Guía 0

Nota: En esta guía se introducirán, ejercicios para el manejo básico del software, no necesariamente ejercicios de métodos numéricos estrictamente hablando.

Nota 2: Al realizar mediciones de tiempo en los algoritmos, muchas veces se verá la presencia de inestabilidades. Esto se debe a que el sistema operativo designa las prioridades de procesos, eso puede hacer que realizar la misma cuenta varias veces y medir el tiempo tome distintos tiempos (puede hacer el experimento si desea). Para reducir ese error, una solución simple es realizar la cuenta repetidas veces y promediar esos tiempos. Existen soluciones más complejas pero escapan de los alcances de la materia.

Ejercicio 1

a. Cargue un vector con los valores 0 al 100 con paso 0.1.

b. Evalue y grafique las siguientes funciones:

   i. $f_1(x) = x^2 + 3x - 7$

   ii. $f_2(x) = e^x - 3x^2 \ln(x)$

   iii. $f_3(x) = \sqrt{x^2 + x + \cos(x)}\; e^{-x^2}$

   iv. $f_4(x) = \sqrt{x^2 - 3}$

   v. $f_5(x) = \cos x$

Respecto a la f_4 que sucedió?.
Respecto a la f_5 que observación se puede hacer? calcule el seno de $90°$

Ejercicio 2

Se define el factorial de un número natural como:

$$\Gamma(n) = \begin{cases} 1 & \text{si n} = 1 \vee \text{n} = 0 \\ n.\,\Gamma(n-1) & \text{si n} > 1 \end{cases}$$

Realice un programa que le permita calcular el factorial de un número.

Ejercicio 3

En el 1200 un viajero, comerciante y matemático planteó un problema comercial, cuanto menos interesante:

Supongamos que uno quiere dedicarse a la cría de conejos para la venta. Entonces inicialmente compra una pareja de conejos recién nacidos, unos conejos emhh... mágicos, estos conejos tienen algunas particularidades:

- cada conejo tarda, desde su nacimiento, un mes en llegar a la madurez sexual.
- una vez en la madurez, estos conejos se reproducen, teniendo en cada apareamiento un par de crias.

Ignoremos el problema Adán y Eva de la reproducción entre hermanos y veamos como aumenta nuestra población de conejos. Al primer mes, tendremos la pareja de recién nacidos que compramos.

Al segundo mes, esta pareja alcanza la madurez y se reproduce, pero el periodo de gestación es de un mes, con lo que seguimos teniendo una sola pareja.

En el tercer mes tendremos 2 parejas :la inicial, procreando de nuevo, y una recién nacida.

Para el cuarto mes tendremos 3 parejas: la inicial, la primer generación ya adulta y procreando y la segunda generación recién nacida.

En el quinto mes tendremos 5 parejas: la que compramos y la primer generación tuvieron crias, la segunda generación comienza a procrear.

Si siguen avanzando los meses podemos ver que el número de parejas será: 1,1,2,3,5,8,13... (basicamente el resultado de cada mes es la suma de los dos meses anteriores). A esta sucesión de números se la conoce como la sucesión de Fibonacci. Tiene su origen en el problema recién contado, por el comerciante viajero y matemático Leonardo de Pisa (más conocido por el nombre de Fibonacci).

Realice un programa que le devuelva los valores de la sucesión de fibonacci hasta un orden n.

- Calcule los primeros 50 términos de la sucesión, grafiquelos. Grafique también el cociente de cada término respecto del anterior (f_k/f_{k-1}), incluya en este gráfico también una recta en el número $\varphi = 1.61803398875$

Ejercicio 4

Realice un programa que determine si un número a es divisible por otro número b, con a, b $\in \mathbb{N}$.

Ejercicio 5

1. Si queremos encontrar todos los divisores enteros de un número n basta con probar si la división de n con cada uno de los números hasta $n-1$ da un número entero (o tiene resto 0).

2. Pero este proceso se puede optimizar, en realidad uno podría comparar contra todos los números enteros que sean menor que $l = n/2$ puesto que si un número mayor que l es divisor de n el resultado sería un número < 2 lo que no tiene sentido . Por lo tanto se puede reducir el numero de casos a probar (A la mitad!!).

3. Pero este proceso se puede optimizar (Si, aún más) , en realidad uno podría comparar contra todos los números enteros que sean menor que $k = \sqrt{n}$ puesto que si un número mayor que k es divisor de n el resultado será un número $< k$. Por lo tanto se puede reducir el numero de casos a probar.

miremos un ejemplo paso a paso:

Supongamos que trabajamos con el número 46 y queremos hallar todos sus divisores. podríamos probar con una calculadora y vamos a encontrar que las soluciones son: $[1, 2, 23, 46]$ el número de soluciones es 4! si hubiésemos probado con la primer forma, eran 44 intentos (el 1 y el 46 eran triviales pero los numeros del 2 al 45 no). Con el segundo método reducíamos a la mitad, 22 intentos (del 2 al 23). y por último, con el método del final eran unos floor$(\sqrt{46}) = 6$ intentos (en realidad 5, el 1 ya sabemos que cumple...). Esto no parece significativo en un principio, pero a medida que el número a evaluar se hace más y más grande, más se marca también la diferencia.

- Programar el método descrito en 1.
- Programar el método descrito en 2.
- Programar el método descrito en 3.
- realizar una medición de tiempo de cada uno de los tres métodos, y compararlos, para los siguientes números: $[9, 53, 126, 534, 5313120]$

Ejercicio 6

Cuando se realiza el producto de dos matrices cuadradas A y B, $C = A.B$ se calculan los coeficientes del resultado como:

$$c_{i,j} = \sum_{k=0}^{n} a_{i,k}\ b_{k,j}$$

- Realice un programa para calcular el producto de dos matrices cuadradas.
- Mida el tiempo que tarda dicho programa en realizar el producto con matrices de orden: $[5, 10, 20, 50, 75, 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500]$
- Compare utilizando el producto propio del software (en MatLab es A*B)