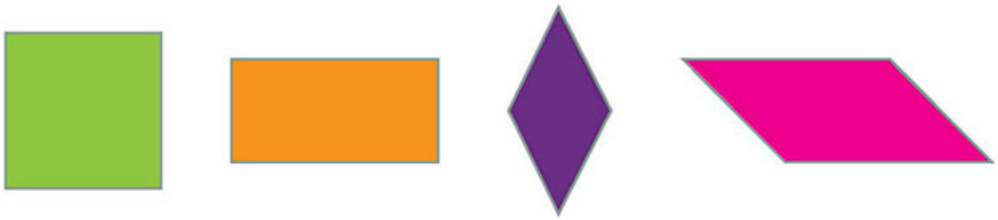
Eje: Forma, espacio y medida
Tema: Figuras y cuerpos geométricos
Contenido: Analizas la existencia y unicidad en la construcción de cuadriláteros y usas los criterios de congruencia de triángulos.

Lados, ángulos y diagonales

Exploro

1. Reúnete con un compañero y hagan lo siguiente.

En una hoja blanca, construyan un cuadrado, un rectángulo, un rombo y un romboide de las dimensiones que quieran; después, coloreen los cuadriláteros con distintos colores y recórtenlos. Usen su juego de geometría para que los trazos sean precisos. Luego respondan.



a) ¿Qué datos usaron para construir el cuadrado? _____

b) ¿Y para el rectángulo? _____

c) ¿Qué datos usaron para trazar el rombo? _____

d) ¿Y el romboide? _____

e) ¿Cuáles ángulos del cuadrado miden lo mismo? _____
¿Cuánto miden? _____

f) ¿Cuáles ángulos del rectángulo miden lo mismo? _____
¿Cuánto miden? _____

g) Marquen sobre el rombo y el romboide los ángulos que miden lo mismo.

h) Tracen las diagonales en cada **paralelogramo** y observen el punto donde estas se intersecan. ¿Este punto está más cerca de alguno de los vértices o a la mitad de la distancia entre ellos? _____
¿En todas las figuras es igual? _____

i) Corten con tijeras los paralelogramos por una de sus diagonales y comparen los lados y los ángulos de los triángulos que se forman. ¿Qué pueden decir de esos triángulos? _____

Glosario

paralelogramo. Cuadrilátero en el que lados opuestos son paralelos.

- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros y discutan las diferencias que encuentren.

© SANTILLANA

2. Con base en la actividad anterior, completa las afirmaciones.

a) Los lados opuestos de un paralelogramo miden _____.

b) Los ángulos opuestos de un paralelogramo miden _____.

c) Las dos diagonales de un paralelogramo se intersecan en _____.

d) Los dos triángulos que se forman al cortar un paralelogramo por una diagonal son _____.

Construyo

- Compara tus respuestas con las de un compañero y analicen si son equivalentes a la información de los siguientes enunciados.

Propiedades de los paralelogramos

En todo paralelogramo se cumple que:

- Cada diagonal lo divide en dos triángulos congruentes.
- Las parejas de lados opuestos miden lo mismo.
- Las parejas de ángulos opuestos miden lo mismo.
- Las dos diagonales se intersecan en sus **puntos medios**.

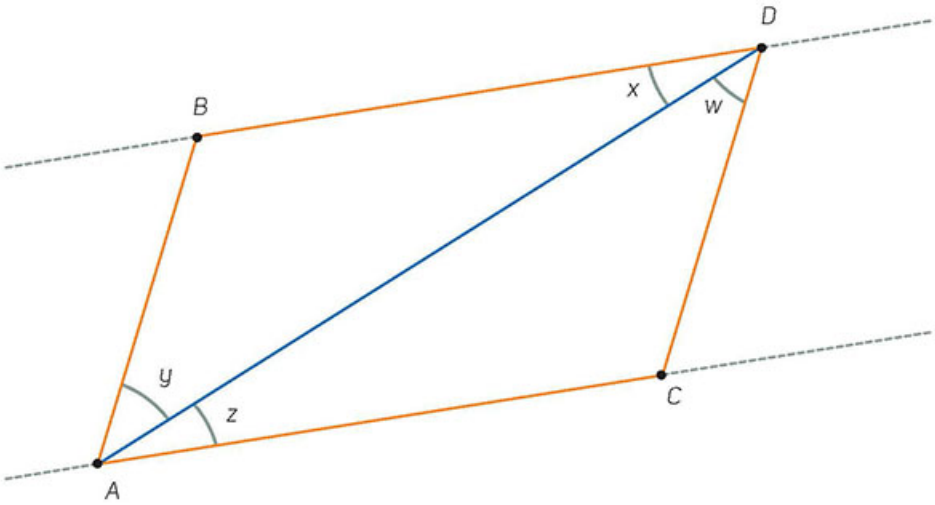
Glosario

punto medio. El punto medio M de un segmento AB es el punto que se encuentra a la misma distancia de los extremos del segmento; es decir, la longitud del $\overline{AM}$ es igual que la longitud del $\overline{MB}$.

3. En parejas, realicen las actividades y respondan.

Para afirmar que una propiedad se cumple en todo paralelogramo, no basta con observar que se cumple en un cierto número de figuras (aunque sean muchas). Las propiedades deben demostrarse, es decir, deducirse de razonamientos generales.

a) Tracen cualquier paralelogramo $ACDB$ con diagonal $\overline{AD}$. Llamen x, y, z y w a los ángulos alrededor de la diagonal, como se muestra en la figura. Observen que la diagonal es una transversal a las rectas que contienen a los lados paralelos AC y BD y que divide al paralelogramo en dos triángulos ADB y DAC.



© SANTILLANA

b) Contesten lo que se pide para demostrar que los triángulos que se forman al dividir un paralelogramo por una diagonal son congruentes.
¿Por qué se puede afirmar que $\measuredangle x = \measuredangle z$ y que $\measuredangle y = \measuredangle w$? _____

_____

¿Cuáles son los ángulos adyacentes al lado *AD* en el triángulo *ADB*?

_____

¿Cuáles son los ángulos adyacentes al lado *AD* en el triángulo *DAC*?

_____

Como el $\overline{AD}$ es un lado del triángulo *ADB* y también del triángulo *DAC*, ¿qué criterio de congruencia de triángulos se puede aplicar? _____

_____

¿Cuál es la conclusión? _____

_____

c) Para argumentar que en todo paralelogramo los lados opuestos miden lo mismo, respondan lo siguiente.
¿Cómo son los lados correspondientes de dos triángulos congruentes?

_____

¿Cuál es el lado correspondiente a $\overline{AB}$? _____

¿Cuál es el lado correspondiente a $\overline{BD}$? _____

¿Qué se concluye acerca de los lados opuestos de cualquier paralelogramo?

_____

d) Para argumentar que en todo paralelogramo los ángulos opuestos miden lo mismo, respondan.
En el inciso *a* se estableció que $\measuredangle x = \measuredangle z$ y que $\measuredangle y = \measuredangle w$.
¿Qué se puede decir acerca de la relación entre $\measuredangle x + \measuredangle w$ y $\measuredangle y + \measuredangle z$?

_____

Entonces, ¿cómo son los ángulos interiores en los vértices *A* y *D* del paralelogramo? _____

Como los ángulos interiores de cualquier triángulo suman 180°, el ángulo interior en el vértice *B* mide $180° - \measuredangle x - \measuredangle y$. ¿Cómo se puede escribir la medida correspondiente al vértice *C*? _____

Se sabe que $\measuredangle x = \measuredangle z$ y $\measuredangle y = \measuredangle w$, ¿qué se puede decir sobre los ángulos interiores en los vértices *B* y *C*? _____

e) ¿Qué se concluye acerca de la medida de los ángulos opuestos en un paralelogramo? _____

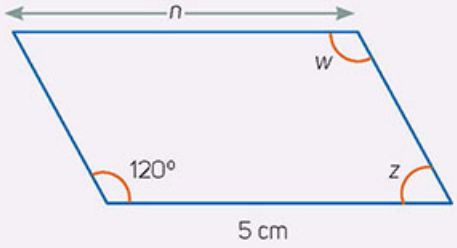
- Comparen sus respuestas con las del grupo y lleguen a un acuerdo. Asegúrense de entender cada argumento que se ha utilizado en la actividad.

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Realiza lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus respuestas con las de tus compañeros.

Encuentra las medidas de las longitudes de los lados y los ángulos señalados en el paralelogramo.



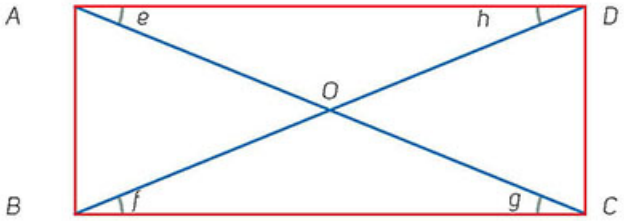
n = _____

$\measuredangle z$ = _____

$\measuredangle w$ = _____

4. Trabajen en parejas. Para demostrar que las diagonales de un rectángulo se cortan en sus puntos medios, hagan lo que se pide.

Analicen el siguiente rectángulo al que se le han trazado sus dos diagonales *AC* y *BD*; *O* es el punto donde se cortan las diagonales. Observen que las diagonales son transversales a las rectas paralelas que contienen a los lados *AD* y *BC* del rectángulo. Luego respondan.



a) ¿Cuáles son los ángulos adyacentes al lado *BC* en el triángulo *BCO*?

_____

b) ¿Cuáles son los ángulos adyacentes al lado *AD* en el triángulo *DAO*?

_____

c) ¿Por qué son iguales los ángulos *f* y *h*? _____

d) ¿Y por qué son iguales los ángulos *e* y *g*? _____

_____

e) ¿Qué propiedad sobre paralelogramos recientemente mostradas garantiza que el lado *BC* del triángulo *BCO* mide lo mismo que el lado *AD* del triángulo *DAO*?

_____

f) ¿Cuál criterio de congruencia garantiza que los triángulos *BCO* y *DAO* son congruentes? _____

© SANTILLANA

g) ¿Cómo son las longitudes de los lados correspondientes de dos triángulos congruentes? _____

h) Si los lados *AO* y *OC* miden lo mismo y los lados *BO* y *OD* también, ¿qué se puede afirmar de la ubicación del punto *O*? _____

i) ¿Qué pueden concluir respecto al punto donde se cortan las diagonales?

_____

j) ¿Los argumentos que se utilizaron en este caso son exclusivos de un rectángulo o se pueden aplicar para cualquier paralelogramo? Expliquen su respuesta.

_____

_____

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo y comparen sus resultados con el texto inicial de la siguiente página.

Para saber más

Entra en **www.esant.mx/essema1-009**. Mueve los vértices del paralelogramo y escribe las medidas de las diagonales. ¿En alguna posición las diagonales miden lo mismo? ¿Qué paralelogramo es ese?

5. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

a) Si solo saben que los lados adyacentes de un paralelogramo miden 5 cm y 4 cm de longitud, ¿cuántos pueden construir? _____

b) Tracen en su cuaderno dos paralelogramos distintos con lados que tengan esas longitudes.

c) Ahora cada uno de ustedes construya en su cuaderno un paralelogramo con lados adyacentes de 5 cm y 4 cm de longitud, pero de modo que el ángulo que formen esos lados mida 60°. ¿Los paralelogramos que construyeron son congruentes? _____ ¿Cómo lo saben? _____

_____

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo.

6. Trabaja la siguiente actividad con tres compañeros.

Cada uno trace dos paralelogramos cuyos lados midan 5 cm de longitud.

a) ¿Los paralelogramos que construyeron son congruentes? _____

b) ¿Cuáles son sus diferencias y sus semejanzas? _____

_____

c) ¿Cómo saben si son o no congruentes? _____

_____

d) Escriban en su cuaderno una lista de datos que se deben conocer para construir un paralelogramo único.

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo. Si hay diferencias, lleguen a un acuerdo.

© SANTILLANA

Paralelogramos congruentes

Dos **paralelogramos** son **congruentes** si las longitudes de dos lados adyacentes correspondientes miden lo mismo y los ángulos comprendidos entre esos lados adyacentes correspondientes miden lo mismo.

¿Qué aprendí?

Aplico

Resuelve los ejercicios. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tus compañeros y tu profesor.

1. Construye un paralelogramo que tenga uno de sus lados de 5 cm de longitud y que forme con el lado adyacente un ángulo de 50°.

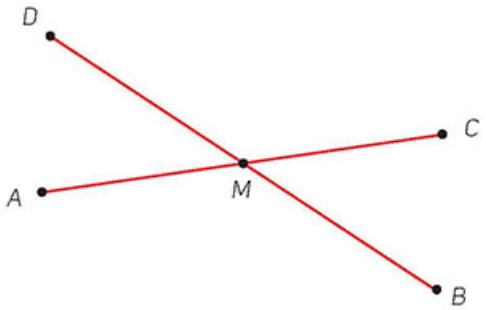
   ¿Hay más de un paralelogramo con estas características? Explica tu respuesta.

   _____

   _____

   _____

2. Traza un segmento *AC* de la longitud que quieras. Localiza su punto medio y llámalo *M*. Traza un segmento *BD* transversal a *AC*, de la longitud que quieras, pero que también tenga a *M* como su punto medio. Une los puntos *A*, *B*, *C* y *D*.



   ¿Qué clase de cuadrilátero es el que tiene como vértices a los puntos *A*, *B*, *C* y *D*? Justifica tu respuesta. _____

   _____

   _____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Analizo la existencia y unicidad en la construcción de cuadriláteros y uso los criterios de congruencia de triángulos.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Paralelogramos

Abre una hoja de GeoGebra. Coloca el cursor en "Vista Gráfica". Para ocultar los ejes, colócate sobre ellos y da clic derecho en la opción "Ejes" (imagen 1).
Es recomendable que antes de iniciar esta actividad, te familiarices con las funciones del programa. Practica trazando rectas, segmentos, triángulos, polígonos, paralelas, perpendiculares, puntos de intersección, etcétera.

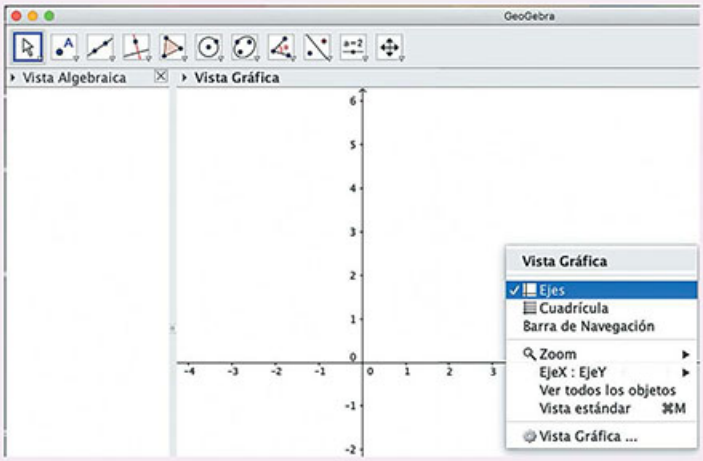


Imagen 1

1. Construye un paralelogramo siguiendo estos pasos.

   a) Traza un segmento *AB*. Localiza un punto *C* que no pertenezca la recta que pasa por *AB*. Traza el segmento *AC*.

   b) Traza una paralela al segmento *AB* que pase por el punto *C*. Para ello, elige la opción "Paralela" en el cuarto icono (imagen 2) y da clic en el segmento *AB* y enseguida en el punto *C*. De la misma manera, traza una paralela al segmento *AC* que pase por *B*.

   c) Para definir el cuarto vértice del paralelogramo, elige la opción "Intersección" del segundo icono (imagen 3) y selecciona cada una de las paralelas para definir el punto de intersección.

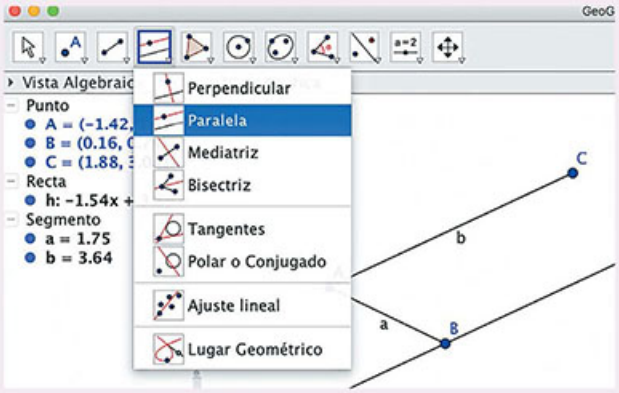


Imagen 2

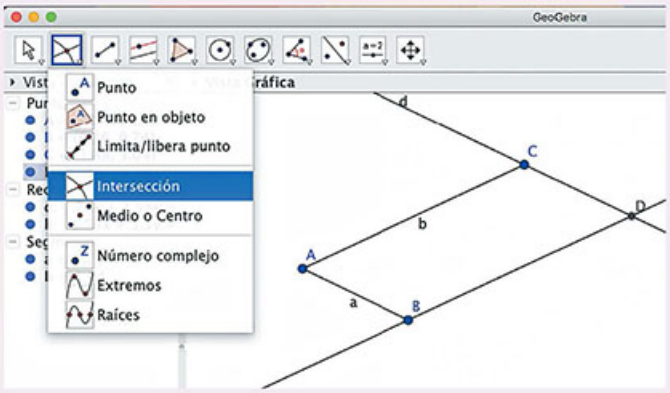


Imagen 3

© SANTILLANA

d) Elige la opción "Polígono" en el quinto icono y selecciona los puntos *A*, *B*, *D* y *C*. Para cerrar el polígono, selecciona nuevamente el punto *A*. Puedes ocultar las rectas auxiliares y las etiquetas dando clic derecho sobre lo que quieras ocultar y eligiendo las opciones "Objeto visible" y "Etiqueta visible".

e) Para marcar uno de los ángulos internos del paralelogramo, elige la opción "Ángulo" (del octavo icono) y enseguida selecciona los lados adyacentes al vértice correspondiente en el sentido contrario a las manecillas del reloj.

f) Ahora elige la opción "Distancia o Longitud" en el octavo icono y elige los segmentos adyacentes al ángulo, señalando con el ratón sus extremos.

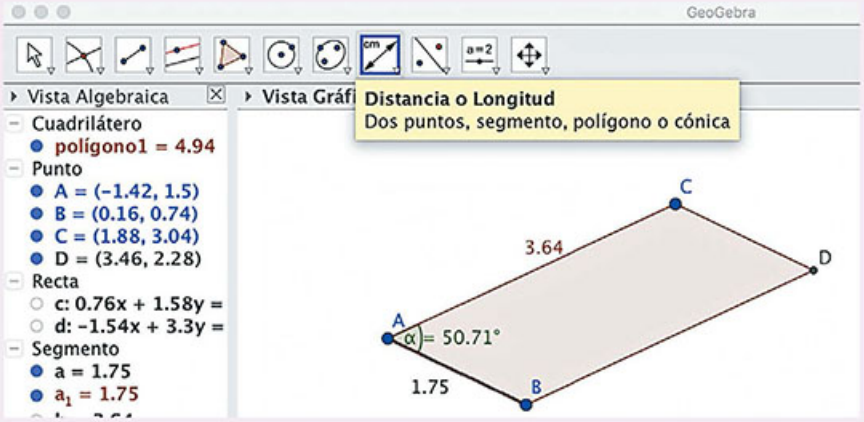


Imagen 4

- Anota el valor del ángulo que señalaste y el vértice al cual corresponde. _____
  ¿Cuánto mide el ángulo opuesto a ese vértice? _____
- ¿Cuánto mide cada uno de los otros dos ángulos interiores del paralelogramo?
  _____
- ¿Cuánto miden los lados opuestos a los que señalaste? _____
- ¿Cuántos cuadriláteros se pueden construir dando las longitudes de dos lados adyacentes y el ángulo comprendido entre ellos? _____

Ahora, siguiendo estos pasos, construye un paralelogramo con dos lados adyacentes de la misma longitud que los del primer cuadrilátero que construiste y con el ángulo comprendido entre ellos de la misma medida que el de tu cuadrilátero original.

g) Selecciona "Punto" en el segundo icono y señala un punto *E* fuera del cuadrilátero *ABDC*. Con la herramienta "Semirrecta" del tercer icono, traza una semirrecta que parta de *E* (imagen 5).

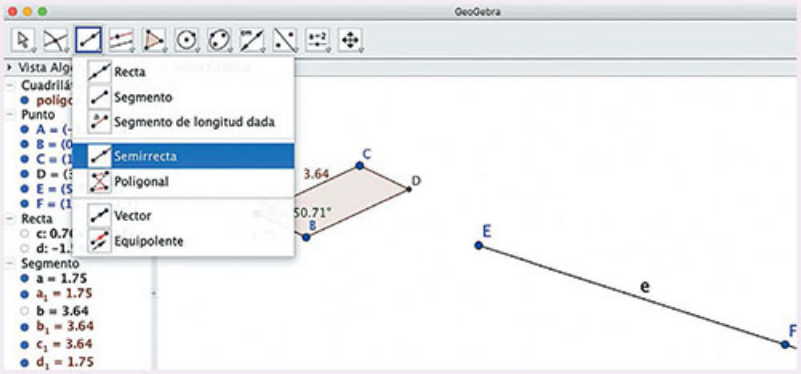


Imagen 5

© SANTILLANA

h) Elige la opción en el noveno icono y selecciona la semirrecta y el punto *E*. Aparecerá un recuadro (imagen 6), borra el número que aparece y en el pequeño recuadro de la derecha elige el ángulo α (ángulo comprendido entre los lados *AB* y *AC* del paralelogramo *ABDC*). Presiona "OK".

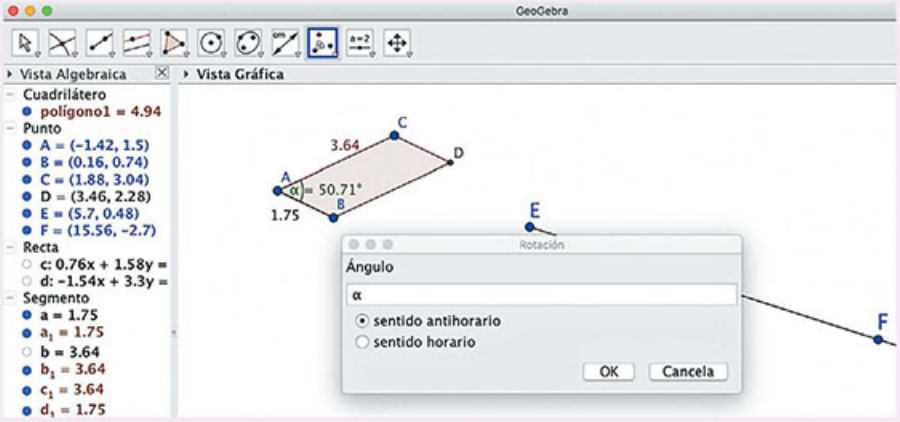


Imagen 6

i) Para copiar las longitudes de los lados *AB* y *AC* del cuadrilátero *ABDC*, utiliza la herramienta "Compás" del sexto icono (imagen 7). Señala cada segmento (primero uno y luego el otro) y arrastra la circunferencia que aparece hacia el punto *E*.

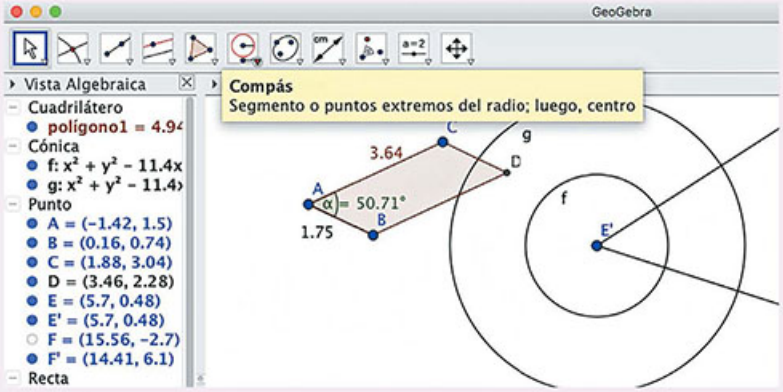


Imagen 7

j) Con la herramienta "Intersección" señala el punto donde cada circunferencia corta a la semirrecta (una para la distancia *AB* y otra para la distancia *AC*). Si quieres, oculta las circunferencias.

k) Traza paralelas a las semirrectas que pasen por los puntos *G* y *H*, encuentra su punto de intersección *J* y traza el polígono con vértices *E*, *G*, *J* y *H* (imagen 8).

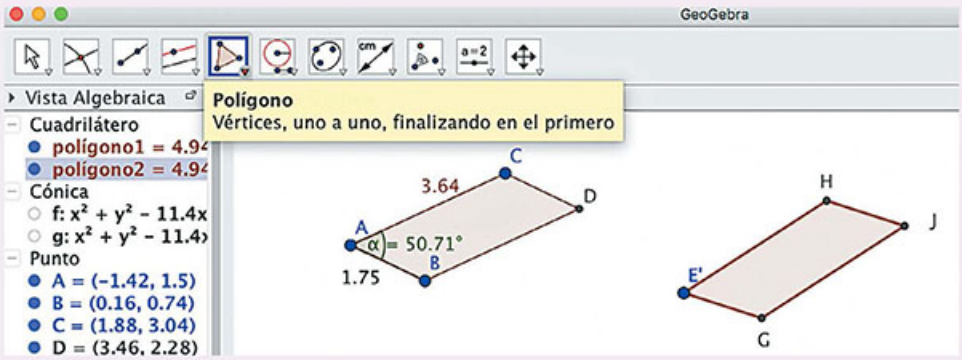


Imagen 8

l) Mueve los vértices del paralelogramo *ABDC* y observa qué sucede con los lados y ángulos de los dos paralelogramos. ¿Qué puedes afirmar respecto a los paralelogramos *ABDC* y *EGJH* ?

© SANTILLANA

2. Construye dos cuadriláteros siguiendo estos pasos:

a) Abre una nueva ventana de GeoGebra y oculta los ejes. Construye un cuadrilátero usando la opción "Polígono" del quinto icono.

b) En el segundo icono, selecciona la opción "Medio o Centro" y señala un lado del cuadrilátero para encontrar su punto medio. Repite lo anterior para cada uno de los lados.

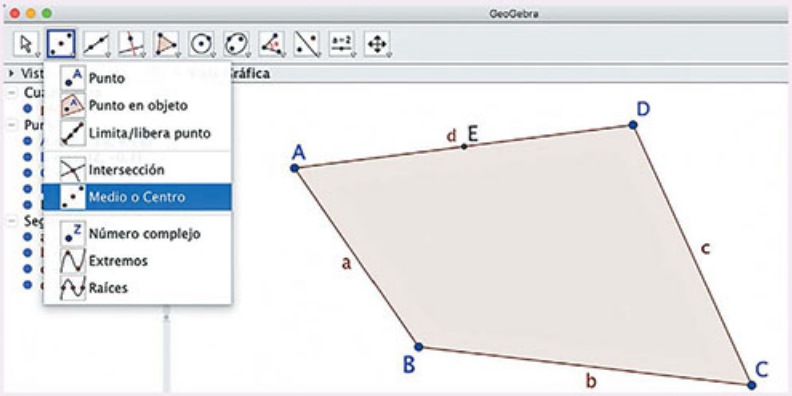


Imagen 9

c) Traza un nuevo cuadrilátero cuyos vértices sean los puntos medios del cuadrilátero original *ABCD*.

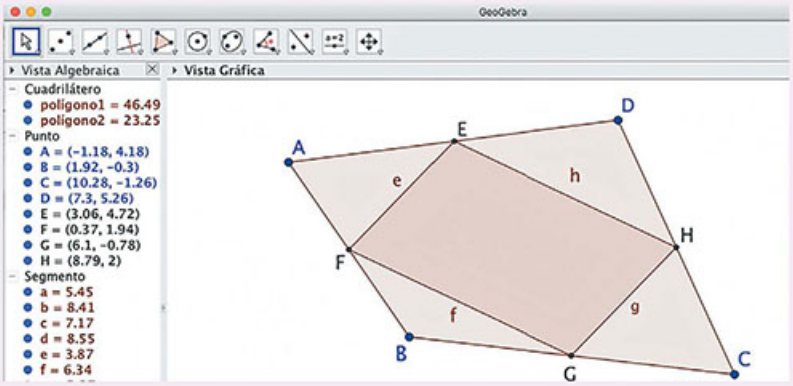


Imagen 10

- ¿Cómo son los pares de lados opuestos del cuadrilátero *EFGH*? _____

_____

- ¿Cómo son las parejas de ángulos opuestos del cuadrilátero *EFGH*? _____

_____

- ¿Qué clase de cuadrilátero es *EFGH*? _____
- Mueve los vértices del cuadrilátero *ABCD*. ¿Se siguen cumpliendo las características que observaste en el cuadrilátero *EFGH*? _____

Verifica tus respuestas midiendo los lados y los ángulos del cuadrilátero *EFGH* con las funciones correspondientes de GeoGebra.

© SANTILLANA

Elige la opción correcta. Con base en tus resultados, identifica los contenidos que necesitas repasar para mejorar tu desempeño.

1. ¿Cuál es el número indicado por el punto rojo?

A) 0.95 B) 2.95 C) 1.95 D) 1.095

2. Al salir de la escuela, Memo viajó en bicicleta 1.8 km para llegar a casa de Luisa. De ahí, recorrió $\frac{33}{18}$ de km más hasta llegar a su casa. ¿Cuál de las siguientes parejas representa correctamente la longitud de los recorridos que hizo Memo?

A) 1.8 y $1.8\overline{3}$ km B) $\frac{10}{5}$ y $\frac{33}{18}$ de km C) 1.8 y 1.83 km D) $\frac{8}{5}$ y $\frac{33}{18}$ de km

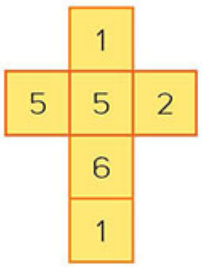
3. El número decimal que corresponde a la fracción $\frac{17}{11}$ es...

A) 1.54. B) $15.\overline{4}$. C) $1.5\overline{4}$. D) $1.\overline{54}$.

4. Dos números que están entre $\frac{5}{6}$ y 1 son...

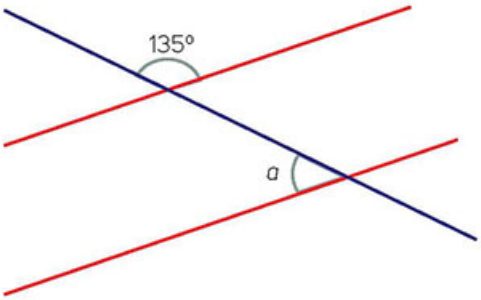
A) 0.8 y 0.81. B) $\frac{7}{12}$ y $\frac{8}{12}$. C) $\frac{16}{18}$ y $\frac{17}{18}$. D) $\frac{10}{12}$ y $\frac{11}{12}$.

5. Se arma el cubo y luego se lanza 240 veces como si fuera un dado. El número aproximado de veces que se obtiene el 5 es...



A) 40. B) 80. C) 20. D) 60.

6. En la siguiente construcción, las rectas rojas son paralelas. ¿Cuál es la medida del ángulo a?



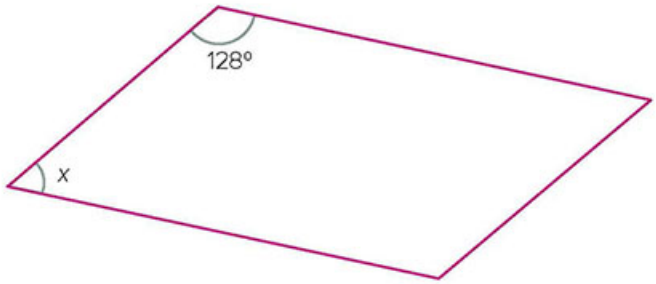
A) 35° B) 65° C) 45° D) 135°

© SANTILLANA

7. ¿Con cuál de las siguientes ternas de longitudes no es posible construir un triángulo?

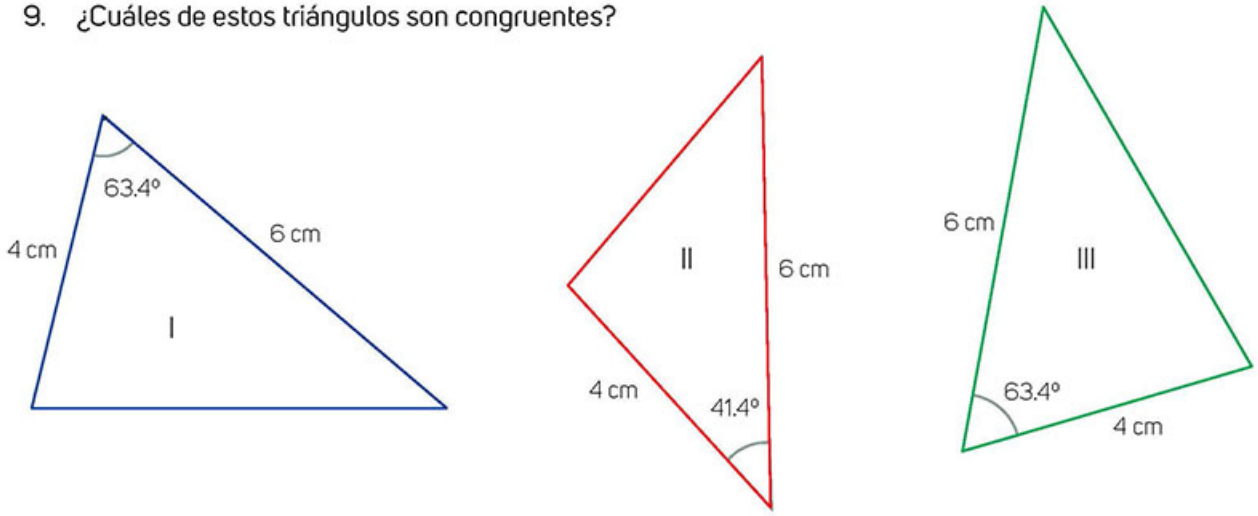
A) 1, 3 y 6 B) 3, 4 y 5 C) 6, 7 y 9 D) 10, 9 y 9

8. ¿Cuál es la medida del ángulo *x* en el paralelogramo?



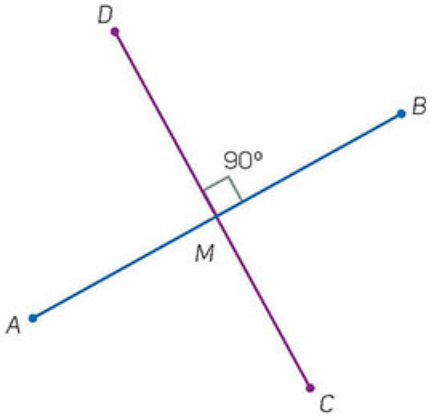
A) 60° B) 52° C) 28° D) 128°

9. ¿Cuáles de estos triángulos son congruentes?



A) II y III B) I y II C) I y III D) I, II y III

10. Los segmentos *AB* y *CD* miden lo mismo. ¿Qué paralelogramo puede tener como diagonales a estos segmentos?



A) Rectángulo B) Rombo C) Romboide D) Cuadrado

© SANTILLANA

Resuelve los problemas. Con base en tus resultados, identifica los contenidos que necesitas repasar para mejorar tu desempeño.

1. Ubica el 1 en la recta de manera que la longitud del segmento rojo represente el 0.05.

2. En *A* hay una papelería y en *C*, una farmacia. Marca con un punto *B* la posición de la tienda de abarrotes, si se sabe que la distancia de la papelería a la tienda de abarrotes es $\frac{2}{5}$ de la distancia entre la papelería y la farmacia.

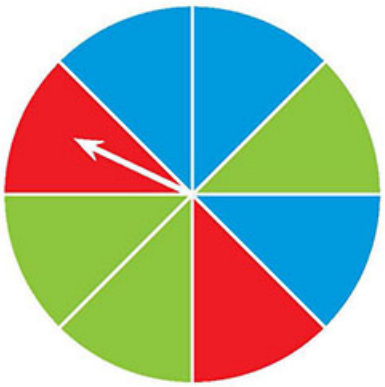
3. Ordena de menor a mayor las fracciones $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{10}$ y 1.

_____

4. Un lado de un jardín en forma de triángulo isósceles mide 6.3 m y los lados iguales miden $\frac{23}{4}$ de m cada uno. Calcula el perímetro del jardín. _____

_____

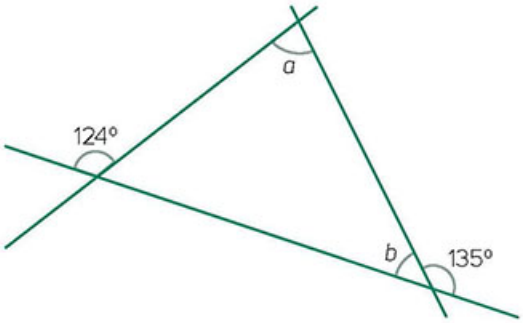
5. Se hace girar 400 veces la flecha de la ruleta, ¿aproximadamente cuántas veces se obtendrá cada color?



a) Azul: _____ b) Verde: _____ c) Rojo: _____

© SANTILLANA

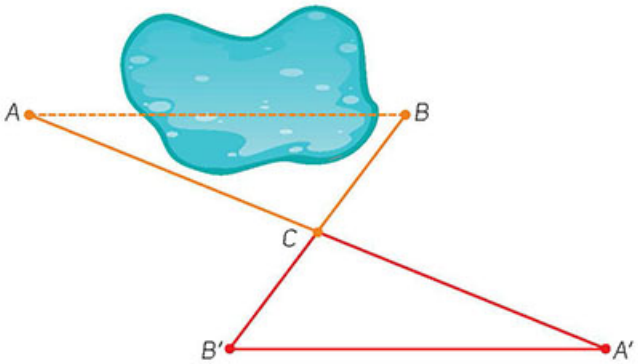
6. Encuentra las medidas de los ángulos *a* y *b*.



Justifica tu respuesta. _____

_____

7. Para medir la distancia entre dos árboles, indicados por *A* y *B*, que se encuentran separados por una laguna, los habitantes de un poblado colocaron una estaca en un punto *C*. Localizaron dos puntos *A'* y *B'* de tal manera que los segmentos de recta $\overline{AA'}$ y $\overline{BB'}$ tienen a *C* como su punto medio.

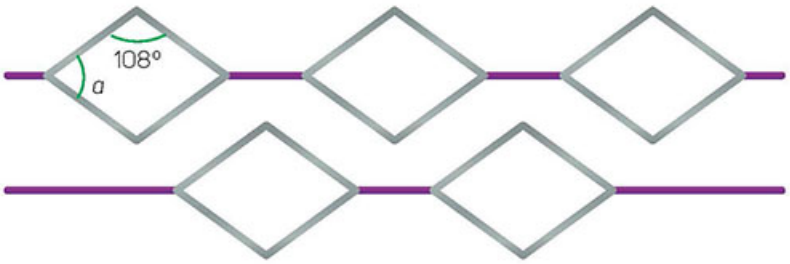


Los pobladores afirman que la distancia entre los árboles es la misma que la distancia entre los puntos *A'* y *B'*. Explica por qué tienen razón. _____

_____

_____

8. En la herrería de Héctor están construyendo una reja con el siguiente diseño.



¿Cuánto debe medir el ángulo *a*? _____

© SANTILLANA

Trimestre 2

Edificio de la Bolsa Mexicana de Valores. En el área de la economía, los números negativos se utilizan para representar pérdidas o deudas.

Entremos a la espiral

¡Bienvenido a tu segundo trimestre!
Aquí conocerás los números negativos y aprenderás a localizarlos en la recta numérica. Calcularás sumas y restas que involucren tanto números positivos como negativos.

Resolverás problemas que involucren partes de partes. Para ello, usarás multiplicaciones de fracciones. También ampliarás el manejo de las operaciones aritméticas haciendo multiplicaciones y divisiones con números decimales. Conocerás la jerarquía de las operaciones y aprenderás a modificarla usando paréntesis. Volverás a calcular porcentajes y valores faltantes en relaciones de proporcionalidad directa, pero con problemas más complicados que los que viste en primaria.

¿Te acuerdas del área y el perímetro de una figura plana? Aquí volverás a trabajarlos, pero ampliando tu conocimiento acerca de cómo calcularlos en muy diversas figuras, incluyendo el perímetro de un círculo.

En este trimestre darás un paso importante al construir expresiones algebraicas para describir sucesiones. En estas expresiones, la clave está en usar letras para representar números, por ejemplo, usar *n* para indicar cualquier número natural.

No olvides revisar nuevamente esta sección al final del trimestre para que verifiques que hayas alcanzado los conocimientos que aquí se describen.

Los números negativos

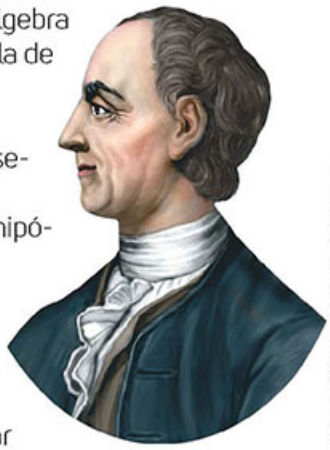
Los números negativos turbaron a muchos matemáticos, quizá porque en su tiempo no tuvieron a su disposición una interpretación geométrica y, además, las reglas para operar con ellos eran más extrañas.

Los números negativos se representan con puntos, en una línea recta, situados a la izquierda del 0 (o abajo del 0 si la línea es vertical). Su utilidad era incuestionable y fueron usados con bastante libertad a partir de 1650. Pero como su fundamentación lógica no estaba clara, algunos matemáticos propusieron justificaciones para no utilizarlos y otros protestaron por su uso.

Entre los estudiosos que aceptaron los números negativos está Leonhard Euler, el matemático más prominente del siglo XVIII, que escribió uno de los principales textos de álgebra de todos los tiempos. Euler justificaba la operación de restar $-b$ como equivalente a la de sumar b porque "cancelar una deuda es lo mismo que dar un obsequio".

Jean Le Rond D'Alembert, uno de los grandes intelectuales de la Ilustración, criticó severamente el uso de los números negativos. En un trabajo sobre estos, manifestó: "Si un problema conduce a una solución negativa, quiere decir que una parte de la hipótesis era falsa, pero se tomó como verdadera".

Otra tendencia fue tratar de evitarlos. Un matemático inglés, el barón Francis Masères, que desarrolló un tratado importante sobre la teoría de los seguros de vida, publicó el trabajo *Sobre el uso del signo negativo en álgebra.* En esa obra, trataba de mostrar que no es necesario usar los números negativos, excepto para indicar la sustracción de una cantidad mayor de otra menor, sin desarrollar la operación.


Colport / Alamy / Latinstock.com.mx

Leonhard Euler

© SANTILLANA

Secuencia didáctica 11

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Adición y sustracción
Contenido: Identificas y localizas números con signo en la recta numérica. Utilizas los números simétricos y el valor absoluto.

¿Menor que cero?

Exploro

Convivo en armonía

Date tiempo para conocer la diversidad de características e intereses de tus compañeros. Respetar y valorar esta diversidad te permitirá mantener una convivencia armónica, al tiempo que enriquecerá tus opiniones y tu conocimiento.

1. Reúnete con un compañero y respondan después de leer la información.

La economía de los países depende, en parte, de sus exportaciones (lo que se vende al extranjero) y sus importaciones (lo que se compra al extranjero).
La diferencia entre las exportaciones y las importaciones mide, en cierta manera, el estado de la economía del país. Si las exportaciones son mayores que las importaciones, se tiene un excedente o superávit comercial, mientras que si las importaciones son mayores que las exportaciones, se tiene una perdida o déficit comercial.
En la siguiente tabla se muestra el monto de las exportaciones e importaciones de tres países durante 2016.

País	Exportaciones (en millones de dólares)	Importaciones (en millones de dólares)
México	373 929.6	387 064.5
Argentina	61 027.9	58 779.1
Alemania	1 415 259.8	1 115 123.9

Fuente: SAT, SE, Banxico, Inegi. Balanza Comercial de Mercancías de México (1993-2016). SNIEG. Información de Interés Nacional. Revista Expansión. www.datosmacro.com (consulta: 25 de julio de 2017).

a) ¿Entre qué valores de la recta numérica ubicarías el monto de las exportaciones de Argentina? _____ ¿Y el de las importaciones? _____

b) ¿Cuáles de los países de la tabla tuvieron déficit comercial y cuáles tuvieron superávit? _____

c) Si un país tiene un déficit de 1 000 000 000 de dólares y otro tiene un superávit de 1 000 000 000 de dólares, ¿cómo representarían los datos para que quede clara la diferencia entre estas dos situaciones? _____

_____

- Discutan su propuesta con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo.

Construyo

2. Reúnete con un compañero y respondan después de leer la información.

En las tablas de la siguiente página se encuentran representadas (en grados Celsius) las temperaturas máximas y mínimas de algunas ciudades del mundo en algunos meses.

© SANTILLANA

La unidad internacional de medida de la temperatura es el grado Celsius, cuyo símbolo es °C. Cero grados Celsius (0 °C) es la temperatura a la que se congela el agua a nivel del mar. Si las temperaturas son mayores que 0 °C, se dice que son temperaturas sobre cero y si son menores que 0 °C, se dice que son temperaturas bajo cero. Así, por ejemplo, 15 °C es una temperatura de 15 grados sobre cero y −5 °C es una temperatura de 5 grados bajo cero.

Ciudad de México	Enero	Febrero	Marzo	Diciembre
Máxima (ºC)	27	28	27	27
Mínima (ºC)	3	4	7	7

Nueva York	Enero	Febrero	Marzo	Diciembre
Máxima (ºC)	4	6	10	7
Mínima (ºC)	−3	−2	2	0

Montreal	Enero	Febrero	Marzo	Diciembre
Máxima (ºC)	−4	−3	3	−1
Mínima (ºC)	−12	−10	−5	−7

a) ¿En qué mes la temperatura mínima es más baja en cada ciudad? Localiza estas temperaturas en el termómetro. _____

b) ¿Cuál es la más baja de todas las temperaturas de las tablas? _____

¿En qué ciudad se registró? _____

c) ¿Hace más frío cuando la temperatura es −3 °C o cuando es 3 °C?

_____

d) ¿Hace más frío cuando la temperatura es −7 °C o cuando es −10 °C?

_____

e) Si localizamos en la recta numérica dos números distintos, ¿cómo sabemos cuál de ellos es el menor? _____

f) En la siguiente recta numérica, marquen con un punto rojo la temperatura máxima de Nueva York en el mes de enero.

g) ¿Hay alguna diferencia entre esta última temperatura y la máxima de Montreal en ese mismo mes? _____

¿Dónde localizarían en la recta numérica la temperatura máxima de Montreal en el mes de enero? _____

EdnaM / iStock / Getty Images Plus / www.gettyimages.es

- Discutan sus respuestas y procedimientos con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo sobre cómo representar los números negativos en la recta numérica. Comparen su acuerdo con el texto de la siguiente página.

© SANTILLANA

Números con signo

Para representar cantidades menores que cero se usan *los números negativos*. Estos números se escriben anteponiendo un signo menos, por ejemplo -3, -4.7 o $-\frac{1}{3}$.

Los números mayores que cero se llaman *números positivos* y no es necesario escribir el signo + antes de ellos.

En la recta numérica, los números negativos se ubican a la izquierda del cero (o abajo del cero si la recta está en posición vertical) y los positivos a la derecha del cero (o arriba del cero).

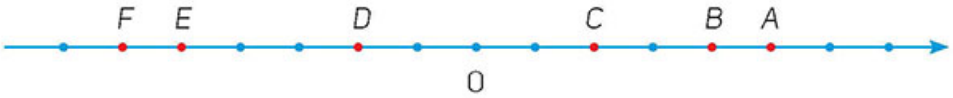
Por ejemplo, en la siguiente recta numérica, el número negativo -2 se ubica dos unidades a la izquierda del cero, mientras que el número positivo 2 se ubica dos unidades a la derecha del cero.

En la recta numérica vertical, el número negativo -1 se localiza una unidad abajo del cero y el número positivo 1 está una unidad arriba del cero.

A los números negativos y positivos se les llama *números con signo*.

3. **Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.**

En la recta numérica están localizados los números -2, 5, 4, 2, -5 y -6.



a) Escriban el número que corresponda a cada letra.

$A =$ _____ $B =$ _____ $C =$ _____ $D =$ _____ $E =$ _____ $F =$ _____

b) ¿Cuál de los números está más lejos del cero? _____

c) ¿Cuál está más cerca del cero? _____

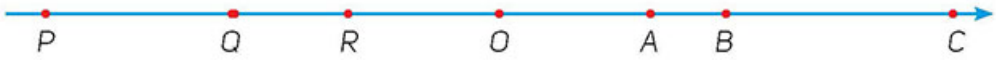
d) ¿Alguna pareja de números está a la misma distancia del cero (independientemente de si está a la derecha o a la izquierda)? _____ En caso afirmativo, ¿cuáles son esos números? _____

- **Comparen sus respuestas con las de sus compañeros.**

© SANTILLANA

4. Haz lo que se pide.

En la siguiente recta numérica están ubicados los puntos *A*, *B*, *C*, *O*, *P*, *Q* y *R*. Mide la distancia de *O* a cada uno de los puntos y responde.



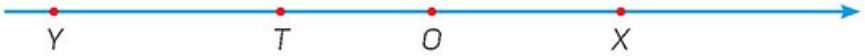
a) ¿Qué parejas de puntos tienen la misma distancia al punto *O*? _____

_____

b) ¿Cuáles segmentos tienen al punto *O* como punto medio? _____

c) Si al punto *O* le asociaras el cero, ¿qué número le asignarías a cada uno de los puntos *P*, *Q*, *R*, *A*, *B* y *C*? _____

d) En la siguiente recta numérica señala puntos *U*, *V* y *W* que tengan la misma distancia a *O* que los puntos *T*, *X* y *Y*.



e) Si al punto *O* le asociaras el cero, ¿qué número le asignarías a cada uno de los puntos *Y*, *T*, *X*, *U*, *V* y *W*? _____

- Discute tus respuestas y procedimientos con tus compañeros.

Valor absoluto

El *valor absoluto* de un número *x* se define como la distancia del número al cero, sin importar si el número está a la derecha o a la izquierda del cero, y se representa así: $|x|$. Por ejemplo:

$$|-5| = |5| = 5, \left|-\frac{3}{2}\right| = \left|\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}, |-2.47| = |2.47| = 2.47$$

Decimos que dos números que tienen el mismo valor absoluto son *simétricos*.
Por ejemplo, 3.14 y −3.14 son simétricos, pues están a la misma distancia del 0.

¿Vamos bien?

Resuelve con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

Localiza en una recta numérica los números 4, 1.5, 2 y $\frac{1}{2}$.

a) ¿Cuál de ellos está más lejos del cero? ____ ¿Cuál está más cerca del cero? ____

b) Localiza en la misma recta el simétrico de cada punto. ¿Cuál de ellos está más lejos del cero? _____ ¿Cuál está más cerca del cero? _____

© SANTILLANA

5. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

En sus cuadernos, dibujen una recta numérica y localicen los números 2, $\frac{1}{4}$, 3, 1.5, 0.5.

a) ¿Cuál es el menor de estos números positivos? _____ ¿Cuál es el mayor? _____ ¿Cuál de ellos tiene mayor valor absoluto? _____ ¿Cuál tiene menor valor absoluto? _____

b) ¿Qué relación observan entre el valor absoluto de dos números positivos y el orden entre ellos? _____

En la misma recta numérica, localicen los números negativos -2, $-\frac{1}{4}$, -3, -1.5, -0.5.

c) ¿Cuál es el menor de estos números? _____ ¿Cuál es el mayor? _____ ¿Cuál de ellos tiene mayor valor absoluto? _____ ¿Cuál tiene menor valor absoluto? _____

d) ¿Qué relación observan entre el valor absoluto de dos números negativos y el orden entre ellos? _____

e) Comparen en su recta numérica los números -2 y 0.5. ¿Cuál de ellos es mayor? _____

- Discutan sus conclusiones con las del resto del grupo.

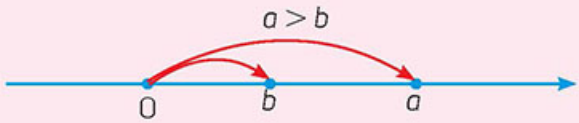
Para saber más

Ingresa al sitio **www.esant.mx/essema1-010** y haz lo que se pide para localizar y ordenar números con signo en la recta numérica.

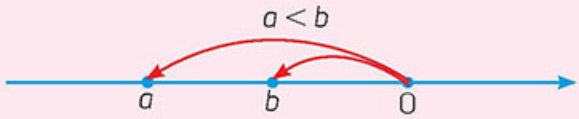
Orden entre números con signo

Recuerden que el número a es menor que el número b si al localizarlos una recta numérica horizontal a queda a la izquierda de b. En tal caso, escribimos $a < b$. Si por el contrario, a queda a la derecha de b, entonces a es mayor que b, situación que representamos como $a > b$.

Si a y b son dos *números positivos, el mayor de ellos es el que tiene mayor valor absoluto, es decir, el que está más lejos del cero.*



Si a y b son dos *números negativos, el menor de ellos es el que tiene mayor valor absoluto*, es decir, el que está más lejos del cero.



Entre dos números con *distinto signo, el menor es siempre el negativo.*

© SANTILLANA

¿Qué aprendí?

Aplico

Resuelve los ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tus compañeros y tu profesor.

1. Una empresa vende autopartes a varias distribuidoras y registra semanalmente cuánto le pagó cada una por los artículos que le envió.

Distribuidora	Monto en pesos
A	12 500
B	−8 700
C	5 450
D	−10 200
E	−5 500

a) ¿Cuáles distribuidoras le deben dinero a la empresa? _____

b) ¿Cuál de ellas le debe más dinero? _____

c) ¿Cuál le debe menos? _____

d) ¿Cuáles distribuidoras le pagaron a la empresa? _____

e) ¿Cuál de las distribuidoras le pagó menos? _____

2. En la siguiente recta, ubica un punto *O* cuya distancia a *A* sea la misma que a *B*.

a) Si le asignaras el número cero al punto *O*, ¿qué número le asignarías a los puntos *A* y *B*? _____

b) Localiza en esa misma recta numérica los dos puntos cuyo valor absoluto es 3.

3. Escribe el simétrico de cada número.

a) 3.7: ____ b) −2.4: ____ c) $-\frac{1}{4}$: ____ d) 0.5: ____ e) $\frac{1}{5}$: ____

4. Encuentra el valor absoluto de los números.

a) $|-3.8| =$ ____ b) $|4.5| =$ ____ c) $|-\frac{1}{4}| =$ ____ d) $|0| =$ ____ e) $|\frac{2}{3}| =$ ____

5. Ordena los números de menor a mayor.

$$-5.3,\ 1.7,\ -0.51,\ -\frac{1}{2},\ 4.3$$

_____ < _____ < _____ < _____ < _____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.

Contenido		
Identifico y localizo números con signo en la recta numérica. Utilizo los números simétricos y el valor absoluto.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

12

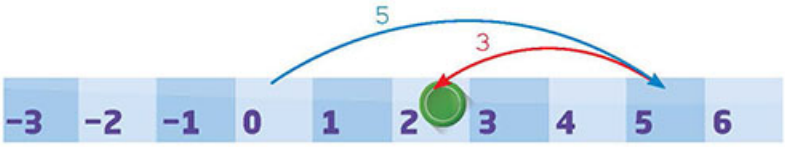
Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Adición y sustracción
Contenido: Resuelves problemas de suma con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

¿Más o menos?

Exploro

1. Reúnete con tres compañeros y hagan lo que se pide.

Por turnos, cada integrante del equipo lanza dos dados, uno azul y uno rojo. En un tablero como el siguiente, partiendo de la casilla de salida 0, mueve a la derecha una ficha (o un papelito con su nombre) tantos lugares como puntos indique el dado azul y hacia la izquierda tantos puntos como indique el dado rojo. Por ejemplo, si el dado azul indicó 5 puntos y el dado rojo indicó 3 puntos, se mueve la ficha cinco lugares a la derecha de la casilla de salida y, partiendo de ahí, tres lugares a la izquierda.



Si no tienen dados, pueden meter en una bolsa seis papelitos azules numerados del 1 al 6 y en otra bolsa seis papelitos rojos numerados del 1 al 6. Sin ver, sacan un papelito de cada bolsa.

a) Después de lanzar una vez cada dado, registren los resultados que obtuvieron en una tabla como la siguiente:

Nombre	Puntos en el dado azul	Puntos en el dado rojo	Posición final
Alumno 1	5	3	2
Alumno 2	1	4	−3
Alumno 3			

b) ¿Quién quedó más lejos de la casilla de salida? _____
¿Qué resultados obtuvo en los dados? _____ ¿Quedó a la derecha o a la izquierda de la casilla de salida? _____

c) ¿Alguno terminó en la casilla de salida? _____ ¿Cómo deben ser los números que aparecen en cada dado para terminar en la casilla de salida? Escriban todos. _____

d) Escriban todos los resultados que pueden aparecer en los dados para terminar en la casilla −3. Para ayudarse, construyan en su cuaderno un diagrama de árbol.

e) ¿Cuáles son todos los resultados que llevarían a quedar en la casilla 2? Para ayudarse, construyan en su cuaderno un diagrama de árbol. _____

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo.

© SANTILLANA

2. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

Construyo

Por turnos vuelvan a lanzar los dados que usaron en la actividad 1, pero ahora registren los resultados del dado rojo como números negativos y los del dado azul como números positivos, como en el siguiente ejemplo.

Nombre	Puntos en el dado azul	Puntos en el dado rojo	Posición final
	3	−2	

Realicen 10 lanzamientos iniciando cada vez en el punto de partida.

a) ¿En cuántos lanzamientos la posición final fue una casilla positiva? _____

¿En esos casos era mayor el valor absoluto del resultado del dado azul (positivos) o del dado rojo (negativos)? _____

b) ¿En cuántos lanzamientos la posición final fue una casilla negativa? _____

¿En esos casos era mayor el valor absoluto del resultado del dado azul (positivos) o del dado rojo (negativos)? _____

- Comparen sus respuestas con las del resto del grupo y, si hay diferencias, lleguen a un acuerdo.

3. Lee el texto y realiza lo que se pide.

La suma de números con signo se puede representar en la recta numérica mediante desplazamientos. Si el sumando es positivo, el desplazamiento se hace hacia la derecha y si el sumando es negativo, el desplazamiento se hace hacia la izquierda. El desplazamiento del segundo sumando se inicia en el punto donde terminó el primero. En las operaciones de números con signo, se acostumbra escribir los negativos entre **paréntesis**, para distinguirlos del signo de la operación.

Sobre las rectas numéricas, representa las siguientes sumas de números con signo y escribe el resultado:

a) 3 + 4 = _____

b) 7 + (−1) = _____

c) (−4) + 8 = _____

© SANTILLANA

d) $(-2) + (-3) =$ _____

e) $3 + (-5) =$ _____

- Compara tus respuestas con las de tus demás compañeros y, si hay errores, corrígelos.

4. Responde lo siguiente.

a) $7 + 5 =$ _____ El signo del resultado de la suma es: _____

b) $(-3) + (-11) =$ _____ El signo del resultado de la suma es: _____

c) Encuentra el resultado de la suma $(-4) + 7 =$ _____ ¿Qué signo tiene el resultado? _____ ¿Cuál de los sumandos tiene mayor valor absoluto: el positivo o el negativo? _____

d) Encuentra el resultado de la suma $5 + (-14) =$ _____ ¿Qué signo tiene el resultado? _____ ¿Cuál de los sumandos tiene mayor valor absoluto: el positivo o el negativo? _____

e) Encuentra el resultado de la suma $(-13) + 20 =$ _____ ¿Qué signo tiene el resultado? _____ ¿Cuál de los sumandos tiene mayor valor absoluto: el positivo o el negativo? _____

f) Encuentra el resultado de la suma $53 + (-73) =$ _____ ¿Qué signo tiene el resultado? _____ ¿Cuál de los sumandos tiene mayor valor absoluto: el positivo o el negativo? _____

Convivo en armonía

Cuando tus compañeros y tú tengan ideas o argumentos distintos, analiza y comprende lo que quieren comunicar. Esto facilitará la discusión de sus ideas para llegar a un acuerdo.

- Compara tus respuestas con las de tus demás compañeros y, si hay diferencias, encuentra el error y corrígelo.

5. Trabajen en equipo.

a) ¿Qué signo tiene la suma de dos números positivos? _____

b) ¿Qué signo tiene la suma de dos números negativos? _____

c) Considerando el valor absoluto de los sumandos, describan en qué casos la suma de un número positivo y uno negativo da como resultado:

- un número positivo _____
- cero _____
- un número negativo _____

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo y, si hay diferencias, lleguen a un consenso. Después comparen su acuerdo con el texto de la siguiente página.

© SANTILLANA

Suma de números positivos y negativos

Para **sumar dos números del mismo signo** (ambos positivos o ambos negativos), se suman sus valores absolutos; el resultado tiene el mismo signo que los sumandos.

Para **sumar dos números de signos contrarios**, se resta el de menor valor absoluto al de mayor valor absoluto; el signo de la suma es el del sumando con mayor valor absoluto.

Por ejemplo, para efectuar la suma $(-11) + 7$, restamos el valor absoluto de 7 al valor absoluto de -11: $|-11| - |7| = 11 - 7 = 4$. Como el sumando con mayor valor absoluto es -11, el signo que le corresponde al resultado es negativo. Es decir:

$$(-11) + 7 = -4.$$

¿Vamos bien?

Resuelve los siguientes ejercicios con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

Localiza en la recta numérica los resultados de las parejas de sumas y escríbelos.

a) $7 + 5 =$ _____ y $5 + 7 =$ _____

b) $(-8) + (-3) =$ _____ y $(-3) + (-8) =$ _____

c) $(-4) + 9 =$ _____ y $9 + (-4) =$ _____

d) $2 + (-2) =$ _____ y $(-2) + 2 =$ _____

¿El orden de los sumandos afecta al resultado? _____

6. Sobre las rectas numéricas, representa las siguientes sumas de números con signo y escribe el resultado:

a) $2.1 + (-3.2) =$ _____

b) $(-0.4) + (-0.5) =$ _____

© SANTILLANA

c) 1.6 + (−1.8) = _____

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros y, si hay errores, corrígelos.

7. Responde lo siguiente.

a) ¿Qué signo tiene el resultado de la suma 1.5 + (−6.8)? _____
¿Cuál de los sumandos tiene mayor valor absoluto: el positivo o el negativo?
_____

b) Encuentra el resultado de la suma 5.01 + (−10.82) = _____
¿Qué signo tiene el resultado? _____ ¿Cuál de los sumandos tiene mayor valor absoluto: el positivo o el negativo? _____

c) Si se quiere que el resultado de la suma (3.8) + (9.2) sea un número negativo, ¿a cuál de los sumandos le debes colocar el signo menos? _____

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros y, si hay diferencias, discutan a qué se deben y lleguen a un acuerdo.

8. Reúnete con un compañero y resuelvan los problemas.

a) La señora Rodríguez debía $1 280.50 a la tienda de artículos electrodomésticos. Hizo un pago de $348.80 y luego otro de $410.60. Representa la deuda como un número negativo y los pagos como números positivos y responde.

¿Cuál era el monto de la deuda después del primer pago? _____
¿Cuál es el monto de la deuda después del segundo pago? _____

b) Un buzo se encuentra a 15.8 m bajo el nivel del mar. Para subir a la plataforma de su barco, debe ascender 17.6 m.
Si se representa la profundidad a la que se encuentra el buzo con un número negativo, ¿a qué altura sobre el nivel del mar se encuentra la plataforma del barco?
_____

c) Como parte de la búsqueda de yacimientos petroleros, un taladro mecánico perfora la corteza terrestre a razón de 8.5 m cada hora.

Si se representa la profundidad a la que se encuentra la punta del taladro mediante un número negativo, ¿a qué profundidad se halla después de dos horas de trabajo? _____ ¿Y después de tres horas? _____

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo y, si encuentran errores, corríjanlos.

© SANTILLANA

9. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

a) Escriban el resultado de la suma $\frac{4}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) =$ _____ ¿Cuál de los sumandos tiene mayor valor absoluto? _____

¿Cuál es el signo del resultado? _____

b) ¿Cuál es el signo de la suma $\frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{4}\right)$? _____ ¿Por qué? _____

_____

c) ¿Cuál es el signo de la suma $-\frac{3}{8} + \left(-\frac{5}{4}\right)$? _____ ¿Por qué? _____

_____

d) Si se quiere que el resultado de la suma $\left(\ \ \frac{1}{7}\right) + \left(\ \ \frac{1}{8}\right)$ sea negativo, ¿a cuál de los sumandos se le debe colocar el signo menos? _____ ¿Por qué?

_____

- Discutan sus respuestas con las de otro equipo y si detectan errores corríjanlos.

¿Vamos bien?

Resuelve los siguientes ejercicios con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

1. Escribe el resultado de las sumas.

a) $(-4.5) + 3.7 =$ _____

b) $(-9.72) + (-3.47) =$ _____

c) $(-8.22) + 7.14 + (-1.7) =$ _____

d) $11.492 + (-21.49) + (-5.9) =$ _____

e) $\frac{3}{5} + \left(-\frac{3}{10}\right) =$ _____

f) $\frac{4}{9} + \left(-\frac{5}{6}\right) =$ _____

g) $\frac{1}{6} + \left(-\frac{2}{6}\right) + \frac{3}{4} =$ _____

h) $\frac{2}{7} + \left(-\frac{3}{7}\right) + \left(-\frac{5}{10}\right) =$ _____

2. Sin efectuar las sumas escribe cuál es el signo del resultado.

a) $12.9 + (-10.7)$: _____

b) $(-1.45) + (-3.5)$: _____

c) $\left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)$: _____

d) $\left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8}$: _____

10. Reúnete con un compañero, analicen la información y respondan en su cuaderno.

La abuelita de Guillermo tiene una tienda de frutas y verduras; para tener actualizado su inventario, decidió anotar los pedidos que debe entregar en la semana, pero una vez anotados ya no supo calcular si tiene suficiente mercancía o si debe comprar más a sus proveedores. Le pidió ayuda a Guillermo, quien encontró la información de la siguiente página.

© SANTILLANA

Producto	Existencias (kg)	Pedidos (kg)
Jitomate	$23\frac{3}{4}$	$-28\frac{1}{2}$
Aguacate	$12\frac{1}{4}$	$-17\frac{3}{4}$
Cebolla	$21\frac{1}{2}$	$-23\frac{3}{4}$
Manzana	$15\frac{1}{4}$	$-19\frac{1}{2}$
Melón	$24\frac{3}{4}$	$-25\frac{1}{4}$

a) ¿Tiene suficiente mercancía o debe comprar más a sus proveedores? _____

b) ¿Qué cantidad de cada producto debe solicitar la abuelita de Guillermo? _____

Aplico

¿Qué aprendí?

Resuelve los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar revisa tus procedimientos y tus resultados con ayuda de tu profesor. Si encuentras errores, corrígelos.

1. Haz las sumas de números con signo.

a) $9 + (-5) =$ _____

b) $3 + (-2) =$ _____

c) $(-3) + 2 =$ _____

d) $3.51 + (-3.45) =$ _____

e) $(-11.6) + (-9.18) =$ _____

f) $\left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{7}{3}\right) =$ _____

g) $(-18.4) + (-20.6) + (-6.9) =$ _____

h) $\left(-\frac{5}{8}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{1}{2} =$ _____

i) $\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{1}{5} =$ _____

j) $\left(-\frac{3}{10}\right) + 0.4 + \left(-\frac{7}{10}\right) =$ _____

k) $\left(\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{3}{14}\right) =$ _____

l) $(-0.6) + \left(-\frac{15}{100}\right) + 0.34 =$ _____

m) $\frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{5}\right) + (-0.25) =$ _____

n) $(-0.35) + \left(-\frac{1}{10}\right) + \frac{22}{50} =$ _____

2. En una calculadora estándar, oprime las teclas indicadas y escribe los resultados que obtengas:

a) [9] [+] [5] [±] [=] _____

b [3] [+] [2] [±] [=] _____

c) [3] [±] [+] [2] [=] _____

Compara los resultados con los de los incisos *a*, *b* y *c* del ejercicio anterior. Usa la calculadora para obtener las sumas de los incisos *d* y *e*.

© SANTILLANA

3. En la siguiente tabla están registrados los ingresos y los gastos de cinco personas durante un mes. Determina si cada persona tuvo pérdidas o ganancias durante ese mes y escribe el resultado en la columna "Saldo".

Nombre	Ingresos	Gastos	Saldo
Angélica	$5 508.20	$3 256.80	
Lucía	$4 324.60	$2 075.50	
Rodolfo	$6 152.90	$8 146.40	
David	$7 401.90	$5 347.50	
Mariana	$3 000.00	$4 250.50	

a) ¿Qué significan los saldos positivos? _____

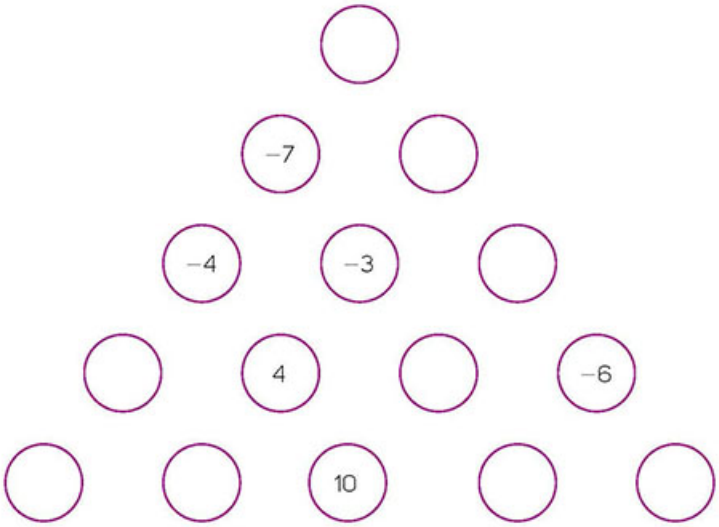
b) ¿Y los negativos? _____

4. Un paciente ingresó a un hospital a las 8:30 con una temperatura de 39.1 °C. ¿Qué temperatura tenía a las 10:00 y a las 11:00 de acuerdo con los datos de la tabla?

Hora	9:00	9:30	10:00	10:30	11:00
Cambio de temperatura (°C)	+0.5	+0.25	−0.75	−1.05	−0.6

Temperatura a las 10:00: _____ Temperatura a las 11:00: _____

5. Coloca los números enteros faltantes en el siguiente esquema. Los números de cada círculo se encuentran sumando los números de los dos círculos adyacentes del renglón debajo de él. Por ejemplo, el −7 del segundo nivel es la suma del −4 y el −3 de los dos círculos adyacentes del tercer nivel.



Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Resuelvo problemas de suma con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

13

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Adición y sustracción
Contenido: Resuelves problemas de resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

Sumas que restan

Exploro

1. Analiza los datos y haz lo que se indica.

La siguiente tabla contiene las temperaturas máxima y mínima por mes en la ciudad de Moscú, Rusia.

Mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
Máx. (°C)	−6	−4	1	9	17	21	22	20	14	7	0	−4
Mín. (°C)	−12	−11	−6	1	7	11	13	11	6	1	−4	−9

a) Localiza en la siguiente recta numérica las temperaturas máxima y mínima del mes de diciembre. Marca con *M* la temperatura máxima y con *m* la mínima.

¿Cuántas unidades hay entre los puntos que marcaste? _____

b) Haz lo mismo con las temperaturas máxima y mínima del mes de marzo.

¿Cuántas unidades hay entre los puntos que marcaste? _____

c) ¿En cuál de los dos meses anteriores la diferencia entre la temperatura máxima y la mínima fue mayor? _____

- Compara tus respuestas con el resto del grupo. Si hay diferencias, discutan a qué se deben y, en caso necesario, corrige tus errores.

Construyo

2. Reúnete con un compañero y realicen lo que se indica.

a) Usen flechas para representar en la siguiente recta numérica la suma 8 + (−2).

¿Cuál es el resultado de la resta 8 − 2? _____ ¿Hay alguna diferencia con el resultado de la suma 8 + (−2)? _____

b) Ahora representen la suma 10 + (−7).

¿Hay alguna diferencia entre el resultado de la suma 10 + (−7) y el de la resta 10 − 7? _____

© SANTILLANA

c) Para determinar el resultado de la resta $2 - 5$, representen en la recta numérica los desplazamientos correspondientes a la suma $2 + (-5)$.

¿Cuál es el resultado de la resta $2 - 5$? _____

d) Determinen el resultado de la resta $-3 - 1$ representando la suma $-3 + (-1)$ en la siguiente recta numérica. ¿Cuál es el resultado? _____

- **Comparen sus resultados con las demás parejas. Después lean el siguiente texto y coméntenlo con su profesor.**

Resta de números positivos y negativos

Dos números que tienen el mismo valor absoluto, pero tienen signos distintos, se llaman **simétricos**. Si a y b son números con signo, la **resta** $a - b$ equivale a la suma $a + (-b)$, donde $-b$ es el simétrico de b.

Ejemplos:

- La resta $23.4 - 7.2$ es igual a la suma $23.4 + (-7.2)$, pues -7.2 es el simétrico de 7.2:

$$23.4 - 7.2 = 23.4 + (-7.2) = 16.2$$

- La resta $18 - (-4)$ es igual a la suma $18 + 4$ ya que 4 es el simétrico de -4:

$$18 - (-4) = 18 + 4 = 22$$

- La resta $-5 - 6$ es igual a la suma $-5 + (-6)$ porque -6 es el simétrico de 6:

$$-5 - 6 = -5 + (-6) = -11$$

3. **Lee el texto y responde.**

La maestra de Matemáticas de Agustín les dictó a sus alumnos las siguientes operaciones para que las realizaran en el cuaderno: "Once menos menos cinco" y "Veintiuno menos menos uno". Agustín escribió lo siguiente:

$11 - -5 =$ $\qquad\qquad$ $21 - -1 =$

a) ¿Cuál fue el error de Agustín al escribir las operaciones? _____

b) ¿Cuál crees que es la mejor forma de distinguir el signo del número del signo de la operación de resta? _____

c) Escribe las restas usando el criterio que decidiste en el inciso anterior y anota su resultado.

_____ $\qquad$ _____

- **Discute con el resto del grupo tu propuesta y lleguen a un acuerdo sobre la forma de distinguir el signo del número y el signo de la operación resta.**

© SANTILLANA

4. Haz lo siguiente.

a) Escribe los números que se indican.

Simétrico de 8: _____ Simétrico de −1: _____ Simétrico de −0.9: _____

Simétrico de 2.5: _____ Simétrico de $-\frac{5}{4}$: _____ Simétrico de $\frac{7}{3}$: _____

b) Escribe las restas como sumas y encuentra el resultado.

$3 - 8 =$ _____ = _____ $-6 - (-2) =$ _____ = _____

$1 - (-0.9) =$ _____ = _____ $-4 - 2.5 =$ _____ = _____

$\frac{3}{2} - \left(-\frac{5}{4}\right) =$ _____ = _____ $\frac{16}{3} - \frac{7}{2} =$ _____ = _____

- Discute tus respuestas con el resto del grupo. Lleguen a un acuerdo y corrijan errores.

5. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

José tiene una papelería y cada semana registra sus ingresos y sus gastos (o egresos) en pesos; estos los escribe como números negativos. En la tabla aparece una parte de los datos de cinco semanas.

Semana	Ingresos	Gastos (egresos)	Saldo
1	1356.00	−841.50	
2	1472.60	−1649.20	
3		−746.80	127.30
4	1265.00		−349.20
5		−1049.70	−23.80

a) ¿Qué operación necesitan realizar para obtener el saldo de cada semana?

_____

b) ¿Cuál fue el saldo de la primera semana? _____

¿Tuvo pérdidas o ganancias? _____

c) ¿Cuál fue el saldo de la segunda semana? _____

¿Tuvo pérdidas o ganancias? _____

d) ¿Cuáles fueron sus ingresos durante la tercera semana? _____

e) ¿Cuáles fueron sus egresos durante la cuarta semana? _____

f) ¿Cuáles fueron sus ingresos durante la quinta semana? _____

- Comparen sus respuestas y procedimientos con los del resto del grupo y, si hay diferencias, encuentren el error y corríjanlo.

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Compara tus respuestas con las de tus compañeros.

Resuelve los problemas.

a) En una escuela de Chihuahua, un día de invierno la temperatura en el patio era de −3 °C, y en el interior del salón de clase era de 16 °C. ¿Cuál era la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior?

b) El mes pasado, el café El Puerto tuvo ingresos de $6 000 y gastos de $4 500, mientras que el café La Placita tuvo, durante el mismo periodo, ingresos de $5 600 y gastos de $5 850. La ganancia es la diferencia de ingresos menos gastos. ¿Cuál de los negocios tuvo mayor ganancia?

6. Reúnete con dos compañeros y hagan lo que se pide.

a) Representen en la recta numérica la resta 5 − 3.

b) Discutan cómo representarían la resta 5 − (−3). ¿Puede tener la misma representación que la resta 5 − 3? ¿Cuál creen que sea la diferencia? _____

_____

_____

c) Representen en la recta numérica las restas −6 − 3 y −6 − (−3).

d) Comparen la representación de la resta (−6) − (−3) con la de la suma (−6) + 3 y escriban sus observaciones. _____

_____

_____

- Comparen sus resultados con los de los demás equipos. Después lean el siguiente texto y coméntenlo con su profesor.

Convivo en armonía

Al trabajar en equipos puedes proponer tantas ideas como se te ocurran, pero también escucha las sugerencias de tus compañeros. Puede ser que estas se complementen y, juntos, logren una mejor estrategia de solución.

© SANTILLANA

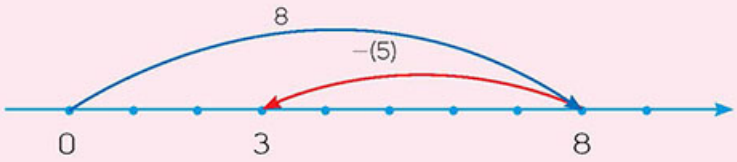
Glosario

minuendo y sustraendo. En la resta $a - b$, el término a se llama minuendo y el término b se llama sustraendo. Por ejemplo, en la resta $10 - 6$, 10 es el minuendo y 6 el sustraendo.

Representación de la resta en la recta numérica

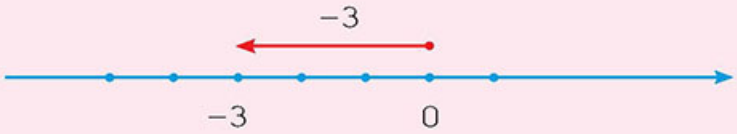
Como observaron en la actividad anterior, la **resta de números con signo** también se puede representar en la recta numérica mediante desplazamientos. Primero se señala el desplazamiento correspondiente al **minuendo** y luego se marca el del **sustraendo** avanzando en sentido contrario al signo del sustraendo.

Por ejemplo, la resta $8 - 5 = 3$ se puede representar como sigue:

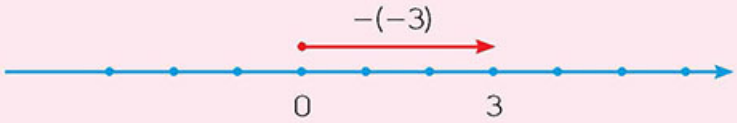


Observa que para representar la resta es necesario invertir el sentido del movimiento del sustraendo.

Por ejemplo, como ya habíamos visto antes, un desplazamiento de -3 unidades (que puede pensarse como la resta $0 - 3 = -3$) se representa de la siguiente manera:



Pero un desplazamiento de $-(-3)$ unidades se representa como sigue, pues $-(-3)$ es el simétrico de -3 y los números simétricos se encuentran en lados opuestos del 0.



Para saber más

Ingresa al sitio **www.esant.mx/essema1-011** y practica la suma y resta de números con signo resolviendo las operaciones que aparecen.

7. Representa las restas en la recta numérica y escribe el resultado.

a) $9 - 5 =$ _____

b) $10 - 4 =$ _____

© SANTILLANA

c) $(-3) - 7 =$ _____

d) $2 - (-0.5) =$ _____

e) $(-1.5) - 3.5 =$ _____

- Discute tus respuestas y observaciones con el resto del grupo.

8. Reúnete con un compañero y resuelvan los problemas.

a) Un helicóptero sobrevuela una bahía a 304.6 m de altura mientras un submarino se encuentra a 451.5 m bajo el nivel del mar (−451 .5 m). ¿Cuál es la distancia entre ambos artefactos cuando el helicótero pasa por encima del submarino?

_____

b) En una nave industrial, un congelador se encuentra a −6.2 °C. Si la temperatura ambiente en la nave industrial es de 23.4 °C, ¿cuál es la diferencia de temperaturas? _____

c) Cierta ciudad amaneció un día de enero con una temperatura de −13.3 °C y dos horas después la temperatura era de −10.8 °C. ¿De cuánto fue el incremento de temperatura? _____

d) Los ingresos y los gastos (de lunes a viernes) de una tienda de abarrotes están descritos en la tabla. Calcula el saldo diario de la tienda y completa la tabla.

Día	Ventas ($)	Pago a proveedores ($)	Pago a empleados ($)	Saldo($)
Lunes	4 109.60	−2 349.00	−440.00	
Martes	3 846.20	−6 350.50	−440.00	
Miércoles	2 345.50	−1 200.80	−440.00	
Jueves	4 202.70	−3 749.90	−440.00	
Viernes	5 060.90	−6 349.00	−440.00	

¿Cuál es el saldo al final de esos cinco días? _____

- Comparen sus respuestas con las de otro equipo y, si detectan errores, discutan a qué se deben y corríjanlos.

© SANTILLANA

Aplico

¿Qué aprendí?

Trabaja los ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tus compañeros y tu profesor.

1. Realiza las restas de números con signo.

a) $(-26) - (-53) =$ _____

b) $54 - (-262) =$ _____

c) $(-329) - (-423) =$ _____

d) $39 - (-87) =$ _____

e) $(-876.54) - (-933.19) =$ _____

f) $\left(-\frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right) =$ _____

g) $\frac{3}{4} - \left(-\frac{2}{3}\right) =$ _____

h) $\left(-\frac{5}{9}\right) - \left(\frac{7}{27}\right) =$ _____

2. Encuentra el número faltante en cada caso.

a) $-76 -$ ____ $= -12$

b) ____ $- (-13) = -63$

c) $103.4 -$ ____ $= 117.6$

d) $\left(-\frac{4}{9}\right) -$ ____ $= -\frac{1}{9}$

e) ____ $-15.4 = -22.9$

f) ____ $- \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{2}{3}$

3. La distancia entre dos puntos en la recta numérica se define como el valor absoluto de la diferencia entre dichos números. Por ejemplo, la distancia entre los puntos -5 y 4 se encuentra haciendo la resta $4 - (-5)$ y obteniendo el valor absoluto del resultado. Calcula la distancia que hay entre las siguientes parejas de números:

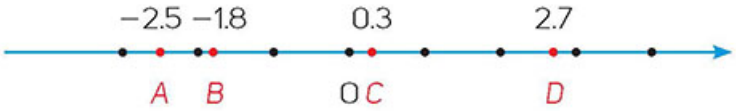
a) 5 y 8 _____

b) 10.6 y -2.3 _____

c) $-\frac{4}{7}$ y $\frac{5}{8}$ _____

d) $-\frac{2}{9}$ y $-\frac{11}{36}$ _____

4. Utiliza los datos de la recta numérica para calcular las distancias solicitadas.



a) De *A* a *D*: _____

b) De *A* a *B*: _____

c) De *B* a *C*: _____

d) De *B* a *D*: _____

e) De *C* a *D*: _____

5. Resuelve los problemas y escribe las operaciones que realizaste.

a) Un buzo debe sumergirse en el mar a cierta profundidad. Primero se sumerge $\frac{2}{5}$ partes del trayecto y después $\frac{1}{6}$ parte. Escribe como números negativos las fracciones del descenso del buzo y encuentra la fracción del trayecto que ha hecho.

_____

Operaciones: _____

© SANTILLANA

b) Mario dedica $\frac{5}{12}$ partes del día a trabajar y transportarse al trabajo, $\frac{1}{8}$ del día a hacer ejercicio y $\frac{1}{4}$ parte del día a dormir. Si escribes como números negativos las fracciones del día que tiene ocupadas, ¿qué fracción del día tiene ocupada?

_____

Operaciones: _____

6. La siguiente tabla muestra el monto (en millones de dólares) de las exportaciones y las importaciones de nuestro país en algunos meses de 2016.

Mes	Exportaciones	Importaciones	Déficit o superávit
Junio	31 949.4		−516.6
Julio	29 772.5		−1 824.9
Agosto		34 330	−1 883.9
Septiembre	32 700.6	34 227.6	
Octubre	32 595.9		−897.5
Noviembre		34 265	72.6
Diciembre		33 204.1	−10.7

Fuente: SAT, SE, Banxico, Inegi. Balanza Comercial de Mercancías de México

a) Encuentra los datos faltantes en la tabla.

b) ¿En qué mes fue mayor el déficit comercial? _____

7. En la tabla se muestran los años de florecimiento de varias culturas a lo largo de la historia. Los números negativos representan fechas antes de nuestra era (a. n. e.).

Cultura	Año de florecimiento
Olmeca	−500
Maya	1400
Grecia antigua	−400
Roma antigua	−200
Azteca	1450

a) ¿Cuántos años de diferencia hay entre el florecimiento de la cultura olmeca y la Grecia antigua? _____

b) ¿Y entre la cultura olmeca y la Roma antigua? _____

c) ¿Cuántos años de diferencia hay entre el florecimiento de la cultura Roma antigua y la Grecia antigua? _____

d) ¿Cuántos años de diferencia hay entre el florecimiento de la cultura maya y la azteca? _____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Resuelvo problemas de resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Un alto en la espiral

Realiza lo que se indica. Con base en tus resultados, y con ayuda de tu profesor, identifica las secuencias correspondientes a los contenidos que debes repasar.

1. Localiza en la recta numérica los siguientes números con signo: -3.5, 2, $-\frac{3}{2}$ y -2.

2. Escribe el simétrico de los siguientes números con signo.

   a) 1.5: _____
   b) -3: _____
   c) -11.74: _____
   d) 108.49: _____
   e) $-\frac{11}{15}$: _____
   f) $\frac{25}{30}$: _____

3. Llena los espacios.

   a) $|6.9| = |-6.9| =$ _____
   b) $|-43.5| = |$ _____ $| =$ _____
   c) $|$ _____ $| = |$ _____ $| = \frac{5}{8}$

4. Ordena de menor a mayor los siguientes números con signo:

$$4.7,\ -2.4,\ 1.2,\ -\frac{3}{5},\ \text{y } 2.3$$

_____ < _____ < _____ < _____ < _____

5. Subraya las afirmaciones verdaderas.

   a) Todo número negativo es menor que cualquier número positivo.
   b) Un número siempre es mayor que su simétrico.
   c) El menor de dos números negativos tiene mayor valor absoluto.
   d) El 0 es el menor número posible.

6. Encuentra el resultado de las sumas de números con signo.

   a) $(-684) + 832 =$ _____
   b) $(-10.2) + (-36.7) =$ _____
   c) $(-1) + \left(-\frac{2}{3}\right) =$ _____
   d) $103 + (-109) =$ _____

7. Encuentra el resultado de las restas de números con signo.

   a) $7 - (-5) =$ _____
   b) $(-4) - 9 =$ _____

© SANTILLANA

8. Encuentra los números faltantes en cada caso.

a) $5 - _____ = 4$

b) $(-9) - _____ = 4$

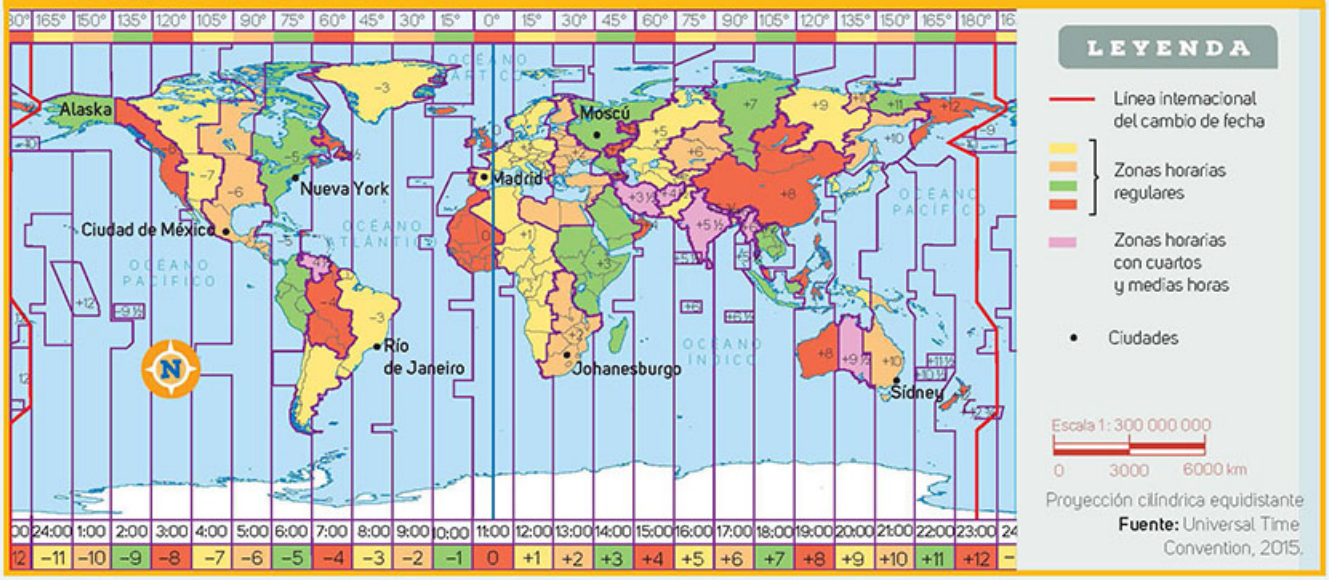
c) $_____ - (-1) = 2$

d) $(-86.7) - _____ = (-75.4)$

9. Analiza la información y contesta.

En la parte inferior del siguiente planisferio se muestra una especie de recta numérica. Como lo estudiaste en tu clase de Geografía, el 0 corresponde al meridiano de Greenwich, llamado también meridiano 0. Este meridiano se toma como referencia para calcular la hora en los demás puntos de la Tierra.
Para determinar la hora en cierto lugar del planeta nos fijamos en el número que le corresponde al lugar y calculamos la diferencia con el meridiano 0. Por ejemplo, si en el meridiano 0 son las 11 horas, en la franja del mundo ubicada a la altura del +10 son las 11 + 10 = 21 horas, como en Sídney, Australia.

Husos y horarios del mundo



Si en el meridiano 0 son las 8 horas:

a) ¿Qué hora es en la región central de la República Mexicana? _____

b) ¿Qué hora es en Alaska? _____

10. El monte Éverest (en Nepal) tiene una altura de 8 848 metros sobre el nivel del mar y la fosa de las Marianas (en el océano Pacífico) tiene una profundidad de 11 034 metros bajo el nivel del mar. ¿Cuál es la distancia vertical entre la punta del monte Éverest y el punto más bajo de la fosa de las Marianas?

- Reflexiona sobre tus resultados y, con tu profesor, busca estrategias para fortalecer tus áreas de oportunidad.

En la columna "Nota", marca una ✔ en los reactivos que resolviste correctamente.

Reactivo	Nota	Secuencia	Páginas
1		11	100-105
2		11	100-105
3		11	100-105
4		11	100-105
5		11	100-105
6		12	106-113
7		13	114-121
8		13	114-121
9		12 y 13	106-121
10		13	114-121

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

14

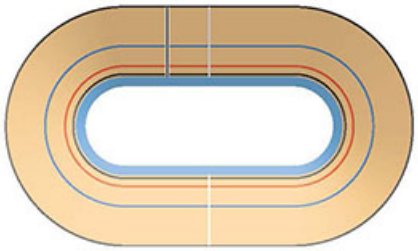
Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Multiplicación y división
Contenido: Resuelves problemas de multiplicación con fracciones.

Partes de partes

Exploro

1. Lee y responde.

Miguel, José y Adrián practican ciclismo en un velódromo de 250 metros de longitud.



Miguel dio seis vueltas, José cinco vueltas y Adrián tuvo un fuerte calambre al empezar, así que solamente hizo $\frac{3}{5}$ partes de una vuelta.

a) ¿Cuántos metros recorrió Miguel? Escribe la operación y el resultado.

_____

b) ¿Cuántos metros recorrió José? Escribe la operación y el resultado.

_____

c) ¿Cuántos metros son la quinta parte de 250 m? _____

d) ¿Cuántos metros son $\frac{3}{5}$ partes de 250 m? _____

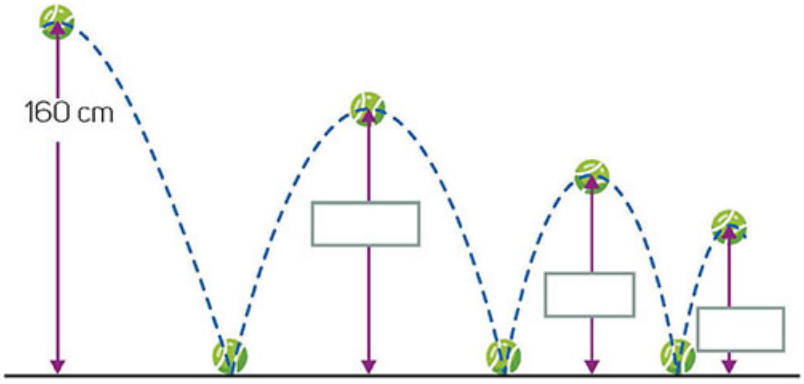
e) Entonces, ¿cuántos metros recorrió Adrián? _____

- Compara tus respuestas con un compañero y, si encuentran diferencias, analicen a qué se deben.

Construyo

2. Realiza con un compañero lo que se indica.

Cada vez que una pelota cae al suelo, rebota hasta $\frac{3}{4}$ de la altura desde la cual cayó. Se deja caer esta pelota desde una altura de 160 cm.



© SANTILLANA

a) Para determinar la altura que alcanza la pelota después del primer rebote, calcula cuántos centímetros son $\frac{3}{4}$ de 160 cm. _____

b) ¿Hasta qué altura llegará después del segundo rebote? Escriban la operación y el resultado simplificado. _____

c) ¿Cuál es la altura que alcanzará después del tercer rebote? Escriban la operación y el resultado simplificado. _____

d) Escriban en la ilustración las cantidades que obtuvieron.

- **Comparen sus respuestas con otra pareja de compañeros y verifiquen que sean iguales.**

Multiplicación de un número natural por una fracción

Para calcular la parte de un número natural n indicada por una fracción $\frac{a}{b}$, se divide n entre b y el resultado se multiplica por a.

Por ejemplo, las $\frac{5}{12}$ partes de 60 se obtienen dividiendo 60 entre 12 y multiplicando el resultado por 5.

$$60 \times \frac{5}{12} = \frac{60}{12} \times 5 = 5 \times 5 = 25$$

Se obtiene el mismo resultado si primero se multiplica el número n por a y el resultado se divide entre b. En el ejemplo anterior, multiplicamos 60 por 5 y dividimos el resultado entre 12.

$$60 \times \frac{5}{12} = \frac{60 \times 5}{12} = \frac{300}{12} = 25$$

Estas dos operaciones, realizadas en cualquier orden, forman lo que se conoce como multiplicación de un número natural n por una fracción $\frac{a}{b}$. Es decir:

$$n \times \frac{a}{b} = \frac{n}{b} \times a = \frac{n \times a}{b} = \frac{na}{b}$$

3. **Resuelve los siguientes problemas con un compañero.**

a) Carla quiere hacer un pastel de chocolate con una receta de su mamá. La receta dice que para 6 personas se requieren 4 huevos.

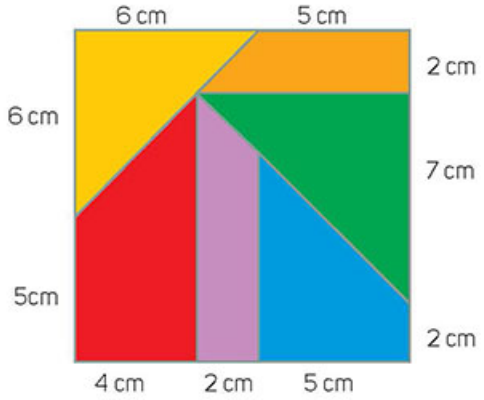
- ¿Cuántos huevos necesita Carla si su pastel será para 12 personas? _____
- A última hora supo que llegarían tres personas más. Para determinar cuántos huevos requiere, calcula primero qué fracción de huevo se necesita por persona de acuerdo con la receta. _____
- ¿Cuántos huevos requiere Carla si su pastel es ahora para 15 personas? _____

Para saber más

Entra al sitio **www.esant.mx/essema1-012** y explora. ¿Por qué fracción se debe multiplicar 12 para obtener 3? Construye tres productos con resultado 3 en los que se usen números diferentes.

© SANTILLANA

b) En una actividad con sus alumnos, la maestra Estela va trazar piezas como las siguientes para formar cuadrados.



Pero quiere que sus piezas sean más grandes y decide que la longitud de 4 cm marcada en la ilustración sea de 7 cm.

- ¿Por qué fracción debes multiplicar cada cantidad de la ilustración para determinar qué número le corresponde en la ampliación? _____
- Escribe las cantidades correspondientes:

  4 cm cambia a 7 cm.

  2 cm cambia a _____.

  5 cm cambia a _____.

  6 cm cambia a _____.

  7 cm cambia a _____.
- ¿Cuánto medirá cada lado del cuadrado de la figura ampliada? _____

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus respuestas con tus compañeros.

Ale tiene una fotografía rectangular de 10 × 15 cm. Como le gusta mucho, mandó hacer varias copias ampliándola y reduciéndola, como se indica:

- Una ampliación en la que el lado menor mida 20 cm
- Una reducción en la que el lado menor mida 5 cm
- Otra reducción en la que el lado menor mida 8 cm

a) ¿Cuánto mide el lado más grande de la fotografía ampliada? _____

b) ¿Cuánto mide el mayor de los lados de la primera reducción? _____

c) ¿Cuánto mide el lado más largo de la segunda reducción? _____

© SANTILLANA

4. Contesta con un compañero.

a) ¿Qué parte de un litro es la cuarta parte de medio litro? _____

b) ¿Qué parte de una hora es la tercera parte de un cuarto de hora? _____

c) Si la mitad de un lienzo de tela se divide en tres partes iguales, ¿qué fracción del lienzo representa cada parte obtenida? _____

- Comparen su procedimiento y sus resultados con sus compañeros. Argumenten por qué piensan que su procedimiento es correcto.

5. Lee y contesta.

Laura y Jimena corren en una pista cuya longitud es de $\frac{3}{4}$ de kilómetro. Laura alcanza a dar 3 vueltas y media, pero Jimena solo corre $\frac{4}{5}$ partes de la pista.

a) ¿Qué operación debes hacer para determinar cuántos kilómetros corrió Laura?

_____

b) ¿Cuánto es 3 veces $\frac{3}{4}$ de kilómetro? _____

c) ¿Cuánto es la mitad de $\frac{3}{4}$ de kilómetro? _____

d) ¿Qué fracción de kilómetro corrió Laura? Escribe el resultado como un número mixto. _____

e) ¿Qué operación debes hacer para determinar cuántos kilómetros corrió Jimena?

_____

f) Realiza la división $\frac{3}{4} \div 5$ y multiplica el resultado por 4. Luego simplifica. ¿Qué fracción de kilómetro recorrió Jimena? _____

- ¿Todos llegaron a los mismos resultados? Discutan las diferencias que encuentren.

6. Resuelve el problema con un compañero.

Ale tiene una fotografía de $\frac{21}{2}$ de cm de ancho y $\frac{33}{2}$ de cm de largo. Quiere hacer una reducción de manera que en la nueva foto el largo y el ancho sean $\frac{3}{4}$ partes de las dimensiones actuales.

a) ¿Qué operaciones deben hacer para obtener las dimensiones de la reducción?

_____

_____

b) ¿Cuántos cm mide de ancho la copia reducida? _____

c) ¿Cuántos cm mide de la largo la reducción? _____

- Comparen sus respuestas y sus procedimientos con sus compañeros. Lleguen a un acuerdo acerca de cuáles son correctos y cuáles no.

© SANTILLANA

7. Realiza las operaciones con un compañero.

a) Para multiplicar $\frac{5}{6}$ por $\frac{3}{5}$, pueden dividir $\frac{5}{6}$ entre 5 y multiplicar el resultado por 3. Escriban el resultado simplificado.

$\frac{5}{6} \times \frac{3}{5} =$ _____

b) También pueden multiplicar $\frac{5}{6}$ por 3 y dividir el resultado entre 5. Realicen estas operaciones y escriban el resultado simplificado.

$\frac{5}{6} \times \frac{3}{5} =$ _____

c) Realicen las multiplicaciones.

$\frac{1}{7} \times \frac{3}{7} =$ _____ $\frac{2}{5} \times \frac{2}{9} =$ _____ $\frac{4}{9} \times \frac{4}{5} =$ _____

d) Observen los numeradores de las fracciones que multiplican en cada caso. ¿Qué operación deben hacer con ellos para obtener el numerador del resultado?

_____

e) Revisen los denominadores de las fracciones que multiplican en cada caso. ¿Qué operación entre ellos permite obtener el denominador del resultado?

_____

- Comparen sus respuestas con la siguiente información.

Multiplicación de dos fracciones

El producto de dos fracciones es igual al producto de los numeradores entre el producto de los denominadores. Es decir:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}$$

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus resultados y tus procedimientos con tus compañeros y corrige los errores que encuentres.

I. Realiza las operaciones.

a) $\frac{5}{9} \times \frac{8}{9} =$ _____ b) $\frac{10}{7} \times \frac{2}{5} =$ _____ c) $\frac{13}{8} \times \frac{1}{8} =$ _____

II. De una jarra con $\frac{3}{4}$ de litro de agua de limón, se han consumido $\frac{2}{5}$ partes.

a) ¿Qué fracción de litro se consumió? _____

b) ¿Qué fracción de litro queda en la jarra? _____

© SANTILLANA

¿Qué aprendí?

Aplico

Resuelve los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y tus resultados con ayuda de tu profesor.

1. Un tornillo penetra $\frac{2}{5}$ de milímetro por cada vuelta que gira. Si haces que gire 4 vueltas y media, ¿qué distancia penetra el tornillo? Escribe la respuesta como número mixto. _____

2. Una finca se divide en tres parcelas. La primera abarca $\frac{4}{7}$ de la superficie de la finca. La segunda tiene una superficie igual a la mitad de la primera. La tercera es lo que sobra de la finca.

   a) ¿Qué fracción de la superficie de la finca abarca la segunda parcela? Escribe la operación y el resultado. _____

   b) ¿Qué fracción de la finca es la superficie de la tercera parcela? Escribe la operación y el resultado. _____

   c) Si la finca tiene 140 hectáreas, ¿cuánto mide cada una de las parcelas? _____

3. Lucía tenía un listón. Le regaló a su hermanita la mitad del listón. A su mamá le regaló la mitad del listón que le quedaba. Luego le regaló a su amiga Maricela la mitad del listón que le quedaba. Al final, se quedó con un metro de listón.

   Imagina que el segmento $\overline{AB}$ representa el listón que Lucía tenía originalmente.

   a) ¿Qué parte del listón le quedó al final a Lucía? _____

   b) ¿Cuántos metros de listón tenía Lucía al principio? _____

4. Un campesino dice: "Las heladas me estropearon $\frac{3}{10}$ de la cosecha. Una plaga me hizo perder $\frac{3}{10}$ partes de lo que me quedaba. Y después de recoger la cosecha, una inundación me hizo perder $\frac{4}{10}$ de lo que tenía almacenado". Un amigo comenta: "Como $\frac{3}{10}$ más $\frac{3}{10}$ más $\frac{4}{10}$ suman 1, entonces ya no te quedó nada".

   a) Para averiguar si el amigo tiene razón, completa la tabla.

Razón	Perdió:	Le quedó:
Heladas	$\frac{3}{10}$ de la cosecha	
Plaga		
Inundación		

   b) ¿Tiene razón el amigo? _____ Explica tu respuesta.

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.

Contenido		
Resuelvo problemas de multiplicación con fracciones.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

15

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Multiplicación y división
Contenido: Resuelves problemas de multiplicación y división con decimales.

Multiplicación y división con decimales

Exploro

1. Resuelve.

a) ¿Cuánto dinero representan 8 billetes de 50 pesos? _____

Escribe el resultado de la multiplicación 8×50. _____

b) ¿Cuántos pesos representan 8 monedas de 50 centavos? _____

Escribe el resultado de la multiplicación 8×0.50. _____

c) Supongamos que tienes $120 en billetes de 20 pesos. ¿Cuánto dinero tendrías si cada billete fuera reemplazado por una moneda de 20 centavos? _____

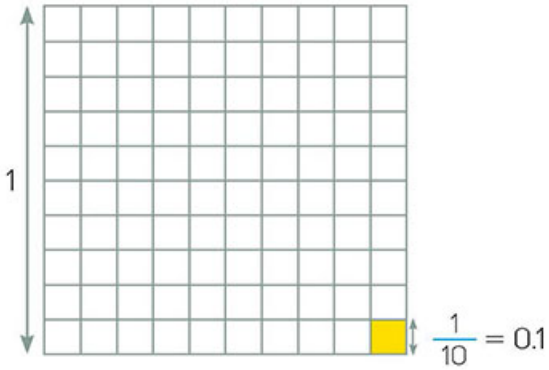
d) ¿Cuál es la diferencia entre los resultados de las multiplicaciones 6×20 y 6×0.20? _____

- Compara tus resultados con tus compañeros y decidan entre todos cuáles respuestas son correctas y cuáles no.

Construyo

2. Lee y contesta.

El siguiente cuadrado tiene lados iguales a una unidad y cada lado se dividió en 10 partes iguales, así que el cuadrito amarillo tiene lados de longitud $\frac{1}{10} = 0.1\ u$.



a) Escribe el resultado de la multiplicación $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$. _____

b) Convierte a número decimal la fracción que obtuviste. _____

© SANTILLANA

c) Entonces, ¿cuál es el área del cuadrito de lado 0.1 *u*?

$0.1 \times 0.1 =$ _____ unidades cuadradas

- Verifica tus respuestas comparándolas con las de tus compañeros y discutiendo las diferencias.

3. Realiza con un compañero lo que se indica.

a) En el cuadrado anterior, coloreen un rectángulo que tenga lados 0.2 y 0.3. ¿Cuántos cuadrados pequeños colorearon? _____

b) Suma las áreas de los cuadrados pequeños coloreados. ¿Qué número decimal representa el área coloreada? _____

c) Escriban en número decimal el resultado de $0.2 \times 0.3 =$ _____.

d) Coloreen un rectángulo que tenga lados 0.5 y 0.4. ¿Cuántos cuadrados pequeños colorearon? _____

e) Escriban en número decimal el resultado de la multiplicación $0.5 \times 0.4 =$ _____.

f) ¿Cuál es la diferencia entre el resultado anterior y el del producto 5×4? _____

g) En la misma figura, coloreen un rectángulo cuya área sea 0.08. ¿Cuántos cuadritos debe abarcar este rectángulo? _____

h) Observen los lados que tiene ese rectángulo y escriban la multiplicación que determina su área. _____

- Comparen sus respuestas con sus compañeros y discútanlas hasta llegar a un acuerdo sobre cuáles son correctas y cuáles no.

4. Completa la siguiente tabla y contesta.

a) Escribe en cada celda el producto correspondiente. Si es necesario, convierte los decimales a fracciones, por ejemplo:

$$0.01 \times 0.001 = \frac{1}{100} \times \frac{1}{1000} = \frac{1}{100000} = 0.00001$$

×	0.1	0.01	0.001	0.0001	0.00001
0.1					
0.01					
0.001					
0.0001					
0.00001					

© SANTILLANA

b) ¿Qué relación hay entre el número de cifras que están después del punto decimal en el producto y el número de cifras que están después del punto decimal en los factores? _____

c) Escribe una regla para determinar cuántas cifras después del punto decimal tiene el resultado de una multiplicación de números decimales. _____

_____

- Compara la siguiente información con la regla que escribiste.

Producto de dos números decimales

Para calcular el producto de dos números decimales, se multiplican los números sin tomar en cuenta el punto decimal, se suma el número de cifras que aparecen a la derecha del punto decimal en cada factor y, finalmente, en el resultado de la multiplicación se cuenta de derecha a izquierda tantos lugares como cifras decimales hayan sumado ambos factores. Ahí se coloca el punto decimal.
Por ejemplo, para multiplicar 0.7 por 3.002, se calcula primero $7 \times 3002 = 21014$. Como en los factores hay cuatro cifras después del punto decimal, el resultado es

$$0.7 \times 3.002 = 2.1014$$

De la misma forma se obtiene:

$$0.07 \times 3.002 = 0.21014$$
$$0.007 \times 3.002 = 0.021014$$

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente aplicando lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

Una compañía telefónica anuncia que su tarifa es de $1.79 por minuto de llamada en teléfono móvil. Supongamos que la compañía solo cobra el tiempo exacto que dura una llamada.

a) Completa la tabla.

Tiempo (minutos)	2	1.5	1.2	0.8	0.7	0.6
Costo ($)						

b) Si multiplicas 1.79 por un número mayor que 1, ¿se obtiene un número mayor, menor o igual que 1.79? _____

c) Si multiplicas 1.79 por un número menor que 1, ¿se obtiene un número mayor, menor o igual que 1.79? _____

© SANTILLANA

5. Lee y responde.

a) ¿Cuántas veces debes sumar 0.05 para obtener 0.45? _____

b) Completa la multiplicación: 0.05 × _____ = 0.45.

c) Escribe el resultado de la división 0.45 ÷ 0.05. _____

d) ¿Cuántos recipientes de 0.25 litros se pueden llenar con 1.75 litros de leche con chocolate? Escribe la operación y el resultado. _____

e) ¿Cuántos vasos de 0.3 litros se pueden llenar con 2.1 litros de agua de chía? Escribe la operación y el resultado. _____

- Compara tus resultados y tus procedimientos con tus compañeros.

Formas de escribir una división

Una división $b\overline{)a}$, en la que $b \neq 0$, también se puede escribir en la forma $\frac{a}{b}$, por ejemplo: $2.34\overline{)7.328} = \frac{7.328}{2.34}$.

Es decir, la expresión $\frac{a}{b}$ se puede interpretar como la **división de *a* entre *b*** o como la **razón *a* es a *b*** aun cuando estos números no sean enteros.

Cuando a y b son números enteros, $\frac{a}{b}$ es una fracción y, además de las interpretaciones anteriores, tiene otra basada en fraccionar unidades en partes iguales. Por ejemplo, $\frac{5}{7}$ representa tomar 5 partes de las que se obtienen al dividir la unidad en 7 partes iguales.

6. Realiza las operaciones y escribe lo que se indica.

$28\overline{)224}$ $\quad$ $280\overline{)2240}$ $\quad$ $2800\overline{)22400}$ $\quad$ $28000\overline{)224000}$

Escribe una regla acerca de lo que ocurre con el cociente de dos números cuando el dividendo y el divisor se multiplican por 10, 100, 1000 o cualquier otra potencia de 10.

_____

_____

_____

- Compara con tus compañeros tus resultados y la regla que escribiste. Lleguen a un acuerdo con ayuda del profesor.

© SANTILLANA

7. En parejas, lean y hagan lo que se indica.

a) Si multiplican cualquier número *a* por 1, ¿cuál es el resultado? _____

b) Si dividen cualquier número *b*, distinto de 0, entre él mismo, ¿cuál es el resultado?

_____

Usando lo anterior, se cumplen las siguientes igualdades:

$$\frac{7.2}{2.9} = \frac{7.2}{2.9} \times 1 = \frac{7.2}{2.9} \times \frac{10}{10} = \frac{72}{29}.$$

c) En las siguientes igualdades, escriban el 1 como $\frac{10}{10}$, $\frac{100}{100}$ o como $\frac{1000}{1000}$ de manera que al multiplicar, se obtengan números enteros tanto en el dividendo como en el divisor:

$$\frac{0.7}{0.5} = \frac{0.7}{0.5} \times 1 = \frac{0.7 \times ____}{0.5 \times ____} = ____$$

$$\frac{4.16}{0.9} = \frac{4.16}{0.9} \times 1 = \frac{4.16 \times ____}{0.9 \times ____} = ____$$

$$\frac{28.03}{7.215} = \frac{28.03}{7.215} \times 1 = \frac{28.03 \times ____}{7.215 \times ____} = ____$$

d) Ahora escriban divisiones equivalentes a las siguientes, en las que tanto el dividendo como el divisor sean enteros, como en el ejemplo.

$2.9\overline{)7.2}$ es equivalente a $29\overline{)72}$. $0.5\overline{)0.7}$ es equivalente a _____.

$0.9\overline{)4.16}$ es equivalente a _____.

$7.215\overline{)28.03}$ es equivalente a _____.

- Comparen sus respuestas con sus compañeros.

División entre números decimales

Una **división entre dos números decimales** se convierte en una división entre números enteros multiplicando el dividendo y el divisor por una misma potencia de 10.

Para hacer una división entre dos números decimales es suficiente con multiplicar ambos números por una potencia de 10 que garantice que el divisor se convierte en un entero.

Por ejemplo, para realizar la división $0.012\overline{)0.8952}$, se multiplica por $10^3 = 1000$ el dividendo y el divisor, para obtener:

$$\begin{array}{r} 74.6 \\ 12\overline{)895.2} \\ 55 \\ 72 \\ 0 \end{array}$$

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Aplica en los siguientes ejercicios lo que has aprendido. Al terminar, verifica tus respuestas comparándolas con las de tus compañeros.

Realiza las divisiones en tu cuaderno y escribe la respuesta.

a) 45.2 ÷ 5 = _____

b) 0.874 ÷ 20 = _____

c) 12.24 ÷ 1.2 = _____

d) 347.25 ÷ 3.5 = _____

8. Realiza las divisiones y responde.

35.49 ÷ 10 = _____ 35.49 ÷ 100 = _____

35.49 ÷ 1000 = _____ 35.49 ÷ 10000 = _____

a) ¿Cómo cambió la posición del punto decimal en la división entre 10? _____

b) ¿Cuántos lugares se recorrió el punto decimal en la división entre 100? _____

¿Hacia qué lado se recorrió? _____

c) Escribe una regla para dividir cualquier número decimal entre una potencia de 10.

_____

- Compara con tus compañeros tus respuestas y la regla que escribiste y lleguen a un acuerdo.

¿Qué aprendí?

Resuelve los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y tus resultados con ayuda de tu profesor.

Aplico

1. Coloca el punto decimal en los números subrayados para que la igualdad sea cierta.

a) 69 × 1043 = 7.1967

b) 0.0056 × 107.11 = 599816

c) 48.55 ÷ 2.5 = 1942

d) 967.8 ÷ 100 = 9678

2. El coche A consume 7.5 litros de gasolina por cada 100 kilómetros y el coche B consume 8.2 litros por cada 100 kilómetros recorridos.

a) ¿Cuántos litros de gasolina consume cada coche en un kilómetro? _____

b) ¿Cuántos litros de gasolina consume cada uno en un recorrido de 5 540 kilómetros? _____

3. Un terreno mide 8.5 metros de ancho por 18.8 metros de largo. Si el precio de cada metro cuadrado es de $105.50, ¿cuánto vale el terreno? _____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Resuelvo problemas de multiplicación y división con decimales.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica 16

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Proporcionalidad
Contenido: Calculas valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal.

Valores faltantes

Exploro

1. Trabaja con un compañero en lo siguiente.

Al variar la longitud de los lados de un cuadrado, su perímetro y su área cambian también.

a) Completen las tablas.

Lado (cm)	2	4	6	8	10
Perímetro (cm)					

Lado (cm)	2	4	6	8	10
Área (cm^2)					

b) ¿Cómo se puede saber si dos magnitudes varían proporcionalmente? _____

c) ¿El perímetro y el lado son magnitudes directamente proporcionales? _____

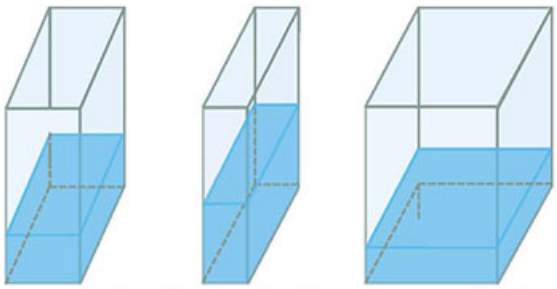
d) ¿El área y el lado son magnitudes directamente proporcionales? _____

e) Expliquen en qué se basaron para responder la pregunta anterior. _____

- Comparen sus respuestas con sus compañeros y lleguen a un acuerdo sobre ellas.

Construyo

2. Reúnete con un compañero y hagan lo que se indica.



Contenedor 1 Contenedor 2 Contenedor 3

Tres contendores de agua en forma de prisma rectangular, con la misma altura, se van llenando poco a poco. Todos tienen una entrada de agua igual, pero, por sus dimensiones, la altura del agua es diferente en cada uno. En los tres casos, la altura del agua y el tiempo transcurrido varían proporcionalmente.

A los 5 minutos, la altura del agua en el contenedor 1 es de 20 cm, en el contenedor 2 es de 35 cm y en el contenedor 3 es de 12 cm.

a) ¿Cuál contenedor se llenará más rápidamente? _____

b) ¿Cuál tardará más en llenarse? _____

© SANTILLANA

c) Completen las siguientes tablas.

Contenedor 1

Tiempo transcurrido (min)	5	10	15	18	20
Altura del agua (cm)	20				

Contenedor 2

Tiempo transcurrido (min)	5	6	8	10	11
Altura del agua (cm)	35				

Contenedor 3

Tiempo transcurrido (min)	5	10	20	22	25
Altura del agua (cm)	12				

d) ¿Cuánto aumenta cada minuto la altura del agua en cada contendor?

Contenedor 1: _____ Contenedor 2: _____ Contenedor 3. _____

e) En el contenedor 1, ¿por qué número multiplicarían la cantidad de minutos transcurridos para obtener la altura del agua? _____ ¿Y en el contenedor 3?

_____

f) Calculen el cociente entre la altura del agua y el tiempo transcurrido con las cantidades de las tablas anteriores.

Contenedor 1

$\frac{20}{5} = \frac{\quad}{10} = \frac{\quad}{15} = \frac{\quad}{18} = \frac{\quad}{20} =$ _____

Contenedor 2

$\frac{35}{5} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{10} = \frac{\quad}{11} =$ _____

Contenedor 3

$\frac{12}{5} = \frac{\quad}{10} = \frac{\quad}{20} = \frac{\quad}{22} = \frac{\quad}{25} =$ _____

g) ¿Cuál es el resultado de los cocientes anteriores en el contenedor que se llena más rápidamente? _____ ¿Y en el que se llena más despacio? _____

- Comparen sus resultados y sus procedimientos con sus compañeros de grupo. ¿Encuentran alguna relación entre la rapidez con que se llenan los contenedores y el valor de los cocientes? Discutan sus opiniones.

© SANTILLANA

Magnitudes directamente proporcionales

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** si varían de la misma forma, es decir, si por ejemplo, una de ellas se duplica, sucede lo mismo con la otra; o si una de ellas se divide entre 3, lo mismo ocurre con la otra.

Esto se puede verificar calculando la división entre los valores que van tomando las magnitudes. Si el cociente obtenido es siempre el mismo número, las magnitudes son directamente proporcionales. Por ejemplo:

Magnitud x	2	4	6	8	10
Magnitud y	5	10	15	20	25

Como se cumplen las igualdades $\frac{5}{2} = \frac{10}{4} = \frac{15}{6} = \frac{20}{8} = \frac{25}{10}$

se sabe que las magnitudes x y y son directamente proporcionales. Al valor que toma el cociente se le llama **constante de proporcionalidad**. En el ejemplo, esta constante es:

$$\frac{5}{2} = 2.5$$

Si llamamos k a la constante de proporcionalidad, lo anterior equivale a decir que $y = kx$, es decir, el valor de y puede obtenerse multiplicando x por la constante de proporcionalidad. En efecto, en la tabla del ejemplo, sucede que como la constante de proporcionalidad es $\frac{5}{2}$,

$$5 = \frac{5}{2} \times 2 \qquad 10 = \frac{5}{2} \times 4 \qquad 15 = \frac{5}{2} \times 6$$

y así sucesivamente.

3. Haz lo que se pide.

   a) En el contenedor 1 de la actividad 2, ¿cuál es la constante de proporcionalidad? _____

   b) Usa esa constante para determinar la altura del agua a los 2 minutos de iniciado el llenado. _____

   c) Si la altura del agua del contenedor 2 es de 35 cm a los 5 minutos de llenado, ¿cuál es la altura del agua en el triple de tiempo? _____

   d) ¿Cuál es la altura del agua de este contenedor a los $\frac{5}{2}$ minutos de iniciado el llenado? _____

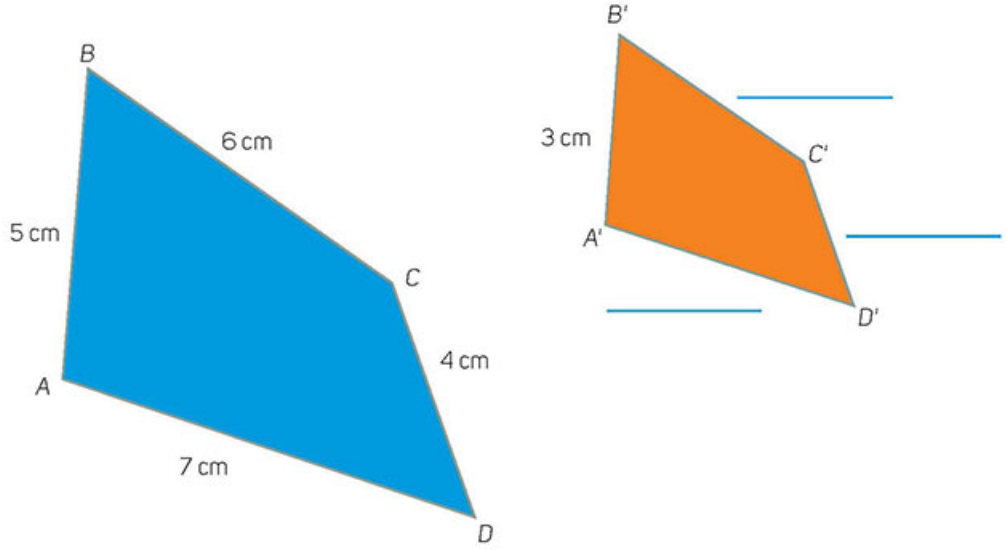
   e) ¿Qué altura alcanza el agua del contendor 3 en un minuto de llenado? _____

   f) Usa el valor anterior para determinar la altura del agua a los 7 minutos de llenado. _____

- Compara tus respuestas con un compañero y verifiquen que sean correctas.

© SANTILLANA

4. Observa las figuras con un compañero y hagan lo que se indica.



El cuadrilátero anaranjado es una reducción del cuadrilátero azul, así que las longitudes de los lados correspondientes son proporcionales.

a) Carlos piensa que el lado $B'C'$ del cuadrilátero anaranjado se obtiene haciendo la resta $6 - 2 = 4$ cm porque la longitud del lado $A'B'$ es $3 = 5 - 2$ cm. Expliquen por qué ese razonamiento es incorrecto y digan cómo debe encontrarse la longitud de $B'C'$.

_____

_____

b) Encuentren las longitudes de los lados $A'D'$ y $C'D'$ del cuadrilátero anaranjado.

_____

5. Lean y contesten en parejas.

María tiene una foto que mide 16 cm de largo y 12 cm de ancho.

a) Si María quiere una reducción de la foto en la que el ancho mida 9 cm, ¿cuánto medirá el largo de la foto reducida? _____

b) Si quiere una reducción en la que el ancho mida 6 cm, ¿cuánto deberá medir el largo de la foto reducida? _____

c) ¿Cuánto medirán el largo y el ancho de la foto reducida si la razón de proporcionalidad es $\frac{1}{2}$? _____

d) Si en lugar de reducir la foto, María quiere amplificarla en una razón de proporcionalidad de $\frac{3}{2}$, ¿cuáles serán las dimensiones de la nueva foto? _____

- Comparen sus respuestas con sus compañeros y comenten los procedimientos que usaron para contestar. ¿En su grupo usaron alguno de los métodos de la siguiente página?

© SANTILLANA

Métodos para encontrar un valor faltante

Cuando dos magnitudes son proporcionales, para encontrar un valor faltante se pueden usar distintos procedimientos. Por ejemplo, si 3 kg de guayaba cuestan $48, para saber cuánto cuestan 12 kg se puede hacer, entre otras cosas, lo siguiente:

Primera forma	Segunda forma	Tercera forma
Conservación de razones internas: Dado que 12 kg es el cuádruple de 3 kg, el precio por pagar debe ser 48×4, es decir, $192.	**Valor unitario:** El precio por un kilogramo es $\frac{48}{3} = 16$ pesos. Entonces, por los 12 kg se deben pagar $16 \times 12 = 192$ pesos.	**Constante de proporcionalidad:** Como la constante de proporcionalidad es 16, para obtener el precio de cualquier cantidad de kilogramos, se debe multiplicar esa cantidad por 16. Entonces, el precio de 12 kg es $12 \times 16 = 192$ pesos.

Como se observa en el ejemplo, la constante de proporcionalidad es igual que el valor unitario.

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente aplicando lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con tus compañeros y corrige los errores que encuentres.

I. El peso de cualquier objeto en la Luna es aproximadamente la sexta parte de su peso en la Tierra.

a) ¿Es proporcional la relación entre el peso en la Luna y el peso en la Tierra?

_____

b) ¿En qué basaste tu respuesta anterior? _____

_____

c) ¿Cuánto pesa en la Luna una persona que pesa 68 kg en la Tierra?

_____

II. Rafael compró un lote de alegrías a un precio de 5 piezas por $14, y las puso en venta a un precio de 3 alegrías por $10. Las alegrías son dulces de amaranto y piloncillo.

a) ¿Cuánto gana por la venta de 3 alegrías? _____

b) ¿Y por la venta de 6 alegrías? _____

c) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad entre la ganancia obtenida y el número de piezas vendidas? _____

© SANTILLANA

6. Resuelve los problemas con un compañero.

a) Una tubería rota produce una pérdida de $\frac{5}{2}$ de litro de agua en 3 segundos. Si no se repara la tubería y el agua sigue saliendo con la misma rapidez, ¿cuántos litros de agua se perderán en medio minuto? _____

¿Cuánta agua se pierde en 18 segundos? _____

b) En una fotografía aparecen Tina y su hermana con algunos amigos. Tina mide 1.65 m y su imagen en la fotografía tiene 7 cm de altura. ¿Cuánto mide la hermana de Tina si en la foto su imagen mide 5.6 cm? _____

- Revisen sus resultados y vean si todos sus compañeros llegaron a las mismas cantidades. ¿Qué altura tendrías tú en la foto de Tina y su hermana?

¿Qué aprendí?

Aplico

Resuelve los siguientes problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y tus resultados con ayuda de tu profesor.

1. Un litro de pintura para interiores alcanza para cubrir 6 metros cuadrados de pared.

a) ¿Cuántos litros de pintura se requieren para cubrir 20 m^2 de pared? _____

b) Si se tiene una pared de 12.3 metros de largo por 2.8 metros de alto, ¿cuántos litros de pintura se requieren para cubrirla? _____

2. Un tono de pintura verde se prepara mezclando $\frac{3}{5}$ de litro de pintura amarilla con $\frac{2}{5}$ de litro de pintura azul.

a) ¿Cuántos litros de pintura amarilla se requieren para preparar 3.8 litros de pintura verde? _____

b) ¿Cuántos litros de pintura azul se necesitan para 5 litros de pintura verde? _____

3. Completa las tablas de cantidades proporcionales, usando la información que se da en cada caso.

a) La constante de proporcionalidad es $\frac{3}{2}$.

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	1
y					

b) Para $x = 1.5$, $y = 5.4$

x	0.5	3	4.5	6	9
y					

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.

Contenido		
Calculo valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

17

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Multiplicación y división
Contenido: Determinas y usas la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales.

¿El orden es importante?

Exploro

1. Haz lo que se pide.

   a) Escribe el resultado de la operación $24 \div 4 + 2 =$ _____.

   b) Compara tu resultado con los de tus compañeros, ¿alguien obtuvo un resultado diferente? _____

   c) ¿Qué operación hiciste primero? _____
   ¿Cuál hiciste después? _____

   d) ¿Todos hicieron las operaciones en el mismo orden? _____

   e) Realiza las operaciones en otro orden y escribe el resultado. _____
   ¿Fue diferente del que obtuviste primero? _____

   f) Realiza la operación $8 + 3 \times 5$ de dos maneras distintas y escribe los resultados.
   _____ y _____

- Discute tus respuestas con el resto del grupo.

Construyo

2. Realiza las operaciones indicadas en distinto orden y responde.

   a) $19 - 8 + 3 - 1 =$ _____, $19 - 8 + 3 - 1 =$ _____

   b) $11 \times 4 \div 2 \times 3 =$ _____, $11 \times 4 \div 2 \times 3 =$ _____

   c) $7 - 4 \times 3 =$ _____, $7 - 4 \times 3 =$ _____

   d) $8 + 10 \div 2 + 5 =$ _____, $8 + 10 \div 2 + 5 =$ _____

   e) ¿En algunas de ellas obtuviste resultados diferentes? _____
   ¿En cuáles? _____ ¿Qué tipo de operaciones aparecen en ellas? _____

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros y si hay errores corrígelos.

3. Haz lo que se pide.

   a) Con una calculadora estándar realiza las operaciones y escribe el resultado:
   $4 + 28 \div 2 =$ _____ $6 - 5 \times 4 =$ _____

   b) Resuelve las mismas operaciones con una calculadora científica y compara los resultados con los que obtuviste en el inciso anterior. ¿En qué orden realizó las operaciones la calculadora científica? _____
   _____

- Discute tus observaciones con el resto del grupo.

© SANTILLANA

Jerarquía de las operaciones

Para evitar confusiones al realizar operaciones, se ha establecido una jerarquía entre ellas:

- Si solo hay sumas y restas, las operaciones se pueden realizar en cualquier orden. Ya sea en el que aparecen, de izquierda a derecha, o bien, haciendo las sumas y luego las restas, o agrupándolas según convenga.

Por ejemplo, para encontrar el resultado de $17 - 5 - 3 + 11$, primero podemos realizar la resta $17 - 5 = 12$, al resultado se le resta 3, $12 - 3 = 9$ y al nuevo resultado se le suma 11, $9 + 11 = 20$. O bien, primero hacemos las sumas $17 + 11 = 28$, luego sumamos $(-5) + (-3) = -8$ y, finalmente, sumamos $28 + (-8) = 28 - 8 = 20$.

- Si solo aparecen multiplicaciones y divisiones, se acostumbra realizar las operaciones en el orden en que aparecen.

Por ejemplo, para encontrar el resultado de $4 \times 10 \div 8 \times 3 \div 5$, primero se realiza el producto $4 \times 10 = 40$; el resultado se divide entre 8, $40 \div 8 = 5$; este nuevo resultado se multiplica por 3, $5 \times 3 = 15$ y este resultado se divide entre 5, obteniendo $15 \div 5 = 3$.

- Si aparecen sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, primero se realizan las multiplicaciones y divisiones y luego las sumas y restas.

Por ejemplo: para encontrar el resultado de $16 + 18 \div 3 - 5 \times 4 - 1$, primero se realizan la división $18 \div 3$ y la multiplicación 5×4 y después las sumas y restas. Así, el resultado es: $16 + 18 \div 3 - 5 \times 4 - 1 = 16 + 6 - 20 - 1 = 1$.

4. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

   a) Subrayen aquellas igualdades en las que se respetó la jerarquía de las operaciones.

   - $26 - 3 \times 4 + 5 \times 6 = 44$
   - $9 + 6 \times 3 \div 5 = 9$
   - $11.3 - 2.7 \times 4 = 0.5$
   - $32 \div 2 + 4 - 5 \times 3 = 45$
   - $8 + 10 \div 2 + 5 \times 3 + 4 = 46$

   b) Expliquen en qué orden se hicieron las operaciones en aquellas expresiones donde no se respetó la jerarquía. _____

   _____

   _____

- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros y si hay errores corríjanlos.

Para saber más

Ingresa al sitio **www.esant.mx/essema1-013**. Después de leer el texto inicial, realiza las operaciones indicadas.

© SANTILLANA

5. Reúnete con dos compañeros y escriban en qué orden deben realizarse las operaciones para obtener los resultados que se indican.

a) $2 \times 3 + 5 = 16$

Primera operación: _____

Segunda operación: _____

b) $5 \times 4 - 2 = 10$

Primera operación: _____

Segunda operación: _____

c) $6 - 4 \div 3 - 1 = 1$

Primeras operaciones: _____

Segunda operación: _____

d) $8 + 4 \div 2 - 5 = 5$

Primera operación: _____

Segundas operaciones: _____

Discute con tus compañeros de equipo de qué manera se pueden agrupar los términos de las expresiones para que quede claro el orden deseado en las operaciones a realizar. Escriban su propuesta. _____

_____

Convivo en armonía

Cuando participes en discusiones en equipo, presta atención a las opiniones de tus compañeros para evitar usar los mismos argumentos. De esta manera la discusión se enriquece, es más fluida y se aprovecha mejor el tiempo para resolver las actividades.

- Comparen su propuesta con las de los demás equipos y con la información proporcionada a continuación.

Uso de paréntesis

Para señalar el orden en que deben realizarse las operaciones o para modificar la jerarquía de estas, se acostumbra usar paréntesis.

Por ejemplo, al escribir $7 + (3 \times 5) - 2$, en lugar de $7 + 3 \times 5 - 2$, solo se enfatiza el hecho de que primero hay que realizar el producto 3×5. Pero si se escribe $(7 + 3) \times 5 - 2$ se modifica la jerarquía de las operaciones de la expresión anterior.

Los paréntesis indican que primero debe realizarse la operación encerrada entre ellos. Por ejemplo, la expresión $9 \times (5 + 6) - 52 \div (4 + 9)$ indica que primero deben realizarse las sumas $5 + 6$ y $4 + 9$ y luego las demás operaciones, siguiendo la jerarquía. Así: $9 \times (5 + 6) - 52 \div (4 + 9) = 9 \times 11 - 52 \div 13 = 99 - 4 = 95$.

Si hay varios paréntesis, unos dentro de otros, se llevan a cabo las operaciones de adentro hacia afuera. Por ejemplo, en la expresión $7 \times (8 - (9 - 4))$ primero se realiza la resta $9 - 4 = 5$, luego la operación $8 - 5 = 3$ y, por último, el producto $7 \times 3 = 21$.

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Aplica lo que has aprendido para resolver lo siguiente. Al terminar, compara tus procedimientos y los resultados que obtuviste con los de tus compañeros.

Coloca paréntesis donde corresponda, para que los resultados de las operaciones sean los indicados.

a) $4 + 2 \times 5 + 6 = 36$ b) $4 + 2 \times 5 + 6 = 26$ c) $4 + 2 \times 5 + 6 = 66$

d) $3 + 3 \times 2 + 2 = 15$ e) $3 + 3 \times 2 + 2 = 24$

6. Reúnete con un compañero y resuelvan el problema.

   Emiliano invirtió $1 000 con rendimientos mensuales variables. El primer mes le dio un rendimiento de 3%; reinvirtió el capital con sus intereses y el segundo mes obtuvo un rendimiento de 4%. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa lo que obtuvo al final de los dos meses? Subráyenla.

   a) $1000 + ((1000 \times 0.03) \times 0.04)$ b) $(1000 + (1000 \times 0.03)) \times 0.04$

   c) $1000 + (1000 + (1000 \times 0.03)) \times 0.04$

- Discutan su respuesta con el resto del grupo y si detectan errores corríjanlos.

¿Qué aprendí?

Trabaja los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tus compañeros y tu profesor.

1. Efectúa las operaciones.

   a) $7 \times (8.6 + 4) =$ _____ b) $7 \times 8.6 + 4 =$ _____

   c) $6 + 4.8 \div 2 =$ _____ d) $(6 + 4.8) \div 2 =$ _____

2. Subraya las operaciones en las que el resultado es correcto sin necesidad de colocar paréntesis. En los que no son correctos coloca los paréntesis necesarios para que lo sean.

   a) $5 \times 3 + 2 = 25$ b) $5 \times 3 + 2 = 17$

   c) $9 + 6 \div 3 = 11$ d) $9 + 6 \div 3 = 5$

   e) $3 + 3 \times 2 + 2 = 11$ f) $3 + 3 \times 2 + 2 = 14$

3. Realiza las operaciones.

   a) $((112 \div 2) - (16 \div 4)) - 4 =$ b) $((96 \div 3) - (29 \times 2)) - 24 =$

   c) $((((((5 - 2) + 1) + 5) \times 2) \div 3) + 6) =$

Aplico

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Determino y uso la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica 18

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes
Contenido: Formulas expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utilizas para analizar propiedades de la sucesión.

Números y letras

Exploro

1. Lee y resuelve con un compañero.

Observen los dibujos de árboles navideños. En cada uno se han colocado círculos amarillos que representan luces.

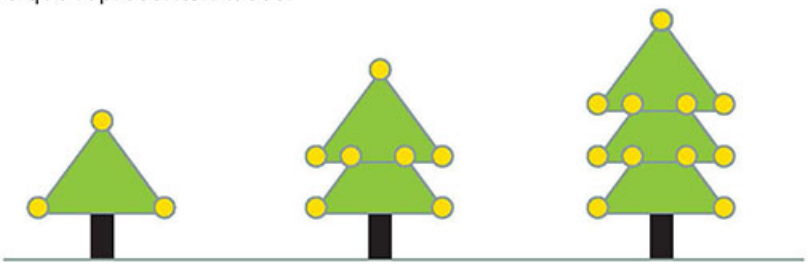


Figura 1 Figura 2 Figura 3

a) Dibujen en su cuaderno las figuras 4 y 5.
b) En la siguiente tabla, escriban el número de luces de cada figura, siguiendo el patrón mostrado en la ilustración.

Figura	1	2	3	4	5	6	10
Luces	3	7					

c) ¿Cuántas luces agregaron a la figura 1 al pasar a la figura 2? _____
Al pasar de la figura 2 a la 3, ¿cuántas luces agregaron? _____
¿Se añade el mismo número de luces al pasar de cualquier figura a la siguiente?
_____

d) ¿Cómo obtuvieron el número de luces de la figura 10? _____
_____

e) Reúnanse con otra pareja de compañeros y, en equipo, discutan qué operaciones deben hacer para obtener el número de luces si conocen el número de figura sin tener que calcular la cantidad de luces de todas las figuras anteriores. Expliquen cómo lo harían. _____
_____

f) Verifiquen que las operaciones que describieron dan como resultado la cantidad correcta de luces de las figuras 1, 2, 3, 4 y 5.
g) Con las operaciones que describieron, encuentren el número de luces de la figura 25. ¿Cuántas luces tiene? _____

- Comparen sus respuestas con sus compañeros y analicen las distintas formas de obtener el número de luces que determinaron. Sigan las indicaciones para obtener el número de luces de otras figuras.

© SANTILLANA

2. Analiza las figuras y realiza lo que se indica.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

a) Traza en tu cuaderno la figura 5 siguiendo el patrón que se muestra.
b) Escribe el número de círculos de cada figura.

Figura 1: _____ Figura 4: _____

Figura 2: _____ Figura 5: _____

Figura 3: _____ Figura 6: _____

c) Escribe una regla para determinar el número de círculos si conoces el número de figura. _____

_____

_____

- Comenta y compara las fórmulas que escribieron en tu grupo para la figura número *n*. ¿Te sirve esa fórmula para cualquier figura?

Expresiones algebraicas

En matemáticas se acostumbra usar letras para representar números cuando no nos referimos a un valor particular. Por ejemplo, se dice "el número natural *n*" para simbolizar cualquiera de los números naturales. Esas letras, que representan cantidades, reciben el nombre de **literales**.

El número natural anterior a m se puede representar como $m - 1$ y el que le sigue, como $m + 1$.

También se hacen operaciones usando letras o literales. Por ejemplo, el doble de un número k se puede escribir como $k + k$, como $2 \times k$ o como $2k$.

A las expresiones que se forman usando números, literales y operaciones se les suele llamar **expresiones algebraicas**. Por ejemplo:

- $8n$ representa 8 veces el número n.
- $2(k - 1)$ simboliza el doble de la cantidad que se obtiene al restar 1 al número k.
- $5 + 6m$ indica que se le suma 5 al resultado de multiplicar 6 por el número m.

© SANTILLANA

3. En parejas, observen las figuras formadas con palillos. Luego hagan lo que se indica.

Figura 1 Figura 2 Figura 3

a) Usen palillos para formar las figuras 4, 5 y 6 siguiendo el mismo patrón, o dibújenlas en su cuaderno.

b) Completen la tabla.

Figura	5	6	7	9	10	15
Palillos						

c) De acuerdo con la manera en que se incrementa el número de palillos de una figura a la siguiente, escriban una regla para determinar el número de piezas que tendrá cualquier figura. _____

_____

d) Verifiquen que la regla que escribieron permite obtener la cantidad de palillos de las figuras 1, 2, 3, 4 o 5.

Dulce y Carolina escribieron de la siguiente manera el número de palillos de las primeras figuras.

- En la figura 1 hay $4 = 1 + 3 = 1 + 3 \times 1$ palillos.
- En la figura 2 hay $7 = 1 + 6 = 1 + 3 \times 2$ palillos.

e) Escriban de manera similar la cantidad de palillos que se usan en las siguientes figuras.

Figura 3: _____ Figura 4: _____

Figura 5: _____

f) Si el número de figura es m, ¿qué expresión algebraica servirá para obtener la cantidad de palillos que se necesitan? _____

g) Verifiquen la expresión algebraica para los números de figura de la tabla anterior. Luego úsenla para obtener el número de palillos en las siguientes figuras.

Figura 10: _____ Figura 25: _____

Figura 50: _____ Figura100: _____

h) Martín y Manolo observaron que el primer término es 4 y luego el número de palillos va aumentando de 3 en 3, es decir:

- En la figura 1 hay 4 palillos.
- En la figura 2 hay $7 = 4 + 3 = 4 + 3 \times 1$ palillos.
- En la figura 3 hay $10 = 4 + 6 = 4 + 3 \times 2$ palillos.

© SANTILLANA

i) Escriban de manera similar la cantidad de palillos que se usan en las siguientes figuras.

Figura 4: _____

Figura 5: _____

Figura 6: _____

Figura 8: _____

j) Si el número de figura es *m*, ¿qué expresión algebraica usarían para obtener la cantidad de palillos que se necesitan? _____

k) Usen la nueva expresión algebraica para obtener el número de palillos de las siguientes figuras:

Figura 10: _____ Figura 25: _____

Figura 50: _____ Figura 100: _____

l) Comparen estas cantidades de palillos con las que calcularon usando la idea de Dulce y Carolina. ¿Son iguales las cantidades obtenidas? _____

- **Comparen todas sus respuestas con sus compañeros. Discutan por qué las dos expresiones algebraicas obtenidas son correctas y úsenlas para calcular el número de palillos de otras figuras.**

Convivo en armonía

La mediación y el diálogo son las estrategias más eficaces para resolver conflictos. Cuando surja uno en tu salón de clases, platica con tus compañeros y busquen la mejor solución.

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus respuestas con las de tus compañeros.

Analiza las figuras y haz lo que se indica.

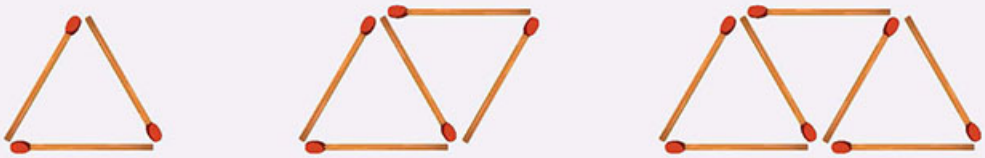


Figura 1 Figura 2 Figura 3

a) Escribe el número de cerillos que se requieren en las cinco primeras figuras formadas siguiendo el patrón que se muestra. _____

b) Escribe una expresión algebraica que indique el número de cerillos de la figura *k*. _____

c) Usa la expresión algebraica anterior para encontrar el número de cerillos en la figura 25. _____

© SANTILLANA

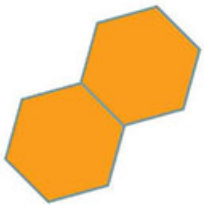
4. Lee y resuelve con un compañero.

Las abejas construyen sus panales con celdas hexagonales. Esta forma les permite aprovechar mejor el espacio y contar con cavidades que no tienen picos ni salientes que las puedan lastimar.

Se pueden unir dos hexágonos compartiendo una arista, de manera que la figura resultante tiene 10 lados. El tercer hexágono que se construya, debe compartir dos aristas con los anteriores para formar una figura con 12 lados.

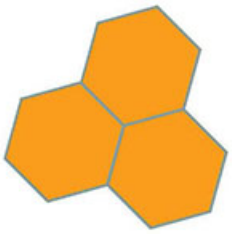
Sigamos aumentando hexágonos de manera que cada nuevo hexágono que se dibuje comparta dos aristas con los que ya están en la figura.

Figura 1



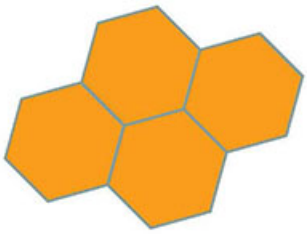
10 lados

Figura 2



12 lados

Figura 3



14 lados

a) Dibujen en su cuaderno la figura 4. No importa cómo acomoden el hexágono nuevo, mientras garanticen que comparta dos aristas con los que ya están dibujados.

b) Completen la tabla.

Figura	4	5	6	7	11	12
Lados						

c) A partir de cómo aumenta el número de lados entre una figura y la siguiente, obtengan una expresión algebraica para encontrar el número de lados de la figura número *k*. _____

d) Verifiquen que su expresión algebraica da como resultado el número correcto de lados de las figuras 1, 2, 3 y 4.

e) Usen la expresión algebraica para determinar cuántos lados hay en las siguientes figuras.

Figura 20: _____ Figura 35: _____ Figura 60: _____

© SANTILLANA

f) De acuerdo con los resultados que obtuvieron en el inciso *e*, argumenten por qué 79 no corresponde al número de lados de una figura de esta sucesión. _____

_____

- Discutan con sus compañeros las respuestas y revisen todas las expresiones algebraicas que hayan encontrado en su grupo. Verifiquen cuáles son equivalentes, es decir, con cuáles se obtienen los mismos resultados.

Sucesiones

Una **sucesión** es una colección ordenada de números que se obtienen a partir de una regla. Esta regla puede describirse mediante una expresión algebraica o fórmula.

Los elementos de una sucesión se llaman **términos** y a la expresión algebraica mediante la cual se puede encontrar el término número n se le suele llamar **término general**.

Por ejemplo, 6, 10, 14, 18, 22... es una sucesión cuyo término general es $2 + 4n$. Para verificarlo, hay que sustituir n por los números 1, 2, 3, 4 y 5. Cada uno de estos números se multiplica por 4 y al resultado se le suma 2, para obtener los primeros términos de la sucesión.

- Si $n = 1$, se obtiene el número $2 + 4 \times 1 = 6$.
- Si $n = 2$, se obtiene el número $2 + 4 \times 2 = 10$.

Y así sucesivamente.

5. En parejas, encuentren los seis primeros términos de las sucesiones cuyo término general se indica en cada caso.

a) $2k - 1$, igualando k a cada uno de los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6. _____

_____

b) $1 + 5m$ _____

_____

c) $1 + 5(m - 1)$ _____

_____

d) $200 - 3n$ _____

_____

e) $200 - 3(n - 1)$ _____

_____

- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros de grupo. Verifiquen que todos hayan realizado las operaciones en el mismo orden. ¿Obtienen los mismos resultados si primero suman y luego multiplican?

© SANTILLANA

6. Realiza lo que se indica.

a) Escribe los tres términos que siguen en la sucesión.

3, 6, 9, 12, _____, _____, _____

b) Escribe una expresión algebraica para el término general de la sucesión anterior.

_____

c) ¿El número 32 es un término de la sucesión? _____

d) Escribe los cuatro términos que siguen en la sucesión:

1, 4, 7, 10, _____, _____, _____, _____

e) Escribe una expresión algebraica para el término general de la sucesión anterior.

_____

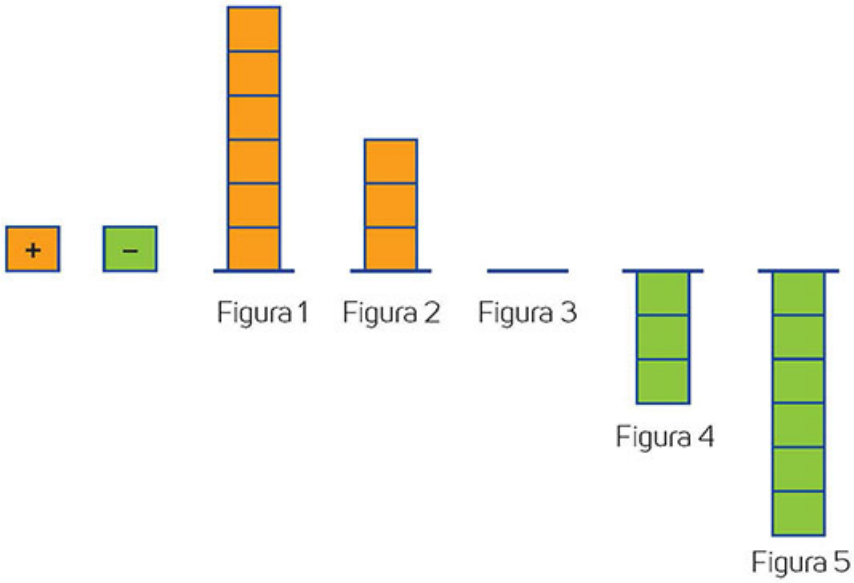
f) Usa la expresión algebraica para determinar el término 28 de la sucesión.

_____

- Compara con tus compañeros de grupo las expresiones algebraicas que encontraste y analicen cuáles son correctas. Discutan cómo saber si un número pertenece o no a una sucesión. Escriban sus conclusiones.

7. Resuelve con un compañero.

Analicen la sucesión que indica la altura de cada columna en la siguiente ilustración considerando que son alturas positivas las que quedan encima de la línea azul y alturas negativas las que quedan abajo:



a) Completen la tabla.

Figura	1	2	3	4	5	6	7
Altura			0				

Para saber más

Investiga cómo es la sucesión de Fibonacci y escribe los primeros doce términos. Luego lee el texto de la página **www.esant.mx/essema1-014**. ¿Por qué la cantidad de parejas de conejos en cada paso es la suma de los dos números anteriores?

© SANTILLANA

b) ¿Qué cantidad debes restar a un término para obtener el siguiente? _____

c) Escriban una expresión algebraica para el término general de la sucesión de alturas. _____

- Revisen si son correctas todas las expresiones algebraicas que encontraron en su grupo. Construyan otra sucesión que tenga términos negativos.

¿Qué aprendí?

Aplico

Resuelve los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y tus resultados con ayuda de tu profesor.

1. Observa las figuras y realiza lo que se indica.

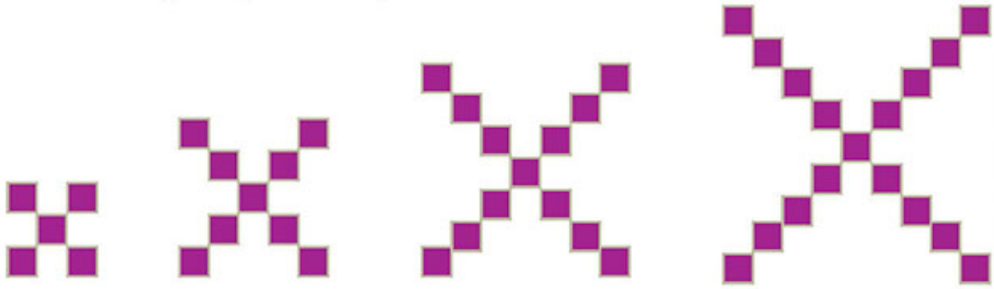


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

a) Escribe los primeros seis términos de la sucesión que indica el número de cuadrados en cada figura si se continúa con el patrón anterior. _____

b) Construye una expresión algebraica que indique el término general. _____

c) ¿Cuántos cuadrados hay en la figura número 25? _____
¿Y en la figura 102? _____

d) ¿El número 52 es un elemento de la sucesión? _____

e) ¿Y el número 205? _____

2. Haz lo que se indica.

a) Escribe los términos 2, 5, 7 y 9 de la sucesión cuyo término general es $7k - 5$. _____

b) Haz lo mismo con la sucesión dada por $7 - 5k$. _____

c) Escribe una expresión algebraica para el término general de la sucesión 200, 194, 188, 182, 176, 170... _____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Formulo expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utilizo para analizar propiedades de la sucesión.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Un alto en la espiral

Realiza lo que se indica. Con base en tus resultados, y con ayuda de tu profesor, identifica las secuencias correspondientes a los contenidos que debes repasar.

1. Efectúa las siguientes operaciones.

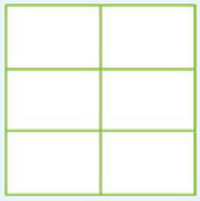
   a) $\frac{3}{7} \times \frac{5}{2} =$ _____

   b) $21 \times \frac{5}{7} =$ _____

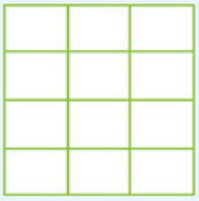
   c) $3.25 \times 0.16 =$ _____

   d) $8.2 \div 0.04 =$ _____

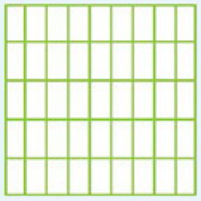
2. En los siguientes cuadrados de una unidad de lado, sombrea la parte que corresponde al resultado de la multiplicación que se indica.



$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$



$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$



$\frac{5}{9} \times \frac{3}{5}$

3. En un poblado de 5 000 habitantes, $\frac{23}{40}$ de ellos tienen menos de 20 años de edad y $\frac{3}{20}$ tienen más de 50 años. Determina la cantidad de habitantes que están en los siguientes rangos de edad.

   a) Menores de 20 años: _____

   b) Entre 20 y 50 años: _____

   c) Mayores de 50 años: _____

4. Una persona camina $\frac{17}{4}$ de kilómetro en una hora. Si mantiene la misma velocidad, ¿qué distancia caminará en $\frac{3}{4}$ de hora? _____

5. La masa de un litro de aceite es 0.92 kg. Calcula la masa de 39.5 litros de aceite. _____

6. Una liga puede alargarse hasta 2.4 veces su longitud original. Cuando está totalmente alargada, alcanza una longitud de 26.4 centímetros. ¿Cuál es su longitud original?

   _____

7. Completa la siguiente tabla de cantidades que varían proporcionalmente.

Magnitud *A*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Magnitud *B*		$\frac{1}{2}$						2		

¿Cuál es la constante de proporcionalidad? _____

© SANTILLANA

8. Luis dibujó un rectángulo como el siguiente.

Mariano quiere dibujar un rectángulo proporcional al de Luis en el que el lado *CD* mida 1 cm. ¿Cuál debe ser la longitud del lado *AD* en el dibujo de Mariano? _____

9. La masa de cuatro cajas iguales de galletas es 1.6 kilogramos. ¿De cuánto es la masa de siete cajas iguales a las anteriores? _____

10. Subraya las igualdades en las que se respetó la jerarquía de las operaciones.

a) $28 - 8 \times 2 + 10 \div 2 = 25$

b) $3.5 + 7 \times 2.1 - 6.4 \div 3.2 = 16.2$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \div 2 = \frac{5}{8}$

d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{8}$

11. Coloca los paréntesis en los lugares adecuados para que se cumplan las igualdades.

a) $2 \div 3 \times 4 + 1 \div 4 = \frac{5}{6}$

b) $2 \div 3 \times 4 + 1 \div 4 = \frac{5}{12}$

c) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

d) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{123}{192}$

12. Encuentra los seis primeros términos de la sucesión cuyo término general es $10n - 3$.

_____

13. Analiza el número de cuadrados que hay en las siguientes figuras y responde.

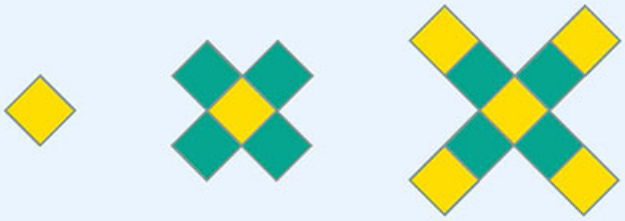


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Encuentra el término general de la sucesión que indica el número de cuadrados.

_____

- Reflexiona sobre tus resultados y, con tu profesor, busca estrategias para fortalecer tus áreas de oportunidad.

En la columna "Nota", marca una ✔ en los reactivos que resolviste correctamente.

Reactivo	Nota	Secuencia	Páginas
1		14 y 15	124-135
2		14	124-129
3		14	124-129
4		14	124-129
5		15	130-135
6		15	130-135
7		16	136-141
8		16	136-141
9		16	136-141
10		17	142-145
11		17	142-145
12		18	146-153
13		18	146-153

© SANTILLANA

Secuencia didáctica 19

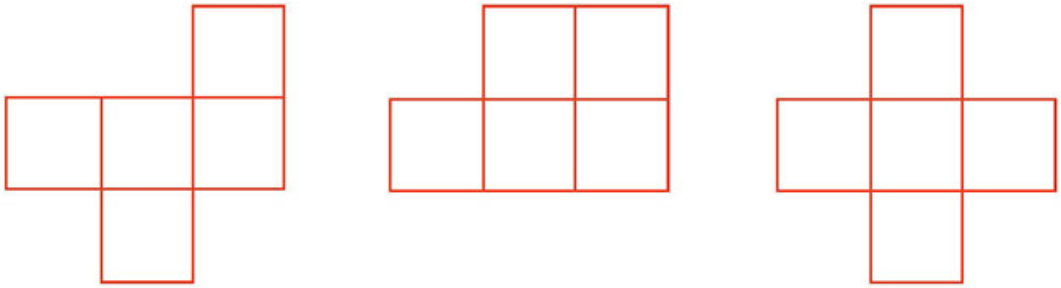
Eje: Forma, espacio y medida
Tema: Magnitudes y medidas
Contenido: Calculas el perímetro de polígonos y del círculo desarrollando y aplicando fórmulas.

Recorriendo contornos

Exploro

1. Lee y responde.

Los siguientes polígonos están formados por cinco cuadrados iguales unidos por sus lados. Los lados de cada cuadrado miden 3 cm.



a) ¿Las áreas de los 3 polígonos son iguales? _____ ¿Por qué? _____

b) ¿Cuál es el perímetro de cada polígono? _____

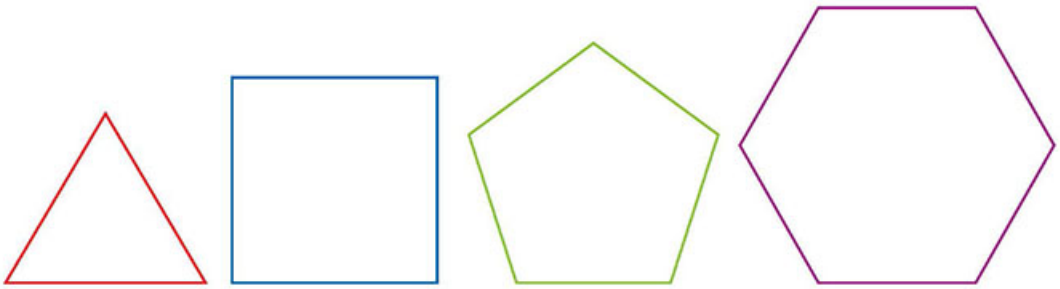
Describe cómo los calculaste. _____

c) En tu cuaderno construye otros tres polígonos formados con 5 cuadrados del mismo tamaño y calcula sus perímetros.

- Compara tus polígonos y tus resultados con los del resto del grupo.

Construyo

2. Analiza la sucesión de polígonos y responde.



Polígono 1 Polígono 2 Polígono 3 Polígono 4

a) ¿Qué polígono irá en el quinto lugar? _____

b) ¿Cuántos lados tendrá el polígono que ocupa el noveno lugar? _____

c) ¿Cuántos lados tendrá el polígono del decimotercer lugar? _____

© SANTILLANA

d) Escribe los datos que faltan en la tabla. Considera que los lados de los polígonos miden 2 unidades de longitud.

Número de figura	Número de lados del polígono	Perímetro del polígono
1	3	$2 + 2 + 2$ o 3×2
2	4	
3	5	
4	6	
9		
10		
13		
n		

e) Si cada lado de los polígonos midiera 5 unidades, ¿cuál sería el perímetro de los primeros tres polígonos de la sucesión? _____

f) Escribe una expresión algebraica para el perímetro de un **polígono regular** de n lados en el cual cada lado mide 5 unidades. _____

g) Escribe una expresión algebraica para el perímetro de un polígono regular de n lados en el cual cada lado mide x unidades. _____

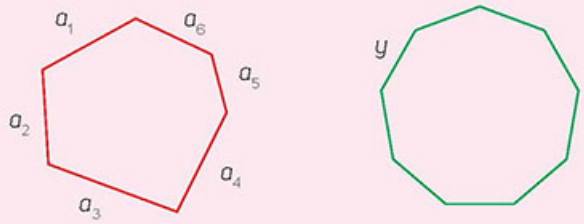
Glosario

polígono regular. Polígono con todos sus lados y todos sus ángulos de la misma medida.

- Compara tus respuestas con las del resto del grupo. ¿Las expresiones algebraicas que escribieron son equivalentes?

Perímetro de polígonos

El **perímetro de un polígono** de n lados se obtiene sumando las longitudes de sus lados: $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$.



En el caso de un polígono regular de n lados cuyas longitudes miden y unidades, el perímetro se obtiene con la fórmula:

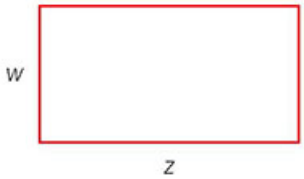
$$\underbrace{y + y + y + ... + y}_{n \text{ veces}} = ny$$

© SANTILLANA

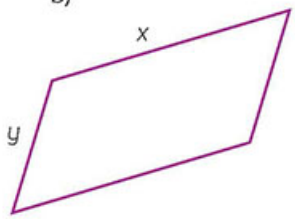
3. Haz lo que se pide.

Escribe dos expresiones algebraicas equivalentes para el perímetro de cada cuadrilátero.

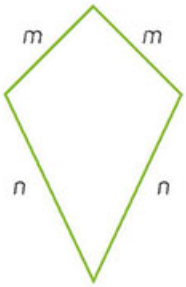
a)



b)



c)



a) _____ y _____

b) _____ y _____

c) _____ y _____

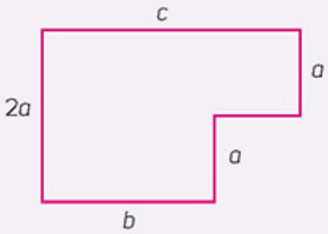
- Compara tus expresiones algebraicas con las de tus compañeros. Si hay errores, corrígelos.

¿Vamos bien?

Aplica lo que has aprendido para resolver lo siguiente. Al terminar, compara tus procedimientos y los resultados que obtuviste con los de tus compañeros.

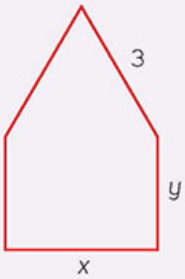
I. Encuentra el perímetro de los polígonos.

a)



_____

b)



_____

II. Responde.

a) ¿Cuánto mide el lado de un pentágono regular cuyo perímetro mide 30 cm?

_____

b) ¿Cuánto mide cada lado de un rombo cuyo perímetro mide 60 cm? _____

c) El perímetro de un paralelogramo mide 48 cm y uno de sus lados mide 6 cm, ¿cuánto mide el otro lado? _____

d) El perímetro de un cuadrado mide 16 cm, ¿cuánto mide su lado?

_____

© SANTILLANA

4. Reúnete con cuatro compañeros y hagan lo que se pide.

Consigan algunos objetos cilíndricos (vasos, latas, tapas, etcétera). Luego midan el diámetro y la longitud de la circunferencia de la base o la tapa con un pedazo de cuerda o un estambre que no se estire. Registren sus resultados en la tabla.

Diámetro (cm)	Longitud de la circunferencia (cm)	$\frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{diámetro}}$

¿Se parecen los números que registraron en la tercera columna? _____

- Comparen los resultados que obtuvieron con los de otros equipos. ¿A qué piensan que se deben las diferencias?

Convivo en armonía

Verifiquen que sus acuerdos sean producto de la reflexión y no de la decisión de una sola persona. Usualmente la idea tomada de común acuerdo genera buenos resultados, así como armonía durante el desarrollo de la actividad.

El número π (pi) y el perímetro del círculo

Al número que resulta de dividir la longitud de la circunferencia (perímetro del círculo) entre la longitud del diámetro se le llama π (pi), que es una letra del alfabeto griego:

$$\frac{\text{perímetro}}{\text{diámetro}} = \pi$$

O bien:

$$\text{perímetro} = \pi \times \text{diámetro}$$

El número π no tiene una expansión decimal finita ni periódica; su valor se encuentra entre 3.141592 y 3.141593.

Las aproximaciones más empleadas para el valor de π son:

$$\pi \approx 3.14 \text{ y } \pi \approx 3.1416$$

© SANTILLANA

5. En parejas, completen la tabla y después respondan. Usen como aproximación a π el valor 3.14.

Diámetro de la circunferencia (u)	Perímetro de la circunferencia (u)
1	
2	
3	
4	
5	

a) ¿Cuánto aumenta el perímetro de la circunferencia si la longitud del diámetro se duplica? _____

b) ¿Y si se triplica? _____

c) ¿Cuál es la razón de proporcionalidad en este caso? _____

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo.

6. Responde.

a) Si el perímetro de una circunferencia mide 18.84 unidades, ¿cuánto mide su diámetro? _____ ¿Y su radio? _____

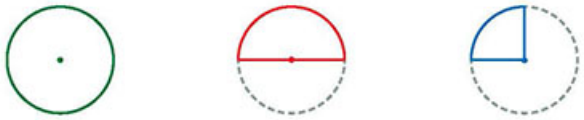
b) Si el perímetro de una circunferencia mide 6.28 unidades, ¿cuánto mide su diámetro? _____ ¿Y su radio? _____

c) Si el perímetro de una circunferencia mide $2 \times \pi$, ¿cuánto mide su diámetro? _____ ¿Y su radio? _____

- Discute tus respuestas con el resto del grupo.

7. Reúnete con un compañero, analicen las figuras y respondan.

El diámetro de los círculos mide 2 unidades.



a) ¿Cuál es el perímetro del círculo verde? _____

b) ¿Cuál es el perímetro de la figura roja? _____ ¿Por qué? _____

_____

c) ¿Cuál es el perímetro de la figura azul? _____ ¿Por qué? _____

_____

- Comparen sus respuestas con las del resto del grupo. Si hay errores, corríjanlos.

© SANTILLANA

¿Qué aprendí?

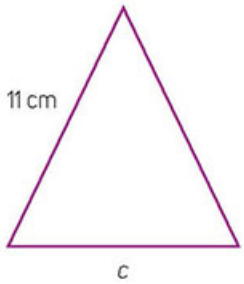
Aplico

Resuelve los problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y tus resultados con ayuda de tu profesor.

1. Responde.

   a) El perímetro de un paralelogramo mide 30 cm. Si uno de los lados del paralelogramo mide 5 cm, ¿cuánto mide el otro lado? _____

   b) El perímetro del triángulo isósceles mide 28 cm, ¿cuánto mide el lado *c*? _____



   c) El perímetro de un polígono regular con lados de 3 cm de longitud es de 18 cm. ¿Cuántos lados tiene el polígono? _____

2. Para responder las preguntas usa 3.1416 como aproximación al valor de π.

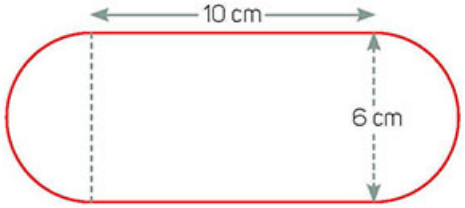
   a) ¿Cuánto mide el diámetro de un círculo con perímetro 25.1328 cm? _____

   b) ¿Cuánto mide el diámetro de un círculo con perímetro 12.5654 cm? _____

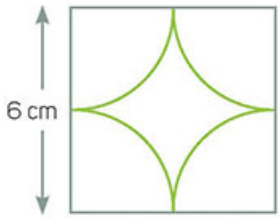
   c) ¿Cuánto mide el diámetro de un círculo con perímetro 3.1416 cm? _____

3. Calcula el perímetro de la siguiente figura. Usa 3.14 como aproximación al valor de π.

   _____



4. ¿Cuál es el perímetro de la figura verde? _____



Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Calculo el perímetro de polígonos y del círculo desarrollando y aplicando fórmulas.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

20

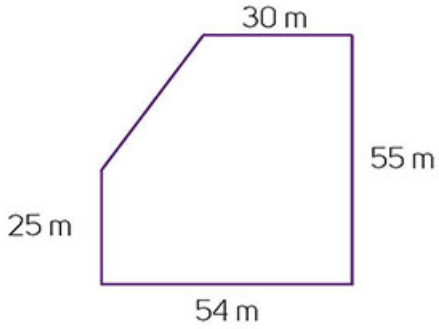
Eje: Forma, espacio y medida
Tema: Magnitudes y medidas
Contenido: Calculas áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando las fórmulas.

Explorando áreas

Exploro

1. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

Se quiere colocar pasto en un terreno con la siguiente forma.



a) Tracen rectas auxiliares para descomponer el terreno en figuras que conozcan. ¿Cuántas figuras construyeron? _____ ¿Cuáles son sus dimensiones?

_____

b) ¿Cuál es el área de cada una de las partes en que dividieron el terreno?

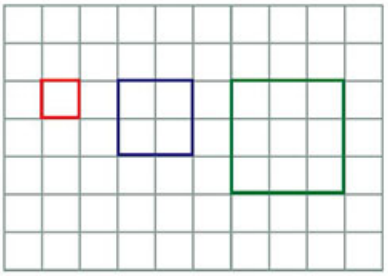
_____

c) Si el precio del metro cuadrado de pasto es de $35.00, ¿cuánto costará cubrir de pasto el terreno? _____

- Comparen sus respuestas y procedimientos con el resto del grupo. Si hay errores, corríjanlos.

Construyo

2. Analiza las figuras y haz lo que se pide.



a) El cuadrado rojo tiene un área de 1 cm^2. ¿Cuál es el área de los otros dos cuadrados?

_____

b) Si continuaras esta sucesión de figuras, ¿cuál sería el área del cuarto cuadrado? _____ ¿Y la del quinto? _____ ¿Cuál sería el área del octavo cuadrado de la sucesión? _____

© SANTILLANA

c) Escribe una expresión algebraica para representar el área de un cuadrado con lados de n cm de longitud. _____

- **Compara la expresión algebraica que escribiste con las del resto del grupo. Si hay diferencias, lleguen a un acuerdo.**

3. Analiza la sucesión de figuras y responde.

a) ¿Cuál es el área de los primeros tres términos de la sucesión? _____

_____

b) ¿Qué altura tiene el décimo rectángulo de la sucesión? _____ ¿Cuál es el área del décimo término de la sucesión? _____

c) Escribe una expresión algebraica para el área del término n de la sucesión.

_____

d) Si la base de los rectángulos de la sucesión midiera k unidades, ¿cuál expresión algebraica representaría el área del término n de la sucesión? _____

e) ¿Cuál expresión algebraica representa el área de un rectángulo con base de a unidades y altura de b unidades? _____

- **Compara las expresiones algebraicas que escribiste con las del resto del grupo. Si hay diferencias, argumenten su posición y lleguen a un acuerdo.**

Fórmulas para el área de cuadrados y rectángulos

El área de una figura es el número de cuadrados unitarios (la unidad de medida para el área) que caben en ella. Si el cuadrado unitario es de 1 cm por 1 cm, el área quedará expresada en centímetros cuadrados (cm^2); si el lado del cuadrado unitario es de 1 m, el área quedará expresada en metros cuadrados (m^2), etcétera.

Si el lado de un cuadrado mide a unidades, su área se calcula con la fórmula:

$$a \times a = a^2$$

La fórmula para calcular el área de un rectángulo es:

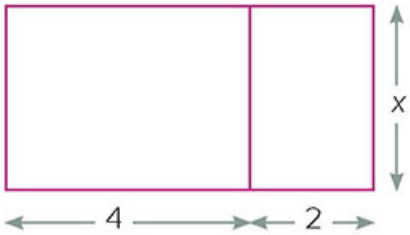
$$a \times b = ab$$

donde a y b son las longitudes de sus lados, también llamados base y altura.

© SANTILLANA

4. Reúnete con un compañero y respondan.

a) ¿En cuáles expresiones algebraicas se representa el área del rectángulo?



$4x + 2x$ $\quad$ $4 + 2 + x$ $\quad$ $6x$ $\quad$ $(4 + 2)x$

b) Comprueben sus respuestas sustituyendo la literal x por algún valor numérico.

- Comparen sus respuestas con las del resto del grupo y después lean la siguiente información.

Expresiones algebraicas equivalentes

Dos o más expresiones algebraicas son equivalentes si representan la misma cantidad. Por ejemplo:

$$4a = a + a + a + a$$
$$5xy + 2xy = 7xy$$
$$\frac{xy}{2} = x\frac{y}{2}$$

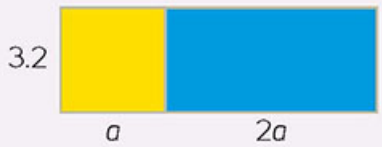
Una forma de comprobar que dos expresiones son equivalentes es sustituir las literales por un valor numérico y hacer las operaciones.

Por ejemplo, las expresiones $3n + 6$ y $3(n + 2)$ son equivalentes, pues al sustituir n por el valor 5 en la primera, se obtiene $3(5) + 6 = 15 + 6 = 21$ y en la segunda, $3(5 + 2) = 3(7) = 21$.

¿Vamos bien?

Aplica lo que has aprendido para resolver lo siguiente. Al terminar, compara tus procedimientos y los resultados que obtuviste con los de tus compañeros.

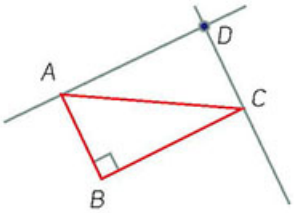
Escribe dos expresiones algebraicas equivalentes para el área de la figura.



© SANTILLANA

5. Reúnete con un compañero, analicen la figura y respondan.

En la imagen se muestran el triángulo *ABC* (rojo), una recta paralela al lado *AB* que pasa por el vértice *C* y una recta paralela al lado *BC* que pasa por el vértice *A*. Al punto de intersección de las rectas paralelas se le llamó *D*.



a) ¿Qué tipo de paralelogramo es el cuadrilátero *ABCD*? _____

b) ¿Son congruentes los triángulos *ABC* y *CDA*? _____ Expliquen su respuesta.

_____

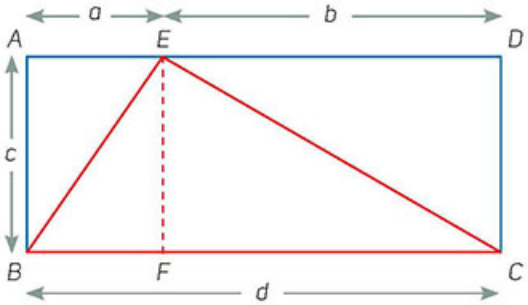
c) Si el segmento *AB* mide *a* unidades y el segmento *BC* mide *b* unidades, ¿cómo se calcula el área del rectángulo *ABCD*? _____

d) ¿Qué relación guarda el área del triángulo *ABC* respecto al área del rectángulo *ABCD*? _____

e) Escriban una expresión algebraica para el área del triángulo *ABC*. _____

- Discutan sus conclusiones con el resto del grupo. Si hay diferencias, lleguen a un acuerdo.

6. Analiza la figura y responde.



a) Escribe una expresión algebraica para el área del rectángulo *ABFE*. _____

b) Observa que el segmento *EB* es diagonal del rectángulo *ABFE*. ¿Qué relación hay entre el área del triángulo *EBF* y el área del rectángulo *ABFE*? _____

c) ¿Cuál es la fórmula para el área del rectángulo *FCDE*? _____

d) ¿Qué relación hay entre el área del triángulo *FCE* y el área del rectángulo *FCDE*?

_____

e) Compara las bases del triángulo rojo *BCE* y del rectángulo *ABCD*. ¿Qué puedes decir de ellas? _____

f) ¿Cómo son la **altura del triángulo** rojo *BCE* y la del rectángulo *ABCD*? _____

Glosario

altura de un triángulo. Es el segmento de recta perpendicular a cualquiera de los lados del triángulo que pasa por el vértice opuesto a dicho lado. También se llama altura del triángulo a la longitud de este segmento.

© SANTILLANA

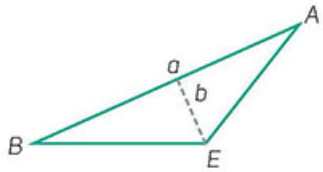
g) ¿Qué relación existe entre el área del triángulo rojo *BCE* y el área del rectángulo *ABCD*? _____

h) Escribe una expresión algebraica para el área del triángulo *BCE*. _____

- Discute tus conclusiones con el resto del grupo. Si hay diferencias, lleguen a un acuerdo.

7. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

a) En sus cuadernos construyan un triángulo obtusángulo *ABE* (E es el vértice correspondiente al ángulo obtuso). Con ayuda de sus escuadras, tracen perpendiculares al lado *AB* del triángulo en los puntos *A* y *B*. Ahora tracen una paralela al lado *AB* que pase por el vértice *E*. Llamen *C* y *D* a los puntos de intersección de la paralela con las perpendiculares.



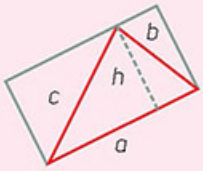
b) Escriban una expresión algebraica para el área del rectángulo *ABCD*. _____

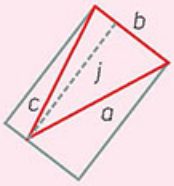
_____

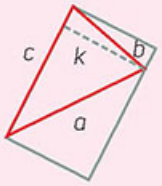
- Comparen sus expresiones algebraicas con las del resto del grupo. Si hay diferencias, lleguen a un acuerdo.

Fórmula para el área de triángulos

Dado cualquier triángulo, siempre es posible construir un rectángulo cuya base coincida con alguno de los lados del triángulo y de modo que el tercer vértice esté en el lado opuesto a la base del rectángulo. El área del triángulo es la mitad del área del rectángulo así construido.







Por esa razón, la fórmula para calcular el área de un triángulo es:

$$\frac{ah}{2}$$

donde *a* es la longitud de uno de sus lados y *h* es la altura respecto a ese lado.

Si se toma como base del triángulo el lado *b* y su correspondiente altura *j*, la fórmula es $\frac{bj}{2}$; y si se toma como base el lado *c* y su altura *k*, la fórmula es $\frac{ck}{2}$.

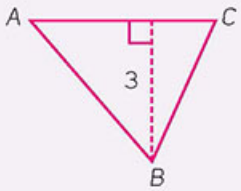
© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Aplica lo que has aprendido para resolver lo siguiente. Al terminar, compara tus procedimientos y los resultados que obtuviste con los de tus compañeros.

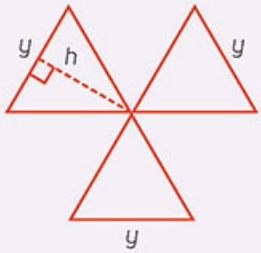
I. El área del triángulo es de 6 unidades cuadradas. ¿Cuánto mide la base *AC*?

_____



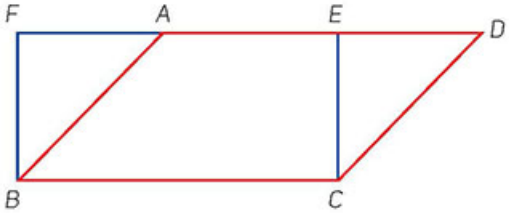
II. Escribe una expresión algebraica para el área de la figura.

_____



8. Reúnete con un compañero, analicen la figura y respondan.

El romboide *ABCD* y el rectángulo *BCEF* tienen como lado común el $\overline{BC}$ y sus alturas son iguales ($\overline{EC}$).



a) ¿Cómo son los triángulos *AFB* y *DEC*? _____

b) ¿Cómo son sus áreas? _____

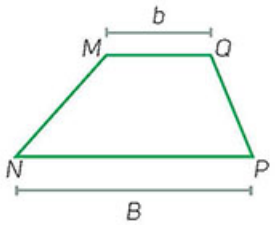
c) ¿Hay alguna diferencia entre el área del rectángulo y el área del romboide?

_____

d) Escriban una expresión algebraica para el área de un romboide con base de longitud *b* y altura *h*. _____

- Comparen su expresión algebraica con las de las demás parejas. Si hay alguna diferencia, identifiquen a qué se debe y validen sus expresiones.

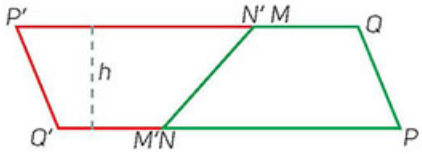
© SANTILLANA



9. Sigue las instrucciones y responde.

a) Traza en una hoja de papel un trapecio *MNPQ*. Recuerda que un trapecio es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos.

b) Haz una copia *M'N'P'Q'* del trapecio *MNPQ* y recórtala. Coloca la copia de manera que los lados *MN* y *M'N'* coincidan (*M'* sobre *N* y *N'* sobre *M*).



c) Si la base mayor del trapecio mide *B* unidades y la base menor mide *b* unidades, ¿cuál es la medida de los lados *Q'P* y *P'Q* del paralelogramo que se formó?

_____

d) ¿Hay alguna diferencia entre la altura del trapecio y la del paralelogramo? _____

e) ¿Cuál es el área del paralelogramo *P'Q'PQ*? _____

f) ¿Qué relación hay entre el área del paralelogramo y el área del trapecio *MNPQ*?

_____

g) Escribe una expresión algebraica para el área del trapecio. _____

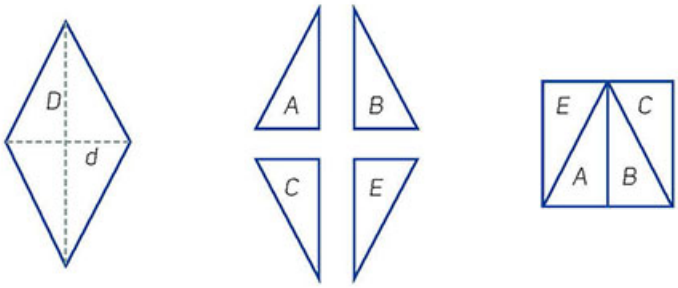
- Compara tu expresión algebraica con las del resto del grupo. Si hay alguna diferencia, lleguen a un acuerdo.

Para saber más

Lee y resuelve el problema 67, "Con doce cerillas", de la sección 8, "Rompecabezas de Geometría", del libro *Matemáticas recreativas*, de Yakob Perelman, de la serie Espejo de Ucrania de la colección Libros del Rincón. Si después de varios intentos no lo logras, revisa la solución en la segunda parte del libro.

10. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

En las siguientes imágenes se muestra el proceso de transformación de un rombo en un rectángulo. La diagonal mayor del rombo mide *D* unidades y la diagonal menor mide *d* unidades.



a) ¿Cuánto mide la base del rectángulo obtenido? _____

b) ¿Cuánto mide la altura del rectángulo obtenido? _____

c) Escriban una expresión algebraica para el área del rombo. _____

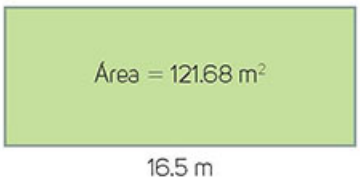
- Comparen su expresión algebraica con las del resto del grupo. Si hay alguna diferencia, lleguen a un acuerdo.

© SANTILLANA

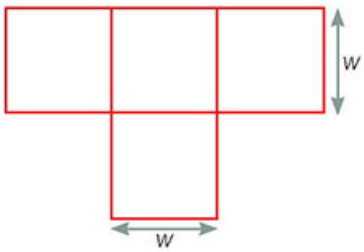
¿Qué aprendí?

Resuelve los problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tus compañeros y tu profesor.

1. Encuentra el valor de la altura del rectángulo. _____

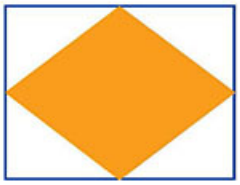


2. Escribe dos expresiones algebraicas equivalentes para el área de la figura.



_____ y _____

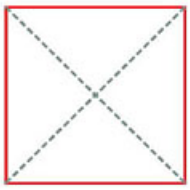
3. Los lados del rectángulo miden 8 y 6 cm respectivamente. Los vértices del cuadrilátero anaranjado son los puntos medios de los lados del rectángulo. ¿Cuál es el área del cuadrilátero anaranjado? _____



Escribe el procedimiento que seguiste para encontrar el área. _____

_____

4. Las diagonales de un cuadrado miden 6 cm.



a) ¿El cuadrado es también un rombo? _____

b) ¿Cuál es el área del cuadrado? _____

Aplico

Para saber más

Ingresa al sitio **www.esant.mx/essema1-015** y practica lo que has aprendido sobre áreas de paralelogramos.

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Calculo áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando las fórmulas.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Áreas de triángulos

Abre una hoja de GeoGebra. Coloca el cursor en "Vista Gráfica" y oculta los ejes y la cuadrícula.

1. Traza las alturas de un triángulo siguiendo estos pasos.

   a) Con la herramienta "Polígono" del quinto icono traza un triángulo acutángulo. Con la herramienta "Perpendicular" del cuarto icono traza una perpendicular al lado *AB* que pase por el vértice *C*.

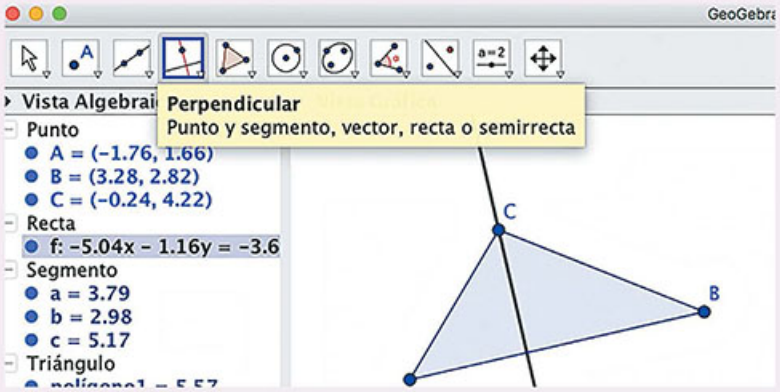


Imagen 1

   b) Usando la herramienta "Intersección" (segundo icono) señala el punto donde la perpendicular corta al lado *AB* del triángulo y con la herramienta "Segmento" traza el segmento *CD*. Oculta la recta perpendicular.

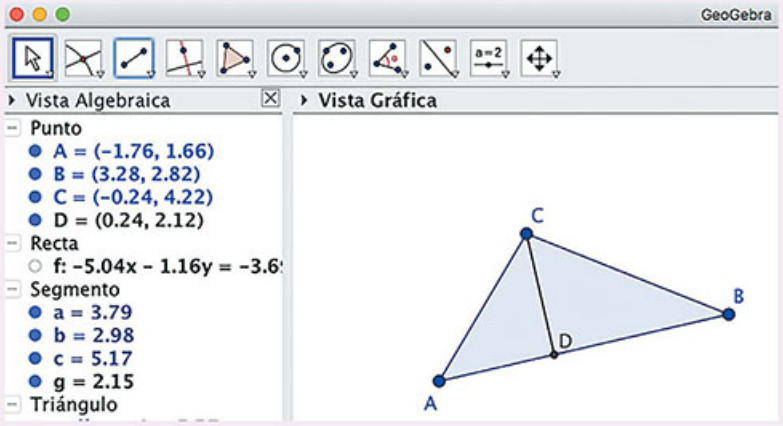


Imagen 2

   c) Siguiendo el mismo procedimiento, construye las otras dos alturas del triángulo *ABC*.

   - Escribe las tres expresiones algebraicas para el área del triángulo *ABC*; llama *a*, *b* y *c* a las longitudes de los lados *AB*, *AC* y *BC* y *g*, *h* y *k* a las de las alturas correspondientes a cada lado.

© SANTILLANA

d) En una nueva hoja de GeoGebra construye un segmento *AB* y una recta perpendicular al segmento que pase por alguno de sus extremos. Con la herramienta "Punto en objeto" señala un punto *C* sobre la perpendicular y traza el triángulo *ABC* con la herramienta "Polígono" (quinto icono). Oculta la recta perpendicular (imagen 3).

- ¿Cuál segmento corresponde a la altura del triángulo respecto al lado *AB*?

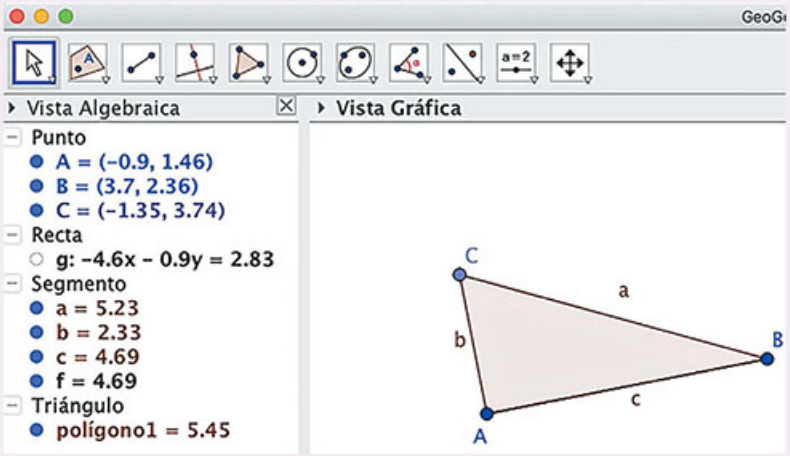


Imagen 3

e) Construye las otras dos alturas del triángulo.

f) En una nueva hoja de GeoGebra, traza un triángulo obtusángulo *ABC*.

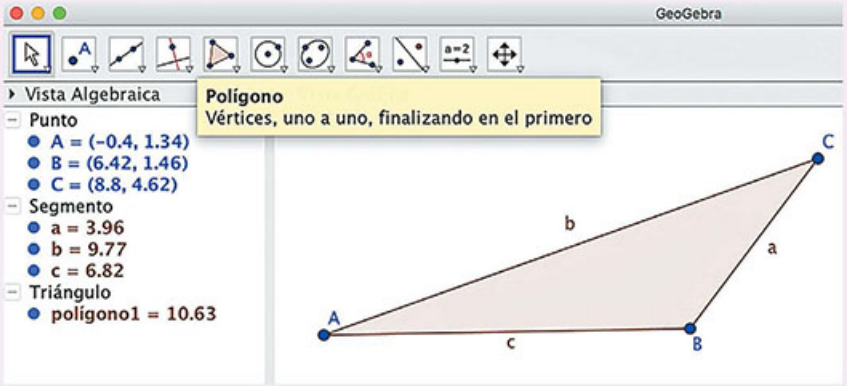


Imagen 4

g) Con la herramienta "Recta" (tercer icono) traza una recta que contenga alguno de los lados adyacentes al ángulo obtuso. Coloca el cursor sobre la recta y, presionando el botón derecho del ratón, elige la opción "Propiedades"; en la ventana que se abre, elige "Estilo" y ahí selecciona el "Estilo de trazo" punteado. Cierra la ventana.

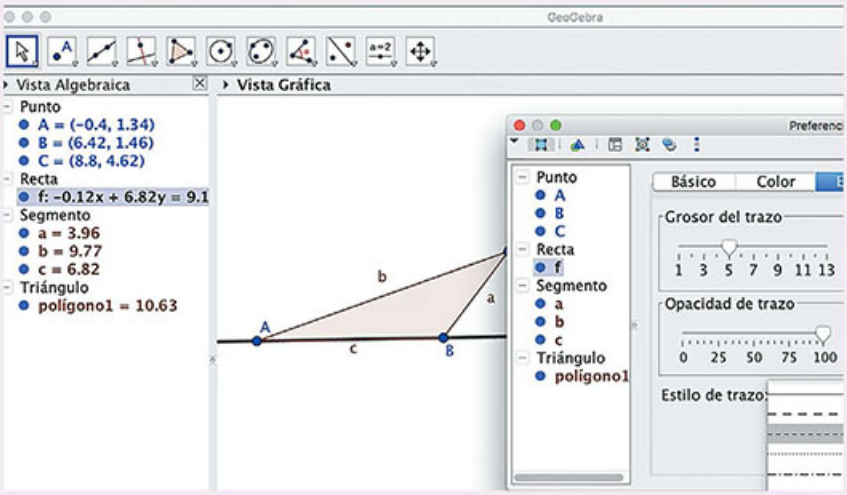


Imagen 5

© SANTILLANA

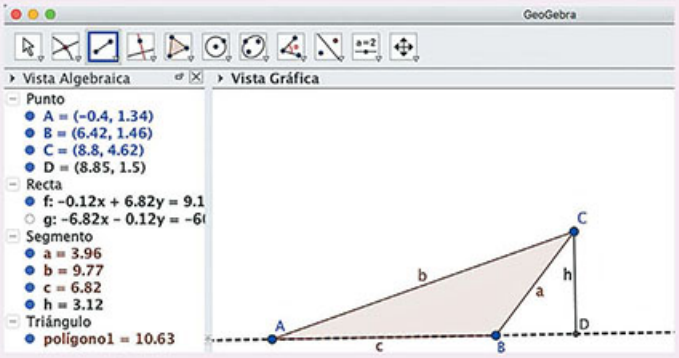


Imagen 6

h) Traza una recta perpendicular a la recta punteada, que pase por el vértice opuesto al lado contenido en la recta. Con la herramienta "Intersección" (segundo icono) señala el punto *D* donde se cortan las rectas. Y con la herramienta "Segmento" traza el segmento que une *D* con el vértice opuesto al lado que elegiste (imagen 6). Oculta la recta perpendicular.

Observa que el pie de la altura correspondiente al lado *AB* está fuera del triángulo, sobre la prolongación del lado *AB*.

i) Siguiendo los pasos anteriores, construye la altura correspondiente al otro lado adyacente al ángulo obtuso.

2. **Sigue estos pasos para comparar el área de un triángulo obtusángulo con el área de un rectángulo construido sobre uno de los lados adyacentes al ángulo obtuso.**

a) Abre una nueva hoja de GeoGebra y con la herramienta "Polígono" del quinto icono construye un triángulo obtusángulo *ABC*.

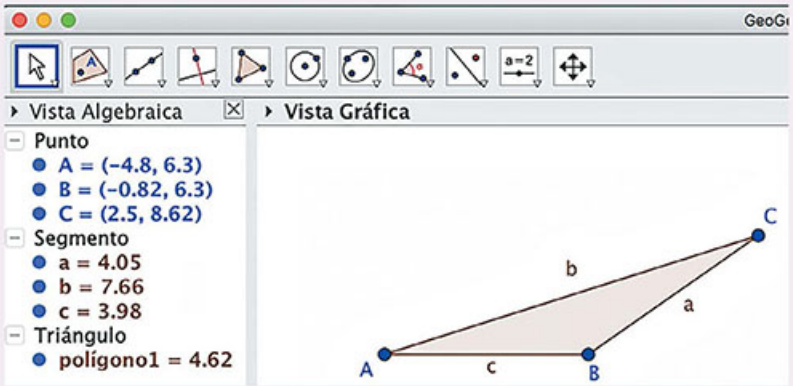


Imagen 7

b) Traza perpendiculares a uno de los lados adyacentes al ángulo obtuso del triángulo que pasen por los extremos del lado (en este ejemplo son *B* y *C*).

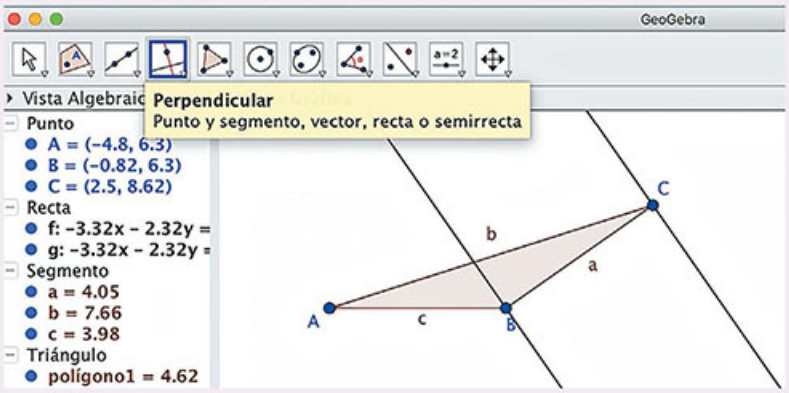


Imagen 8

© SANTILLANA

c) Traza una perpendicular a las rectas que acabas de trazar que pase por el vértice opuesto al lado que elegiste. Con la herramienta "Intersección" (segundo icono) señala los puntos donde se cortan las dos primeras rectas con la tercera.

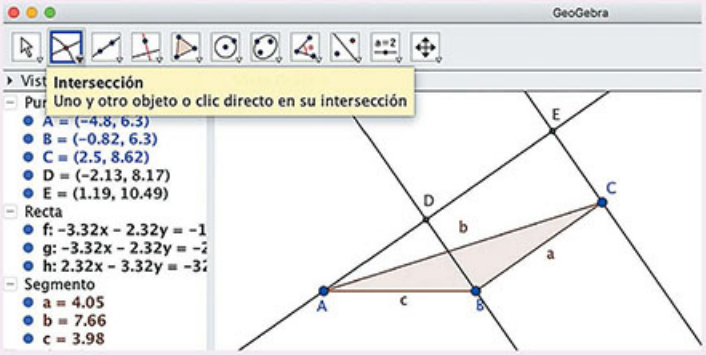


Imagen 9

d) Construye el rectángulo *BCED* con la herramienta "Polígono" del quinto icono. Oculta las rectas que construiste y, si quieres, cambia el color al rectángulo presionando el botón derecho del ratón y seleccionando la opción "Propiedades-Color".

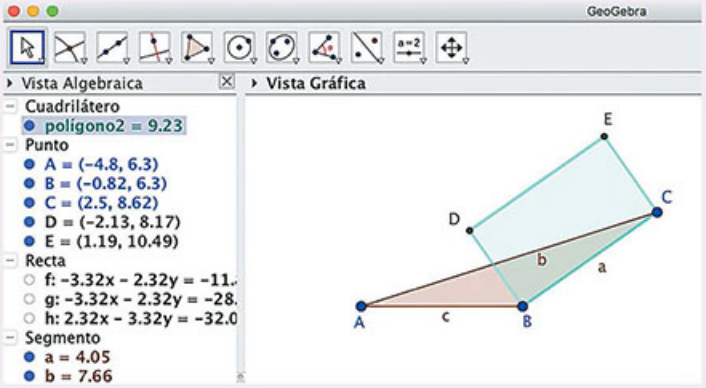


Imagen 10

- ¿Qué relación hay entre la altura del triángulo *ABC* correspondiente al lado *BC* y la altura *BD* del rectángulo *BCED*?
- ¿Qué relación hay entre el área del triángulo *ABC* y la del rectángulo *BCED*?

e) Repite la construcción para el otro lado adyacente al ángulo obtuso y compara el área del triángulo con el área del rectángulo.

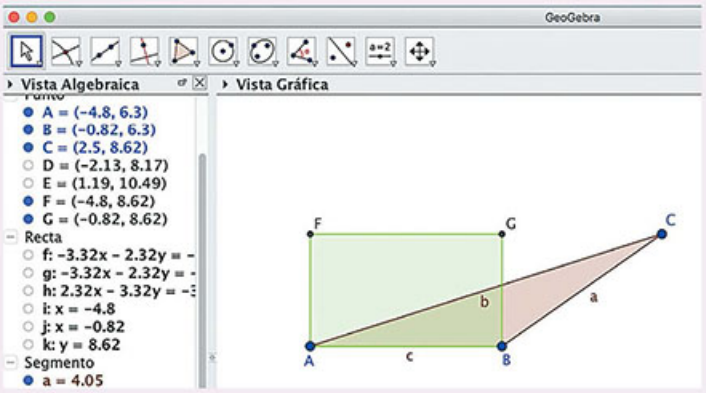


Imagen 11

© SANTILLANA

Secuencia didáctica 21

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Proporcionalidad
Contenido: Resuelves problemas de cálculo de porcentajes, del tanto por ciento y de la cantidad base.

Tanto por ciento

Exploro

1. Lee y contesta con un compañero.

En un centro comercial, varias tiendas anuncian descuentos en playeras de moda. En la tienda Ropa Casual ofrecen tres playeras por el precio de dos. En la tienda Tu Moda anuncian: "¡Llévese una playera y la segunda va a mitad de precio!". En la tienda Julia, el precio de las playeras tiene 30% de descuento. Supón que las playeras que te interesan cuestan $100 cada una.

¿Cuál de las tres tiendas ofrece un descuento mayor? _____

- Expliquen a sus compañeros cómo llegaron a la respuesta. Comparen su procedimiento con los de ellos y verifiquen que todos sean correctos.

Construyo

2. Reúnete con un compañero y trabajen en lo siguiente.

Esta es la información del número de alumnos aprobados en tres grupos de la clase de Arte:

Grupo	Aprobados	No aprobados
A	17	10
B	16	9
C	18	12

a) Analicen cómo pueden determinar qué grupo tuvo mejor desempeño. Escriban el criterio que utilizaron y la conclusión a la que llegaron. _____

_____

b) ¿Por qué no es suficiente con observar cuál de los grupos tiene más alumnos aprobados o menos no aprobados? _____

c) ¿Cómo se puede hacer una comparación que contemple que los grupos tienen distintos tamaños? _____

- Comparen sus respuestas y comenten sus opiniones sobre la mejor manera de hacer la comparación.

3. Recuerda lo que has estudiado sobre porcentajes y contesta.

a) Si 5% significa 5 de cada 100, ¿cuánto es 5% de 200? _____
¿Cuánto es 5% de 500? _____ ¿Y 5% de 50? _____

b) Si 30% significa 30 de cada 100, ¿cuánto es 30% de 300? _____
¿Cuánto es 30% de 450? _____ ¿Y 30% de 45? _____

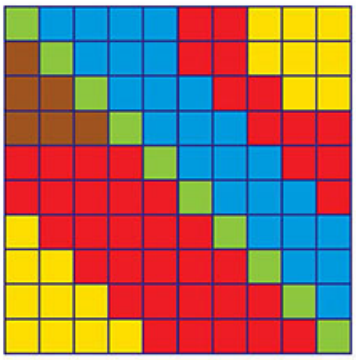
- Compara tu procedimiento y resultados con un compañero.

© SANTILLANA

4. Responde y haz lo que se indica.

a) ¿Cuántos cuadrados pequeños contiene el siguiente cuadrado? _____

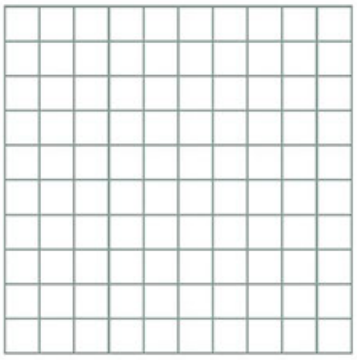
b) Identifica qué parte del área del cuadrado está cubierta por cada color y completa la tabla.



Color	Área cubierta por cada color (u^2)		
	Fracción	Decimal	Porcentaje
Amarillo			
Rojo			
Azul			
Café			
Verde			

c) Colorea el cuadrado de la derecha de manera que se cumpla con lo siguiente:

- 50% del área sea amarilla.
- $\frac{1}{4}$ del área sea azul.
- 0.1 del área sea verde.
- el resto del área sea roja.



- Compara tus respuestas con tus compañeros y comenten la siguiente información.

Porcentaje o tanto por ciento

La frase *n por ciento de una cantidad A* significa tomar *n* unidades por cada 100 que haya en *A*. Así que una forma de calcular el *n* por ciento de *A* es dividir *A* entre 100 y multiplicar el resultado por *n*. Como se cumplen las igualdades

$$n\left(\frac{A}{100}\right) = \frac{An}{100} = A\left(\frac{n}{100}\right),$$

el cálculo de *n*% de *A* también se puede hacer multiplicando *A* por $\frac{n}{100}$.
Así que el tanto por ciento se puede escribir como una fracción con denominador 100, $n\% = \frac{n}{100}$, y esa fracción también se puede escribir en forma decimal.

Ejemplos:

- Como $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\% = 0.5$, la mitad de cualquier cantidad es el 50% de ella y se puede obtener multiplicando la cantidad por 0.5.
- Como $\frac{1}{100} = 1\% = 0.01$, la centésima parte de cualquier cantidad es el 1% de ella y se puede obtener multiplicando la cantidad por 0.01.

© SANTILLANA

Para saber más

En el sitio **www.esant.mx/essema1-016** encuentra los porcentajes equivalentes a las fracciones $\frac{1}{9}$, $\frac{6}{7}$ y las fracciones equivalentes a 32% y 45%. ¿Qué es más grande: $\frac{10}{11}$ o 95%?

5. Calcula mentalmente y escribe el resultado.

a) El 10% de 70 es _____.
b) El 50% de 700 es _____.
c) El 1% de 800 es _____.
d) El 1% de 8 000 es _____.
e) El 10% de 4 es _____.
f) El 50% de 60 es _____.

- Compara tus respuestas con tus compañeros y corrige si encuentras algún error. Junto con tus compañeros, practica el cálculo mental de 50%, 10% y 1% de otras cantidades. Pueden usar calculadora para verificar sus cálculos mentales.

6. Resuelve los problemas con un compañero.

a) Una empresa que hace encuestas envía un cuestionario a 3 000 usuarios de internet. Por experiencia se sabe que nada más 35% de las personas que reciben cuestionarios los regresan contestados. ¿Cuántos usuarios se espera que contesten? _____

b) María vio en internet el celular que le gusta a un precio de $935.00 más IVA. Si el IVA (impuesto al valor agregado) es de 16%, ¿cuánto debe reunir María para comprar el celular? _____

- Contrasten sus procedimientos y comparen sus resultados con el resto del grupo.

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus respuestas con las de tus compañeros y corrijan si es necesario.

I. Completa la tabla.

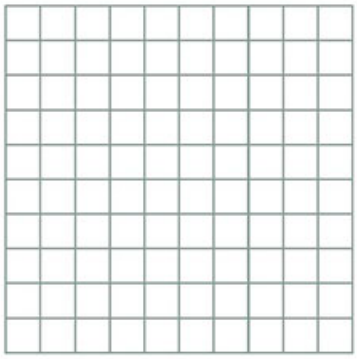
Porcentaje	Número decimal	Fracción
30%		
	0.08	
		$\frac{3}{50}$

II. Una población tiene 35 000 habitantes y 15% de ellos tiene acceso a internet en su casa. ¿Cuántas personas del poblado cuentan con ese servicio? _____

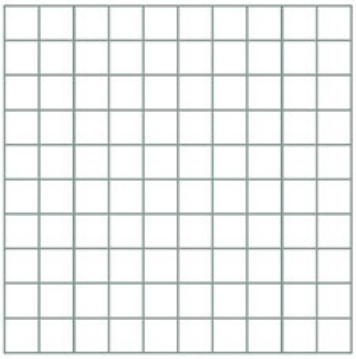
III. Si el salario mínimo diario era de $84.50 y aumentó 3.5%, ¿cuál es el nuevo salario mínimo diario? _____

© SANTILLANA

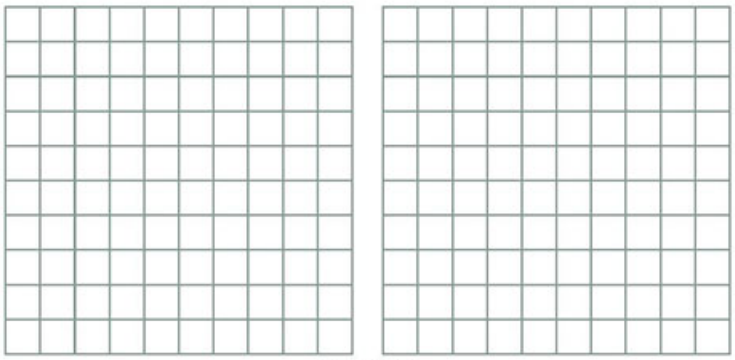
7. Colorea la parte de los cuadrados que se indica en cada caso. Después completa los enunciados usando las palabras *mayor*, *menor* o *igual*.



El 100%



El 85%



El 125%

a) Un porcentaje menor a 100% de una cantidad A es _____ que A.

b) El 100% de una cantidad A es _____ que A.

c) Un porcentaje mayor a 100% de una cantidad A es _____ que A.

- Discute tus respuestas con tus compañeros y juntos comenten el significado de porcentajes mayores a 100%. Elaboren un cartel con la explicación y ejemplos.

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Resuelvo problemas de cálculo de porcentajes, del tanto por ciento y de la cantidad base.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

¿Qué aprendí?

Trabaja los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con tu profesor y corrige si encuentras errores.

1. En una venta de viviendas, se pide 5% del valor como enganche. Si una vivienda cuesta $1 200 000, ¿cuánto se debe pagar de enganche? _____
2. Luis compró una patineta. El precio marcado era de $1 800, pero tenía un descuento de 20%. ¿Cuánto pagó por la patineta? _____
3. En un teatro con 140 localidades, se vendió 65% del cupo. ¿Cuántas localidades quedaron vacías? _____
4. Un horno de microondas cuesta $1 050. A ese precio se le aplica primero el IVA de 16% y luego un descuento de 30%. ¿Cuál es su precio final? _____

Aplico

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

22

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Proporcionalidad
Contenido: Resuelves problemas de cálculo de porcentajes, del tanto por ciento y de la cantidad base.

Más sobre porcentajes

Exploro

1. Lee y contesta con un compañero.

Laura trabaja en una tienda de ropa y le pagan, como comisión, 12% de lo que vende.

a) Si vende $1 000, ¿cuánto recibe de comisión? _____

b) Y si vende $3 000, ¿cuánto recibe? _____

c) Expliquen por qué el monto de ventas y el de la comisión que recibe Laura son cantidades proporcionales. _____

_____

_____

_____

d) ¿Cuál es el factor de proporcionalidad? _____

e) Si la semana pasada vendió $4 650, ¿cuánto recibió de comisión? _____

f) ¿Cuánto tendrá que vender para recibir $600 de comisión? _____

- Expliquen su procedimiento a sus compañeros de grupo y comparen sus resultados.

Construyo

2. Resuelve mentalmente.

Una mesera ha atendido cinco mesas en las últimas dos horas. En esas mesas se han consumido alimentos por $821, $453, $398, $579 y $781. Suponiendo que todos los clientes le dan una propina de 10% de la cuenta, haz un cálculo aproximado de la propina que va a recibir por las cinco cuentas. _____

- Comparte con tus compañeros la forma en que aproximaste el resultado y comparen sus cálculos.

3. Resuelve. Cuando sea necesario, usa dos cifras decimales.

a) Escribe la fracción que indica qué parte es 8 de 40. _____
Determina el número decimal correspondiente a esta fracción. _____
Con base en lo anterior, indica qué porcentaje es 8 de 40. _____

b) ¿Qué parte es 25 de 200? _____
¿Qué porcentaje es 25 de 200? _____

c) Escribe el número decimal que indica qué parte es 30 de 480. _____
¿Qué porcentaje es 30 de 480? _____

d) Determina qué porcentaje es 65 de 80. _____

e) ¿Qué porcentaje es 24 de 30? _____

© SANTILLANA

f) ¿Cómo se determina qué porcentaje es 30 de 24? _____

¿Este porcentaje es mayor o menor que 100%? _____

- Revisa tus respuestas con un compañero y juntos describan un procedimiento para determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra. Comparen su procedimiento con los de sus compañeros.

4. Reúnete con un compañero y resuelvan los problemas.

a) A un depósito de agua le caben 2 500 litros. ¿Qué porcentaje de su capacidad contiene si tiene 1575 litros de agua? _____

b) Un dispositivo electrónico que costaba $1800 fue rebajado a $1584. ¿Qué porcentaje del precio original fue descontado? _____

c) Una empresa debe dar a sus trabajadores un reparto de utilidades de 11% de la ganancia que tuvo durante el año anterior. Si la cantidad que distribuye entre los trabajadores es de $49 500, ¿cuál fue la ganancia anual de la empresa?

_____

- Comparen sus respuestas y el procedimiento que emplearon al resolver los problemas. Comenten con sus compañeros en qué se parecen las situaciones de los tres problemas. Después revisen la siguiente información.

Cálculo del tanto por ciento

Para determinar a qué porcentaje de A corresponde la cantidad *m*, se puede dividir *m* entre A y convertir el número decimal obtenido a un tanto por ciento.

Por ejemplo, para calcular qué porcentaje es 12 de 400, se divide $12 \div 400 = 0.03$. De ahí se obtiene que 12 es el 3% de 400.

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus respuestas con las de tus compañeros y corrijan si es necesario.

I. Calcula lo que se solicita.

a) ¿Qué cantidad es el 42% de 316? _____

b) ¿Qué porcentaje es $1 250 de $2 000? _____

II. En un sindicato con 520 afiliados, 364 votaron por la planilla Violeta. ¿Qué porcentaje de los afiliados votó por esa planilla? _____

© SANTILLANA

5. Lee y resuelve.

a) Escribe la multiplicación que debes hacer para determinar el 35% de 640.

_____

Anota el resultado de la operación. _____

b) Si sabes que el 35% de una cantidad es 224, ¿qué división debes hacer para encontrar esa cantidad? _____

c) ¿Qué división debes hacer para encontrar una cantidad si sabes que el 42% de ella es 840? _____

¿Cuál es esa cantidad? _____

Verifica tu respuesta calculando el 42% de la cantidad que obtuviste.

d) Encuentra un número tal que su 60% sea 10.8. _____

e) ¿Qué división debes hacer para determinar la cantidad que es el 100% si el 115% es 46? _____

¿Cuál es esa cantidad? _____

Verifica tu respuesta determinando el 115% de la cantidad que obtuviste.

- Revisa tus respuestas con un compañero y juntos describan un procedimiento para determinar una cantidad sabiendo que otra cantidad es su *n* por ciento. Comparen su procedimiento con los de sus compañeros.

6. Completa.

a) Si hay un descuento de 12% en la compra de un producto, se tiene que pagar el _____% del precio original.

b) Si un auto ya consumió 37% de la gasolina que traía en el tanque, le falta por consumir el _____%.

c) Si al comprar un producto se debe pagar 16% de IVA, se paga el _____% del precio sin IVA.

- Compara tus respuestas con tus compañeros y lleguen a un acuerdo.

7. Reúnete con un compañero y resuelvan los problemas.

a) Un pantalón que tiene 20% de descuento cuesta $784. ¿Cuál era el precio antes del descuento? _____

b) Me descontaron 25% en la compra de un libro y ahorré $122. ¿Cuánto costaba el libro antes del descuento? _____

- Expliquen a sus compañeros cómo llegaron a las respuestas y comparen sus procedimientos. Después revisen la información de la siguiente página.

© SANTILLANA

Cálculo de la cantidad base

Un método para determinar una cantidad cuyo n por ciento es m, es convertir n por ciento a decimal y dividir m entre ese número decimal.

Por ejemplo, para encontrar la cantidad cuyo 85% es 3 485, se puede usar que 85% es 0.85 y dividir $3485 \div 0.85 = 4100$.

A la cantidad que representa el total o el 100%, se le llama *cantidad base*.

El porcentaje que se obtiene después de una reducción de n por ciento es de $(100 - n)$ por ciento y el porcentaje que se obtiene al aplicar un aumento del n por ciento es $(100 + n)$ por ciento.

¿Qué aprendí?

Aplico

Trabaja los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y tus resultados con tu profesor. Corrige si encuentras errores.

1. En una temporada de descuentos, una tienda de ropa ofrece precios reducidos en distintos porcentajes.

   a) ¿Qué porcentaje de descuento tiene una falda que costaba $650 y está rebajada a $552.5? _____

   b) ¿Cuánto cuesta un vestido cuyo precio era $550 si ahora tiene un descuento de 20%? _____

   c) En la compra de un saco con 25% de descuento se obtiene un ahorro de $185. ¿Cuánto costaba el saco antes del descuento? _____

2. Indica qué porcentaje del área de la figura está cubierta de cada color.

   Verde _____

   Rojo _____

   Amarillo _____

   Azul _____

   Anaranjado _____

3. Una florería aumenta sus precios 20% del 9 al 15 de mayo. A partir del 16 de mayo, la florería anuncia un descuento de 20% en los precios que tenía hasta el día anterior. Un arreglo floral costaba $350 el 5 de mayo.

   a) ¿Cuánto costaba el mismo arreglo el 10 de mayo? _____

   b) ¿Cuánto costaba el mismo arreglo el 17 de mayo? _____

   c) ¿Por qué los precios no vuelven al monto original? _____

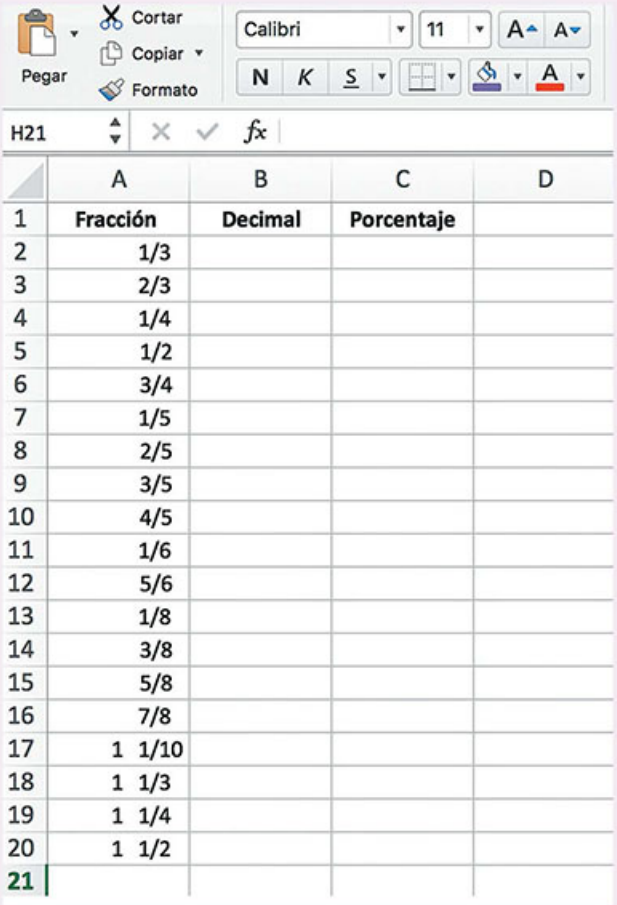
Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Resuelvo problemas de cálculo de porcentajes, del tanto por ciento y de la cantidad base.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Taller de tecnología

Fracciones, decimales y porcentajes

Haz lo que se indica para identificar valores de fracciones, decimales y porcentajes equivalentes entre sí.



	A	B	C	D
1	Fracción	Decimal	Porcentaje	
2	1/3			
3	2/3			
4	1/4			
5	1/2			
6	3/4			
7	1/5			
8	2/5			
9	3/5			
10	4/5			
11	1/6			
12	5/6			
13	1/8			
14	3/8			
15	5/8			
16	7/8			
17	1 1/10			
18	1 1/3			
19	1 1/4			
20	1 1/2			
21				

Imagen 1

a) Abre una hoja de cálculo y, en la primera fila de las tres primeras columnas, escribe los títulos "Fracción", "Decimal" y "Porcentaje".

b) Antes de escribir en la primera columna, selecciona las celdas de la 2 a la 20. Usa el botón auxiliar para ir a "Formato de celda", y en la pestaña "Número", elige la opción "Fracción" y el tipo "Hasta dos dígitos".

c) Escribe las fracciones que se muestran en la imagen 1. Selecciónalas y cópialas en las dos columnas siguientes buscando el símbolo (+) en la parte inferior derecha manteniendo presionado el botón principal.

d) Selecciona la segunda columna, debajo del título "Decimal". Busca "Formato de celda", y en la pestaña "Número", elige la opción "Número" con tres cifras decimales.

e) Selecciona la tercera columna, debajo del título "Porcentaje", y esta vez elige el formato "Porcentaje" con dos cifras decimales.

f) Analiza los números que obtuviste en las tres columnas y la equivalencia de las expresiones escritas en cada renglón.

- Observa los porcentajes equivalentes a $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{5}$. ¿En cuánto aumenta el porcentaje cada vez que se agrega un quinto? _____
- ¿Cuál será el porcentaje que corresponde a la fracción $\frac{8}{5}$? _____
- ¿Cuáles son los porcentajes que corresponden a $\frac{1}{4}$ y a $\frac{3}{4}$? _____
- ¿Cuál será el porcentaje que corresponde a $\frac{7}{4}$? _____
- Observa los porcentajes equivalentes a $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$ y $\frac{7}{8}$. ¿Cuál será la fracción equivalente a 112.5%? _____
- Escribe el porcentaje correspondiente al número decimal $0.\overline{6}$ redondeando a tres cifras decimales. _____

Compara tus respuestas con un compañero y discutan las diferencias que encuentren.

© SANTILLANA

Precios con y sin IVA

Sigue las instrucciones para determinar precios con y sin IVA de cantidades dadas.

a) En una nueva hoja de cálculo, escribe los títulos y cantidades que se muestran en la imagen 2. Recuerda usar los formatos "Número" con dos cifras decimales y "Porcentaje".

	A	B	C
1	Importe neto	% IVA	Total con IVA
2	3851.50	16%	
3	86.80	16%	
4	290137.00	16%	
5		16%	678.50
6		16%	99.90
7		16%	8974.00
8			

Imagen 2

b) Debajo del título "Total con IVA", escribe la instrucción =A2*(1+B2) y haz clic en Enter. Copia la instrucción a las celdas C3 y C4.

- ¿Qué porcentaje del importe neto es el precio con IVA? _____
- Explica por qué la instrucción escrita en el inciso *b* permite obtener el "Precio con IVA". _____

c) Analiza qué porcentaje del precio con IVA es el importe neto y escribe la instrucción para determinar esa cantidad. _____

d) Escribe la instrucción anterior en la celda A5 y cópiala a las celdas A6 y A7.

Compara tus respuestas con un compañero y discutan las diferencias que encuentren.

Monto de un descuento o incremento

Haz lo que se indica para calcular el monto de descuento o incremento de una cantidad.

a) En otra hoja de cálculo, escribe los títulos y las cantidades que se muestran en la imagen 3. Usa el formato de celda apropiado para las columnas B y C.

	A	B	C	D
1	Artículo	Ventas en abril	Ventas en mayo	% Diferencia
2	A	345801.80	452990.50	
3	B	78591.00	65740.50	
4	C	963.50	489.80	
5	D	731549.50	965374.80	
6				

Imagen 3

b) Para calcular la diferencia en ventas como porcentaje de las ventas en abril, escribe en la celda D2 la instrucción =(C2−B2)/C2.

c) Asegúrate de que el formato de los números en las celdas de la columna D sea "Porcentaje" con dos cifras decimales.

- ¿Por qué algunos porcentajes resultan negativos y otros positivos? _____

Compara tu respuesta con un compañero.

© SANTILLANA

Elige la opción correcta. Con base en tus resultados, identifica los contenidos que necesitas repasar para mejorar tu desempeño.

1. ¿Cuál es el menor de los siguientes números: -0.3, -0.36, 0.01, $-\frac{1}{3}$?

   A) -0.3 B) -0.36 C) 0.01 D) $-\frac{1}{3}$

2. ¿Cuál es el número faltante en la operación _____ $-(-3) = -5$?

   A) 8 B) 2 C) -8 D) -2

3. Un quinto de $\frac{2}{3}$ es...

   A) $\frac{2}{15}$. B) $\frac{10}{3}$. C) $\frac{2}{5}$. D $\frac{5}{3}$.

4. Si para 8 raciones de flan napolitano se requieren 6 huevos, ¿qué operación permite determinar cuántos huevos se necesitan para 20 raciones?

   A) 6×8 B) $20 \div 8$ C) $6 \times \frac{20}{8}$ D) $8 \times \frac{20}{6}$

5. En un mapa a escala, 4 cm de longitud representan 500 metros de distancia real. ¿Cuántos centímetros tendrá en el mapa una distancia de 1 200 metros?

   A) 8.6 cm B) 2.4 cm C) 125 cm D) 9.6 cm

6. ¿Cuál es el resultado de $14 \times 6 + 5 - 27 \div 3$?

   A) 20.66 B) 42.33 C) 80 D) 145

7. ¿Cuál es el término general de la sucesión que indica el número de cuadrados que hay en cada figura?

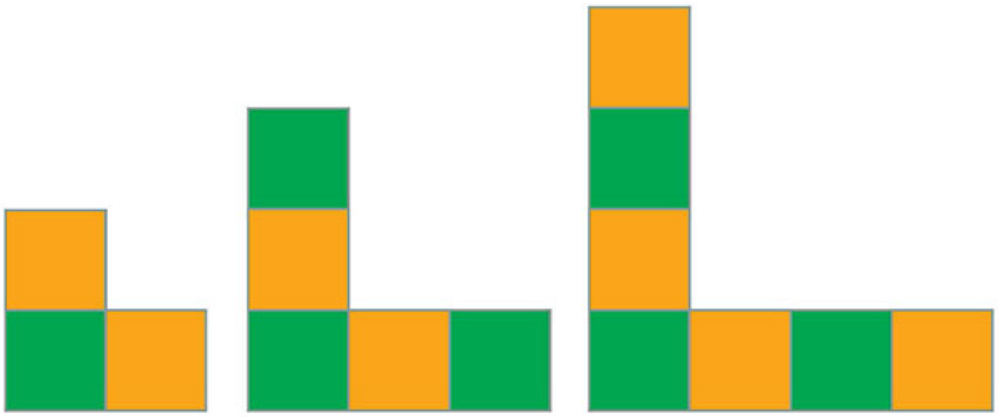
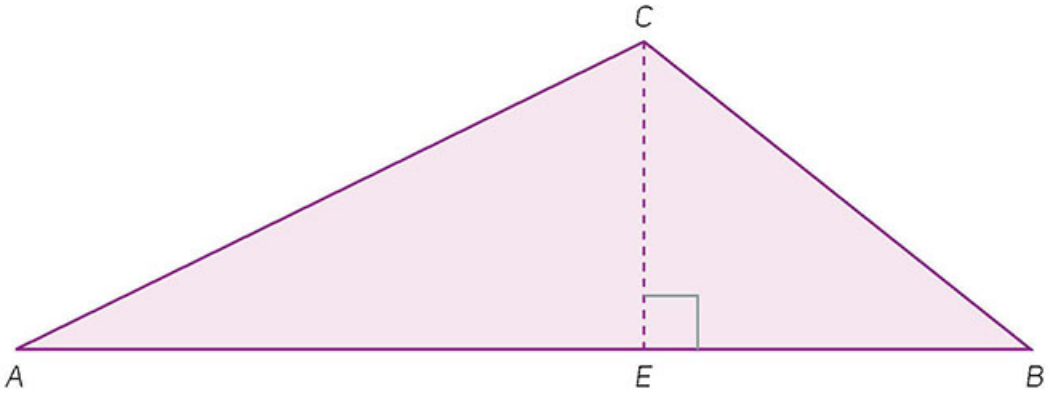


Figura 1 Figura 2 Figura 3

   A) $3 + 2n$ B) $n + 2$ C) $3n + 2$ D) $1 + 2n$

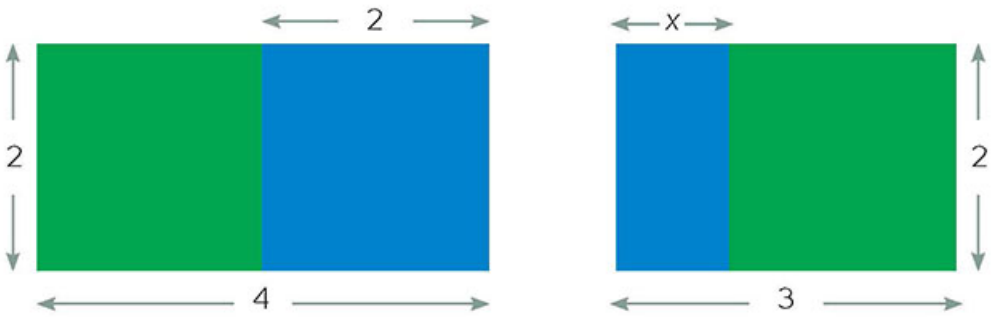
© SANTILLANA

8. Si el área del triángulo *ABC* es de 15.31 cm^2 y el lado *AB* mide 9.95 cm, ¿cuál es la medida de la altura *EC*?



A) 1.54 cm B) 0.77 cm C) 3.08 cm D) 1.53 cm

9. ¿Cuál expresión algebraica representa el área de las regiones azules?



A) $8 \div 2 + x$

B) $8 \div 2 + 2x$

C) $8 \div 2 + 3x$

D) $8 \div 2 + \frac{x}{2}$

10. El radio de una rueda de bicicleta mide 35.56 cm. ¿Cuántos centímetros recorrerá la rueda al girar dos vueltas? Usa 3.14 como aproximación al valor de π.

A) 446.63 cm B) 223.31 cm C) 111.65 cm D) 71.12 cm

11. Si una juguetería aumenta sus precios 22% el 4 de enero, ¿qué porcentaje del precio anterior tendrán que pagar los clientes el 6 de enero?

A) 78% B) 22% C) 122% D) 104%

© SANTILLANA

Resuelve los problemas. Con base en tus resultados, identifica los contenidos que necesitas repasar para mejorar tu desempeño.

1. Encuentra el número faltante en las operaciones.

   a) $-2.8 - ____ = 1.4$

   b) $____ + 5.3 = -11.6$

   c) $-(-\frac{2}{5}) - ____ = -\frac{7}{6}$

   d) $-\frac{4}{9} - (-\frac{3}{4}) + ____ = -\frac{4}{9}$

2. Para llegar a su peso ideal, doña Laura quiere seguir una dieta durante 6 semanas. Actualmente pesa 58 kg y quiere pesar 52 kg como máximo. Sin embargo, es muy inconsistente y no todas las semanas baja de peso. La siguiente tabla muestra su avance o su retroceso semanal.

Semana	1	2	3	4	5	6
Aumento o disminución de peso (kg)	−1.56	−1.2	0.30	−1.4	0.46	0.29

   ¿Logró doña Laura su peso ideal al término de las seis semanas? Justifica tu respuesta.

3. Martha y Joel recibieron de regalo una caja con 30 chocolates. Martha se comió $\frac{2}{5}$ partes y Joel se comió la mitad de los chocolates que quedaron. ¿Cuántos chocolates sobran? Justifica tu respuesta.

4. En una pista de $\frac{5}{4}$ de km, Ana Laura ha dado 2 vueltas y $\frac{1}{5}$ de vuelta. ¿Cuántos kilómetros ha corrido? Justifica tu respuesta.

5. Realiza las operaciones.

   a) $3 + 5 \times 2 + 10 \div 2 =$ _____

   b) $((3 + 5) \times (2 + 10)) \div 2 =$ _____

   c) $(3 + 5 \times (2 + 10)) \div 2 =$ _____

6. Observa las figuras y realiza lo que se indica.

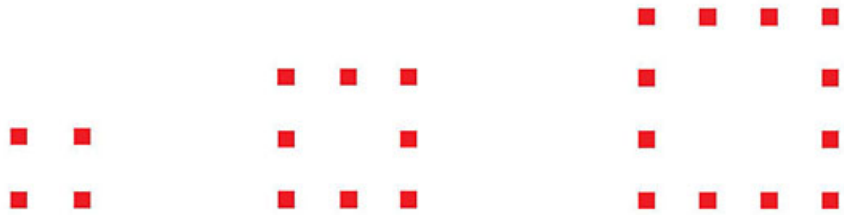


Figura 1 Figura 2 Figura 3

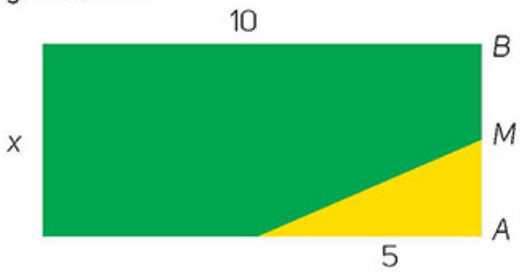
© SANTILLANA

a) Escribe en la tabla los seis primeros términos de la sucesión que indica la cantidad de cuadritos que hay en cada figura de este patrón.

Figura	1	2	3	4	5	6
Cuadritos						

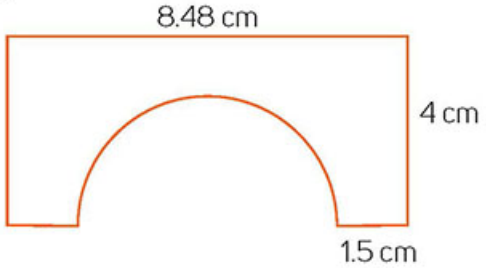
b) Encuentra una expresión algebraica para el término general de esta sucesión.

7. Escribe una expresión algebraica que represente el área de la región verde. *M* es el punto medio del segmento *AB*.



8. El perímetro de un polígono regular de 13 lados mide 31.2 cm. ¿Cuánto mide el lado del polígono? Justifica tu respuesta.

9. Calcula el perímetro de la siguiente figura. El diámetro de la circunferencia que se formaría en la parte inferior mide 5.48 cm; usa 3.14 como aproximación al valor de π. Justifica tu respuesta.



10. Al vender una casa en $2 646 000, el vendedor gana 12%. ¿Cuánto vale la casa antes de incluir la comisión del vendedor? Justifica tu respuesta.

11. Un celular que costaba $2 650 está en promoción al precio de $2 067. ¿En qué porcentaje se redujo el precio original? Justifica tu respuesta.

© SANTILLANA

Trimestre 3

ProtoplasmaKid / Wikimedia Commons / CC-BY-SA 4.0

Las torres de Satélite son un conjunto escultórico de cinco prismas triangulares de distintos tamaños que se encuentran en una explanada al norte de la Ciudad de México.

Entremos a la espiral

¡Llegaste a la recta final del ciclo escolar!
En este trimestre abordarás el planteamiento y resolución de ecuaciones, trabajando con ecuaciones lineales. Advertirás que hay muchos problemas en los que las relaciones entre las cantidades involucradas se pueden expresar por medio de una ecuación.

Estudiarás también una forma de variación conocida como *variación lineal*, que se puede representar mediante una tabla de valores, una gráfica o una expresión algebraica. Conocerás la pendiente de una recta, que es una forma de medir su inclinación y verás que esta te permite diferenciar distintos tipos de variación lineal.

Además, en este trimestre aprenderás a construir e interpretar gráficas circulares. Revisarás los conceptos de *promedio*, *mediana* y *moda* de una colección de datos para aprender cuál de esas medidas es más útil en distintas situaciones, además del rango de una colección de datos y su interpretación.

Finalmente, estudiarás las fórmulas para calcular el volumen de prismas rectos que tienen bases con distintas formas (cuadrada, rectangular o triangular) e identificarás la relación entre medidas de volumen y medidas de capacidad.

Recuerda revisar de nuevo esta sección al final del trimestre para que compruebes que hayas alcanzado los conocimientos que aquí se describen.

El álgebra

La aparición de las matemáticas como ciencia teórica comenzó en tiempos muy remotos (alrededor del siglo VII a. n. e.) y en ella jugaron un papel muy importante los científicos griegos, ya que fueron los primeros en usar razonamientos lógicos para demostrar resultados generales, llamados *teoremas*.

Los griegos fueron grandes geómetras y también hicieron progresos considerables en aritmética y álgebra, pero carecían de algunos elementos esenciales; por ejemplo, no conocían los números negativos ni el cero, y no tenían un sistema bien desarrollado de símbolos para representar relaciones generales usando operaciones y literales. Para describir una relación que ahora podemos representar por la igualdad $y = x^2$, los griegos decían cosas como "un segmento que tiene una longitud igual al área de un cuadrado".

Desde los primeros siglos de nuestra era, el centro del desarrollo matemático se fue desplazando a la India, Asia Central y los países árabes.

La palabra *álgebra* proviene del nombre de un tratado del matemático y astrónomo árabe Mahommed ibn Musa al-Khwarizmi. Su tratado llevaba por título *Al-jebr w´al-muqabala*, que significa "Trasposición y eliminación". Por trasposición *(al-jebr)* se entiende la transferencia de términos de uno a otro miembro de una ecuación. La palabra *al-jebr* se convirtió en *álgebra* al transcribirla al latín, mientras que *al-muqabala* fue desechada. El origen de este término responde muy bien al contenido real del álgebra, que es la doctrina de las operaciones matemáticas entre cantidades, sin considerar números concretos. Más tarde, Omar Khayyam definió el álgebra como la ciencia de resolver ecuaciones, definición que mantuvo su significado hasta finales del siglo XIX.

age fotostock / www.photostock.com.mx

Mahommed ibn Musa al-Khwarizmi

© SANTILLANA

Secuencia didáctica 23

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Ecuaciones
Contenido: Formulas ecuaciones lineales que representan diversas situaciones e identificas la incógnita.

La incógnita

Exploro

1. Reúnete con dos compañeros y sigan las instrucciones.

   Cada integrante del equipo pensará un número entero positivo, lo multiplicará por 2 y al resultado le sumará 3. Por turnos, cada uno le dirá al resto del equipo el resultado que obtuvo. El primero que adivine el número que pensó su compañero gana el juego. Repitan el juego varias veces.

   ¿Algún integrante del equipo logró adivinar el número que pensó su compañero? _____ En caso afirmativo expliquen cómo le hizo. _____

   _____

- Discutan sus observaciones con el resto del grupo.

Construyo

2. Reúnete con un compañero para hacer lo que se pide.

   a) Usen la literal x para representar un número desconocido y escriban las siguientes expresiones algebraicas.
      - La que representa al número que se obtiene al multiplicar por 2 el número x.

        _____
      - La que representa al número que se obtiene al sumar 3 al resultado de multiplicar por 2 el número x. _____

   b) En el juego de la actividad 1, el resultado que obtuvo Maru fue 23. Si llaman x al número en que pensó Maru, ¿cuál de las siguientes igualdades representa el hecho de que el resultado que obtuvo fue 23? _____

   $x + 3 = 23$ $\quad 2(x + 3) = 23$ $\quad 2x + 3 = 23$ $\quad 2x = 23$ $\quad 2x = 23 + 3$

- Comparen sus respuestas con otros compañeros y, si algunas no coinciden, analicen quién tiene razón.

Incógnitas y ecuaciones

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones en la que al menos en una de ellas hay una cantidad desconocida, dicha cantidad se llama **incógnita** y para representarla se usa una literal.

Los siguientes son ejemplos de ecuaciones:

$x + 13 = 22$ $\quad y - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ $\quad 2z + 5 = -3$ $\quad 3(t - 2) = t + 5$

Resolver la ecuación quiere decir encontrar el valor de la incógnita.

© SANTILLANA

3. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

a) Escriban una expresión algebraica en la que la literal sea z para representar cada enunciado.

- Al triple de un número se le suma 2 _____
- El 16% de una cantidad _____
- La suma de dos enteros consecutivos _____
- El perímetro de un rectángulo cuya base tiene 10 cm de longitud _____
- La suma de los perímetros de un polígono regular de 5 lados y un cuadrado con lado de 3 unidades de longitud _____
- La cantidad de dinero que me quedó en el mercado después de haber gastado la tercera parte de lo que llevaba. _____

b) Con las expresiones que anotaron, escriban una ecuación que represente cada una de las siguientes situaciones.

- Al sumar 2 al triple de un número se obtiene 14. _____
- El 16% de una cantidad es 32. _____
- La suma de dos enteros consecutivos es 25. _____
- El perímetro de un rectángulo cuya base tiene 10 cm de longitud es 34. _____
- La suma de los perímetros de un polígono regular de 5 lados y un cuadrado con lado de 3 unidades de longitud es 28. _____
- Gasté la tercera parte del dinero que llevé al mercado y me quedaron 80 pesos. _____

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo y, si hay diferencias, lleguen a un acuerdo.

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus respuestas con las de tus compañeros.

1. Haz lo que se indica. Representa la edad actual de Juan con la literal a.

a) Escribe las siguientes expresiones algebraicas.

La edad que Juan tendrá dentro de 12 años. _____

El doble de la edad actual de Juan. _____

b) Plantea la ecuación que representa que dentro de 12 años, la edad de Juan será el doble de su edad actual. _____

© SANTILLANA

Convivo en armonía

Al comparar sus resultados, revísenlos con cuidado. Si estos no coinciden, verifíquenlos hasta encontrar el error. Identificar dónde se equivocaron representa una oportunidad para aprender. Además, apoyarse entre sí les permite mejorar su desempeño y fortalecer la convivencia en su salón de clases.

4. Reúnete con un compañero para hacer lo que se pide.

   a) Escriban la ecuación que representa cada una de las situaciones.

   - Pedro pensó en un número, le sumó siete y obtuvo 21. Si x es el número en que pensó Pedro, la ecuación es _____.
   - En un grupo de primero de secundaria hay siete hombres más que mujeres, y hay 21 hombres. Si x es la cantidad de mujeres, la ecuación es _____.
   - Ricardo tiene 21 años, y tiene siete años más que su hermano Mauricio. Si x es la edad de Mauricio, la ecuación es _____.
   - Gerardo tiene 21 estampas y tiene 7 más que Julieta. Si x es la cantidad de estampas que tiene Julieta, la ecuación es _____.

   b) Escriban una situación, distinta de las anteriores, que se represente con la ecuación $x + 7 = 21$. _____

   _____

- Comenten con el resto del grupo cuántas situaciones distintas creen que pueden representarse con la ecuación $x + 7 = 21$.

El papel de la incógnita

Pueden formular se muchos problemas que se resuelven con la misma ecuación, porque en ella se expresa solo la relación entre las cantidades involucradas, sin importar si se trata de años, dinero, estampas o cualquier otra cosa.

5. Haz lo que se solicita.

   Posiblemente, al hacer las actividades iniciales de la secuencia detectaste que si en el juego de la actividad 1 llamas x al número en que pensó Maru, la ecuación que nos dice que el resultado que obtuvo fue 23 es $2x + 3 = 23$. Escribe otras dos situaciones, distintas de la del juego de la actividad 1, que se representen con esta ecuación.

   a) _____

   b) _____

- Contrasta tus respuestas con las del resto del grupo.

6. Reúnete con un compañero para hacer lo que se pide.

   a) Escriban qué número es $4x - 2$ en cada uno de los siguientes casos:

   Cuando x es 8. _____ Cuando x es 2. _____ Cuando x es 3. _____

© SANTILLANA

b) Escriban qué número es $3x + 1$ en cada uno de los siguientes casos:

Cuando x es 8. _____ Cuando x es 2. _____ Cuando x es 3. _____

c) Usen sus respuestas para contestar lo siguiente.

En la ecuación $4x - 2 = 3x + 1$, ¿cuál es el valor de x con el que las expresiones $4x - 2$ y $3x + 1$ representan al mismo número? _____

- **Comparen sus respuestas con las de otra pareja y, si detectan errores, corríjanlos.**

La solución de una ecuación

En esta secuencia has trabajado con ecuaciones lineales de una incógnita. Resolverlas significa encontrar el valor de la incógnita para el cual el número representado del lado izquierdo del signo de igualdad es el mismo que el número del lado derecho.

Por ejemplo, la solución de la ecuación $3x - 1 = 20$ es $x = 7$, porque cuando $x = 3$ se tiene $(3 \times 7) - 1 = 20$.

La solución de una ecuación lineal con una incógnita es un único número, es decir, no puede haber dos valores distintos de la incógnita que hagan cierta la igualdad.
Por ejemplo, $x = 2$ no es solución de la ecuación $3x - 1 = 20$, pues cuando $x = 2$, $(3 \times 2) - 1 = 5$, que es distinto de 20.

Para saber más

Consulta el texto 13, "¿Y si usamos también la cuchara?", del libro *Póngame un kilo de matemáticas*, de Carlos Andradas, de la serie Espejo de Ucrania de la colección Libros del Rincón, y conoce más sobre ecuaciones.

¿Qué aprendí?

Haz lo que se pide. Al terminar, revisa tus resultados con tus compañeros y tu profesor. Corrige si encuentras errores.

Aplico

1. **El precio de un cuaderno grande es el doble del de un cuaderno chico.**

a) Llama z al precio de un cuaderno chico y escribe las siguientes expresiones algebraicas:

El precio del cuaderno grande _____ Lo que pagó Juan al comprar un cuaderno chico y uno grande _____ La cantidad de pesos que le dieron de cambio a Juan si dio un billete de 100 pesos para pagar los dos cuadernos. _____

Después escribe una ecuación que represente que a Juan le dieron 52 pesos de cambio. _____

b) Analiza cuál de los siguientes valores de z es solución de la ecuación que escribiste en el inciso *a*, y subráyalo.

$z = 10$ $z = 14$ $z = 18$ $z = 16$

¿Cuál es el precio de un cuaderno chico? _____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Formulo ecuaciones lineales que representan diversas situaciones e identifico la incógnita.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

24

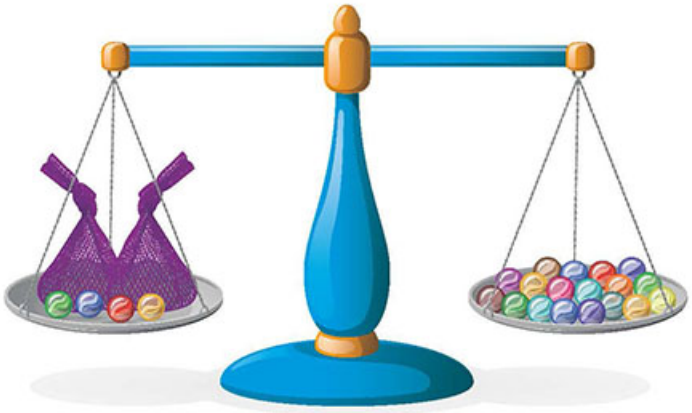
Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Ecuaciones
Contenido: Resuelves problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

Hay que mantener el equilibrio

Exploro

1. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

En uno de los platillos de una balanza hay dos bolsas con la misma cantidad de canicas más cuatro canicas sueltas y en el otro platillo hay 18 canicas sueltas; todas las canicas pesan lo mismo y la balanza está en equilibrio.



a) Representen con una literal el número de canicas que hay en cada bolsa y escriban una ecuación que describa la igualdad de lo que hay en los dos platillos de la balanza. _____

b) ¿Se desequilibraría la balanza si quitaran una canica de cada lado? _____
¿Y si quitaran cuatro canicas de cada lado? _____

c) Escriban una nueva ecuación que represente la situación después de haber quitado cuatro canicas de cada lado. _____

d) ¿Cuántas canicas hay en las dos bolsas? _____

e) ¿Cuántas canicas hay en cada bolsa? _____

f) Comprueben su respuesta sustituyendo el número de canicas de cada bolsa en la primera ecuación que obtuvieron y verificando que en ambos platillos de la balanza hay el mismo número de canicas.

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo y si encuentran errores corríjanlos.

Construyo

2. Escribe los números faltantes en los espacios en blanco, verifica si la nueva igualdad se cumple y luego responde la pregunta.

a) Si $5 + 9 = 14$, entonces $(5 + 9) + 4 = 14 +$ _____.

b) Si $3 + 12 = 15$, entonces $(3 + 12) - 5 = 15 -$ _____.

c) Si $x = 3$, entonces $x + 4 = 3 +$ _____.

d) Si $x = 5$, entonces $x - 2 = 5 -$ _____.

© SANTILLANA

e) Explica qué pasa con una igualdad al sumar o restar el mismo número a ambos lados de la igualdad. _____

- Discute tus respuestas con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo.

3. Escribe los números faltantes en los espacios en blanco, verifica si la nueva igualdad se cumple y luego responde.

a) Si $25 + 5 - 9 = 21$, entonces $\frac{25 + 5 - 9}{3} = \frac{21}{\square}$.

b) Si $16 = 12 + 4$, entonces $2 \times 16 =$ ____ $\times (12 + 4)$.

c) Explica qué pasa con una igualdad al dividir los dos miembros entre un mismo número distinto de cero y qué pasa al multiplicar los dos miembros por el mismo número. _____

_____

- Discute tus respuestas con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo.

4. Escribe los datos faltantes y contesta las preguntas.

a) Si $x + 7 = 16$, entonces $x + 7 - 7 = 16 -$ ____, y en consecuencia $x =$ ____.

b) Si $x - 2 = 4$, entonces $x - 2 + 2 = 4 +$ ____, y por tanto $x =$ ____.

c) $4x = 28$, entonces $\frac{4x}{4} = \frac{28}{\square}$, y por ende $x =$ ____.

d) $\frac{x}{3} = 27$, entonces $3\left(\frac{x}{3}\right) = 3 \times$ ____, de donde se concluye que $x =$ ____.

e) Si $5x + 4 = 44$, entonces $5x + 4 - 4 = 44 -$ ____. Y si $\frac{5x}{5} = \frac{\square}{5}$, entonces $x =$ ____.

f) ¿Qué operaciones debes realizar para dejar sola a la incógnita de un lado de la igualdad en la ecuación $9x - 3 = 51$? _____

g) ¿Cuál es la solución de la ecuación $9x - 3 = 51$? _____

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros y lleguen a un acuerdo sobre el procedimiento que se debe realizar para dejar sola a la incógnita de un lado de la igualdad.

5. Reúnete con un compañero, analicen las igualdades y después respondan.

$$4x - 20 = 80$$
$$\frac{4x}{4} - 20 = \frac{80}{4}$$
$$x - 20 = 20$$
$$x - 20 + 20 = 20 + 20$$
$$x = 40$$

© SANTILLANA

a) Sustituyan el valor de $x = 40$ en la ecuación original. ¿Qué observan? _____

_____

b) ¿Dónde está el error? _____

- **Comparen sus respuestas con las del resto del grupo, lleguen a un acuerdo y compárenlo con el siguiente texto.**

Para despejar la incógnita

Despejar la incógnita en una ecuación significa realizar operaciones para dejarla sola de un lado de la igualdad y así obtener la solución. Para despejar la incógnita en una ecuación, se realizan las mismas operaciones en ambos miembros de la igualdad. Por ejemplo:

Si la ecuación es de la forma $x + a = b$, restamos a en ambos lados de la ecuación, obteniendo $x + a - a = b - a$, de donde $x = b - a$.

Si la ecuación es de la forma $x - a = b$, sumamos a en ambos lados, obteniendo $x - a + a = b + a$, de donde se concluye que $x = b + a$.

Si la ecuación es de la forma $ax = b$, dividimos entre a ambos lados de la ecuación para llegar a $\frac{ax}{a} = \frac{b}{a}$ (siempre que a sea distinto de 0), de donde se concluye que $x = \frac{b}{a}$.

Si la ecuación es de la forma $\frac{x}{a} = b$, multiplicamos ambos lados de la ecuación por a, obteniendo $a(\frac{x}{a}) = ab$, de donde $x = ab$.

Y si la ecuación es de la forma $ax + b = c$, primero restamos b en ambos lados de la igualdad, obteniendo $ax + b - b = c - b$, llegando a la ecuación $ax = c - b$ y después dividimos ambos lados entre a, para llegar a $\frac{ax}{a} = \frac{c - b}{a}$, de donde $x = \frac{c - b}{a}$.

Para saber más

Busca el sitio **www.esant.mx/essema1-017**. Ingresa a la sección "Taller" y resuelve las ecuaciones utilizando operaciones inversas y las propiedades de la igualdad. Al terminar, presiona la pestaña "Comprueba".

¿Vamos bien?

Aplica lo que has aprendido para resolver lo siguiente. Al terminar, compara tus procedimientos y los resultados que obtuviste con los de tus compañeros.

Escribe qué operaciones debes realizar en ambos miembros de la igualdad para despejar la incógnita en las ecuaciones.

a) $x + 13.2 = 21$: _____

b) $4x = 22$: _____

c) $5x - 7 = 43$: _____ y _____

d) $\frac{x}{4} + 1 = 19$: _____ y _____

© SANTILLANA

6. Reúnete con un compañero y después de analizar cada uno de los siguientes procedimientos para resolver ecuaciones, señalen los que no son correctos y escriban en sus cuadernos la forma correcta en que deben realizarse.

a)
$$8x - 1 = 1$$
$$8x - 1 + 1 = 1 + 1$$
$$8x = 2$$
$$\frac{8x}{8} = \frac{2}{8}$$
$$x = 4$$

b)
$$3x + 20 = 47$$
$$3x + 20 - 20 = 47 - 20$$
$$3x = 27$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{27}{3}$$
$$x = 9$$

c)
$$2x - 10 = 0$$
$$2x - 10 + 10 = 0 + 10$$
$$2x = 10$$
$$2x - 2 = 10 - 2$$
$$x = 8$$

d)
$$2.5 + 1.3x = 5.1$$
$$2.5 - 2.5 + 1.3x = 5.1 - 2.5$$
$$1.3x = 2.6$$
$$\frac{1.3x}{1.3} = \frac{2.6}{1.3}$$
$$x = 2$$

e)
$$\frac{x}{4} - 3 = 1$$
$$\frac{x}{4} - 3 + 3 = 1 + 3$$
$$\frac{x}{4} = 4$$
$$4\left(\frac{x}{4}\right) = \frac{4}{4}$$
$$x = 1$$

f)
$$2x - 3 = 22$$
$$\frac{2}{2}x - \frac{3}{2} = \frac{22}{2}$$
$$x - \frac{3}{2} = 11$$
$$x = 11 + \frac{3}{2}$$
$$x = 12.5$$

- Comparen sus respuestas con el resto del grupo. Discutan las diferencias hasta llegar a un acuerdo acerca de las respuestas correctas.

¿Qué aprendí?

Aplico

Trabaja los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tus compañeros y tu profesor.

1. ¿Qué operaciones debes hacer para despejar la incógnita en la ecuación $8.3x + \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$? _____ y _____

2. Resuelve las ecuaciones y comprueba tus soluciones sustituyendo el valor de la incógnita en la ecuación.

   a) $x - 2.3 = 7.5$ b) $5x + 16 = 34$ c) $0.01x + 1.2 = 3.2$

3. Formula y resuelve una ecuación que permita solucionar los problemas.

   a) Marisela pensó en un número, lo multiplicó por 3 y le sumó 7. El resultado que obtuvo fue 52. ¿En qué número pensó Marisela?

   Ecuación: _____ Solución: _____

   b) Cada uno de los lados iguales de un triángulo isósceles mide 9 cm. ¿Cuánto mide el tercer lado si el perímetro del triángulo mide 25 cm?

   Ecuación: _____ Solución: _____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Resuelvo problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

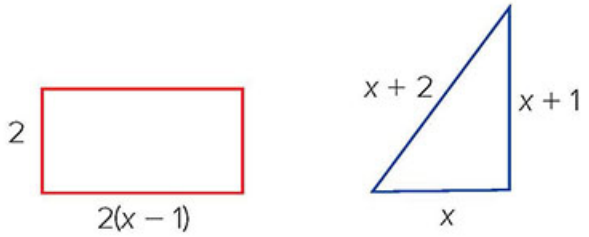
Secuencia didáctica 25

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Ecuaciones
Contenido: Resuelves problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

Agrupar y distribuir

Exploro

1. Reúnete con dos compañeros, analicen las figuras y hagan lo que se pide.



a) Escriban una expresión algebraica para representar el perímetro del rectángulo y otra para el perímetro del triángulo. _____

_____

b) Formulen una ecuación que describa el hecho de que los perímetros de ambas figuras son iguales. _____

c) Discutan cómo podrían encontrar el valor de x. Escriban su propuesta. _____

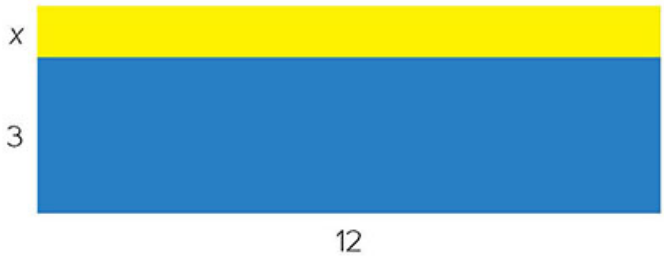
_____

_____

- Discutan su propuesta con el resto del grupo.

Construyo

2. Analiza la figura y haz lo que se pide.



a) Escribe una ecuación para representar el área del rectángulo bicolor, sabiendo que esta mide 48 unidades cuadradas. _____

b) Escribe una ecuación que represente la suma de las áreas del rectángulo azul y del rectángulo amarillo. _____

c) ¿Qué relación hay entre ambas ecuaciones? _____

d) ¿Cuánto mide la altura del rectángulo amarillo? _____

e) Comprueba que el valor que obtuviste para la altura del rectángulo amarillo es correcto sustituyéndolo en ambas ecuaciones. _____

- Contrasta tus respuestas con el resto del grupo.

Convivo en armonía

Cuando hayas concluido una actividad de manera individual y tus compañeros aún no, mantén el orden en tu salón de clases. De esta manera todos podrán concentrarse y terminarla. Recuerda que todos tenemos distinto ritmo para realizar las tareas.

© SANTILLANA

Distribución de la multiplicación respecto a la suma

Al multiplicar la suma de dos o más números por otro número, se obtiene el mismo resultado si primero se hace la suma y luego la multiplicación, que si primero se hace la multiplicación por cada uno de los sumandos y luego se hace la suma de los resultados. Es decir:

$$a(b + c) = ab + ac$$
$$a(b + c + d) = ab + ac + ad$$
etcétera.

Por ejemplo $5(3 + 9) = 5 \times 12 = 60$ y $5(3 + 9) = (5 \times 3) + (5 \times 9) = 15 + 45 = 60$

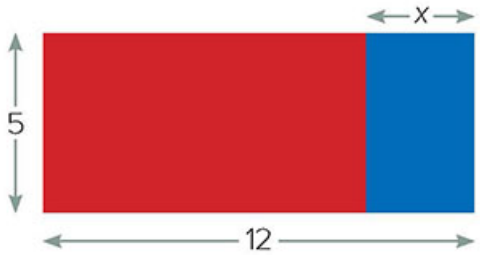
Como las incógnitas representan números, esta propiedad también es válida para incógnitas. Así, por ejemplo $5(x + 9) = 5x + (5 \times 9)$, o $x(3 + 9) = 3x + 9x$.

De la misma forma, si se multiplica la resta de dos números por otro número, se obtiene el mismo resultado si primero se hace la resta y luego la multiplicación que si primero se hace la multiplicación por cada término y luego se hace la resta. Es decir:

$$a(b - c) = ab - ac$$

Por ejemplo $4(8 - 3) = 4 \times 5 = 20$ y $4(8 - 3) = (4 \times 8) - (4 \times 3) = 32 - 12 = 20$ y $x(8 - 3) = 5x$ o $x(8 - 3) = 8x - 3x$.

3. **Reúnete con un compañero, analicen la figura y hagan lo que se pide.**



a) Escriban una expresión algebraica que represente la base del rectángulo rojo.

_____

b) Escriban una expresión que represente el área del rectángulo rojo. _____

_____

c) ¿Cuál es el área del rectángulo bicolor? _____

d) Si el área del rectángulo rojo mide $\frac{3}{4}$ partes del área del rectángulo bicolor, ¿cuál es el valor de x? _____

e) Comprueben su solución sustituyendo el valor de x en las dos expresiones que formularon. _____

- **Comparen sus respuestas con el resto del grupo y, si encuentran errores, corríjanlos.**

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y los resultados que obtuviste con los de tus compañeros.

I. Escribe los números o literales faltantes en cada caso.

a) $3(2 + 5) = (3 \times 2) + (3 \times ___)$

b) $2(x + 5) = 2___ + (2 \times 5)$

c) $7(10 + 3) = (7 \times ___) + (7 \times 3)$

d) $9(y + \frac{1}{3}) = 9___ + 9 \times ___$

e) $20(17 - 8) = (20 \times 17) - 20 \times ___$

f) $3.7(11 - 2) = (___ \times 11) - (___ \times 2)$

g) $6(\frac{5}{8} - \frac{1}{4}) = (6 \times ___) - (___ \times ___)$

h) $\frac{5}{8}(\frac{2}{3} - ___) = (\frac{5}{8} \times ___) - (___ \times \frac{1}{5})$

II. Desarrolla los siguientes productos usando la propiedad distributiva.

a) $x(17 - 4) =$ _____

b) $3.6(y + 1.4) =$ _____

c) $w(\frac{3}{5} + \frac{1}{5}) =$ _____

d) _____$(5 + y) = 15 +$ _____y

4. Reúnete con un compañero, después de leer los enunciados, formulen una ecuación para cada caso y respondan.

a) En una elección, el candidato ganador triplicó el número de votos del otro candidato. Si en total votaron 116 personas, ¿cuántos votos recibió el ganador?

Ecuación: _____ Solución: _____

Número de votos del candidato ganador: _____

b) Verónica, que estudia el primer grado de secundaria, fue al teatro con sus papás y sus dos hermanos que van en primaria. La tarifa para los adultos es el doble de la tarifa para los estudiantes y sabemos que el papá de Verónica pagó $420.00 por los cinco boletos. ¿Cuánto cuesta el boleto de un adulto?

Ecuación: _____ Solución: _____

Costo del boleto de un adulto: _____

- Comparen sus respuestas y procedimientos con el resto del grupo, corrijan si hay errores, y lleguen a un acuerdo.

5. Reúnete con un compañero y hagan lo que se solicita.

El precio de un televisor es cinco veces el precio de un reproductor de música.

a) Usen la literal r para representar el precio del reproductor de música y escriban una expresión algebraica que represente el precio del televisor y en la que la única literal sea r. _____

© SANTILLANA

b) Usen lo anterior para formular y resolver una ecuación que permita contestar la siguiente pregunta.
Si el televisor y el reproductor de música juntos cuestan $6 000, ¿cuánto cuesta el reproductor de música?

Ecuación: _____ Solución: _____

Agrupación de términos semejantes

Cuando en una expresión algebraica aparecen varios sumandos con la misma literal, podemos agruparlos en uno solo realizando las sumas o las restas correspondientes.

A este procedimiento se le conoce como simplificación de expresiones algebraicas mediante **agrupación de términos semejantes**.

Por ejemplo, la expresión algebraica $3x + 7x - 5x$ se reduce a la expresión

$$(3 + 7 - 5)\,x = 5x.$$

Si en la expresión aparecen paréntesis, como en la expresión:

$$2.5(x + 4) + 3x - 1.6,$$

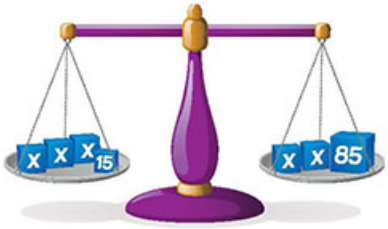
primero eliminamos los paréntesis realizando las operaciones correspondientes:

$$2.5x + (2.5 \times 4) + 3x - 1.6$$
$$2.5x + 10 + 3x - 1.6$$
$$2.5x + 3x + 8.4$$

y luego agrupamos los términos semejantes

$$(2.5 + 3)x + 8.4$$
$$5.5x + 8.4$$

6. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.



a) Escriban una ecuación que describa la situación planteada en la imagen. _____

b) ¿Se desequilibra la balanza si de cada platillo se quita una pesa etiquetada con la literal x? _____ ¿Y si se quitan dos pesas etiquetadas con la literal x? _____

c) Escriban una ecuación que represente la situación habiendo quitado dos pesas etiquetadas con la literal x. _____

© SANTILLANA

d) ¿Qué operaciones hay que hacer en la primera ecuación para llegar a la segunda?

_____

e) Resuelvan la segunda ecuación. _____

f) Sustituyan la solución x de la segunda ecuación en la primera y escriban sus observaciones. _____

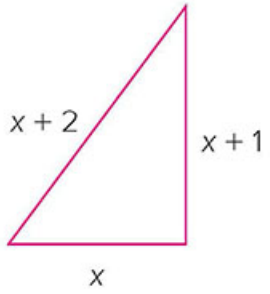
_____

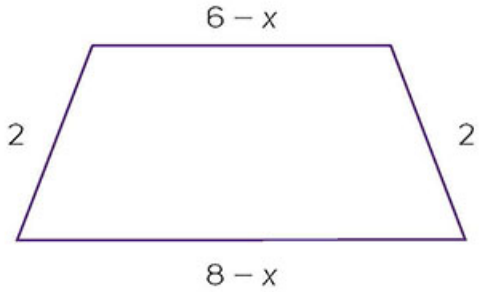
- Discutan sus respuestas y procedimientos con el resto del grupo y, si hay diferencias, lleguen a un acuerdo.

Convivo en armonía

Al trabajar en equipo, lean cuidadosamente las instrucciones y asegúrense de que todos las hayan comprendido. Si alguno tiene duda, ayúdenlo a entender, eso mejorará su desempeño. Apoyar a sus compañeros propicia la convivencia armónica.

7. Reúnete con dos compañeros, analicen las figuras y respondan.





a) Escriban una expresión algebraica para el perímetro del triángulo. _____

_____

b) Escriban una expresión algebraica para el perímetro del trapecio. _____

_____

c) Ahora escriban una ecuación que represente el hecho de que el perímetro del triángulo es igual al perímetro del trapecio; agrupen los términos semejantes en su ecuación. _____

d) ¿Qué operación deben realizar para eliminar en alguno de los lados de la igualdad el término que contiene la incógnita x? _____

Escriban cómo quedó la ecuación. _____

e) ¿Qué operaciones deben realizar para despejar la incógnita? _____

_____

_____

Escriban la nueva ecuación. _____

f) ¿Para qué valor de x ocurre que el perímetro del triángulo es igual al perímetro del trapecio? _____

g) Comprueben su respuesta sustituyendo el valor de x en la ecuación original.

_____

- Comparen sus respuestas y procedimientos con los de sus compañeros y si detectan errores corríjanlos.

© SANTILLANA

8. Vuelve a leer la primera actividad y haz lo que se pide.

a) Escribe una ecuación que exprese la igualdad entre el perímetro del rectángulo y el perímetro del triángulo. _____

b) Resuelve la ecuación. _____

_____

c) Comprueba la solución que obtuviste. _____

d) ¿Cuáles son las dimensiones del triángulo y el rectángulo? _____

_____

- Compara tus respuestas con las del resto del grupo. Si hay diferencias, lleguen a un acuerdo y compárenlo con la siguiente información.

Solución de ecuaciones de la forma $ax + b = cx + d$

Para resolver una ecuación de la forma $ax + b = cx + d$:

- Restamos b en ambos lados de la igualdad y obtenemos la ecuación
$$ax = cx + d - b$$
- Restamos cx en ambos lados de la igualdad y obtenemos la ecuación
$$ax - cx = d - b$$
- Agrupamos los términos semejantes y simplificamos hasta obtener una ecuación de la forma
$$(a - c)x = d - b$$
- Por último, dividimos ambos miembros de la ecuación entre $(a - c)$ para obtener
$$x = \frac{d - b}{a - c}$$

Por ejemplo, para resolver la ecuación $8x - 4 = 7x + 3$, restamos -4 en ambos lados de la igualdad para obtener:
$$8x - 4 - (-4) = 7x + 3 - (-4)$$
$$8x = 7x + 7;$$

restamos $7x$ en ambos lados de la igualdad:
$$8x - 7x = 7x + 7 - 7x$$
$$8x - 7x = 7$$

y agrupamos los términos semejantes:
$$x = 7$$

Si en alguno de los miembros de la igualdad, o en ambos, hay paréntesis, primero realizamos las operaciones indicadas por ellos hasta obtener una ecuación de la forma:
$$ax + b = cx + d.$$

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y los resultados que obtuviste con los de tus compañeros.

Resuelve las ecuaciones y comprueba tus soluciones sustituyendo el valor de la incógnita en la ecuación.

a) $x + 13 = -2x + 1$

b) $4.5y = 11 - 2.5y$

c) $6.2z + 1 = 5.5 + 4z$

d) $3(3w - 7) = 4(w + 1)$

e) $2(t - 5) = 4t + 10$

9. Reúnete con un compañero, escriban una ecuación para cada enunciado y resuélvanla.

   a) Andrea y Pablo tenían la misma cantidad de dinero y compraron lápices del mismo precio. Si Andrea compró 5 lápices y le quedaron $15.00 y Pablo compró 3 lápices y le sobraron $29.00, ¿cuánto cuesta cada lápiz?

   Ecuación: _____

   Solución de la ecuación: _____

   Precio de cada lápiz: _____

   b) La altura de un rectángulo mide la tercera parte de la base. Si se restan 3 unidades a la base y se suman 3 unidades a la altura, la figura se transforma en un cuadrado. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

   Ecuación: _____

   Solución de la ecuación: _____

   Dimensiones del rectángulo: _____

- Comparen sus respuestas y procedimientos con los del resto del grupo y, si detectan errores, corríjanlos.

¿Qué aprendí?

Trabaja los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tus compañeros y tu profesor.

1. Resuelve las ecuaciones y comprueba tus soluciones sustituyendo el valor de la incógnita en la ecuación.

   a) $5(x - 4) = 10$ _____

   b) $8(2x - 3) - 7 = 17$ _____

   c) $1.2(x + 3.4) = 7.2$ _____

© SANTILLANA

2. Reduce los términos semejantes y resuelve las ecuaciones. Comprueba tus soluciones sustituyendo el valor de la incógnita en la ecuación original.

a) $3x + 2x - 4 = 6$ _____

b) $7y - 2y + 20 = -20$ _____

c) $5z + 2 - 3z = 4$ _____

d) $2.3x + 1.6x + x - 3.6 = 1.3$ _____

3. Resuelve las ecuaciones y comprueba tus soluciones sustituyendo el valor de la incógnita en la ecuación.

a) $3x + 5 = x - 3$ _____

b) $21y - 27 = 2y + 11$ _____

c) $1.23z - 3.4 = 2.67z - 1.23 - z$ _____

d) $17(x - 3) + 17(x - 5) = 187$ _____

e) $13(x - 3) = 3(2x - 1) - 1$ _____

4. Resuelve los problemas planteando una ecuación para cada uno. Comprueba las soluciones.

a) La suma de tres números enteros consecutivos es 45. ¿Cuáles son los números?

Ecuación: _____

Solución de la ecuación: _____

Números consecutivos: _____

b) Benjamín le dijo a Gustavo: "El doble del dinero que tengo más la mitad de esa cantidad es $200.00". ¿Con cuánto dinero cuenta Benjamín?

Ecuación: _____

Solución de la ecuación: _____

Cantidad de dinero que tiene Benjamín: _____

c) Angélica le dijo a Liz: "Tengo el triple de dinero que tú y si te doy $20.00, tú tendrás el triple de dinero que yo". ¿De cuánto dinero disponen Angélica y Liz?

Ecuación: _____

¿Cuánto dinero tiene Angélica? _____

¿Cuánto dinero tiene Liz? _____

d) Dos recipientes contienen la misma cantidad de agua. Si se vierten 15 litros de un recipiente en el otro, este último tendrá el triple de litros que el primero. ¿Cuántos litros de agua tienen los recipientes?

Ecuación: _____

Cantidad de litros en los recipientes: _____

Convivo en armonía

Comparar tus procedimientos y soluciones con los de tus compañeros te permite, además de verificar si son correctos, conocerlos más y establecer relaciones armónicas con ellos, incluso puedes formar vínculos de amistad.

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Resuelvo problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Un alto en la espiral

Realiza lo que se indica. Con base en tus resultados, y con ayuda de tu profesor, identifica las secuencias correspondientes a los contenidos que debes repasar.

1. Escribe una ecuación que represente cada enunciado.

   a) Claudia fue al mercado con un billete de $200.00. Después de hacer las compras le sobraron $72.80. ¿Cuánto gastó?

   Ecuación: _____

   b) ¿Qué número debe sumarse a $\frac{1}{35}$ para obtener $\frac{3}{7}$?

   Ecuación: _____

   c) Don Anselmo, el plomero de la colonia, partió un tubo de 17 metros de largo en cuatro pedazos iguales y le sobraron 3 metros. ¿Cuánto mide cada pedazo?

   Ecuación: _____

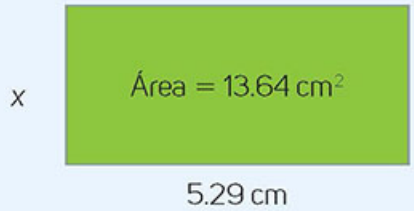
   d) El perímetro de un rectángulo mide 26 cm. Si la base mide 8 cm, ¿cuánto mide su altura?

   Ecuación: _____

   e) Enrique gana $180.50 más que Camila a la semana. Si el salario semanal de Enrique es de $935.50, ¿cuánto gana Camila?

   Ecuación: _____

   f) ¿Cuánto mide la altura del rectángulo?



   Ecuación: _____

   g) Andrea está ahorrando para comprarse una patineta, pero aún le faltan $102.50. Si tiene $210, ¿cuánto cuesta la patineta?

   Ecuación: _____

2. Resuelve las siguientes ecuaciones. Comprueba tu solución.

   a) $0.59x + 1.3 = 1.89$

© SANTILLANA

b) $5x + 2 - 3x = 4$

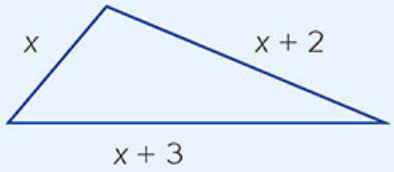
c) $21y - 27 = 2y + 11$

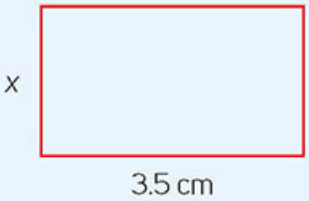
d) $3.4(x + 1.2) = 2.6(x + 2.4)$

3. Resuelve los siguientes problemas. Justifica tus respuestas.

a) Ocho veces un número más tres veces el mismo número es igual a 20 más nueve veces el número. ¿Cuál es el número? _____

b) Si el perímetro del triángulo y el perímetro del rectángulo miden lo mismo, ¿cuáles son las dimensiones de los lados del triángulo? _____, ¿cuánto mide la altura del rectángulo? _____





- Reflexiona sobre tus resultados y, con tu profesor, busca estrategias para fortalecer tus áreas de oportunidad.

En la columna "Nota", marca una ✔ en los reactivos que resolviste correctamente.

Reactivo	Nota	Secuencia	Páginas
1		23	190-193
2		23, 24 y 25	190-205
3		23, 24 y 25	190-205

© SANTILLANA

Secuencia didáctica 26

Eje: Análisis de datos
Tema: Estadística
Contenido: Recolectas, registras y lees datos en gráficas circulares.

Círculos que informan

Exploro

1. Lee con un compañero la siguiente información recolectada en una escuela.

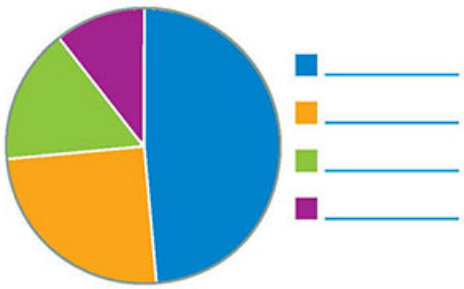
Deporte que más se practica

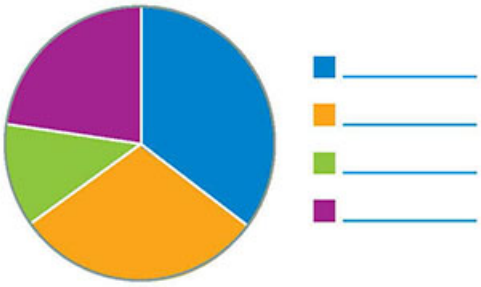
Deporte	Porcentaje de alumnos
Futbol	35%
Basquetbol	30%
Beisbol	12%
Otro	23%
Total	100%

Tipo de literatura que más gusta

Tipo	Porcentaje de alumnos
Novela	48%
Cuento	25%
Poesía	15%
Otro	12%
Total	100%

Analicen a qué tabla corresponde cada una de las siguientes gráficas circulares. Escriban el título y el dato que va en cada región de las gráficas





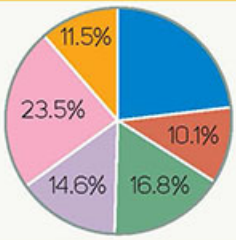
- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros y comenten en qué se basaron para decidir qué gráfica corresponde a cada tabla. Lleguen a un acuerdo en el grupo.

Construyo

2. Revisa, junto con un compañero, la siguiente información sobre el trabajo infantil. Después, contesten.

2 475 990 niños y adolescentes mexicanos de 5 a 17 años trabajan.

Motivos por los que trabajan



- Para pagar su escuela y/o sus propios gastos
- Para aprender un oficio
- El hogar necesita su aportación económica
- Por su gusto o solo por ayudar
- El hogar necesita su trabajo
- Porque no estudia u otra razón

© SANTILLANA

Nivel de ingreso de la población ocupada de 5 a 17 años

Trabajos que desempeña la población ocupada de 5 a 17 años

Fuente: cuentame.inegi.org.mx/poblacion/ninos.aspx?tema=P#uno (consulta: 17 de octubre de 2017). Datos de 2015.

a) ¿Qué porcentaje de esta población trabaja para pagar su escuela y/o sus propios gastos? _____ ¿Cómo lo calculaste? _____

b) ¿Cuántos niños y adolescentes trabajan porque el hogar necesita su trabajo? Escribe el entero más cercano al número que obtengas. _____

c) ¿Qué porcentaje recibe una remuneración económica por su trabajo? _____ ¿Cuántos niños y adolescentes son los que están en esta situación? Escribe el entero más cercano a tu resultado. _____

d) ¿Cuántos niños y adolescentes ganan más de dos salarios mínimos? Escribe el entero más cercano. _____

e) ¿Qué tipo de trabajo desempeñan más los niños y adolescentes? _____

f) ¿Qué porcentaje de esta población son comerciantes, empleados de ventas o vendedores ambulantes? _____

- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Piensen en otras preguntas acerca de esta información y coméntenlas en el grupo. Discutan qué opinan sobre el trabajo infantil y cuáles pueden ser las consecuencias para niños y adolescentes.

© SANTILLANA

3. Lee y haz lo que se pide.

En un estudio sobre violencia escolar entre los estudiantes de una secundaria, se obtuvo la siguiente información.

¿Has sido víctima de violencia en la escuela?	
Nunca	70.3%
A veces	24.0%
A menudo	5.7%
Total	100.0%

Fuente: diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/95821/1/TFG_Raquel_Pujol_2015.pdf (consulta: 17 de octubre de 2017).

Glosario

sector circular. Región comprendida entre un arco de círculo y los radios correspondientes a los extremos del arco.

Para construir una gráfica circular con esta información, se debe decidir el ángulo central del **sector circular** que corresponde a cada una de las respuestas a la pregunta planteada.

a) ¿Cuánto mide el ángulo que representa una vuelta completa? _____

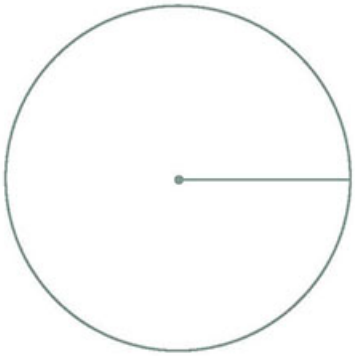
b) Calcula el 70.3% del ángulo anterior: _____ grados.

c) Determina el 24% del ángulo que indica una vuelta completa: _____ grados.

d) Calcula el 5.7% de ese mismo ángulo: _____ grados.

e) Tomando como vértice el centro del siguiente círculo, mide con un transportador los ángulos que obtuviste al calcular los tres porcentajes indicados en la tabla. Empieza en el radio marcado.

_____



☐ _____

☐ _____

☐ _____

f) Colorea cada uno de los sectores circulares que marcaste con distintos colores.

g) Se le llama *leyenda* a la descripción que se hace de qué dato está representado por cada sector circular. Colorea los cuadrados y escribe la leyenda de la gráfica.

h) En la línea superior, escribe como título la pregunta que encabeza la tabla.

- Compara tu gráfica circular con la que hizo uno de tus compañeros. ¿Se parecen? ¿En qué son diferentes? Si hay diferencias en la medida de los ángulos de cada sector, verifiquen dónde está el error.

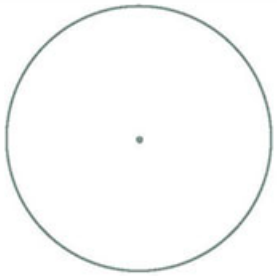
© SANTILLANA

4. Lee, calcula y traza la gráfica circular correspondiente a la información de la tabla.

¿Has sido testigo de violencia en la escuela?	
Nunca	18.4%
A veces	42.7%
A menudo	38.9%
Total	100.0%

Fuente: diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/95821/1/TFG_Raquel_Pujol_2015.pdf (consulta: 17 de octubre de 2017).

a) Determina los ángulos centrales de los sectores circulares.
b) Mide los ángulos, colorea y completa tu gráfica circular en tu cuaderno usando como referencia el siguiente esquema.



- Compara tu gráfica con la de un compañero. Analicen la información dada en las dos gráficas anteriores y discutan en el grupo qué medidas se pueden tomar para evitar la violencia escolar.

Construcción de gráficas circulares

En las **gráficas circulares** se asigna un sector circular a cada valor o dato de una tabla de frecuencias, determinando el ángulo del sector que corresponde de acuerdo con el porcentaje de ese dato o valor. Por ejemplo:

Color preferido	Azul	Rojo	Verde	Otro	Total
Personas	10	8	12	10	40
Porcentaje	25%	20%,	30%	25%	100%
Ángulo	90°	72°	108°	90°	360°

Digamos que x es el ángulo que corresponde al sector circular de *Azul*. Como 10 es el 25% de 40, entonces x debe ser el 25% de 360°. Dicho de otra manera, x debe ser una parte de 360° igual a la parte que 10 es de 40, es decir,

$$\frac{10}{40} = \frac{x}{360°}, \text{ o bien, } x = \frac{10}{40} \times 360° = 90°$$

© SANTILLANA

Para saber más

Entra al sitio www.esant.mx/essema1-018. En la pestaña "Aprende" construye las gráficas que te piden. Y en la pestaña "Prueba" calcula porcentajes y ángulos centrales.

¿Vamos bien?

Aplica lo que has aprendido para hacer lo siguiente.

En medio pliego de cartulina, diseña un cartel que invite a no fumar, incluyendo una imagen o dibujo, la siguiente información y una gráfica circular con los datos de la tabla.

> El consumo de tabaco mata a más de cinco millones de personas cada año, es decir, más que el VIH/sida, la tuberculosis y el paludismo juntos. De ellas, más de 600 000 muertes al año son de personas no fumadoras expuestas al humo de tabaco.

Fuente: Organización Mundial de la Salud, www.who.int/features/factfiles/tobacco/es (consulta: 17 de octubre de 2017).

Edad de inicio como fumador diario en México.

Rango de edad	Porcentaje
Menos de 15 años	24.5%
De 15 a 17 años	43.7%
De 18 a 19 años	19.0%
De 20 años en adelante	12.8%

Fuente: Estadísticas a propósito del día mundial sin tabaco, Inegi, México, 2012.

Coloquen sus carteles en las paredes del salón de clase y discutan en el grupo sobre los problemas que genera el tabaquismo y cómo combatirlo.

5. Haz lo que se indica junto con un compañero.

Un par y un impar

a) Lancen 60 veces dos dados. Observen los números obtenidos y registren en su cuaderno si se trata de dos números pares, dos impares o, un par y un impar.

b) Escriban cuántas veces obtuvieron cada uno de los resultados descritos en la siguiente tabla y determinen los porcentajes correspondientes.

Tipo de resultado	Cantidad de veces	Porcentaje
Dos pares		
Dos impares		
Un par y un impar		
Total	60	100%

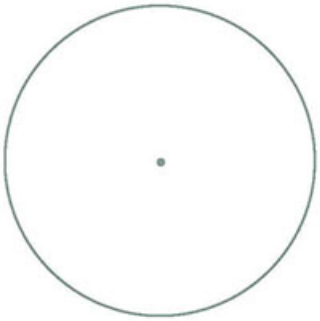
c) Hagan los cálculos para determinar los ángulos interiores de los sectores circulares y escriban los resultados.

Dos pares: _____ Dos impares: _____ Un par y un impar: _____

© SANTILLANA

d) Construyan una gráfica circular en el siguiente esquema. El título puede ser: "Tipos de resultados al lanzar 60 veces dos dados".

_____



☐ _____

☐ _____

☐ _____

e) ¿Algún tipo de resultado ocurrió un número notablemente mayor de veces que los otros? _____ Si respondieron sí, escriban cuál fue. _____

- Comparen sus resultados con los de sus compañeros y decidan cuáles gráficas son correctas y cuáles no lo son.

¿Qué aprendí?

Aplico

Trabaja la actividad. Al terminar, revisa tus procedimientos y tus resultados con tu profesor. Corrige si encuentras errores.

Aplica la siguiente encuesta a 20 estudiantes de tu escuela.

1. Género: Hombre ☐ Mujer ☐
2. ¿Qué grado cursas?

   1.° de secundaria ☐ 2.° de secundaria ☐ 3.° de secundaria ☐
3. ¿Cómo haces el recorrido de tu casa a la escuela?

   Caminando ☐ En camión o autobús ☐
   En bicicleta ☐ En automóvil particular ☐
   En motocicleta ☐ De otra manera ☐
4. ¿Cuánto tiempo inviertes en ir de tu casa a la escuela?

   Menos de 15 minutos ☐ Entre 31 y 60 minutos ☐
   Entre 16 y 30 minutos ☐ Más de una hora ☐

Con las respuestas de cada una de las preguntas, elabora una tabla de frecuencias con porcentajes y una gráfica circular.

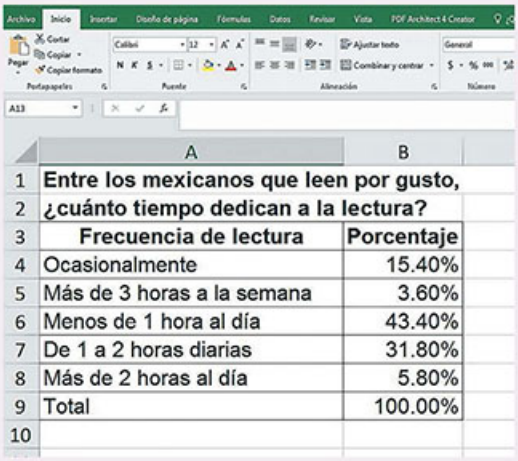
Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Recolecto, registro y leo datos en gráficas circulares.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Gráficas circulares

Haz lo que se indica para construir una gráfica circular con la información de una tabla de porcentajes.

a) Abre una hoja de cálculo y copia la siguiente información, tomada de la encuesta nacional de lectura y escritura que realizó el Consejo Nacional para la Cultura y las Artes (Conaculta) en 2015 (imagen 1).



	A	B
1	**Entre los mexicanos que leen por gusto,**	
2	**¿cuánto tiempo dedican a la lectura?**	
3	**Frecuencia de lectura**	**Porcentaje**
4	Ocasionalmente	15.40%
5	Más de 3 horas a la semana	3.60%
6	Menos de 1 hora al día	43.40%
7	De 1 a 2 horas diarias	31.80%
8	Más de 2 horas al día	5.80%
9	Total	100.00%
10		

Imagen 1

b) Selecciona las celdas que contienen la información debajo de los títulos de la tabla, sin incluir el total, es decir, de A4 a B8. En la pestaña superior, titulada "Insertar", selecciona el icono que corresponde a una gráfica circular y elige "Gráfico 2D". Tras oprimir la tecla Enter, aparece una primera gráfica sobre la que vamos a trabajar.

c) En cuanto aparece la gráfica, en la parte superior cambia el menú de pestañas para ofrecerte opciones útiles para la construcción de tu gráfica. Puedes escoger un diseño de los que vienen predeterminados o ir modificando la gráfica a tu gusto. Aquí vamos a seleccionar el "Estilo 1" del menú "Diseño de gráfico" (imagen 2).

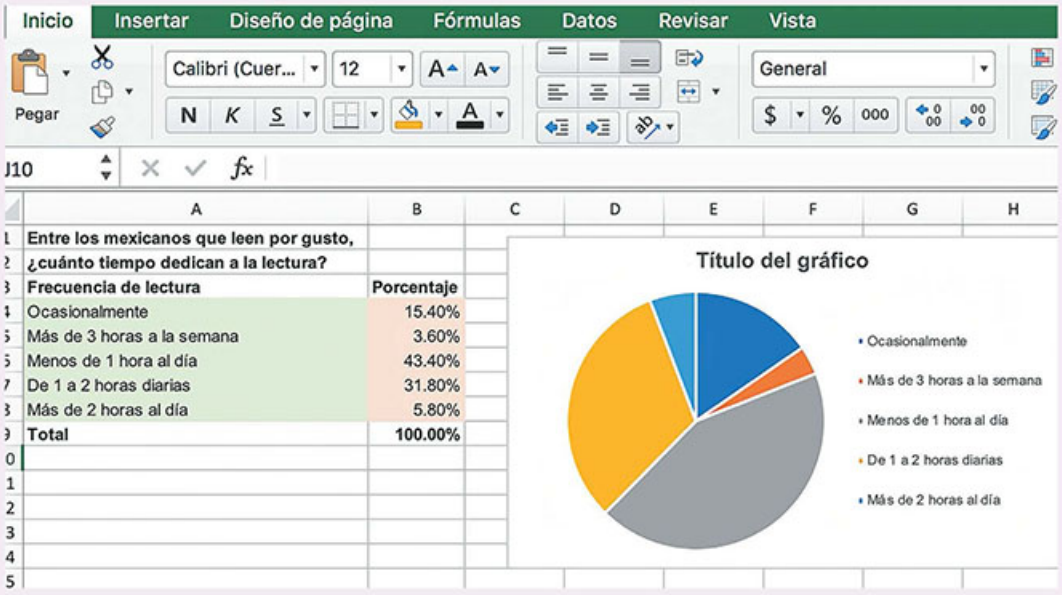


Imagen 2

d) Selecciona el letrero "Título del gráfico" y escribe: "¿Cuánto tiempo dedicas a leer por gusto?". El título aparecerá en ese lugar en cuanto presiones Enter. Puedes modificar el tipo y el tamaño de letra del título presionando el botón auxiliar (derecho) sobre él y seleccionando "Formato del título del gráfico...".

© SANTILLANA

e) Cuando seleccionas la gráfica y presionas el botón auxiliar (derecho), aparece la opción "Formato de etiqueta de datos" para que aparezcan los porcentajes sobre los sectores circulares correspondientes.

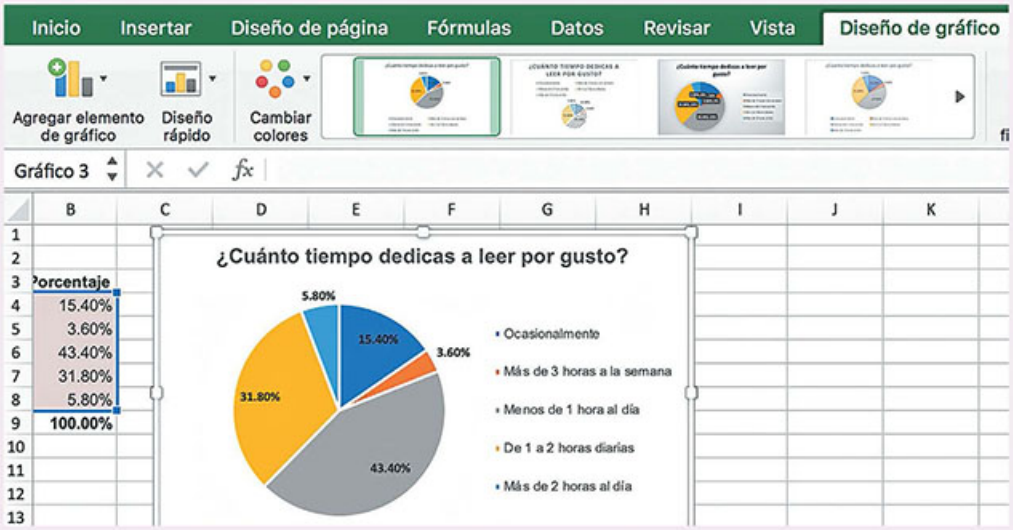


Imagen 3

f) En la opción de "Diseño de gráfico" puedes modificar el título y ajustar su posición en la gráfica: encima del gráfico o centrarla. También puedes modificar la posición de las "Etiquetas de datos" y agregar "Leyendas" que son los títulos de las situaciones que se desean analizar.

g) Puedes modificar el tamaño de la gráfica a tu gusto colocando el cursor en cualquiera de los pequeños círculos que aparecen en el contorno. También puedes cambiar de colores (imagen 4), con el menú "Cambiar colores" o usando las opciones que aparecen en la pestaña "Formato". ¡Explora!

h) Practica haciendo otra gráfica circular con la siguiente información.

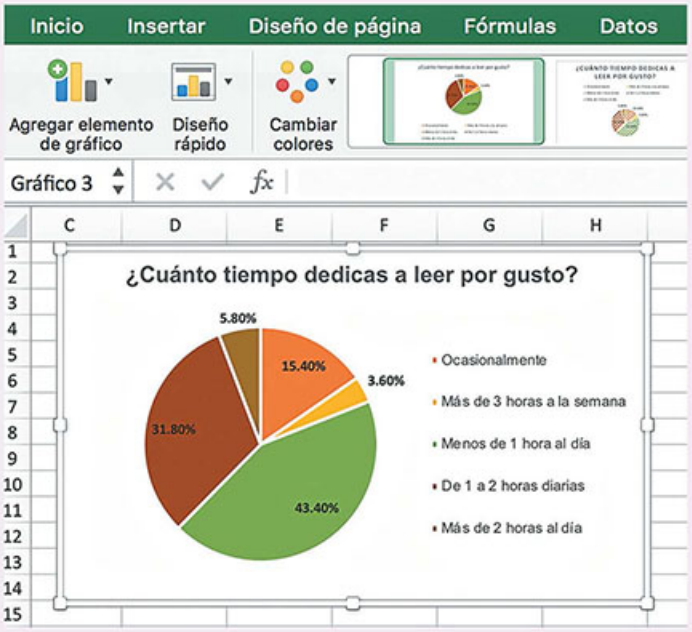


Imagen 4

¿Con qué frecuencia lees lo que se publica en redes sociales?	
Diario	54.4%
Varias veces a la semana	16.2%
Una vez a la semana	10.6%
Varias veces al mes	3.0%
Ocasionalmente	15.8%
Total	

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

27

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Funciones
Contenido: Analizas y comparas situaciones de variación lineal a partir de su representación tabular y gráfica.

Puntos que hablan

Exploro

1. Trabaja con un compañero en lo siguiente.

En una actividad anterior (sobre valores faltantes) se observó cómo variaba la altura del agua en varios contenedores cuando iba transcurriendo el tiempo desde el momento en que empezaron a llenarse, usando una entrada de agua con un flujo constante.

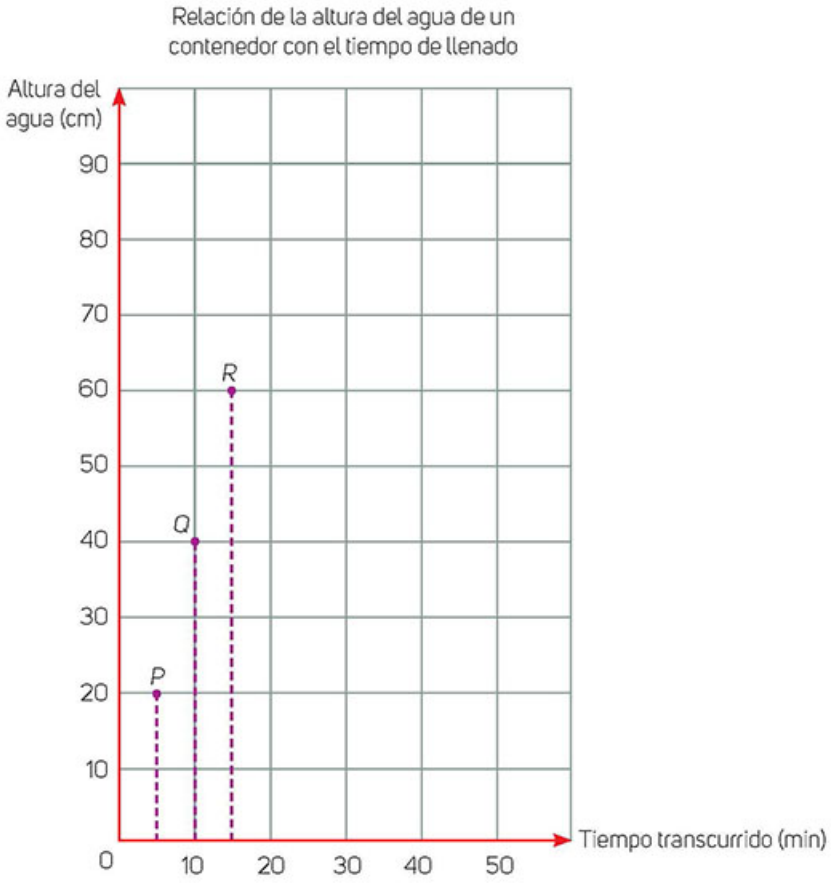
En uno de los contenedores, los valores eran:

Tiempo transcurrido (min)	5	10	15	20
Altura del agua (cm)	20	40	60	80

Glosario

plano cartesiano. Sistema de referencia formado por dos rectas perpendiculares, llamadas *ejes*, que se intersecan en un punto correspondiente al cero de cada eje. Al punto de intersección de los ejes se le llama *origen*.

La información de la tabla también puede representarse en un **plano cartesiano** como el siguiente. Observen los títulos de los ejes y los puntos marcados.



© SANTILLANA

a) ¿Cuál punto indica que 10 minutos después de haber empezado a llenar el tanque la altura del agua es de 40 cm? _____

Escriban las **coordenadas de** ese **punto**. _____

b) ¿Cuál indica que 5 minutos después de haber empezado a llenar el tanque la altura del agua es de 20 cm? _____

Escriban las coordenadas de ese punto. _____

c) En el punto *R*, ¿cuánto tiempo ha transcurrido y cuál es la altura del agua?

_____

d) Marquen el punto $S = (20, 80)$ en el plano. ¿Qué información brinda ese punto?

_____

e) Usen una regla para trazar la recta que pasa por los puntos *P* y *S*.

f) ¿Los puntos *Q* y *R* se localizan arriba de esa recta, debajo de ella o en la recta?

_____

Glosario

coordenadas de un punto. A cada punto del plano cartesiano le corresponde un número *x* en el eje horizontal y un número *y* en el eje vertical. Estos números se escriben como pareja ordenada *(x, y)* y se les llama *coordenadas del punto*.

- Comparen sus respuestas con sus demás compañeros y discutan cualquier diferencia que encuentren.

2. Lee y sigue las instrucciones.

Construyo

En el laboratorio de Física de la escuela de Juan, unos alumnos colgaron balines de un resorte. Observaron que al variar la cantidad de balines sostenidos por el resorte cambiaba la longitud de este, e hicieron la siguiente tabla para reportar lo observado.

Cantidad de balines	Longitud del resorte (cm)
0	2.0
2	2.5
4	3.0
6	3.5
8	4.0
10	4.5

a) En el plano cartesiano, marca los puntos que se describen a continuación.

Punto *F*: El que indica la longitud del resorte cuando no sostiene balines.
Punto *G*: El que indica la longitud del resorte cuando sostiene dos balines.
Punto *H*: El que indica la longitud del resorte cuando sostiene cuatro balines.
Punto *I*: El que indica la longitud del resorte cuando sostiene seis balines.
Punto *J*: El que indica la longitud del resorte cuando sostiene ocho balines.
Punto *K*: El que indica la longitud del resorte cuando sostiene diez balines.

© SANTILLANA

b) Une los puntos que localizaste. ¿Qué tipo de línea se forma: recta o curva?

_____

- Revisa tu trabajo junto con un compañero. ¿Cuánto se alarga el resorte cuando se agrega un balín a la bolsa?

Glosario

variable. Una cantidad que puede tomar distintos valores.

Representación gráfica y en tablas

Si dos **variables** x y y están relacionadas de manera que a cada valor de x le corresponde un solo valor de y, se dice que entre ellas hay una relación funcional. A la variable y se le llama *dependiente* y a x se le llama variable *independiente*.
Una relación funcional se puede representar mediante una tabla en la que se muestren distintos valores de las variables x y y. También se puede representar por medio de una gráfica en el plano cartesiano, ubicando los valores de x en el eje horizontal y los de y en el eje vertical para localizar los puntos de la gráfica.

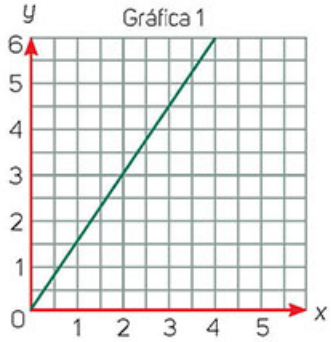
3. Identifica la gráfica que corresponde a cada tabla.

Valores de x	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$
Valores de y	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	3	$\frac{15}{4}$

Gráfica _____

Valores de x	0	1	2	3
Valores de y	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$

Gráfica _____



¿Cuál de las dos gráficas representa una variación lineal? _____

© SANTILLANA

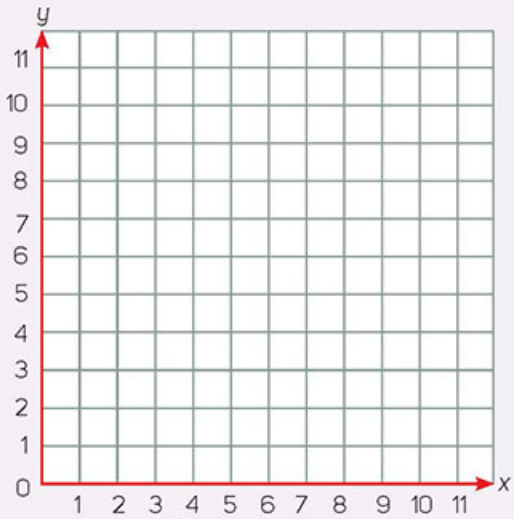
¿Vamos bien?

Realiza lo que se solicita. Al terminar, compara con otros compañeros lo que hiciste y corrige si encuentras algún error.

Supongamos que en la siguiente tabla la cantidad *y* es la altura de un árbol expresada en metros y *x* es la cantidad de años transcurridos a partir del momento en que ese árbol se plantó en un parque.

Valores de *x*	0	3	6	9
Valores de *y*	1	2	3	4

a) Localiza los puntos (*x*, *y*) de la tabla en el plano cartesiano.



b) ¿Qué información proporciona el punto (3, 2)? _____

_____

c) ¿Qué altura tenía el árbol cuando fue plantado? _____

d) ¿Están alineados los puntos localizados? _____

4. **Reúnete con un compañero y trabajen en lo siguiente.**

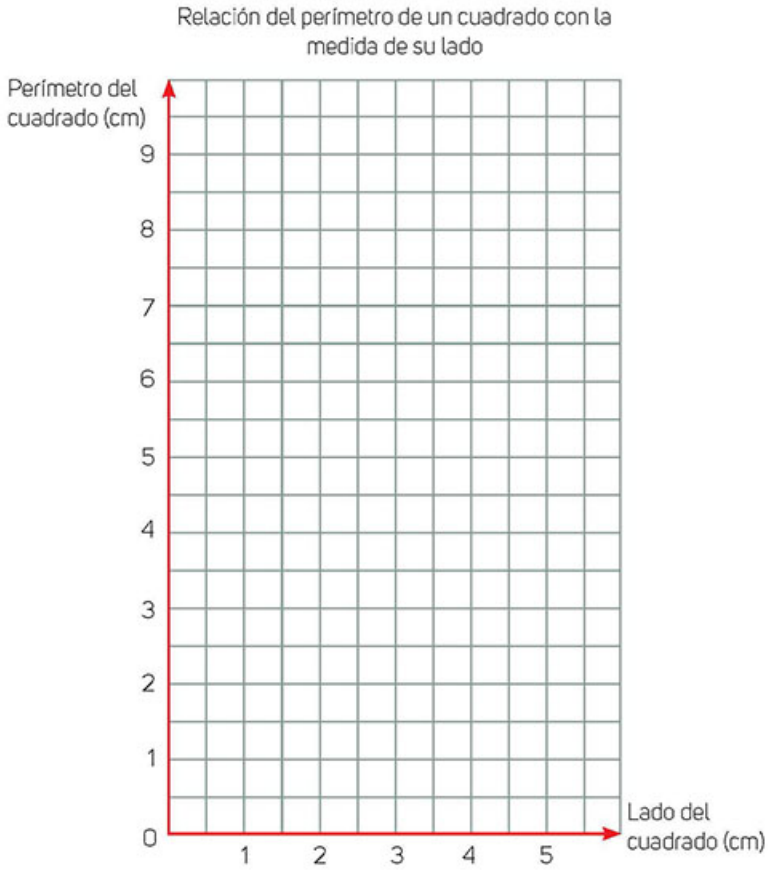
Tanto el perímetro como el área de un cuadrado dependen de cuánto mide cada lado.

a) Completen la tabla.

Variable *x*: lado del cuadrado (cm)	0.5	1	1.5	2
Variable *y*: perímetro del cuadrado (cm)				

© SANTILLANA

b) Localicen los puntos de la tabla en el plano cartesiano y tracen la línea que se forma al unir los puntos.



c) ¿Se trata de una línea recta o una curva? _____

d) ¿Cuánto aumentó el perímetro cuando el lado pasó de 0.5 a 1 cm? _____

¿Y cuando pasó de 1 a 1.5 cm? _____

e) Revisen otros puntos en los que la diferencia en las **abscisas** sea 0.5. ¿Es siempre igual el aumento en el perímetro cuando el lado se incrementa en 0.5 cm?

_____

f) ¿Cuánto aumenta el perímetro cada vez que el lado se incrementa en 1 cm?

_____

g) Completen la tabla.

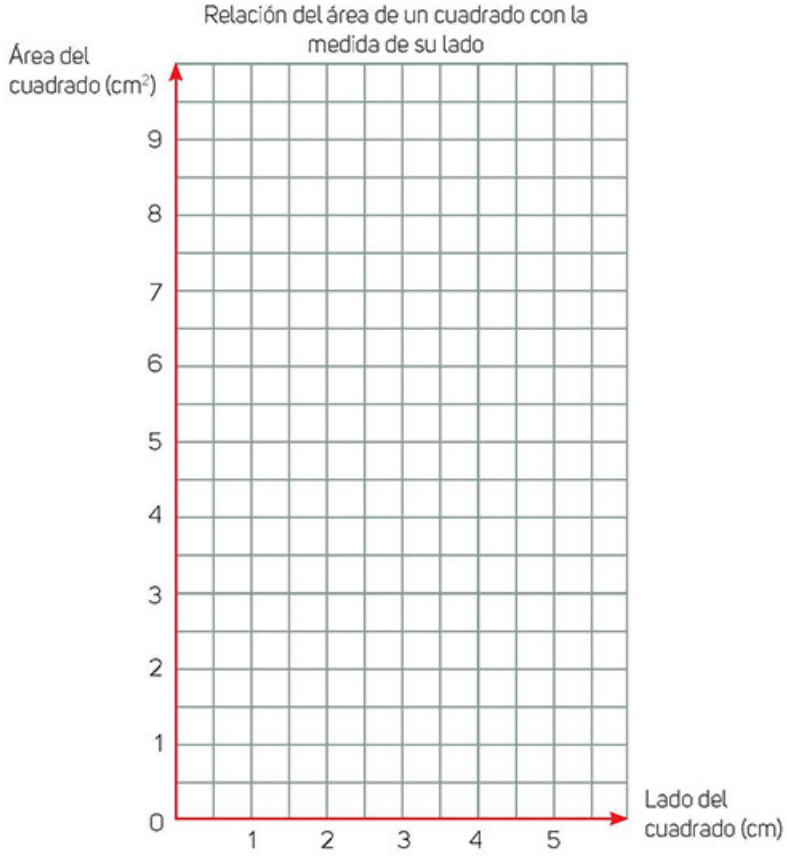
Variable *x*: lado del cuadrado (cm)	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	3
Variable *y*: área del cuadrado (cm^2)						

Glosario

abscisa. Primera coordenada de un punto en el plano, correspondiente a la distancia horizontal del punto al eje vertical.

© SANTILLANA

h) Localicen los puntos en el plano.



i) Tracen la línea que se forma al unir los puntos. ¿Se trata de una línea recta o una curva? _____

j) ¿Cuánto aumentó el área cuando el lado pasó de 0 a $\frac{1}{2}$ cm? _____
¿Y cuando pasó de $\frac{1}{2}$ a 1 cm? _____

k) Revisen otros puntos en los que la diferencia en las abscisas sea $\frac{1}{2}$. ¿Es siempre igual el incremento en el área cuando el lado se incrementa en $\frac{1}{2}$ cm? _____

Variación lineal

Si x y y forman una relación funcional en la que cada vez que x varía en una cantidad fija, el cambio en y es siempre el mismo, en el plano cartesiano eso implica que los puntos (x, y) que representan la relación están alineados, y a este tipo de variación se le llama *lineal*.

Por ejemplo, en la actividad anterior se verificó que al variar el lado de un cuadrado, su perímetro muestra una variación lineal, mientras que su área tiene una variación que no es lineal.

© SANTILLANA

Convivo en armonía

Cuando un compañero no haya podido asistir a la escuela, apóyalo para que se reincorpore lo más pronto posible. Procura incluirlo en las actividades que se realicen en equipos o parejas. Así le será más fácil su integración.

5. Lee junto con un compañero y resuelvan.

Un pediatra considera que la cantidad de miligramos de un medicamento que debe dársele diariamente a un bebé cuyo peso esté dado en gramos es la cuarta parte de su peso menos 750.

a) Completen la tabla.

Peso del bebé (g)	3000	3500	4500	5000
Cantidad de medicamento (mg)	0			

b) Localicen los puntos y tracen la línea que los une.

Glosario

ordenada. Segunda coordenada de un punto en el plano, correspondiente a la distancia vertical del punto al eje horizontal.

c) Sobre la línea que trazaron, localicen un punto cuya abscisa sea 4000 g. ¿Cuál es la **ordenada** de ese punto? _____

d) ¿Cuántos miligramos de medicamento deben indicarse a un bebé que pese 4000 g? _____

e) ¿Cuánto se incrementa la cantidad de medicamento al pasar de un peso de 3000 g a 3500 g? _____ ¿Y al pasar de 3500 g a 4000 g? _____

f) Observen otros puntos que correspondan a pesos que difieren en 500 g. ¿La variación en la cantidad de medicamento es siempre igual? _____

g) ¿Se trata de una variación lineal? _____

- Discutan sus respuestas con sus demás compañeros y lleguen a un acuerdo acerca de cuáles son correctas. Piensen en ejemplos de variaciones lineales que hay en su entorno.

© SANTILLANA

¿Qué aprendí?

Aplico

Resuelve los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y tus resultados con tu profesor y corrige si encuentras errores.

1. En el siguiente plano se han localizado los puntos que corresponden al peso y precio de distintos empaques de café tostado y molido.

a) ¿Qué empaque es el más pesado? _____

b) ¿Qué empaques son más baratos? _____

c) ¿Qué empaques tienen el mismo peso? _____

d) ¿Qué empaques tienen el mismo precio? _____

e) ¿En cuál de los empaques cuesta menos el café? _____

¿En cuál cuesta más? _____

f) Localiza el punto correspondiente a un empaque que pesa 250 g y cuesta $60.

g) ¿Hay una relación lineal entre el peso y el precio de los empaques? _____

2. El sueldo de un vendedor consta de $3 000 mensuales más $500 por cada producto que vende. Analiza cómo va cambiando su sueldo mensual al ir variando el número de productos que vende.

a) Elabora una tabla en tu cuaderno en la que se incluya el salario del vendedor para distintas cantidades de productos vendidos.

b) Antes de localizar puntos en el plano cartesiano, analiza si se trata de una variación lineal o no. Argumenta tu respuesta. _____

_____

c) Localiza los puntos de tu tabla en un plano cartesiano y únelos para formar la gráfica. ¿Se trata de una línea recta o una curva? _____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Analizo y comparo situaciones de variación lineal a partir de su representación tabular y gráfica.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

28

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Funciones
Contenido: Determinas la pendiente de una recta y la usas para comparar situaciones de variación lineal.

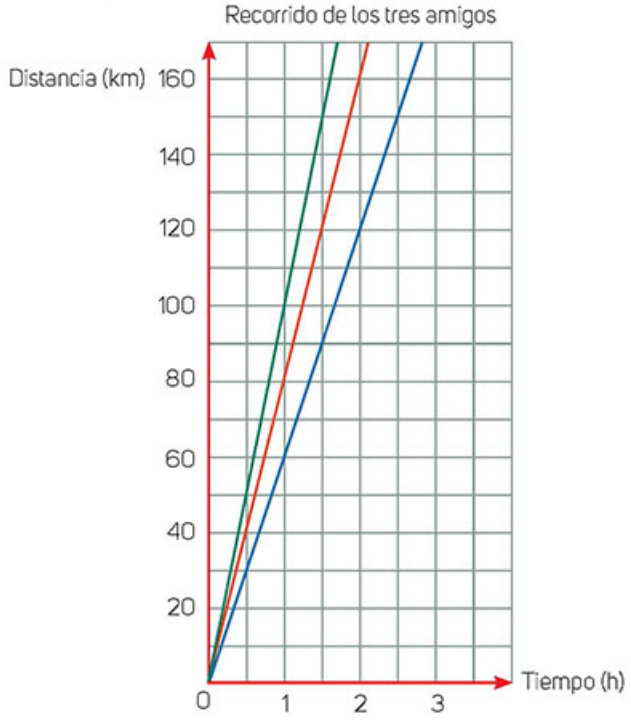
¿Pendiente suave o pronunciada?

Exploro

1. Analiza la información con un compañero.

Tres amigos viajan con sus familias en una autopista. Jorge viaja a una rapidez constante de 80 kilómetros por hora, Gustavo lo hace a 100 kilómetros por hora y Pedro se desplaza a 60 kilómetros por hora.

a) Identifiquen en el plano el color de la recta que representa el recorrido de cada uno de los amigos.



Jorge: _____ Gustavo: _____ Pedro: _____

b) Expliquen en qué basaron su elección. _____

_____

_____

c) Localicen los puntos de las rectas que tienen ordenada 120. ¿Cuánto tiempo tarda Jorge en recorrer 120 km? _____ ¿Cuánto tarda Pedro en recorrer esa distancia? _____

d) Localicen los puntos de las rectas que tienen abscisa 1.5. ¿Cuántos kilómetros recorre cada uno de los amigos en una hora y media? _____

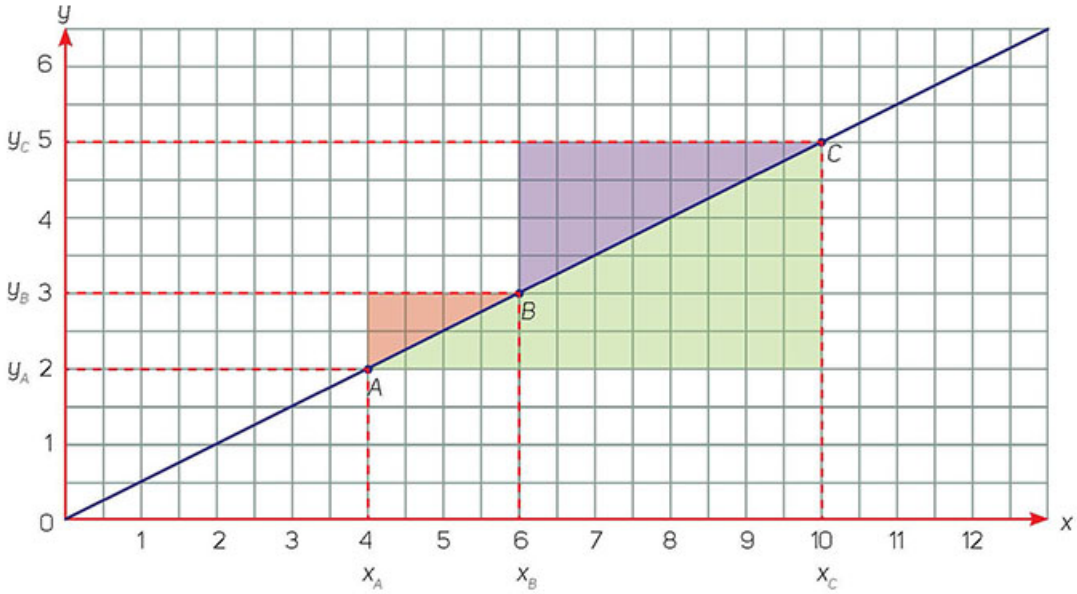
- Comparen sus respuestas con sus compañeros y discutan cualquier diferencia que encuentren.

© SANTILLANA

2. Haz lo siguiente con un compañero.

a) Escriban las coordenadas de los tres puntos marcados sobre la recta.

$A = (____, ____)$ $B = (____, ____)$ $C = (____, ____)$



b) Si se desplazan de A a B solo mediante movimientos verticales y horizontales, ¿cuántas unidades deben subir verticalmente? _____

¿Cuántas deben avanzar horizontalmente? _____

Entonces, por cada unidad de cambio horizontal, ¿cuál es el tamaño del cambio vertical? _____

c) Esa misma razón de cambio se puede obtener usando cualquier otro par de puntos de la recta.
Por ejemplo, si se mueven de B a C, ¿cuál es el cambio en las ordenadas? _____ ¿Y el cambio en las abscisas? _____

¿Cuál es la razón que indica el cambio en las ordenadas por cada unidad de cambio en las abscisas? _____

d) Observen las distancias que se recorren al pasar del punto A al C. Vamos a usar (x_A, y_A) para referirnos a las coordenadas del punto A y (x_C, y_C) para las coordenadas del punto C. Calculen la razón que indica el cambio de las ordenadas por cada unidad que cambian las abscisas.

$$\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = _____$$

e) Escriban lo que observaron al calcular las razones anteriores. _____

_____

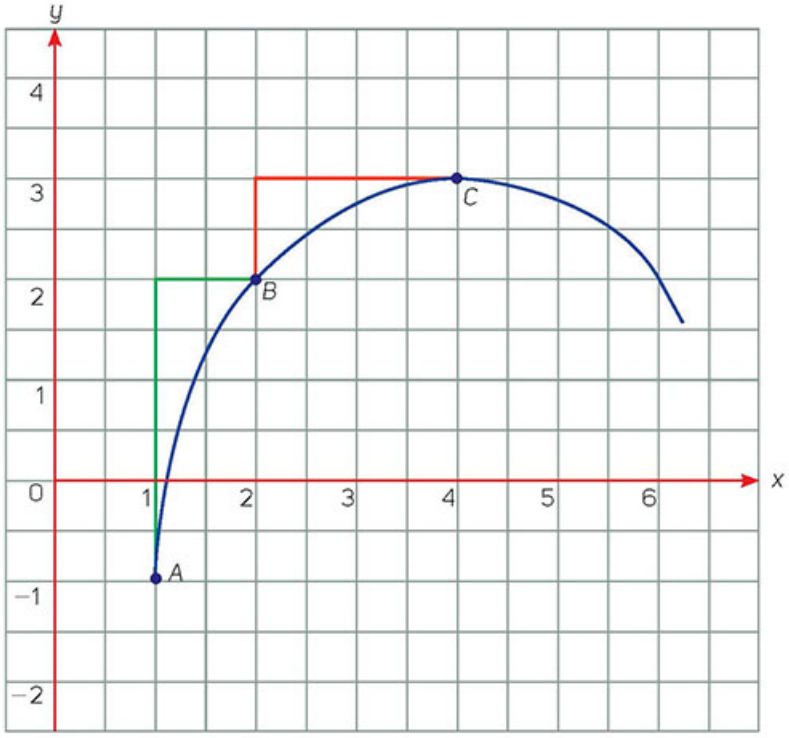
- Discutan sus observaciones con sus compañeros y comparen sus respuestas.

© SANTILLANA

3. Trabaja en lo siguiente con un compañero.

a) Escriban las coordenadas de los puntos marcados en la siguiente curva.

$A = (_____, _____)$ $B = (_____, _____)$ $C = (_____, _____)$



b) Para pasar de *A* a *B*, ¿cuántas unidades deben avanzar verticalmente? _____

¿Cuántas deben avanzar horizontalmente? _____

c) Calculen la razón de cambio entre las coordenadas de *A* y de *B*.

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = _____$$

d) Observen las distancias que se recorren al pasar del punto *B* al *C*. Después calculen la razón formada por la distancia vertical sobre la horizontal.

$$\frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = _____$$

e) ¿Son iguales los resultados de las dos razones anteriores? _____

f) Escriban las diferencias entre los valores de las razones en esta gráfica curva y en la recta del ejercicio anterior. _____

_____

_____

- Comparen sus respuestas con sus compañeros de grupo. Lleguen a un acuerdo sobre las diferencias entre los resultados de esta actividad y la anterior.

© SANTILLANA

Pendiente de una recta

Para cualquier par de puntos sobre una línea recta, la razón (cociente) de la diferencia de las ordenadas entre la diferencia de las abscisas es siempre igual. En otras gráficas que no son rectas, esta razón cambia al usar diferentes parejas de puntos.

A esta razón constante se le llama *pendiente de la recta*. Es decir, la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A = (x_A, y_A)$ y $B = (x_B, y_B)$ es

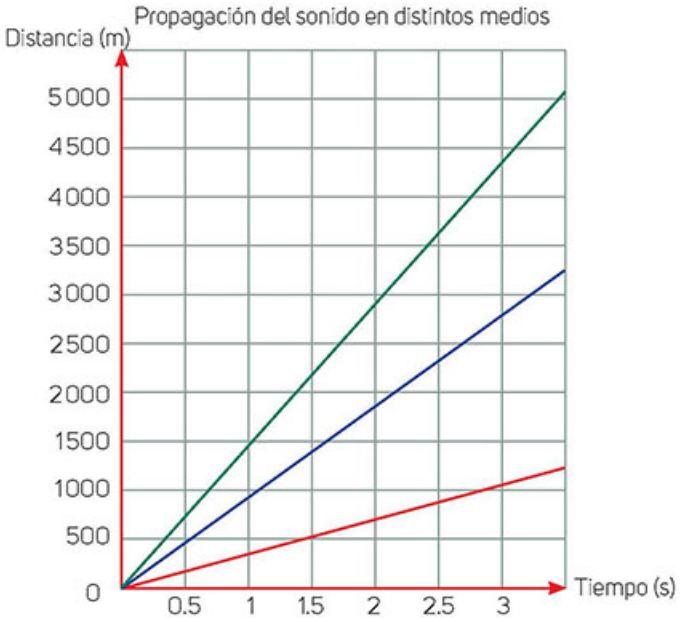
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

La pendiente de una recta indica cuánto cambian las ordenadas al cambiar una unidad en las abscisas. Por ello, también se le llama *razón de cambio de las ordenadas respecto a las abscisas*.

4. Lee y contesta.

La velocidad con que se propaga el sonido depende del medio. En el agua (a 25 °C) se propaga a 1 493 metros por segundo; en el aire (a 20 °C) se propaga a 343 metros por segundo, y en el plomo, a 926 metros por segundo.

a) Identifica la recta que describe la propagación del sonido en cada uno de estos medios y escribe el color que corresponde.



Agua: _____ Aire: _____ Plomo: _____

b) Compara la inclinación de las rectas. ¿En cuál de los medios la pendiente es mayor? _____ ¿En cuál es menor? _____

- Compara tu respuesta con un compañero y comenten en qué basaron su elección.

Para saber más

Busca en la red el sitio **www.esant.mx/essema1-019** y explora. En el primer interactivo, averigua qué pasa con la pendiente de una recta si los dos puntos que se eligen tienen la misma ordenada y si tienen la misma abscisa.

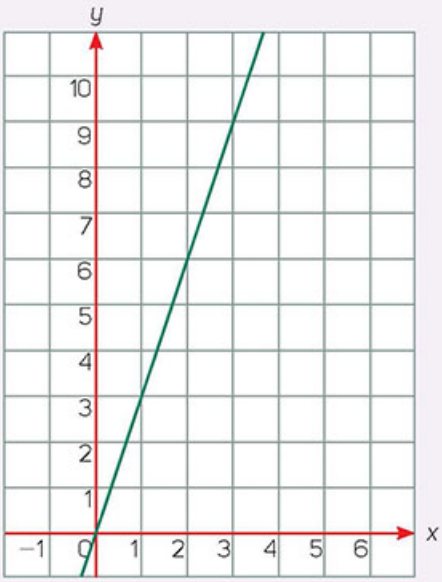
© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Haz lo que se solicita. Al terminar, compara con otros compañeros lo que hiciste y corrijan si encuentran algún error.

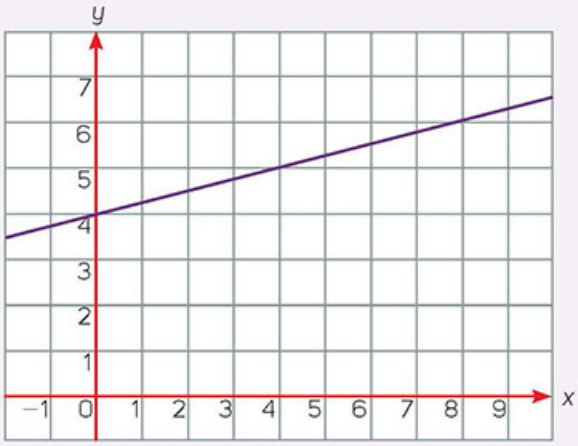
I. En las siguientes rectas, elige dos puntos en los que te resulte sencillo determinar las coordenadas y calcula la pendiente.

a)



$m =$ _____

b)



$m =$ _____

II. Revisa las rectas de la actividad inicial.

a) Calcula la pendiente de las rectas que representan el recorrido de cada amigo.

Jorge: $m =$ _____ Gustavo: $m =$ _____ Pedro: $m =$ _____

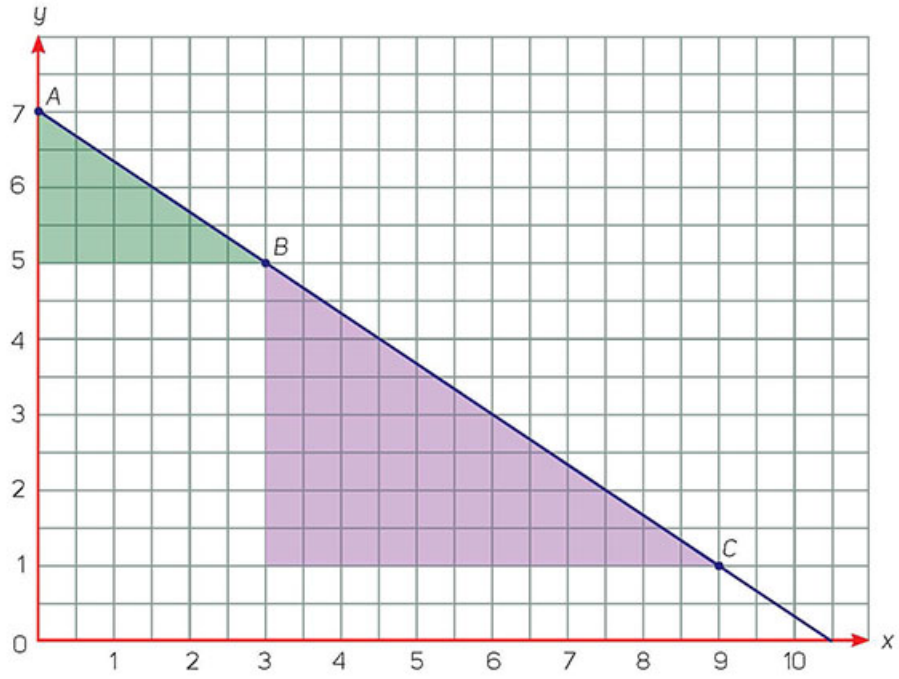
b) ¿Qué relación hay entre la velocidad constante de cada vehículo y la pendiente de la recta correspondiente? _____

© SANTILLANA

5. Trabaja en la siguiente actividad con un compañero.

a) Escriban las coordenadas de los puntos marcados en la siguiente recta.

$A = (_____, _____)$ $B = (_____, _____)$ $C = (_____, _____)$



b) Al pasar del punto *A* al punto *B* usando movimientos verticales y horizontales, ¿se debe bajar o subir? _____ Entonces, ¿la diferencia de ordenadas $y_B - y_A$ es positiva o negativa? _____

c) Observen las diferencias en las coordenadas de los puntos *B* y *C*. ¿La diferencia de ordenadas $y_C - y_B$ es positiva o negativa? _____

d) ¿Qué signo le pondrían a la pendiente para indicar que las ordenadas disminuyen al aumentar las abscisas? _____

- Verifiquen si hay acuerdo en su grupo respecto al signo que pondrían a la pendiente y comparen sus respuestas.

El signo de la pendiente

Cuando la recta es creciente, es decir, cuando al aumentar los valores de *x* aumentan también los de *y*, la pendiente de la recta es positiva.

Cuando la recta es decreciente, es decir, cuando al aumentar los valores de *x* disminuyen los valores de *y*, la pendiente de la recta es negativa.

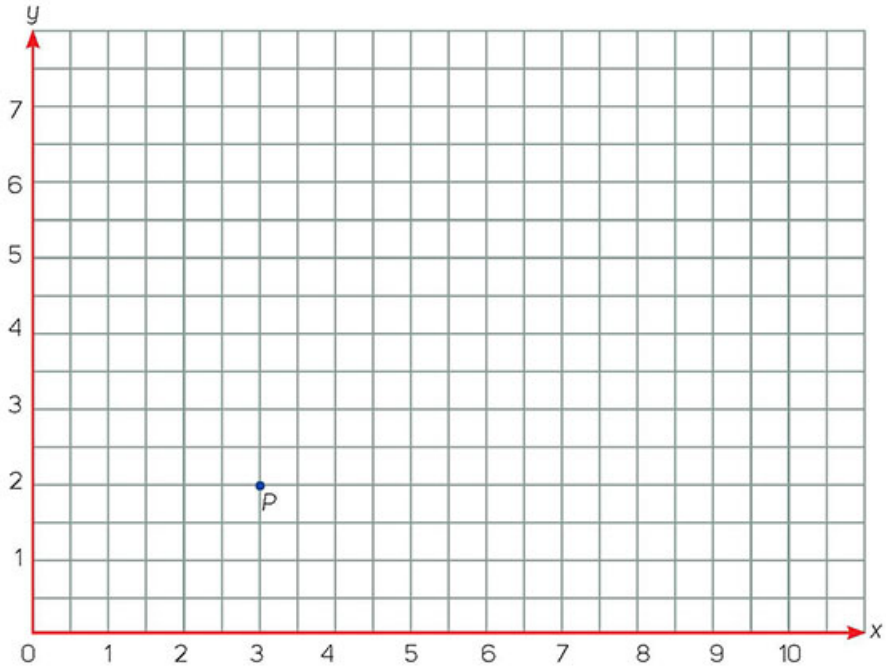
© SANTILLANA

6. Resuelve.

a) ¿Cuánto debes avanzar verticalmente a partir de P para trazar una recta que pase por el punto P del siguiente plano y que tenga pendiente $\frac{2}{3}$? _____

¿Cuánto debes avanzar horizontalmente? _____

b) Localiza otro punto después de hacer los movimientos anteriores y traza la recta.



c) ¿Cuánto debes bajar verticalmente a partir de P para trazar otra recta que también pase por el punto P y que tenga pendiente $-\frac{2}{3}$? _____

¿Cuánto debes avanzar horizontalmente? _____

d) En el mismo plano traza la recta que pasa por P y tiene pendiente $-\frac{2}{3}$.

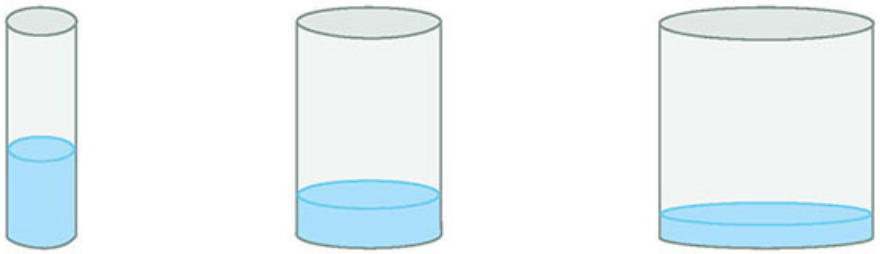
- Compara las rectas que trazaste con las de un compañero. Si no son iguales, revisen si hay errores con otra pareja de compañeros.

Aplico

¿Qué aprendí?

Trabaja lo siguiente. Al terminar, revisa tus respuestas con ayuda de tu profesor.

Tres recipientes cilíndricos se llenan usando la misma entrada de agua.



Recipiente 1 Recipiente 2 Recipiente 3

© SANTILLANA

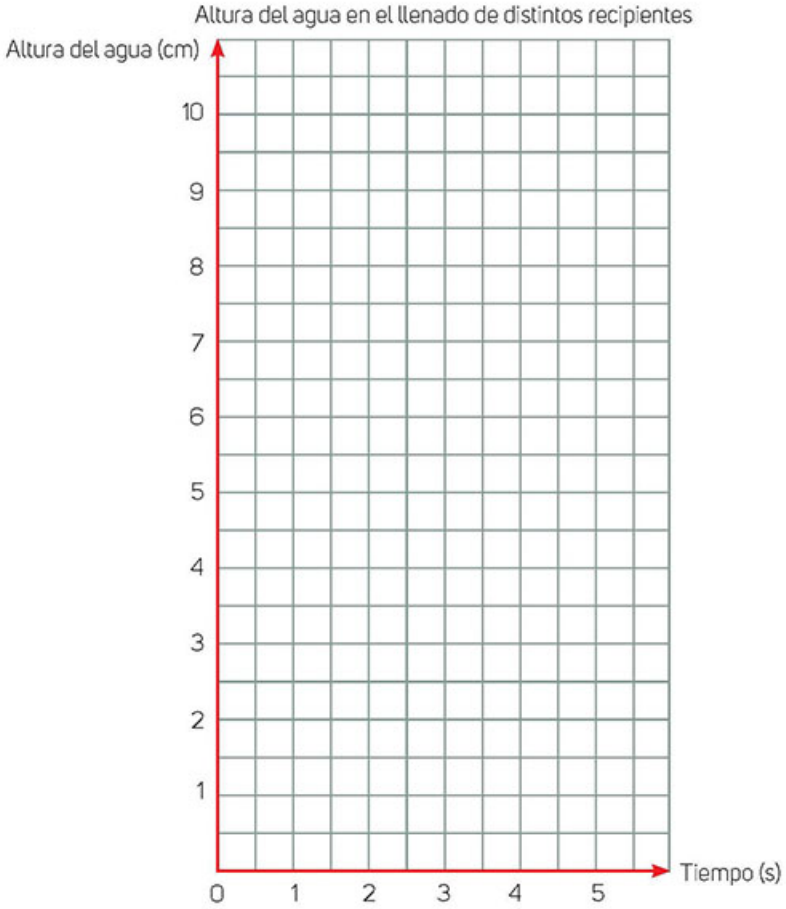
a) Completa la siguiente tabla.

Tiempo (s)	0	1	2	3	4
Altura del agua, recipiente 1 (cm)		2.5			
Altura del agua, recipiente 2 (cm)			2.5		
Altura del agua, recipiente 3 (cm)				1.5	

b) ¿Cuánto aumentó la altura del agua en cada recipiente por cada segundo transcurrido?

Recipiente 1: _____ Recipiente 2: _____ Recipiente 3: _____

c) Localiza los puntos y traza las tres gráficas en el siguiente plano cartesiano. Usa un color diferente para los puntos y gráficas de cada recipiente.



d) Calcula la pendiente de cada recta. _____

e) ¿En cuál recipiente la altura del agua cambia más rápidamente? _____

¿En cuál cambia más despacio? _____

f) ¿En cuál de las gráficas la pendiente es mayor? _____

¿En cuál es menor? _____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Determino la pendiente de una recta y la uso para comparar situaciones de variación lineal.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica 29

Eje: Número, álgebra y variación
Tema: Funciones
Contenido: Analizas y comparas situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpretas y resuelves problemas que se modelan con este tipo de variación.

Tres formas de describir lo mismo

Exploro

1. Reúnete con un compañero y sigan las instrucciones.

Un estacionamiento cobra $30.00 por la primera hora y después de esta cobra $6.00 por cada 15 minutos adicionales.

a) Escriban los datos solicitados en la tabla. En la tercera columna escriban las operaciones que deben realizar para calcular el monto a pagar, así como el resultado de dichas operaciones.

Tiempo transcurrido	x Número de periodos de 15 min adicionales a la primera hora	y Monto a pagar ($)
1 hora	0	
1 hora 15 minutos		$30 + 6 \times 1 = 36$
1 hora 30 minutos		
1 hora 45 minutos		
2 horas		
2 horas 45 minutos		
3 horas	8	
3 horas 30 minutos		

b) Representen con x la cantidad de periodos de 15 minutos transcurridos después de una hora, y con y el monto que se debe pagar. Completen la siguiente expresión algebraica para representar la relación entre x y y.

$y =$ _____

c) Verifiquen en la tabla anterior si la expresión algebraica que escribieron sirve para obtener el monto del pago para los valores de x que ahí se usaron.

Glosario

flujo. Movimiento de un fluido.

- Comparen sus respuestas con sus compañeros y lleguen a un acuerdo sobre las que son correctas.

Construyo

2. Trabaja con un compañero en lo siguiente.

Para llenar una cisterna, se usa un **flujo** de agua constante de 50 litros por minuto. Cuando la entrada de agua inicia, la cisterna cuenta ya con 200 litros.

© SANTILLANA

a) Analiza cómo va variando la cantidad de agua en la cisterna al ir variando el tiempo.

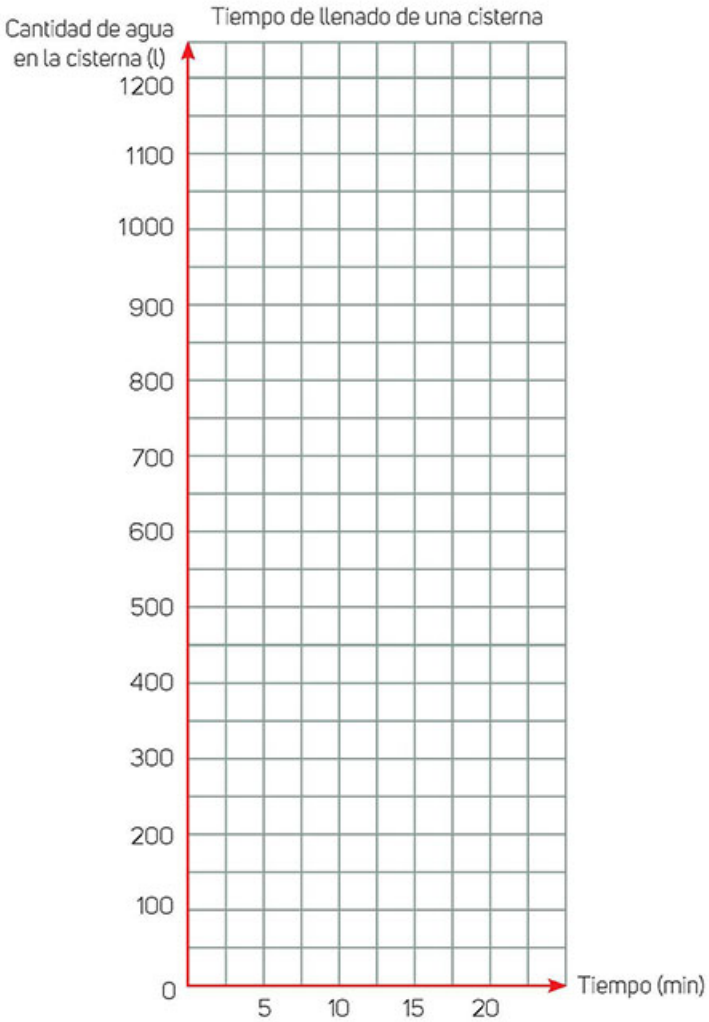
Tiempo (min)	0	5	10	15	20
Cantidad de agua en la cisterna (l)	200				

b) Si la cantidad de litros de agua en la cisterna se representa por y, y el tiempo transcurrido se representa por x, escriban una expresión algebraica que describa la relación entre x y y. _____

c) ¿Se trata de una variación lineal? _____ ¿En qué basaron su respuesta?

_____

d) Tracen la gráfica en el siguiente plano cartesiano.



e) ¿Cuál es la pendiente de la recta que trazaron? _____

f) ¿En qué punto **interseca** la recta al eje vertical? _____

- Comparen sus respuestas con otra pareja de compañeros. Discutan las diferencias que encuentren y lleguen a un acuerdo.

Glosario

rectas que se intersecan. Rectas que se cortan o se cruzan en un punto. Al punto donde se cortan se le llama *punto de intersección*.

© SANTILLANA

3. Continúa trabajando con un compañero en la siguiente actividad.

Ahora supongan que al iniciar la entrada de agua a la cisterna de la actividad anterior, la cisterna se encuentra vacía.

a) Completen la tabla.

Tiempo (min)	0	5	10	15	20
Cantidad de agua en la cisterna (l)					

b) Escriban una expresión algebraica que describa la relación entre la cantidad de agua en la cisterna (y) y el tiempo transcurrido (x). _____

c) Tracen la gráfica en el mismo plano cartesiano del ejercicio anterior. Usen otro color para distinguirla.

d) ¿Cuál es la pendiente de la nueva recta que trazaron? _____

e) ¿En qué punto corta al eje vertical? _____

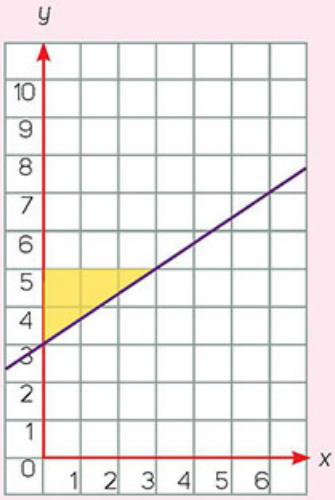
- Comparen sus respuestas con otra pareja de compañeros. Cotejen sus respuestas con la siguiente información.

Expresión algebraica de una variación lineal

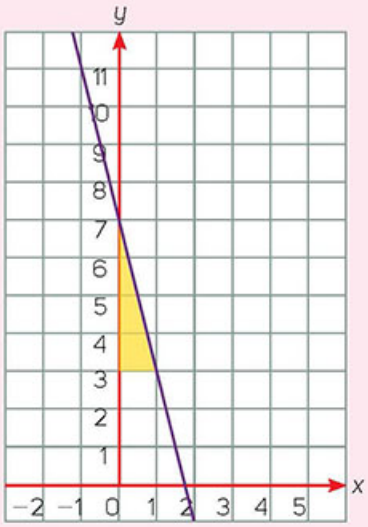
Si dos variables x y y varían en forma lineal, entonces la expresión algebraica que representa la relación entre ellas es

$$y = mx + b$$

donde m es la pendiente de la recta y b es el punto en el que la recta interseca al eje vertical. A la b se le llama *ordenada al origen*.



$y = \frac{2}{3}x + 3$



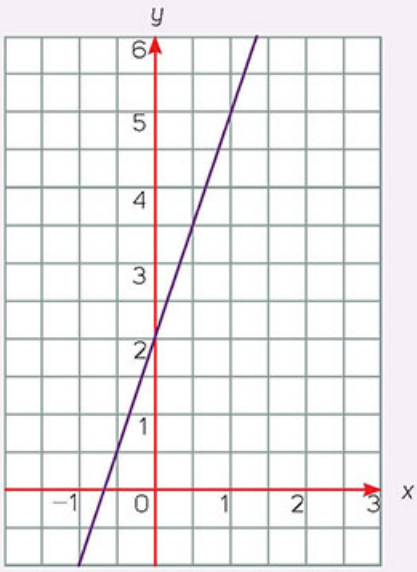
$y = -4x + 7$

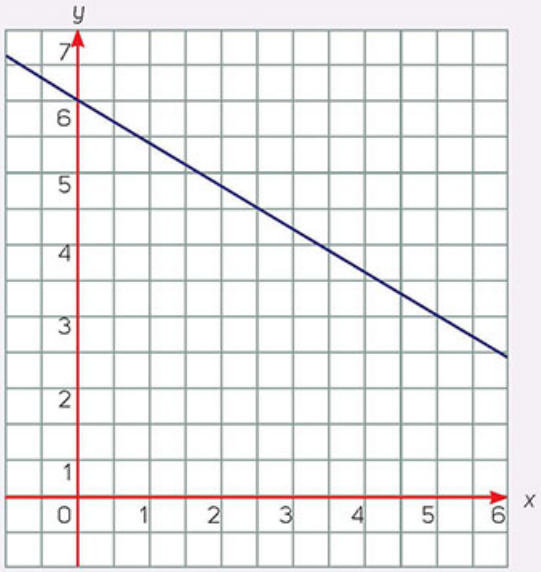
© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Haz lo que se solicita. Al terminar, compara con otros compañeros lo que hiciste y corrijan si encuentran algún error.

I. Escribe la expresión algebraica que corresponde a cada gráfica.





_____ _____

II. Traza en tu cuaderno las siguientes rectas. Toma en cuenta que para trazarlas solo necesitas localizar dos puntos que estés seguro de que están en la recta.

a) $y = \frac{3}{2}x - 1$ b) $y = x + 4$ c) $y = -4x + 2$

Para saber más

Consulta la página **www.esant.mx/essema1-020**. En el segundo interactivo, fija el punto (−2, 9) y encuentra las expresiones de tres rectas que pasan por él. Resuelve ejercicios en el tercer interactivo.

4. Trabaja con un compañero en lo siguiente.

Un repartidor de un servicio de mensajería tiene que entregar un paquete en un lugar que está a 5 kilómetros de la oficina donde él lo recibe. Viaja en motocicleta a velocidad constante y recorre 650 metros en 1 minuto.

a) ¿A qué distancia se encuentra de su destino cuando lleva un minuto viajando? _____ ¿Y cuando lleva 2 minutos de viaje? _____

b) Al ir aumentando el tiempo de viaje, ¿va aumentando o disminuyendo la distancia que le falta recorrer? _____

c) Completa la tabla.

Tiempo (min)	0	1	2	3	4	5
Distancia por recorrer (m)						

© SANTILLANA

d) Representen con t el tiempo que lleva viajando el repartidor y con d la distancia que le falta recorrer. Escriban una expresión algebraica para determinar la distancia que le falta recorrer cuando ha viajado t minutos. _____

e) ¿Qué distancia le falta cuando ha viajado 3.5 minutos? _____

f) ¿Cuánto tiempo ha viajado cuando se encuentra a 450 metros de su destino?

_____

g) Tracen la gráfica correspondiente.

h) ¿Cuál es el valor de la pendiente de la recta? _____

i) ¿Cuál es el valor de la ordenada al origen? _____

- **Comparen sus respuestas con otra pareja de compañeros. Discutan las diferencias que encuentren y lleguen a un acuerdo.**

Representación tabular, gráfica y algebraica de una variación lineal

La variación lineal se puede representar de tres formas.

- Indicando valores de las variables involucradas en una tabla.
- Mediante una recta en el plano cartesiano
- Usando una expresión algebraica de la forma $y = mx + b$.

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Haz lo que se solicita. Al terminar, compara con otros compañeros lo que hiciste y corrijan si encuentran algún error.

I. Escribe la expresión algebraica que corresponde a los datos de cada tabla.

Tabla 1

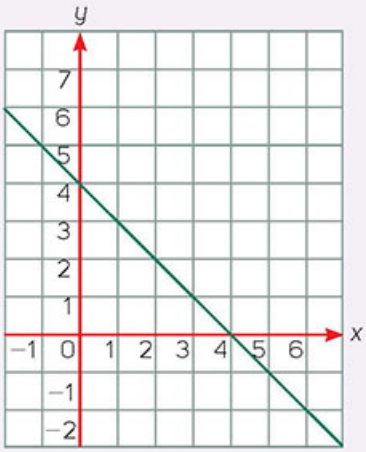
x	−1	0	1	2
y	3	5	7	9

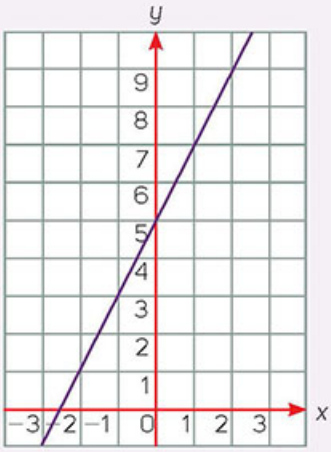
Tabla 2

x	0	2	4	6
y	4	2	0	−2

_____ _____

II. Escribe el número de tabla que corresponde a cada gráfica.

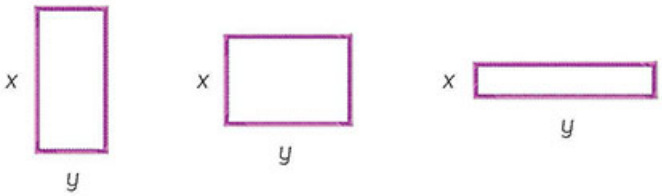




_____ _____

5. Lee y resuelve.

Fernando tiene un cordón de 120 centímetros de longitud, y va a formar con él un rectángulo. Las dimensiones del rectángulo pueden variar. Supongamos que x indica la altura y y la base del rectángulo.



a) Linda piensa que la relación entre las magnitudes x y y es $y = 120 - x$. Daniel piensa que esa relación es $y = 60 - x$. ¿Quién crees que tiene razón? _____

© SANTILLANA

b) Verifica tu respuesta anterior completando las siguientes tablas.

Altura x	5	10	20
Base $y = 120 - x$			
Perímetro			

Altura x	5	10	20
Base $y = 60 - x$			
Perímetro			

c) Entonces, ¿cuál expresión algebraica indica la relación entre x y y? _____

d) ¿Cuánto mide la base si la altura es 24.5 cm? _____

e) ¿Cuánto deberá medir la altura para que la base mida 32 cm? _____

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros.

¿Qué aprendí?

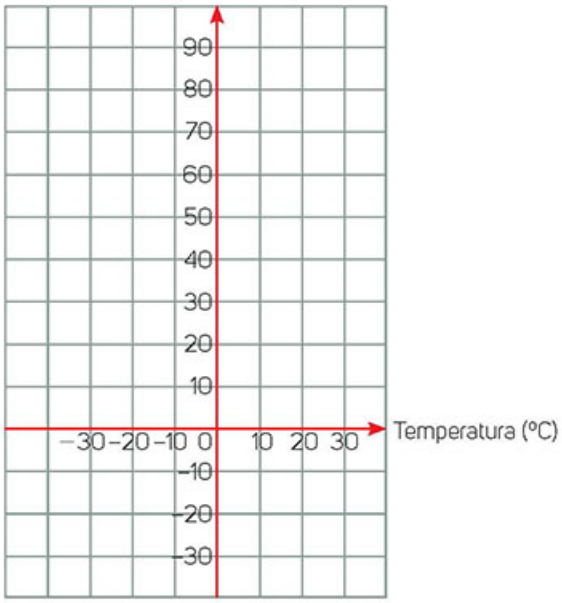
Trabaja los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con tu profesor y corrige si encuentras errores.

1. En muchos países de habla inglesa, la temperatura se mide en grados Fahrenheit (°F) y no en grados Celsius (°C), como lo hacemos nosotros. En la siguiente tabla se dan algunos valores de temperatura en las dos escalas.

°C (x)	−30	−20	−10	0	10	20	30
°F (y)	−22	−4	14	32	50	68	86

a) Elige dos puntos de la tabla anterior y localízalos cuidadosamente en el siguiente plano cartesiano. Traza la recta que los une.

Relación de la temperatura en grados Fahrenheit y en grados Celsius



© SANTILLANA

b) Verifica si los demás puntos de la tabla caen en la recta que trazaste. Si no es así, vuelve a localizar los puntos y a trazar la recta.

c) Encuentra la expresión algebraica correspondiente. _____

d) ¿A cuántos grados Fahrenheit corresponden 100 °C? _____

e) ¿A cuántos grados Celsius corresponden 0 °F? _____

2. **Una compañía ofrece a un vendedor dos opciones de pago. Una consiste en pagarle mensualmente un salario base de $1500 más una comisión de 5% del monto de sus ventas. La otra consiste en no pagarle salario base, pero darle 25% del monto de sus ventas mensuales.**

a) Para cada opción, escribe una expresión algebraica que indique cómo depende el ingreso del vendedor (y) del monto de las ventas que realice cada mes (x).

Opción 1: _____ Opción 2: _____

b) Completa la tabla para comparar los ingresos posibles en cada opción de pago.

Ventas mensuales ($)	2000	3000	4000	5000	6000	7000
Ingreso opción 1						
Ingreso opción 2						

c) Traza las dos rectas que corresponden a las opciones de pago. Usa distintos colores para diferenciarlas.

d) ¿Cuánto deberá vender el empleado para que le convenga más la opción 2?

_____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.

Contenido		
Analizo y comparo situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreto y resuelvo problemas que se modelan con este tipo de variación.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Pendiente y ordenada al origen de una recta

Abre una hoja de GeoGebra y elige una vista con ejes, cuadrícula y vista algebraica. Si es necesario, usa la herramienta "Desplazar Vista Gráfica" del último icono para mover los ejes de manera que queden más o menos en el centro.

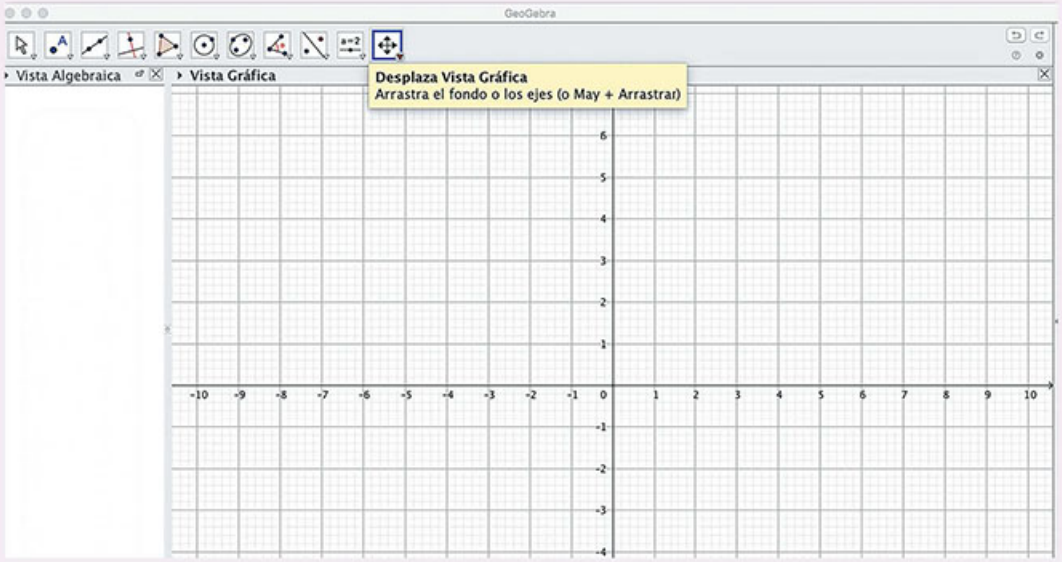


Imagen 1

Analizarás rectas que tienen distintas pendientes y ordenadas al origen utilizando la herramienta "Deslizador". Para ello sigue estos pasos.

a) Selecciona la herramienta "Deslizador" del penúltimo icono y haz clic en cualquier lugar de la vista gráfica. Se abrirá un cuadro de diálogo como el siguiente:

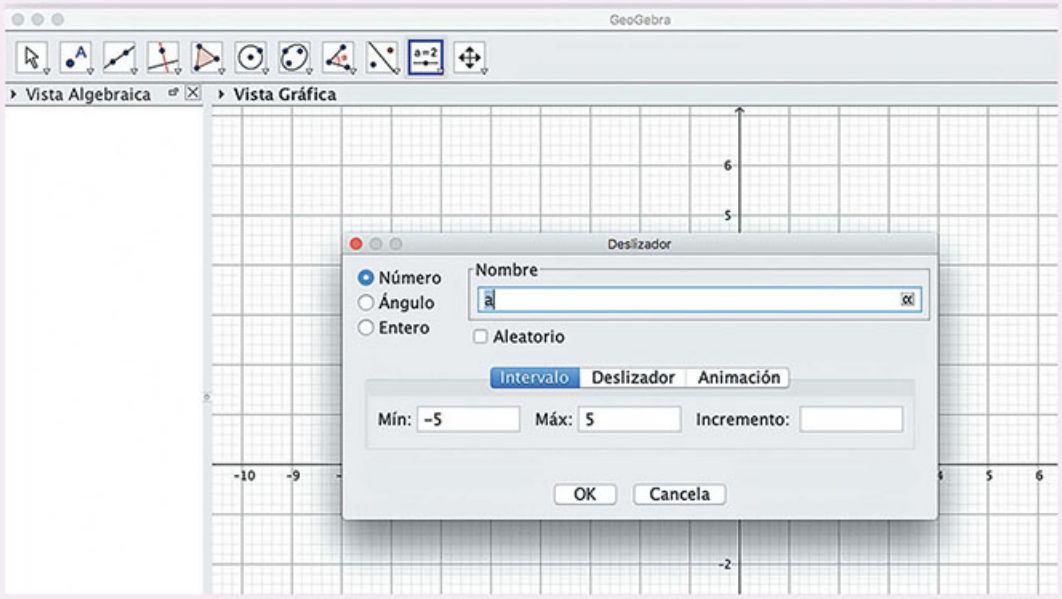


Imagen 2

© SANTILLANA

b) En la casilla "Nombre", escribe "m"; en la casilla "Intervalo", escribe "-9" en "Mín" y "9" en "Máx"; en "Incremento" escribe el número "0.1". En la pestaña "Deslizador", asegúrate de que no esté señalada la casilla "Fijación" para que puedas mover el deslizador y colocarlo donde más te guste; en la posición, elige "Horizontal", y en el ancho escribe "200". En la pestaña "Animación", deja la velocidad 1 y asegúrate de que en "Repite" aparezca la palabra "Oscilante".

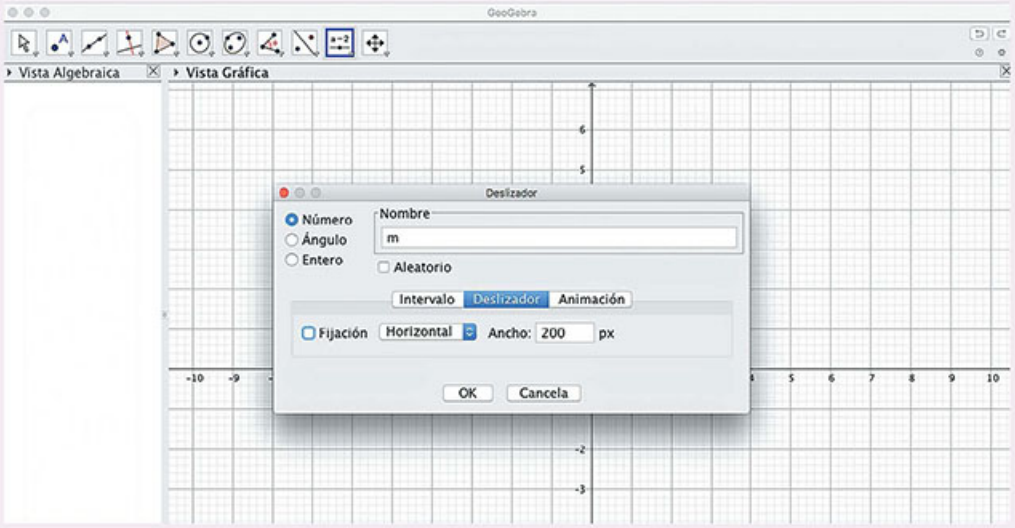


Imagen 3

c) Presiona "OK" para que aparezca el deslizador. Con el botón auxiliar, haz clic sobre el deslizador y selecciona "Propiedades". En la nueva caja de diálogo elige un color rojo.

d) Repite los pasos anteriores para crear un deslizador de un número que se llame "b". En este caso, usaremos un intervalo de -8 a 8 variando con un incremento de 0.25 unidades, en posición horizontal y de una longitud de 200. Elige algún tono de azul. Observa los cambios en la vista algebraica al mover el punto de tus deslizadores.

e) Usando la flecha del primer icono, coloca los deslizadores en alguna esquina de la vista gráfica y, si quieres, fíjalos en esa posición usando el botón auxiliar y las instrucciones "Propiedades"-"Deslizador"-"Fijación".

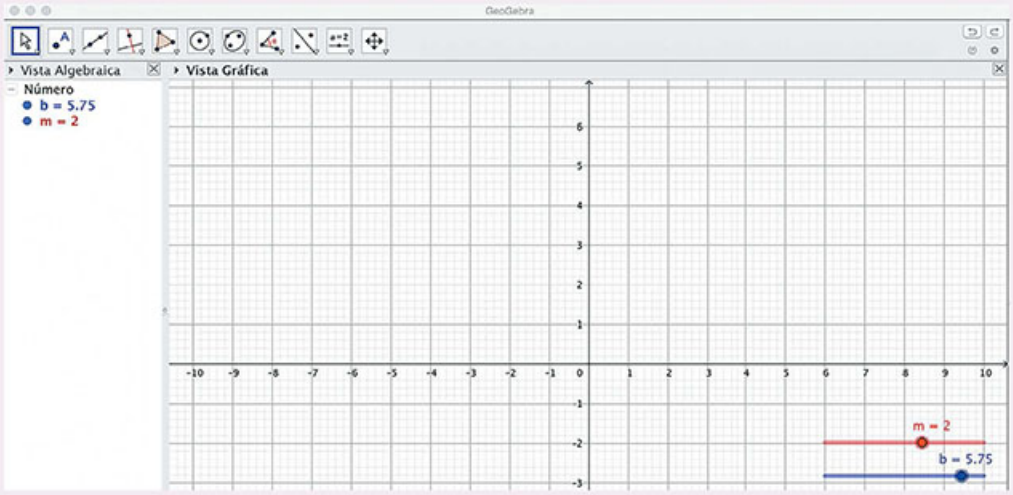


Imagen 4

© SANTILLANA

f) En la parte inferior de la hoja, aparece la Barra de Entrada. Escribe en ella "m x + b". Es muy importante que dejes espacio entre *m* y *x* porque eso activa la operación producto. Al presionar Enter, aparecerá la recta. Selecciona la flecha del primer icono (o presiona Esc) para mover los valores de los deslizadores y observa qué pasa con la recta y con la ecuación lineal que aparece en la vista algebraica.

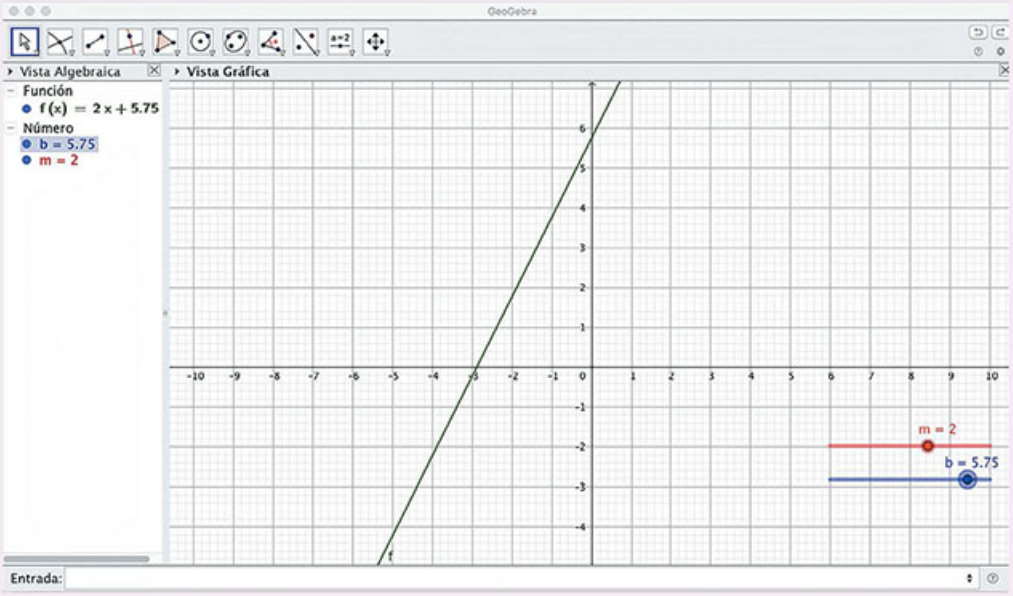


Imagen 5

g) Selecciona "Intersección" en el segundo icono para marcar con un punto el origen del plano cartesiano y con otro punto la intersección de la recta con el eje *Y*. Traza el segmento que une esos dos puntos y, haciendo clic con el botón auxiliar sobre él, dale el mismo color que al deslizador de *b*. Luego oculta los puntos extremos de este intervalo haciendo clic sobre la bolita correspondiente en la vista algebraica o dando clic con el botón auxiliar sobre cada uno de ellos para quitar la marca en "Mostrar Objeto". Observa cómo se modifica este segmento al variar *b*.

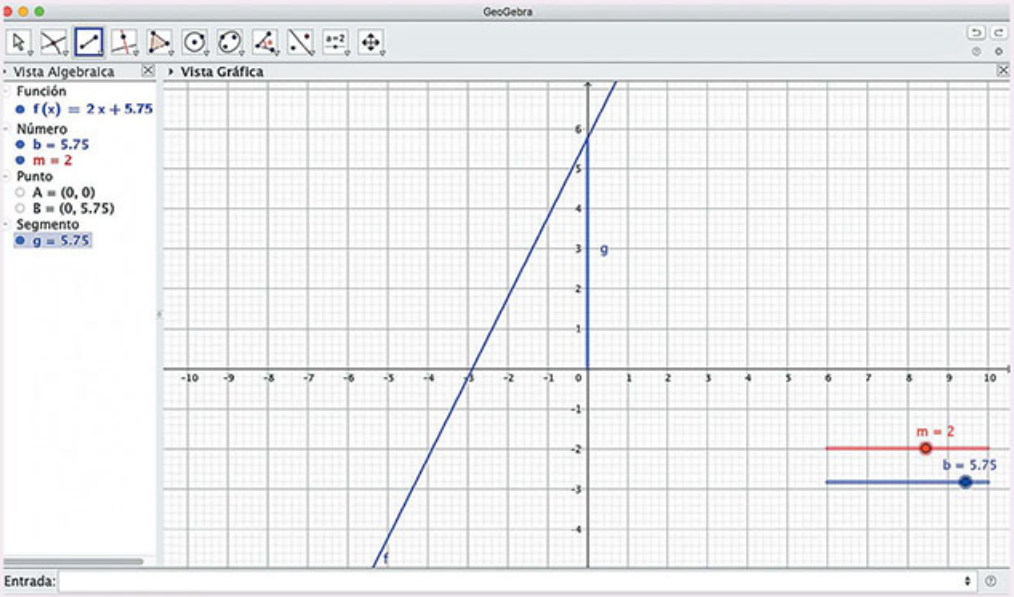


Imagen 6

© SANTILLANA

h) Marca cualquier par de puntos sobre la recta y luego traza la recta que pasa por esos puntos, la cual se superpondrá a la recta que ya tienes. Esto te permitirá usar la herramienta "Pendiente" del octavo icono dando clic sobre la nueva recta. Esta herramienta ayuda a visualizar la relación entre la pendiente y la inclinación de la recta. Coloca el triángulo formado por la distancia entre dos ordenadas y la distancia entre dos abscisas en el lugar que te parezca mejor de la recta, y luego oculta los últimos dos puntos que marcaste.
Observa qué pasa con este triángulo al variar *m*.

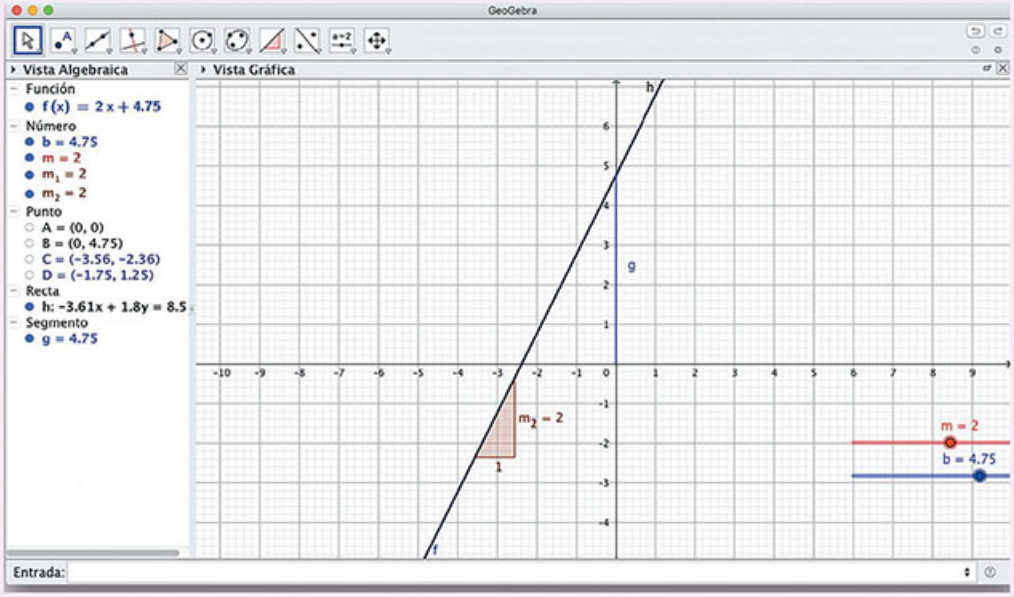


Imagen 7

i) Por último, coloca *b* en cero y en el deslizador de *m* selecciona "Animación" haciendo clic con el botón auxiliar. Observa qué pasa. Luego, coloca *m* en 2 y selecciona "Animación" en el deslizador de *b*. Observa qué pasa.

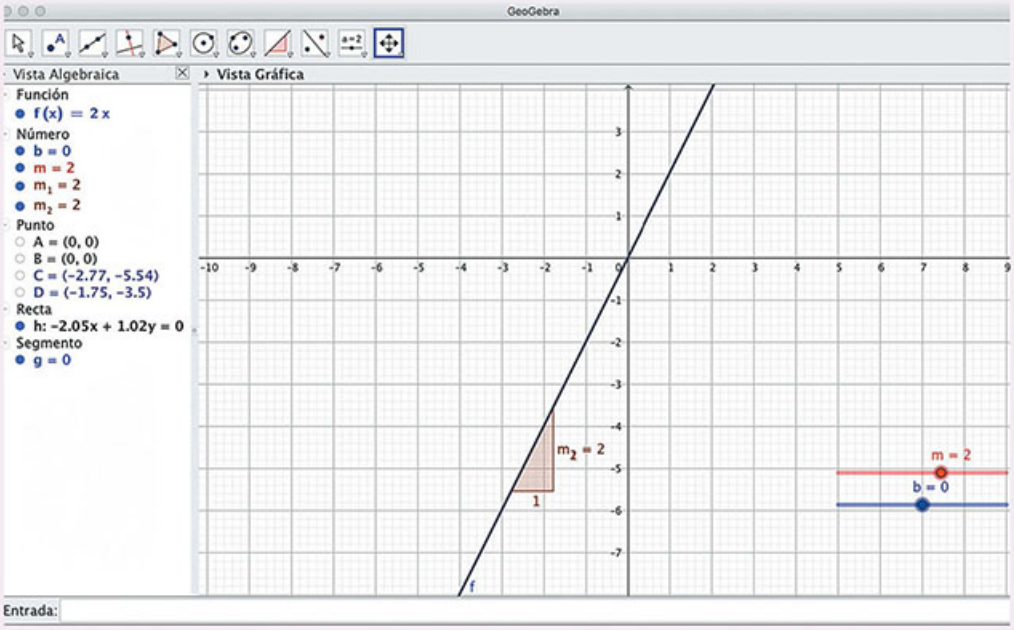


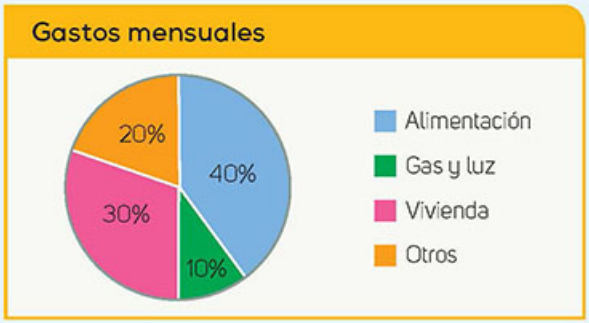
Imagen 8

© SANTILLANA

Un alto en la espiral

Realiza lo que se indica. Con base en tus resultados, y con ayuda de tu profesor, identifica las secuencias correspondientes a los contenidos que debes repasar.

1. Calcula la medida del ángulo central de cada sector de la gráfica circular.



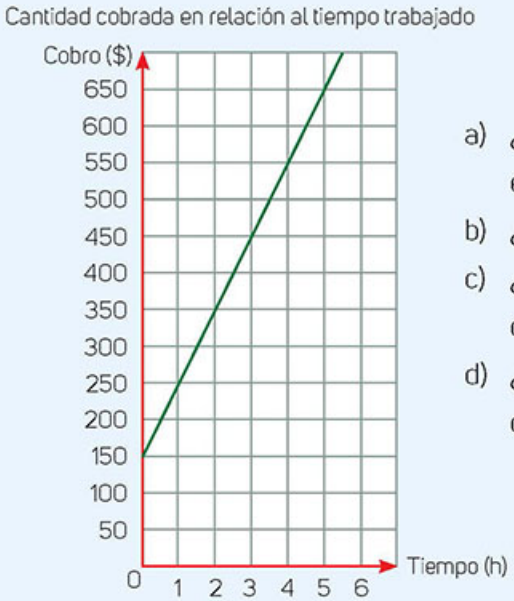
Alimentación: _____

Gas y luz: _____

Vivienda: _____

Otros: _____

2. Para pintar las paredes de una casa, se contrata a un pintor que cobra una cantidad inicial, más cierta cantidad por cada hora de trabajo. La siguiente gráfica muestra la relación entre la cantidad cobrada por el pintor y el tiempo trabajado.



a) ¿Cuál es la cantidad inicial que cobra el pintor? _____

b) ¿Cuánto cobra por hora? _____

c) ¿Después de cuántas horas se le deben pagar $450? _____

d) ¿Cuánto se le debe pagar después de cinco horas de trabajo? _____

3. ¿Cuál de las siguientes tablas presenta una variación lineal? _____

Tabla 1

x	y
0	18
1	23
4	38
5	43

Tabla 2

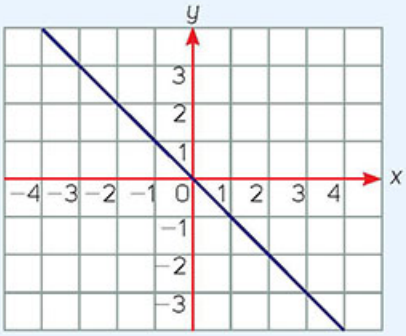
x	y
0	1
1	3
2	9
3	27

Tabla 3

x	y
0	0
1	1
2	4
3	9

© SANTILLANA

4. Determina la pendiente de cada recta.



$m =$ _____

$m =$ _____

5. El dueño de una pequeña empresa tiene gastos fijos (renta, luz, mantenimiento, etcétera) por $5 000 mensuales y, además, gasta en materiales y mano de obra $250 por cada 10 productos que se fabrican en su empresa. Representa con x el número de artículos producidos y con g el gasto total del dueño.

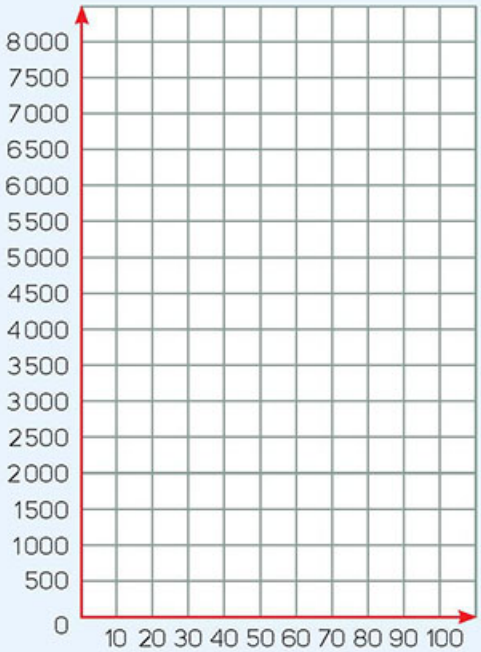
a) Completa la tabla.

Cantidad de artículos (x)	0	10	20	50	100
Gasto total (g)					

b) Escribe la expresión algebraica de la función lineal que corresponde.

$g =$ _____

c) Traza la gráfica. Indica el título y el nombre de las variables representadas en cada uno de los ejes, así como sus unidades.



- Reflexiona sobre tus resultados y, con tu profesor, busca estrategias para fortalecer tus áreas de oportunidad.

En la columna "Nota", marca una ✔ en los reactivos que resolviste correctamente.

Reactivo	Nota	Secuencia	Páginas
1		26	208-213
2		27	216-223
3		27	216-223
4		28	224-231
5		27, 28 y 29	216-239

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

30

Eje: Forma, espacio y medida
Tema: Magnitudes y medidas
Contenido: Calculas el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero desarrollando y aplicando fórmulas.

¿Cuánto espacio ocupa?

Exploro

1. Reúnete con un compañero y respondan.

Los trabajadores de la bodega Todo Cabe quieren almacenar 100 contenedores de las siguientes dimensiones: 2 m de ancho, 2 m de altura y 6 m de largo. El almacén mide 20 m de ancho, 40 m de largo y 4 m de altura.

a) ¿Caben todos los contenedores en el almacén? _____

b) Escriban el procedimiento que siguieron para responder. _____

_____

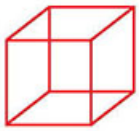
_____

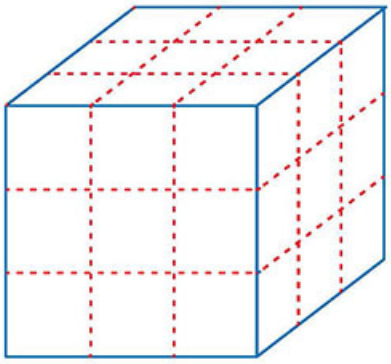
- Discutan con el resto del grupo su respuesta y el procedimiento que siguieron.

Construyo

2. Reúnete con un compañero y respondan.

El **cubo** rojo de la ilustración representa una unidad de volumen.





a) ¿Cuántos de estos cubos caben en el cubo azul? _____

b) ¿Cuál es el volumen del cubo azul? _____

c) ¿Cuántas unidades lineales mide cada **arista** del cubo azul? _____

d) ¿Observan alguna relación entre la longitud de la arista del cubo azul y su volumen? _____ Si es así, escriban esta relación. _____

_____

Glosario

cubo. Cuerpo geométrico cuyas seis caras son cuadrados.

arista. Segmento de recta que limita las caras de un cuerpo geométrico.

© SANTILLANA

e) ¿Cómo obtendrían el volumen de un cubo con 5 unidades de arista? _____

f) ¿Y el de un cubo con aristas de 2.5 unidades? _____

_____

g) Escriban los datos que faltan en la siguiente tabla:

Longitud de la arista del cubo (u)	Volumen del cubo (u^3)
2	
4	
3.3	
4.7	
10.6	

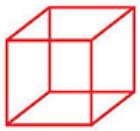
h) ¿Cómo obtendrían el volumen de un cubo cuya arista mide *x* unidades? _____

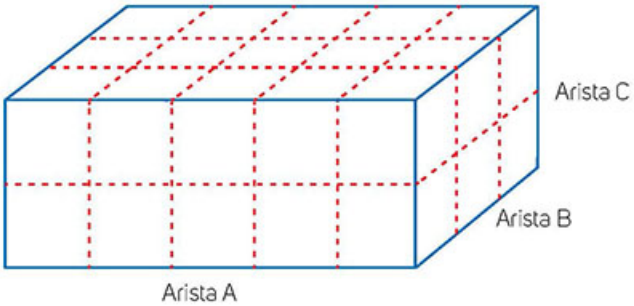
_____

i) Escriban una expresión algebraica que represente el volumen de un cubo con arista de *x* unidades. _____

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo.

3. Analiza las figuras y responde. El cubo rojo representa una unidad de volumen.





a) ¿Cuántos cubos de una unidad de volumen caben en este **prisma rectangular**?

_____

b) ¿Cuál es el volumen del prisma? _____

c) ¿Cuáles son sus dimensiones? _____

d) ¿Observas alguna relación entre las dimensiones del prisma y su volumen? _____ Si es así, escribe en qué consiste esta relación.

_____

_____

Glosario

prisma rectangular. Cuerpo geométrico limitado por dos rectángulos paralelos e iguales (llamados *bases*) y por cuatro caras rectangulares.

© SANTILLANA

Convivo en armonía

Respeta las ideas y argumentos de tus compañeros. Si consideras que no están en lo correcto, busca la manera más adecuada de hacérselos saber, sin faltarles al respeto. Las discusiones deben ser constructivas y sustentarse en lo que han aprendido.

e) Escribe los datos faltantes en la siguiente tabla:

Lado A (u)	Lado B (u)	Lado C (u)	Volumen (u^3)
5	3	1	
4	2	2	
3.6	5.8	4	
1.5	3	3.9	

f) ¿Cómo obtendrías el volumen de un prisma rectangular con aristas de longitudes *a*, *b* y *c* unidades? _____

- **Discute tu propuesta con el resto del grupo y luego compárala con el siguiente texto.**

Volumen de prismas rectangulares

El volumen de un prisma rectangular se obtiene multiplicando las longitudes de sus aristas. Si las aristas miden *a*, *b* y *c* unidades respectivamente, entonces el volumen del prisma está dado por la fórmula:

$$V = a \times b \times c = abc$$

El cubo es un caso particular de prisma rectangular en el que todos los lados miden lo mismo. Por tanto, el volumen de un cubo con lados de longitud *l* unidades es:

$$V = l \times l \times l = l^3$$

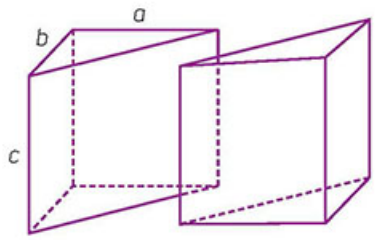
Si las longitudes de las aristas están dadas en centímetros, el volumen se expresará en centímetros cúbicos (cm^3); si están dadas en metros, el volumen estará en metros cúbicos (m^3), etcétera.

4. **Reúnete con dos compañeros, analicen la figura y respondan.**

Si el prisma rectangular de volumen *abc* se corta verticalmente por una de las diagonales de la base, como en la imagen, se obtienen dos **prismas triangulares**.

Glosario

prisma triangular. Cuerpo geométrico limitado por dos triángulos paralelos e iguales (llamados *bases*) y por tres caras rectangulares.



a) ¿Cuál es el volumen de cada uno de los prismas triangulares? _____

b) ¿Qué relación existe entre el área de la base del prisma rectangular y el área de la base del prisma triangular? _____

© SANTILLANA

c) ¿Qué tipo de triángulo se obtiene al cortar un rectángulo por una de sus diagonales? _____

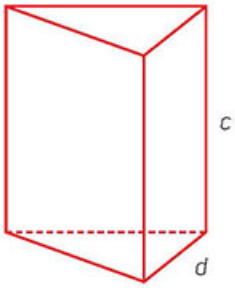
d) ¿Cómo se calcula el área de un triángulo rectángulo? _____

e) Escriban los datos faltantes en la tabla.

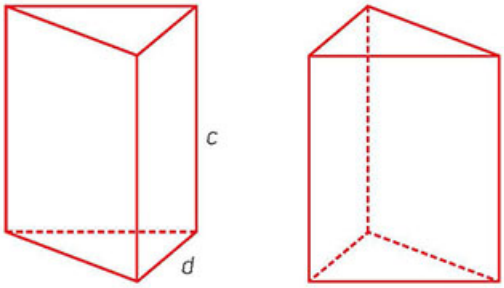
Longitud de la arista *a*	Longitud de la arista *b*	Longitud de la arista *c*	Área de la base del prisma triangular	Volumen del prisma triangular
2	3	7		
1.7	5.6	10		
$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}$	3		

- Comparen sus respuestas y procedimientos con el resto del grupo y, si encuentran errores, corríjanlos.

5. Reúnete con un compañero, analicen la figura y hagan lo que se pide.



a) Si se conoce el volumen del prisma triangular y se pega una copia de él por la cara de aristas *c* y *d*, ¿qué relación habrá entre el volumen del prisma triangular y el del nuevo cuerpo geométrico que se forma? _____



b) ¿Qué relación hay entre el área de la base del prisma triangular y el área de la base del nuevo cuerpo geométrico? _____

© SANTILLANA

c) ¿Hay alguna diferencia entre la altura del prisma triangular y la del nuevo cuerpo geométrico? _____

d) ¿Cómo calcularían el volumen de los dos cuerpos geométricos? _____

_____

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo. Comparen su acuerdo con la siguiente información.

Volumen de prismas triangulares y cuadrangulares

Un prisma cuadrangular es un cuerpo geométrico limitado por dos cuadriláteros paralelos, llamados *bases*, y por cuatro caras laterales rectangulares.
El volumen de los prismas triangulares, así como el de los cuadrangulares, se obtiene multiplicando el área de su base por la altura.

$$V = \text{Área de la base} \times \text{altura}$$

Los prismas rectangulares son casos particulares de un prisma cuadrangular.

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

Escribe los datos faltantes en la tabla.

Prisma	Área de la base (u^2)	Altura (u)	Volumen (u^3)
Cubo		4	
Prisma rectangular	12	6	
Prisma triangular	9	5.4	
Prisma cuadrangular	16.8	2.4	

6. Lee el texto y responde.

En una bodega de 10 m de largo, 4 m de ancho y 2.70 m de altura se van a almacenar cajas de cartón de 60 cm de largo por 35 cm de ancho y 30 cm de altura.

a) ¿Cuál es el máximo número de cajas que se pueden almacenar si, además, se quiere que en el centro quede un espacio vacío de 1.5 m de ancho? _____

b) Escribe en tu cuaderno el procedimiento que seguiste para encontrar la respuesta.

- Discute con el resto del grupo tu respuesta y tu procedimiento y, si detectas errores, corrígelos.

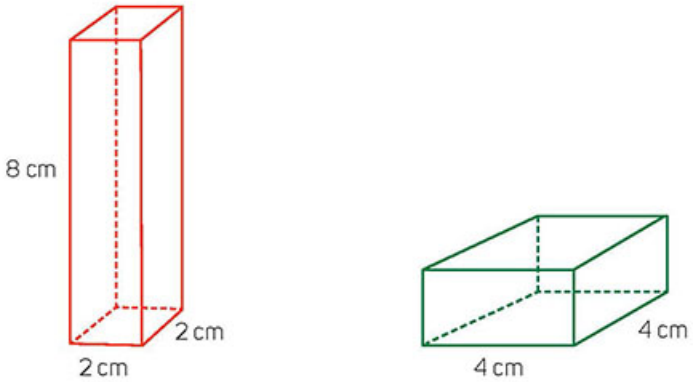
© SANTILLANA

¿Qué aprendí?

Aplico

Trabaja los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tus compañeros y tu profesor.

1. Los dos prismas de la ilustración tienen el mismo volumen.



   a) ¿Cuánto mide la altura del prisma verde? _____

   b) Escribe las dimensiones de otro prisma que tenga el mismo volumen, pero que sea diferente de los dos prismas anteriores. _____

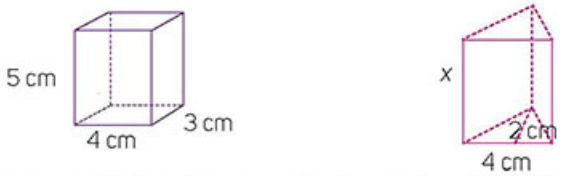
2. El volumen de un prisma rectangular es de 125 cm^3 y su base es un rectángulo con un lado de 3 cm y el otro de 4 cm. ¿Cuánto mide la altura del prisma? _____

3. La altura de un prisma rectangular es de a unidades y su volumen mide $2b$ unidades cúbicas. ¿Cuáles son las dimensiones de los lados del prisma? _____

4. ¿Cuánto mide el área de la base de un prisma triangular con una altura de h unidades y volumen igual a $\frac{h}{2}$ unidades cúbicas? _____

5. Don Anselmo tiene que construir un **pilar** de granito. La base del pilar es un cuadrado de 30 cm de lado y la altura es de 2.40 m. Si un metro cúbico de granito tiene una masa de 62.5 kg, ¿cuál es la masa del pilar? _____

6. ¿Cuál debe ser la altura del prisma triangular para que tenga el mismo volumen que el prisma rectangular? _____



Glosario

pilar. Columna de soporte o de ornato con base con base poligonal o circular.

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Calculo el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero desarrollando y aplicando fórmulas.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

31

Eje: Forma, espacio y medida
Tema: Magnitudes y medidas
Contenido: Exploras la relación entre el decímetro cúbico y el litro y relacionas capacidad y volumen para resolver problemas que implican esta relación.

¿Cuánto le cabe?

Exploro

1. Analiza la información con un compañero y respondan.

Mariluz compró dos jugos de 1 litro: uno de naranja y el otro de piña. Cuando llegó a su casa, su abuelita revisó los envases y le dijo que uno de los dos no contenía 1 litro, que la habían engañado.

a) ¿En qué creen que se haya basado la abuelita de Mariluz para decir eso? _____

b) ¿Piensan que tiene razón la abuelita de Mariluz? _____

c) ¿Por qué? _____

Convivo en armonía

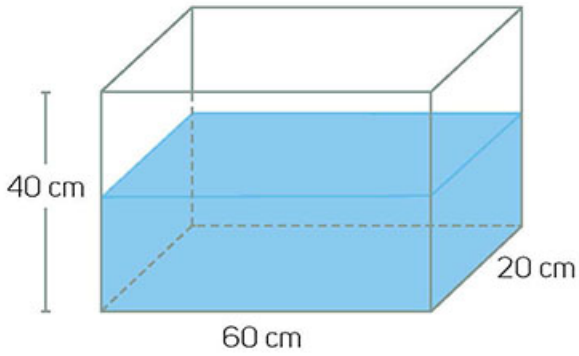
En las discusiones grupales, escucha a tus compañeros y espera tu turno. Puedes tomar nota de tus comentarios o dudas para que los tengas a la mano cuando participes. De esta manera fomentas el respeto y el orden en tu salón de clases.

- Discutan sus argumentos con el resto del grupo.

Construyo

2. Reúnete con un compañero y respondan.

a) Laura llenó su pecera hasta la mitad.



Pecera de Laura

¿Cuánto espacio ocupa el agua de la pecera? _____

© SANTILLANA

b) ¿Pueden saber cuántos litros de agua hay en la pecera? _____

c) ¿Qué datos necesitan conocer para determinar cuántos litros hay? _____

_____

- **Discutan sus respuestas con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo. Después comparen su acuerdo con la siguiente información.**

Volumen y capacidad

El **volumen** de un cuerpo expresa la cantidad de espacio que dicho cuerpo ocupa, mientras que la **capacidad** mide la cantidad máxima de líquido, sólido o gas que puede contener un recipiente.

Todos los objetos tienen volumen, pues todos ocupan un lugar en el espacio, pero no todos los objetos son recipientes.

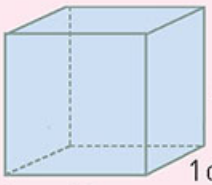
Por ejemplo, un cubo sólido no es un recipiente, mientras que una caja cúbica hueca sí lo es. Los recipientes pueden contener líquidos, sólidos o gases: agua, semillas, madera, plomo, etcétera.

Los siguientes son ejemplos de recipientes:

Los siguientes objetos no son recipientes:

Por lo regular el volumen se mide en metros cúbicos (m^3), mientras que la capacidad generalmente se mide en litros (L).

Un litro es la cantidad de agua que contiene un recipiente cúbico con arista de 1 **decímetro** (dm), es decir, 1 litro es equivalente a 1 dm^3 o a 1000 cm^3.



1 dm = 10 cm

1 dm = 10 cm

1 dm = 10 cm

Glosario

decímetro. Es la décima parte de un metro.

© SANTILLANA

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

¿Cuántos litros de agua tiene la pecera de Laura (actividad 2)? _____

¿Cómo obtuviste la respuesta? _____

_____

_____

_____

_____

3. Vuelve a leer el enunciado de la primera actividad y responde.

   a) ¿Cuál es el volumen del envase de jugo de naranja que compró Mariluz? _____

   _____

   b) ¿Cuál es el volumen del envase de jugo de piña? _____

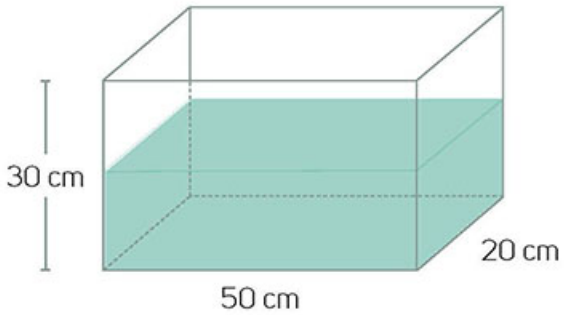
   c) ¿Cuál de los envases no puede contener un litro de jugo? _____

- Compara tus respuestas con las del resto del grupo y, si detectas errores, corrígelos.

4. Reúnete con un compañero y respondan.

   Fernando tiene 12 peces, pero su pecera se rompió. En el acuario le dijeron que la mínima cantidad de agua que requiere cada pez es de 4 litros.

   a) ¿Le sirve una pecera de estas dimensiones para los 12 peces? _____



   b) Si el nivel de agua debe quedar a tres cuartas partes de la altura de la pecera, ¿qué capacidad debe tener? _____

   c) ¿Cuál debe ser el volumen de la pecera? _____

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo y, si detectan errores, corríjanlos.

© SANTILLANA

5. Reúnete con un compañero y respondan.

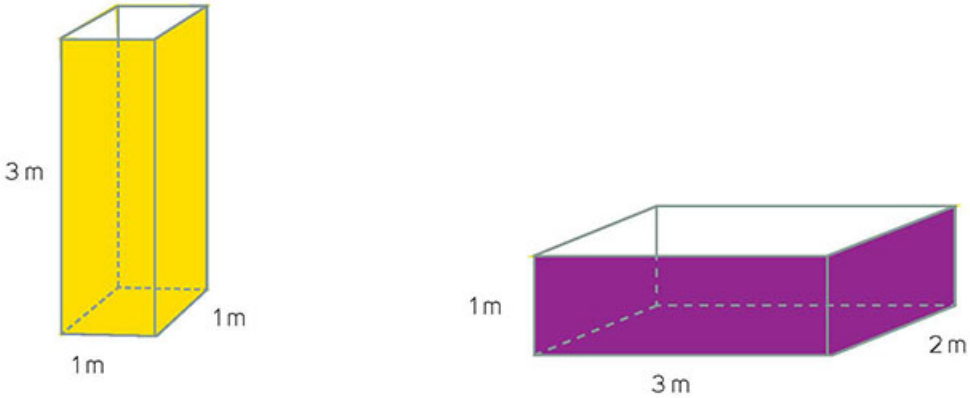
Una alberca con forma de prisma rectangular contiene 78 000 litros de agua, pero el nivel del agua está 20 cm por debajo de la altura de la alberca.

a) Si se sabe que la base de la alberca mide 60 m^2, ¿cuál es la profundidad del agua? _____

b) ¿Cuál es el volumen de la alberca? _____

- Comparen sus respuestas y procedimientos con los de sus demás compañeros y, si detectan errores, corríjanlos.

6. Analiza las figuras y responde.



a) ¿Cuál es el volumen de los contenedores de la imagen? _____

_____

b) Expresa ese volumen en decímetros cúbicos (dm^3). _____

_____

c) ¿Cuántos litros caben en un cubo con arista de 1 m? _____

d) ¿En cuál de los contenedores cabe más agua? _____

- Compara tus respuestas con las del resto del grupo y, si detectas errores, corrígelos.

© SANTILLANA

Aplico

Para saber más

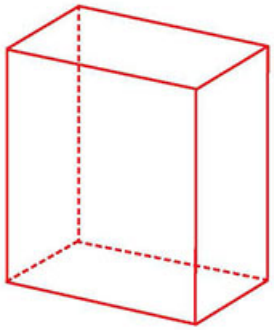
Consulta los textos 83 y 84 de la sección 9, "La geometría de la lluvia y la nieve", del libro *Matemáticas recreativas*, de Yakob Perelman, de la serie Espejo de Ucrania de la colección Libros del Rincón y construye tu propio pluviómetro.

¿Qué aprendí?

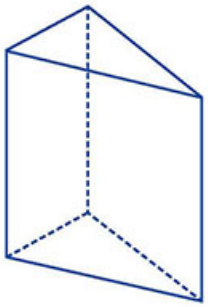
Trabaja los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y resultados con ayuda de tus compañeros y tu profesor.

1. ¿Cuál es el volumen de los recipientes si su capacidad en litros es la señalada en la figura?

2 litros



1.5 litros



Prisma rectangular: _____ Prisma triangular: _____

Escribe el procedimiento que seguiste para obtener las respuestas. _____

_____

_____

2. Resuelve.

a) El área de la base de un prisma triangular es de 3 decímetros cuadrados. Si el prisma tiene una capacidad de 48 litros, ¿cuál es su altura? _____

Escribe el procedimiento que seguiste para obtener la respuesta. _____

_____

b) La altura de un prisma rectangular es de 5 cm. Si la capacidad del prisma es de 20 litros, ¿cuál es el área de la base del prisma? _____

Escribe el procedimiento que seguiste para obtener la respuesta. _____

_____

3. Una empresa está diseñando empaques para jugo con capacidad de 1 litro y con forma de prisma rectangular.

a) ¿Cuál debe ser el volumen del envase? _____

b) Traza en tu cuaderno el diseño de un posible envase, especificando sus dimensiones.

c) ¿Hay más de uno de estos envases? _____ ¿Por qué? _____

_____

En caso afirmativo, especifica las dimensiones de otro envase. _____

_____

© SANTILLANA

d) Escribe en la tabla los datos de los empaques que diseñaste y agrega todos los que se te ocurran. Completa los datos que faltan.

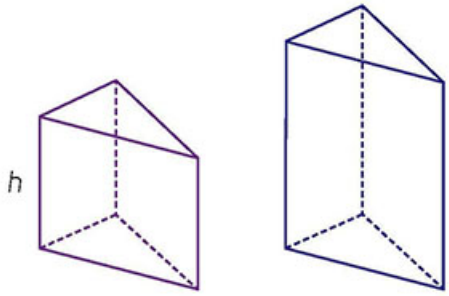
Lado 1 de la base	Lado 2 de la base	Altura	Área de la base

e) Analiza los datos de la tabla y escribe tus observaciones. _____

_____

_____

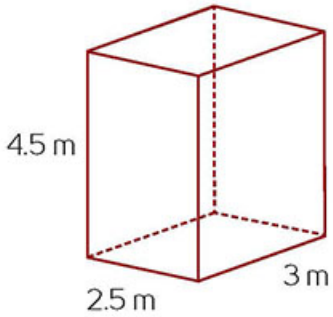
4. Las bases de los dos prismas triangulares de la siguiente ilustración tienen la misma área. ¿Cuánto debe medir la altura del segundo prisma para que la capacidad del segundo sea el doble que la del primero? _____



Justifica tu respuesta. _____

_____

5. Una cisterna con forma de prisma rectangular tiene las siguientes dimensiones:



La cisterna está llena de agua hasta el tope. ¿Cuántos litros de agua deben sacarse para que el nivel de agua descienda 1 m? _____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.		
Contenido		
Exploro la relación entre el decímetro cúbico y el litro y relaciono capacidad y volumen para resolver problemas que implican esta relación.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Secuencia didáctica

32

Eje: Análisis de datos
Tema: Estadística
Contenido: Usas e interpretas las medidas de tendencia central y el rango en un conjunto de datos, y decides cuál de ellas conviene más.

Entre medias, modas y medianas

Exploro

1. Lee y resuelve con un compañero.

   a) Seis alumnos usaron la misma báscula digital para determinar la masa de la tapa de plástico de una botella de agua. Las masas que obtuvieron fueron 1.93 g, 1.95 g, 1.89 g, 1.96 g, 1.97 g y 1.90 g. Como no todas las mediciones pueden ser correctas, será necesario hacer una estimación. ¿Cuál les parece la mejor estimación de la masa real de la tapa? _____

   b) El día de la amistad, varios amigos decidieron regalarse chocolates de un tipo que a todos ellos les gusta. Gonzalo llevó cinco chocolates, Carmen llevó tres, Pati llevó cuatro y Gerardo llevó seis. Si deciden repartirlos de forma equitativa, ¿cuántos chocolates le tocarán a cada uno? _____

   c) La altura **promedio** de las niñas de una secundaria es de 163 cm. Se elige al azar a seis alumnas de esa escuela y se les mide. Las cinco primeras midieron 161 cm, 162 cm, 166 cm, 164 cm y 163 cm. Si tuvieran que decir cuánto medirá la sexta alumna, ¿qué número elegirían? _____

Glosario

promedio o media aritmética. Es el resultado de sumar los datos de una colección y dividir el resultado entre la cantidad de datos.

- Comparen sus respuestas y comenten sus procedimientos con sus compañeros. Lleguen a un acuerdo en el grupo sobre los resultados correctos.

Construyo

2. Resuelve lo siguiente con un compañero.

   Una entrenadora aplicó una nueva técnica de entrenamiento entre las alumnas que practican el salto de altura. Midió la altura en centímetros de los saltos de 10 alumnas antes y después del entrenamiento. Obtuvo la siguiente información:

Alumna	Laura	Berta	Ana	Alma	Gilda	Inés	Ema	Karla	Diana	Beti
Altura del salto antes del entrenamiento (cm)	107	112	115	119	115	138	126	105	104	115
Altura del salto después del entrenamiento (cm)	106	115	125	126	115	141	130	109	102	115

   a) ¿En cuántos casos aumentó la altura del salto tras el entrenamiento? _____
   ¿En cuántos se mantuvo igual? _____ ¿En cuántos disminuyó? _____

© SANTILLANA

b) Elijan un valor que represente la altura de los saltos antes del entrenamiento y otro que represente las alturas después del entrenamiento. _____

c) ¿Creen que el entrenamiento fue efectivo? _____

- Discutan en el grupo cómo eligieron el valor que representa las alturas y el criterio para decidir si el entrenamiento fue efectivo o no. ¿Todos usaron el mismo criterio?

3. Hagan lo siguiente en equipos de dos o tres compañeros.

a) Si en una colección de 10 datos todos son iguales a 15, ¿cuál es el promedio de los datos? _____

b) En una colección de datos diferentes entre sí, ¿es posible que el promedio sea igual al menor de los datos? _____ Si su respuesta es sí, escriban una colección de 10 datos diferentes que tenga esa característica. _____

_____

c) ¿Es posible que el promedio sea igual al mayor de los datos de una colección?

_____

d) Calculen la media aritmética de 16.2, 15.5, 15, 15.9, 14.8 y 16.5. _____
¿El resultado que obtuvieron es un número cercano a los datos? _____

e) En la colección anterior, sustituyan el número 16.5 por 50 y calculen nuevamente la media aritmética. _____
¿El resultado que obtuvieron es un número cercano a los datos? _____

- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Platiquen la estrategia que cada equipo usó para construir la colección de datos diferentes.

Interpretaciones del promedio o media aritmética

El promedio o media aritmética tiene varias interpretaciones posibles de acuerdo con el contexto en que se use.

- **En repartos equitativos**, cuando se desea distribuir en partes iguales la suma de las cantidades que indican los datos.
- **Para estimar un valor**, cuando los datos son números obtenidos en diversas mediciones de ese valor.
- **Como valor representativo**, ya que cuando no hay algún dato que tenga un valor extremo, es decir, muy diferente a los demás datos, el promedio es más o menos cercano a todos los datos.
- **Medida de tendencia central**, ya que cuando es un valor representativo, se localiza cerca de la mitad de los datos después de que estos han sido ordenados.

© SANTILLANA

4. Resuelve lo siguiente con un compañero.

a) Ordenen los siguientes datos de menor a mayor.

17, 12, 13, 19, 10, 17, 12, 15, 14, 13

_____ _____ _____ _____ _____ _____ _____ _____ _____ _____

b) Determinen la **mediana** de los datos anteriores. _____

Glosario

mediana de una colección de datos. Dato que queda en el centro cuando estos se escriben en forma ordenada. Si no hay un valor central porque la cantidad de datos es par, la mediana se obtiene promediando los dos datos centrales.

La siguiente información se obtuvo en la página del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (Inegi), de acuerdo con el censo de 2010.

	Edad mediana de mujeres (años)
Nacional	26
Chiapas	22
Ciudad de México	32

c) Con base en la tabla anterior, completen los siguientes enunciados.

- La mitad de las mujeres del país tiene una edad que va de 0 a _____ años y la otra mitad tiene una edad mayor o igual a _____ años.
- La mitad de las mujeres que viven en Chiapas tiene _____ años o menos.
- La mitad de las mujeres que viven en la Ciudad de México tiene _____ años o más.

- Comparen sus respuestas con sus compañeros.

5. Forma un equipo con otros dos compañeros y trabajen en lo siguiente.

a) Construyan una colección de 10 datos diferentes entre sí cuya mediana sea 15.

_____

b) ¿Cuánto vale el menor de los números de su colección de datos? _____

¿Y el mayor? _____

c) Eliminen el mayor de sus datos y sustitúyanlo por el número 247. ¿Cambia el valor de la mediana? _____ Expliquen por qué. _____

_____

_____

_____

- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Platiquen la estrategia que cada equipo usó para construir la colección de datos diferentes.

© SANTILLANA

6. Responde y sigue las instrucciones.

a) ¿Cuál es la **moda** de los siguientes datos? _____

1.5, 2.1, 2.3, 1.9, 1.5, 1.8, 2.0, 1.5, 2.3, 1.9

b) En los siguientes datos, ¿cuántas modas hay? _____

¿Cuáles son? _____

245, 239, 235, 220, 242, 235, 228, 245, 237, 239

c) Explica por qué la siguiente colección de datos no tiene moda.

31, 33, 37, 32, 30, 38, 40, 42, 35, 39

_____

Glosario

moda de una colección de datos. Es el valor que más se repite, es decir, el dato más frecuente de la colección.

- Compara tus respuestas con tus compañeros.

¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara con otros compañeros lo que hiciste y corrijan si encuentran algún error.

Se le preguntó a un grupo de 11 personas su edad en años cumplidos. Los datos son 25, 19, 22, 18, 22, 24, 30, 18, 25, 33 y 18.

a) Calcula la media aritmética de las edades. _____

b) Calcula la edad mediana. _____

c) Determina la moda de las edades. _____

7. Haz lo que se indica.

a) Calcula el **rango** de las siguientes colecciones de datos.

- Colección 1: 71.5, 68.9, 76.6, 69.4, 73.9, 56.5, 72.8, 58.3
  Rango: _____
- Colección 2: 12, 18, 11, 10, 22, 26, 31, 15, 9
  Rango: _____
- Colección 3: 225, 220, 221, 224, 220, 223, 221, 226, 222, 223
  Rango: _____

b) ¿En cuál de ellas los datos están más concentrados? _____

c) ¿En qué colección los datos están más dispersos? _____

Glosario

rango de una colección de datos. Es la diferencia del máximo menos el mínimo de los datos.

- Compara tus respuestas con tus compañeros.

© SANTILLANA

Interpretación del rango

Cuando el *rango* de una colección es *pequeño* significa que los datos están cerca unos de otros y se dice que *la colección está concentrada*. Cuando el *rango* es *grande*, significa que el dato menor está muy alejado del dato mayor y se dice que *la colección está dispersa*.

8. Trabaja con un compañero en lo que sigue.

   a) Calculen el promedio y la mediana de los siguientes datos: 11, 8, 15, 12, 7 y 13.

      Promedio: _____ Mediana: _____

   b) ¿Creen que el promedio es un buen representante de los datos? _____

      ¿Y la mediana es buen representante? _____

   c) Ahora calculen el promedio y la mediana de estos datos en los que se modificó solamente el último valor de los datos anteriores: 11, 8, 15, 12, 7 y 150.

      Promedio: _____ Mediana: _____

   d) ¿El nuevo promedio obtenido se parece a los cinco datos más chicos? _____

      ¿Se parece al dato más grande? _____

   e) ¿Cuál de las medidas les parece mejor representante de la segunda colección de datos: el promedio o la mediana? _____

   f) Calculen el promedio y la moda de los siguientes datos: 7, 10, 10, 10, 11 y 30.

      Promedio: _____ Moda: _____

   g) ¿Cuál de las medidas les parece mejor representante de la mayoría de los datos de esta colección: el promedio o la moda? _____

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo. Comparen su acuerdo con la siguiente información.

Comparación de medidas de tendencia central

La *media aritmética* o *promedio*, *la mediana* y la *moda* son medidas de tendencia central que se pueden calcular en cualquier colección de datos numéricos. La *mediana* es un valor que siempre está en el centro, es decir, la mitad de los datos numéricos son menores o iguales que la mediana y la otra mitad son mayores o iguales. Cuando un dato o unos pocos datos se alejan mucho del valor de los demás, el promedio se altera y la mediana es más representativa de los datos.

Cuando un valor se repite muchas veces en los datos, entonces la moda suele ser más representativa de la colección.

© SANTILLANA

9. Lee y responde.

En una báscula de la escuela, seis alumnos pesaron el mismo objeto y obtuvieron las siguientes medidas en gramos: 14.9, 15.1, 15.2, 14.7, 7.8 y 14.9.

¿Todos los pesos obtenidos son parecidos? _____ Entonces, ¿cuál de las tres medidas de tendencia central usarías para obtener una estimación del peso real del objeto? _____ Explica por qué. _____

_____

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros.

¿Qué aprendí?

Trabaja lo siguiente. Al terminar, revisa tus procedimientos y tus resultados con tu profesor. Corrige si encuentras errores.

1. En un elevador hay cuatro mujeres y seis hombres. El peso medio de las mujeres es de 60 kg y el de los hombres es de 80 kg.

   a) ¿El peso promedio de las 10 personas puede ser menor que 60 kg? _____
   ¿Por qué? _____

   b) ¿El peso promedio de las 10 personas puede ser mayor que 80 kg? _____
   ¿Por qué? _____

   c) ¿Cuánto suma el peso de las cuatro mujeres? _____ ¿Y el de los seis hombres? _____ Entonces, ¿cuánto suma el peso de las 10 personas? _____

   d) ¿Cuál es el peso promedio de todas las personas que están en el elevador? _____

2. En cada uno de los siguientes enunciados hay un error. Encuéntralo.

   a) La mediana de la colección 541, 562, 530, 554, 500 es 530, por ser el valor del centro.
   Error: _____

   b) Lancé 10 veces un dado; dos veces cayó en 1, cuatro veces cayó en 3, dos veces cayó en 5 y dos veces en 6. El promedio de los números obtenidos es:

   $$\frac{2+4+2+2}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

   Error: _____

   c) En mi grupo hay dos alumnos que tienen 11 años, 20 alumnos que tienen 12 años y tres que tienen 13 años. La moda de las edades es 20.
   Error: _____

Aplico

Para saber más

Entra al sitio **www.esant.mx/essema1-021**. En la sección "Gráficas edades", busca "Gráfica de edades 2". Encuentra una altura de las barras para la que la media, la mediana y la moda sean iguales.

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.

Contenido		
Uso e interpreto las medidas de tendencia central y el rango en un conjunto de datos, y decido cuál de ellas conviene más.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

© SANTILLANA

Elige la opción correcta. Con base en tus resultados, identifica los contenidos que necesitas repasar para mejorar tu desempeño.

1. ¿Cuál procedimiento es correcto para obtener la solución de la ecuación $4x - 16 = 2x + 6$?

A) $4x - 2x - 16 = 6$
$2x - 16 = 6$
$\frac{2x}{2} - 16 = 6$
$x - 16 = 6$
$x = 6 + 16$

B) $4x - 2x - 16 = 6$
$2x - 16 = 6$
$\frac{2x - 16}{2} = 6$
$x - 8 = 6$
$x = 6 + 8$

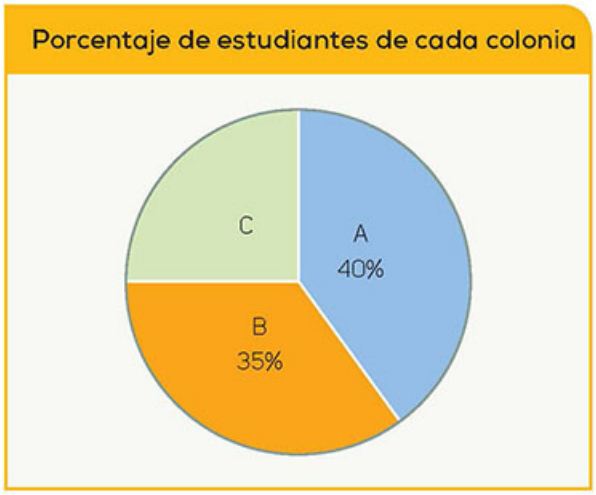
C) $4x - 2x - 16 = 6$
$2x - 16 = 6$
$2x = 6 + 16$
$\frac{2x}{2} = 6 + 16$
$x = 6 + 16$

D) $4x - 2x - 16 = 6$
$2x - 16 = 6$
$2x = 16 + 6$
$2x = 22$
$\frac{2x}{2} = \frac{22}{2}$

2. ¿Cuál ecuación representa el enunciado: Arturo le dijo a Julio: "Dispongo del doble de dinero que tú, y si te doy $5.00, los dos tendremos la misma cantidad"?

A) $x - 5 = 2x - 5$
B) $2x - 5 = x + 5$
C) $2x + 5 = x - 5$
D) $2x + 5 = x + 5$

3. Una escuela secundaria está cerca de tres colonias: A, B y C. La siguiente gráfica representa el porcentaje de alumnos que viven en cada colonia.

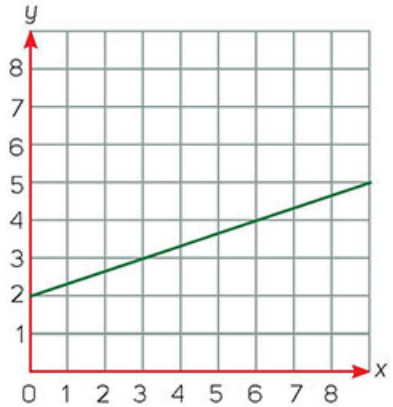


¿Cuánto mide el ángulo central que corresponde a la colonia C?

A) 90°
B) 25°
C) 126°
D) 144°

© SANTILLANA

4. ¿Cuál de las siguientes tablas corresponde a esta gráfica?



A)

x	2	3	4
y	0	3	6

C)

x	2	3	6
y	0	3	4

B)

x	0	3	4
y	2	3	6

D)

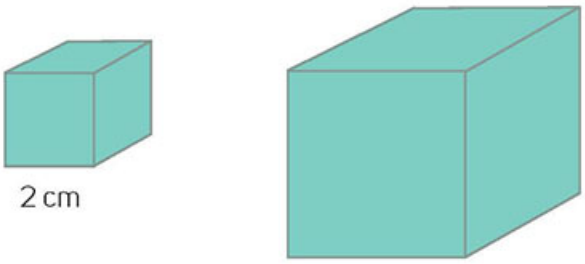
x	0	3	6
y	2	3	4

5. ¿Cuál expresión algebraica corresponde a los datos de la tabla?

x	0	1	2	3
y	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3

A) $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ B) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ C) $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ D) $y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$

6. El primer cubo de la imagen tiene arista de 2 cm. Si se duplica la longitud de sus aristas se obtiene el segundo cubo. ¿Cuál es el volumen del segundo cubo?



A) 16 cm^3 B) 32 cm^3 C) 64 cm^3 D) 48 cm^3

7. ¿Cuál es el volumen de una cisterna con forma de prisma rectangular que contiene 3 000 litros de agua, pero está llena a la tercera parte de su capacidad?

A) 3 000 dm^3 B) 9 000 dm^3 C) 4 500 cm^3 D) 9 000 cm^3

© SANTILLANA

Resuelve los problemas. Con base en tus resultados, identifica los contenidos que necesitas repasar para mejorar tu desempeño.

1. Resuelve las ecuaciones. Comprueba tus soluciones.

   a) $1.2x + 3.6 = 5.04$

   b) $6(x - 1) + 4 = 5x + 3$

   c) $x(4 - 1) - 2 = 2(x - 2) + 9$

2. Resuelve. Justifica tus respuestas.

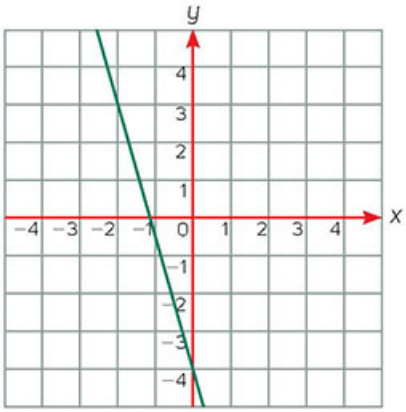
   a) Josefina pensó en un número y le sumó 7. Multiplicó el resultado por 3, al nuevo resultado le restó 3 y obtuvo 39. ¿En qué número pensó Josefina?

   b) La suma de cuatro números consecutivos es 50. ¿Cuáles son los números?

   c) Si se aumentan 20 cm al lado de un cuadrado y se divide entre 3 la longitud del lado adyacente, se obtiene un rectángulo con perímetro de 80 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado?

© SANTILLANA

3. Determina la pendiente, la ordenada al origen y la expresión algebraica de la siguiente recta.



$m =$ _____

$b =$ _____

Expresión algebraica: _____

4. Fernanda y Rubén leen cada día algunas páginas de un libro. Fernanda lee a razón de 30 páginas por hora, mientras que Rubén lo hace a razón de 40 páginas por hora.

a) Completa la siguiente tabla.

Tiempo (h)	0	1	5	6
Páginas leídas por Fernanda	0			
Páginas leídas por Rubén	0			

b) De las dos rectas que representan la relación entre el tiempo y la cantidad de páginas que ha leído cada lector, ¿cuál tiene mayor pendiente? _____

5. La siguiente tabla contiene información sobre los salarios mensuales (en pesos) en dos empresas.

Empresa	Promedio de salarios	Mediana de salarios	Moda de salarios
A	6840	4000	2500
B	6840	6000	4000

a) Si solo observaran los promedios salariales, ¿qué conclusión podrían obtener al comparar los salarios de las dos empresas? _____

b) ¿Cuál es el salario que más trabajadores reciben en la empresa A? _____

¿Y en la empresa B? _____

c) Completa:

La mitad de los trabajadores de menos ingresos de la empresa A gana _____ o menos, y esa misma mitad en la empresa B gana _____ o menos.

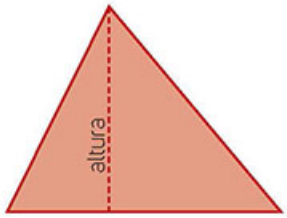
© SANTILLANA

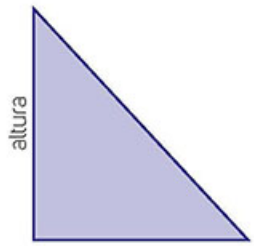
Glosario

abscisa. Primera coordenada de un punto en el plano, correspondiente a la distancia horizontal del punto al eje vertical.

agrupación de términos semejantes. Procedimiento para simplificar expresiones algebraicas en las que aparecen sumandos con la misma literal.

altura de un triángulo. Es el segmento de recta perpendicular a cualquiera de los lados del triángulo que pasa por el vértice opuesto a dicho lado. También se llama altura del triángulo a la longitud de este segmento.

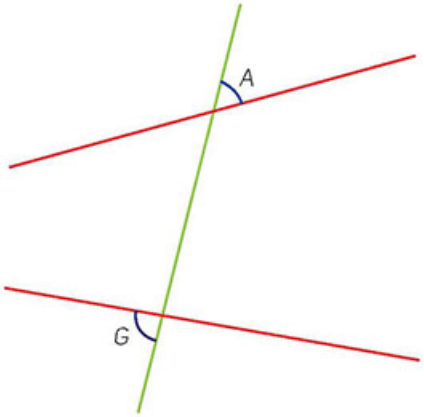




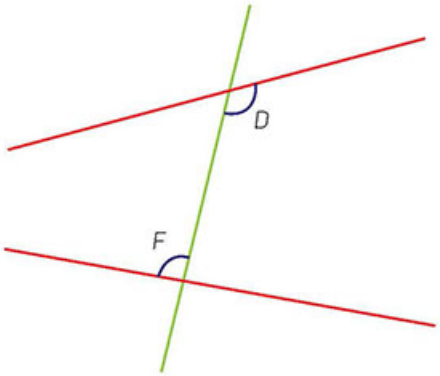
ángulo. Abertura o región del plano comprendida entre dos segmentos de recta que tienen un punto en común, llamado vértice.
El símbolo ∡ denota la medida de un ángulo.

ángulos adyacentes. Pareja de ángulos de un polígono que comparten un lado de este.

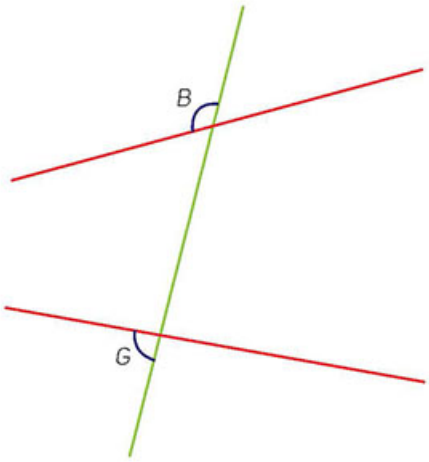
ángulos alternos externos. Cuando dos rectas son cortadas por una recta transversal se forman ocho ángulos. A los que quedan en lados opuestos de la transversal y en la región exterior de las dos rectas cortadas por la transversal, se les llama *ángulos alternos externos*.



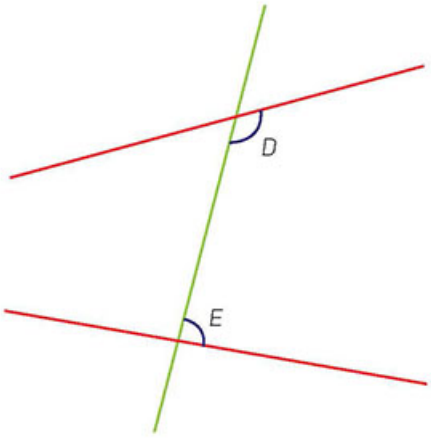
ángulos alternos internos. Cuando dos rectas son cortadas por una recta transversal se forman ocho ángulos. A los que quedan en lados opuestos de la transversal y en la región contenida entre las dos rectas cortadas por la transversal, se les llama *ángulos alternos internos*.



ángulos colaterales externos. Cuando dos rectas son cortadas por una recta transversal se forman ocho ángulos. A los que quedan del mismo lado de la transversal y en la región exterior de las dos rectas cortadas por la transversal, se les llama *ángulos colaterales externos*.

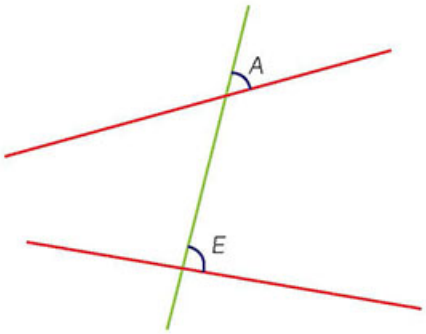


ángulos colaterales internos. Cuando dos rectas son cortadas por una recta transversal se forman ocho ángulos. A los que quedan del mismo lado de la transversal y en la región contenida entre las dos rectas cortadas por la transversal, se les llama *ángulos colaterales internos*.



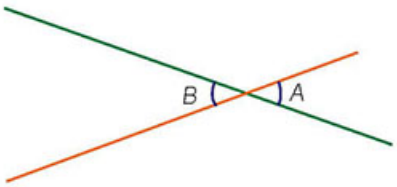
© SANTILLANA

ángulos correspondientes. Cuando dos rectas son cortadas por una recta transversal se forman ocho ángulos. A los que quedan del mismo lado de la transversal y del mismo lado de las dos rectas cortadas por la transversal, se les llama *ángulos correspondientes*.

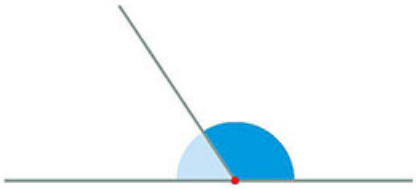


ángulo interior (o ángulo interno). Ángulo formado por dos lados de adyacentes de un polígono y que está contenido en el interior del polígono.

ángulos opuestos por el vértice. Ángulos que tienen el mismo vértice y cuyos lados son la prolongación de los lados del otro.



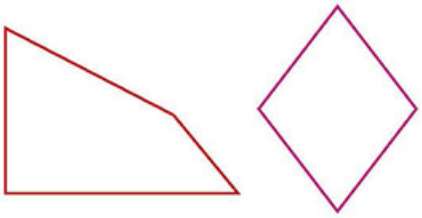
ángulos suplementarios. Pareja de ángulos cuya suma es igual a 180°.



arista. Segmento de recta que limita las caras de un cuerpo geométrico.

coordenadas de un punto. A cada punto del plano cartesiano le corresponde un número *x* en el eje horizontal y un número *y* en el eje vertical. Estos números se escriben como pareja ordenada (*x*, *y*) y se les llama *coordenadas del punto*.

cuadrilátero. Polígono de cuatro lados. Ejemplos:



cubo. Cuerpo geométrico cuyas seis caras son cuadrados.

decímetro. Es la décima parte de un metro.

diagonal. Segmento de recta que une cualquier par de vértices no consecutivos de un polígono.

diagrama de árbol. Esquema que muestra los resultados posibles de un experimento que tiene varias etapas. Se forma con segmentos (ramas) que terminan en los resultados de cada etapa.

dígitos. Son los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.
En un número decimal, el dígito que indica los décimos es la primera cifra que está después del punto decimal; el que indica los centésimos es la segunda cifra y el que indica los milésimos es la tercera cifra.

ecuación. Igualdad entre dos expresiones en la que al menos en una de ellas hay una cantidad desconocida.

expansión decimal. Son todos los números que aparecen después del punto decimal en un número decimal.

expansión decimal infinita y periódica. Si la expansión decimal de un número no termina, y hay una cifra o un grupo de cifras que se repiten una y otra vez, se dice que su expansión decimal es infinita y periódica. A la cifra o grupo de cifras que se repiten se le llama *periodo*.

experimento aleatorio. Un experimento aleatorio tiene la característica de que todas las veces que se repite, en las mismas condiciones, es imposible saber qué resultado se obtendrá.

expresiones algebraicas equivalentes. Dos o más expresiones algebraicas son equivalentes si representan la misma cantidad.

flujo. Movimiento de un fluido

fracción decimal. Fracción cuyo denominador es 10, $10^2 = 100$, $10^3 = 1000$ o cualquier otra potencia de 10.

fracciones equivalentes. Son fracciones que representan la misma cantidad. Cuando se multiplica o divide el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número (distinto de cero), se obtiene una fracción equivalente.

© SANTILLANA

frecuencia. Cantidad de veces que aparece un dato en una colección.

frecuencia relativa. La frecuencia entre el total de datos.

incógnita. Cantidad desconocida en una ecuación.

lados adyacentes. Pareja de lados de un polígono que comparten un vértice.

magnitudes directamente proporcionales. Si el cociente entre dos magnitudes es constante, se dice que las magnitudes varían proporcionalmente. Al valor del cociente se le llama *constante de proporcionalidad*.

mediana de una colección de datos. Dato que queda en el centro cuando estos se escriben en forma ordenada. Si no hay un valor central porque la cantidad de datos es par, la mediana se obtiene promediando los dos datos centrales.

minuendo y **sustraendo.** En la resta $a - b$, el término a se llama minuendo y el término b se llama sustraendo. Por ejemplo, en la resta $10 - 6$, 10 es el minuendo y 6 el sustraendo.

moda de una colección de datos. Es el valor que más se repite, es decir, el dato más frecuente de la colección.

ordenada. Segunda coordenada de un punto en el plano, correspondiente a la distancia vertical del punto al eje horizontal.

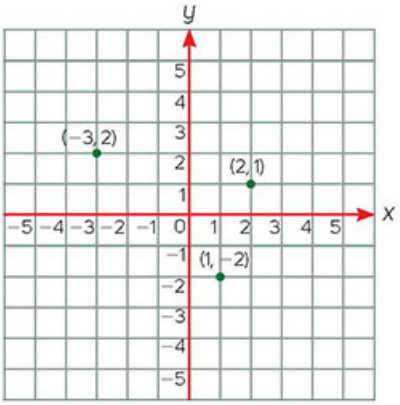
paralelogramo. Cuadrilátero en el que los lados opuestos son paralelos.

patrón matemático. Regla o regularidad que se repite constantemente.

pendiente de una recta. Para cualquier par de puntos sobre una línea recta, el cociente de la diferencia de las ordenadas entre la diferencia de las abscisas es siempre igual. A esta razón constante se le llama *pendiente de la recta*. Si la recta es creciente, la pendiente es positiva y si la recta es decreciente, la pendiente es negativa.

pilar. Columna de soporte o de ornato con base con base poligonal o circular.

plano cartesiano. Sistema de referencia formado por dos rectas perpendiculares, llamadas *ejes*, que se intersecan en un punto correspondiente al cero de cada *eje*. Al punto de intersección de los ejes se le llama *origen*.



polígono. Figura geométrica plana, limitada por tres o más segmentos de recta. Los segmentos de recta se llaman lados y los puntos donde se cortan se llaman *vértices*.

polígono regular. Polígono con todos sus lados y todos sus ángulos de la misma medida.

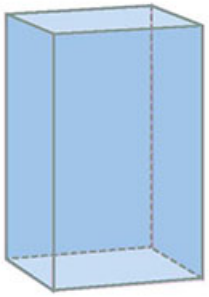
potencia. Forma resumida de escribir una multiplicación repetida del mismo factor.

Ejemplos:

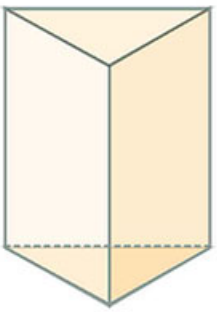
- $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$
- $3 \times 3 = 3^2 = 9$
- $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5 = 100\,000$

Todo número natural formado por un 1 seguido de ceros es una potencia de 10.

prisma rectangular. Cuerpo geométrico limitado por dos rectángulos paralelos e iguales (llamados *bases*) y por cuatro caras rectangulares.



prisma triangular. Cuerpo geométrico limitado por dos triángulos paralelos e iguales (llamados *bases*) y por tres caras rectangulares.



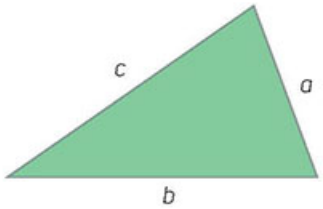
probabilidad frecuencial. Cociente entre el número de veces que en un experimento aleatorio aparece un resultado R y el número de repeticiones del experimento.

© SANTILLANA

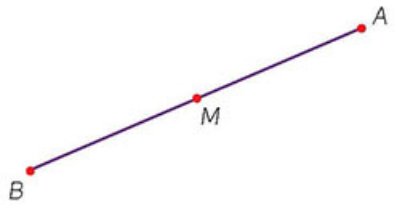
promedio o media aritmética. Es el resultado de sumar los datos de una colección y dividir el resultado entre la cantidad de datos.

propiedad de densidad de los números. Entre dos números decimales distintos y entre dos fracciones distintas siempre es posible encontrar otro número decimal u otra fracción. Además, entre una fracción y un número decimal distintos siempre es posible encontrar una fracción y un número decimal.

propiedad de la desigualdad del triángulo. Si a, b y c son las longitudes de los lados de un triángulo, entonces se cumplen las tres siguientes condiciones: $a + b > c$, $a + c > b$ y $b + c > a$.



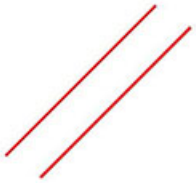
punto medio. El punto medio M de un segmento AB es el punto que se encuentra a la misma distancia de los extremos del segmento; es decir, la longitud del segmento AM es igual que la longitud del segmento MB.



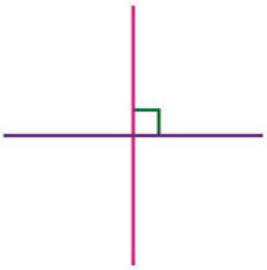
punto medio entre dos puntos. Es el punto que se encuentra a la misma distancia de dos puntos dados.

rango de una colección de datos. Es la diferencia del máximo menos el mínimo de los datos.

rectas paralelas. Dos rectas son paralelas si, por más que se les prolongue, nunca se cortan. Las rectas paralelas tienen una perpendicular común.



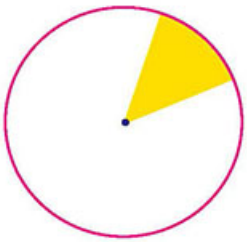
rectas perpendiculares. Rectas que se cortan formando un ángulo recto.



rectas que se intersecan. Rectas que se cortan o se cruzan en un punto. Al punto donde se cortan se le llama *punto de intersección*.

rectas transversales. Se dice que dos rectas son transversales si se cortan en algún punto.

sector circular. Región comprendida entre un arco de círculo y los radios correspondientes a los extremos del arco.

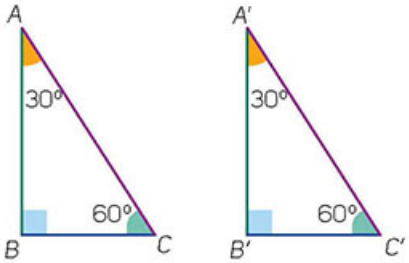


segmento. Fragmento de recta comprendido entre dos puntos, llamados *extremos del segmento*. Si los extremos del segmento son los puntos A y B, al segmento se le denota como $\overline{AB}$.

sucesión numérica. Colección ordenada de números que se obtienen a partir de una regla. Esta regla puede describirse mediante una expresión algebraica o fórmula. Los elementos de una sucesión se llaman *términos*.

triángulo. Polígono de tres lados. De acuerdo con la medida de sus lados, el triángulo se clasifica en **equilátero**, con sus tres lados de la misma longitud; **isósceles**, con dos lados de igual longitud; y **escaleno**, sus tres lados de distinta longitud. De acuerdo con la medida de sus ángulos, el triángulo se clasifica en **rectángulo**, con un ángulo de 90°; **acutángulo**, sus tres ángulos internos son menores que 90°; y **obtusángulo**, con un ángulo mayor de 90°.

triángulos congruentes. Pareja de triángulos cuyos lados y ángulos correspondientes miden lo mismo.



valor absoluto de un número. Distancia del número x al cero en el eje numérico. Se denota por $|x|$.

variable. Una cantidad que puede tomar distintos valores.

© SANTILLANA

Fuentes de información

Impresas

- Bosh, C. *El billar no es de vagos: ciencia, juego y diversión,* Fondo de Cultura Económica, México, 2009.
- Capó, M. *El país de las mates. 100 problemas de ingenio 4,* Rompecabezas, Madrid, 2006.
- Cerasoli, A. *La sorpresa de los números,* Ediciones Maeva, Madrid, 2006 (colección Biblioteca de Aula, serie Astrolabio).
- Elwes, R. *Cómo contar hasta el infinito y otros 34 usos prácticos de las matemáticas,* Ariel, Barcelona, 2011.
- Enzensberger, H. M. *El diablo de los números. Un libro para todos aquellos que temen a las matemáticas,* Siruela, Madrid, 1997.
- Jiménez, D. *Matemáticos que cambiaron al mundo: vidas de genios del número y la forma que fueron famosos y dejaron huella en la historia,* Tajamar Editores, Santiago de Chile, 2010.
- Marván, L. M. *Representaciones numéricas,* SEP-Santillana, México, 2000 (Libros del Rincón).
- Marván L. M. y A. P. Huesca. *Explorando en matemáticas 1,* Nuevo México, México, 2000.
- Paenza, A. *Matemática... ¿Estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades,* Siglo XXI, Buenos Aires, 2005 (colección Ciencia que Ladra).
- Ruiz Ruiz-Funes, C. y S. Regules. *El piropo matemático. De los números a las estrellas,* Lectorum, Barcelona, 2000.
- Tahan, M. *El hombre que calculaba,* Noriega, México, 1998.
- — *Matemática, divertida y curiosa,* Océano, México, 2013.

Electrónicas

- www.aprende.edu.mx/Repository/recursos/index.html?level%5B%5D=5&grade%5B%5D=14&subject%5B%5D=matematicas-i (consulta: 13 de noviembre de 2017, 20:35 h)
  En esta dirección electrónica encontrarás videos, documentos y actividades de la SEP sobre temas relacionados con el programa de primero de secundaria, incluyendo ejemplos y situaciones de la vida cotidiana.

- ntic.educacion.es//w3/eos/MaterialesEducativos/mem2005/geometria/geoweb/1eso.htm (consulta: 13 de noviembre de 2017, 20:42 h)
  En esta página podrás acceder a actividades para practicar diversos temas de geometría que te permitirán verificar propiedades y hacer construcciones de triángulos, cuadriláteros, círculos, etcétera.

- recursostic.educacion.es/descartes/web/ (consulta: 13 de noviembre de 2017, 21:16 h)
  Encontrarás en esta página multitud de actividades interactivas para reforzar tus conocimientos de matemáticas, por ejemplo, experimentos aleatorios y otras actividades de geometría, álgebra y probabilidad.

© SANTILLANA