

## Ejercicio #1 (50 %)

Demostrar utilizando inducción:

$$\forall n. n^3 \geq n^2$$

donde  $n \in \mathbb{N}$

**Caso base**

$$n^3 \geq n^2$$

$$n = 0$$

$$(0) * (0) * (0) = (0) * (0)$$

**Caso inductivo**

$$n^3 \geq n^2$$

$$(n+1)^3 \geq (n+1)^2$$

$$(n+1)(n+1)(n+1) \geq (n+1)(n+1)$$

$$(n+1) * (n * n + 2n + 1 * 1) \geq (n * n + 2n + 1 * 1)$$

$$u = (n * n + 2n + 1 * 1)$$

$$(n+1) * u \geq u$$

$$n * u + u * 1 \geq u$$

$$(n+1) \geq 1$$

$$n \geq 0$$

## Ejercicio #2 (50 %)

Demostrar utilizando inducción la desigualdad de Bernoulli:

$$\forall n. (1+x)^n \geq nx$$

donde  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{Q}$  y  $x \geq -1$

**Caso base**

$$(x+1)^n \geq n * x + 1$$

$$n = 0$$

$$(x+1)^n \geq n * x + 1$$

$$(x+1)^{(0)} \geq (0) * x$$

$$0 * x + 0 * 1 = 0 * x$$

$$0 = 0$$

**Caso inductivo**

$$(x+1)^{(n+1)} \geq (n+1)x + 1$$

$$(x+1)^n + 1 \geq (n+1) * x + 1$$

$$(x+1)^n * (x+1) \geq (n+1)x + 1$$

$$(x+1)^n * (x+1) \geq nx + x + 1$$

$$(x+1)^n + 1 \geq x(n+1) + 1$$

$$(n+1) = u$$

$$(x+1)^u \geq xu + 1$$