Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos

Universidad Politécnica de Madrid

Aprendizaje automático para flujos de datos

Trabajo Fin de Máster

Máster Universitario en Inteligencia Artificial

AUTOR: Javier Ramos Fernández
TUTOR/ES: María Concepción Bielza Lozoya y
Pedro María Larrañaga Múgica

2019

Agradecimientos

Gracias a mis padres Jose Luís y Conchi por apoyarme día a día, por el cariño que me han dado, proporcionarme el sustento necesario, ser una fuente de inspiración y soportar mis frustraciones durante el desarrollo de este trabajo.

A mi hermano mayor Eduardo por ser siempre un ejemplo a seguir y por sus consejos de incalculable valor.

A mi hermano mellizo Pablo por ser un compañero leal, honesto, trabajador y hacer que el recorrido de mi vida sea un camino lleno de alegrías.

Al resto de mi familia por darme su apoyo incondicional durante la realización del máster. A mis compañeros de clase por proporcionarme ayuda académica constantemente siempre que la he necesitado.

A mis tutores Pedro y Concha por sus valiosos consejos y por la comprensión que han tenido conmigo en todo momento para llevar a cabo este proyecto.

A mis amigos de toda la vida y de Madrid por ayudarme a evadirme de mis obligaciones y hacerme pasar muy buenos ratos.

A la gente que ha dedicado su tiempo a escuchar mis problemas y me ha animado a seguir adelante.

A todos gracias de corazón. Con paciencia y dedicación se puede conseguir todo lo que te propongas.

Javier

Resumen

Extensión máxima de una página

Abstract

Extensión máxima de una página

Índice general

Índice de figuras

Índice de tablas

Índice de algoritmos

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Actualmente vivimos en la era de la información, una época en la que se está generando una cantidad ingente de información. Esta abundancia de datos se debe principalmente a la aparición de ordenadores y de otros dispositivos que son capaces de recoger información de lo que nos rodea, procesarla y transmitirla, como son los teléfonos móviles. Además, su capacidad de conexión a Internet hace que haya una generación de tal cantidad de información que es imposible tener un control absoluto de todo lo que circula por esta red informática de nivel mundial.

Este aumento exponencial del volumen y variedad de información ha generado la necesidad de llevar a cabo un almacenamiento masivo de los datos, y con ello el interés por analizar, interpretar y extraer información útil de los mismos con el objetivo de obtener conocimiento. Para manejar toda esta información, los sistemas tradicionales de almacenamiento de datos no son convenientes puesto que no tienen la capacidad necesaria para su correcto procesamiento. El volumen, la variedad y la velocidad de los grandes datos causan inconvenientes de rendimiento cuando se utilizan técnicas tradicionales de procesamiento de datos Mohanty et al. [2015]. Por ello surge lo que se denomina **Big Data**, un concepto relativamente nuevo que se refiere a conjuntos de datos cuyo tamaño va más allá de la capacidad de las herramientas típicas de software de bases de datos para almacenar, gestionar y analizar datos Oguntimilehin and Ademola [2014].

Los datos son la materia prima para conseguir información provechosa, que se puede utilizar para llevar a cabo una toma de decisiones y la realización de conclusiones, por lo que se han desarrollado nuevas herramientas que sobrepasan las herramientas disponibles anteriormente para tratar este tipo de volúmenes de datos. De esta manera, surge el concepto de **minería de datos**, que se define como el proceso de extraer conocimiento útil y comprensible, previamente desconocido, desde grandes cantidades de datos almacenados en distintos formatos. Es decir, la tarea primordial de la minería de datos es encontrar modelos inteligibles a partir de los datos que posibiliten el hallazgo de aspectos previamente desconocidos de los mismos.

Para ejecutar el proceso de extracción del conocimiento, una de las posibilidades más populares es la aplicación de una rama de la inteligencia artificial denominada **aprendizaje automático**, la ciencia (y el arte) de programar computadoras para que puedan aprender de los datos Gron [2017]. En este caso, el objetivo es que los ordenadores aprendan automáticamente sin intervención humana. Este proceso de aprendizaje se realiza proporcionándoles a los algoritmos pertinentes una serie de datos sobre los que se entrenan con el objetivo de buscar patrones en los mismos y llevar a cabo mejores decisiones en el futuro.

En general, los algoritmos de aprendizaje automático asumen que los datos están disponibles a la hora de llevar a cabo el entrenamiento y que se generan a partir de una distribución estática. No obstante, la información presente hoy en día circula en un entorno que cambia de manera *contínua* y *rápida*, de manera que la distribución que genera los datos puede sufrir transformaciones. Todo esto ha propiciado la aparición de lo que se denominan **flujos de datos** (*data streams*), que son secuencias continuas y ordenadas de datos en tiempo real.

A la hora de tratar con flujos de datos, los algoritmos de aprendizaje automático tradicionales no son capaces de funcionar correctamente puesto que el volumen de los mismos puede llegar a ser *infinito*. Para que puedan realizar el entrenamiento, el conjunto de datos debe estar almacenado en memoria, y solo pueden llevar a cabo tareas de predicción cuando la fase de entrenamiento haya finalizado. Sin embargo, el almacenamiento de datos generados continuamente se hace inviable. Además, para que los algoritmos puedan manejar flujos de datos cuya distribución que los subyace puede cambiar es necesario un *procesamiento en tiempo real*, característica que los algoritmos tradicionales no poseen.

En este trabajo pretendemos realizar una revisión de literatura sobre métodos propuestos para aplicar aprendizaje automático en flujos de datos con el objetivo de tener una visión global de las diferentes posibilidades existentes para resolver el problema planteado anteriormente. Para ello, vamos a tener en cuenta diferentes algoritmos de aprendizaje automático existentes en el mercado actual.

1.2. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es realizar una **comparativa amplia de las diferentes aproximaciones propuestas para resolver el problema de aprendizaje automático para flujos de datos, principalmente tanto supervisado como no supervisado**. Para abordar esta meta, nos centraremos en los algoritmos de aprendizaje automático más populares. En el caso de aprendizaje supervisado, nos enfocaremos en propuestas relacionadas con *árboles de decisión*, *redes bayesianas*, *redes neuronales*, *inducción de reglas*, *vecinos más cercanos*, *máquinas de soporte vectorial* y *métodos combinados de aprendizaje* (ensemble). Con respecto al aprendizaje no supervisado, consideraremos primordialmente los algoritmos de *agrupamiento* (clustering), uno de los principales de este tipo de aprendizaje.

También se hará hincapié en algunas propuestas relacionadas con aprendizaje

semisupervisado

Para alcanzar este objetivo, se han contemplado una serie de metas específicas dentro del proyecto:

- *Búsqueda de artículos relacionados con cada uno de los algoritmos de aprendizaje automático contemplados.* Con el objetivo de llevar a cabo una comparativa de los diferentes métodos propuestos de aprendizaje automático para flujos de datos, es de vital importancia realizar una búsqueda de diferentes artículos propuestos para cada uno de los algoritmos de aprendizaje automático mencionados anteriormente.Para ello hemos utilizado diferentes revistas que aborden esta rama de la inteligencia artificial, así como otros recursos como *Google Académico*.

- *Anotación de aspectos claves de los diferentes artículos encontrados.* Con ello se pretende tener disponible información resumida de las diferentes propuestas que se encuentran a nuestra disposición y utilizarla para compararlas con otros artículos con la finalidad de dar una perspectiva general de la utilidad de las diferentes aproximaciones existentes.

- *Estructuración de la revisión de la literatura de algoritmos de aprendizaje automático para flujos de datos en función de los algoritmos en los que se centren las diferentes propuestas encontradas.* Se persigue comparar los diferentes artículos hallados según el algoritmo de aprendizaje automático que aborden para que funcionen correctamente con flujos de datos. Para ello hemos realizado una división de los mismos en diferentes apartados.

- *Exploración de las diferentes revisiones halladas sobre algoritmos de aprendizaje automático para flujos de datos.* El objetivo de esto es conocer qué propuestas de las que hemos encontrado se encuentran referenciadas en esas revisiones para tener en cuenta qué artículos son novedosos con respecto a dichas revisiones. Además, se lleva a cabo esta exploración para tener conocimiento de que algoritmos de aprendizaje automático tratan con el fin de aportar nuevos algoritmos. Todo esto se realiza con la finalidad de establecer qué características nos diferencian de las revisiones encontradas.

1.3. Metodología

Para desarrollar este proyecto se ha seguido una metodología que permitiera sobrellevar las dificultades del mismo de la mejor forma posible. A continuación se enumeran los pasos ejecutados durante este proceso:

- En primer lugar, hemos procedido a realizar una búsqueda **exhaustiva de artículos relacionados con aprendizaje automático para flujos de datos**. Antes de realizar una comparación entre las diferentes propuestas, es necesario recabar la mayor cantidad de aproximaciones desarrolladas con el fin de

ampliar nuestra visión genérica del estado del arte del tema abordado. Para lograr esto, hemos indagado en numerosas revistas que icluyen dentro de su temática el aprendizaje automático para flujos de datos. Algunas que se han consultado y que son relevantes en el mundo académico son *Journal of Machine Learning Research*, *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering* y *Machine Learning Journal*.También se han explorado diferentes editoriales como *Elsevier* y *Springer* en las que, aparte de artículos publicados en revistas, también aparecen propuestas de conferencias. De forma complementaria, hemos buscado artículos en *Google Académico*, una herramienta de búsqueda de Google que permite hallar literatura del mundo científico de diferentes recursos (bibliotecas, editoriales, etcétera).

- Tras aglomerar una cantidad aceptable de artículos, hemos iniciado la **lectura de los mismos**. Durante este proceso, hemos ido apuntando características relevantes de las propuestas con el fin de poder tener la información fundamental para realizar la comparativa entre diferentes artículos. Para guardar dicha información, hemos creado un documento en el que, por cada propuesta, se apunta el *título*, la *fecha de publicación* y *contenido de interés* de las mismas, así como *comparaciones con otras aproximaciones* que se encontraba dentro de los artículos para utilizarlas en el estado el arte. Asimismo, hemos añadido información adicional con respecto a la *presencia o no de los artículos de las diferentes revisiones* encontradas que abordan el tema de aprendizaje automático para flujos de datos con el objetivo de tener conocimiento sobre qué artículos de los que hemos encontrado aportan nueva información con respecto a dichas revisiones para establecer caracteríticas que nos diferencian de las revisiones halladas. Estas propuestas se han ordenado por *fecha de publicación* para contemplar la evolución cronológica de las mismas.

- De forma paralela a la lectura de artículos, hemos procedido a **buscar más propuestas**, enfocándonos en encontrar aquellas que son más recientes para aportar más información que nos diferencie de las revisiones encontradas. También hemos aprovechado las referencias a otros papers que hemos hallado en los artículos revisados para añadirlos al estado del arte.

- Por otra parte, se ha creado un documento en el que se ha ido **almacenando información útil durante la lectura de los artículos para relacionar diferentes propuestas de la mejor manera posible**. Por ejemplo, hemos anotado diferentes categorías en las que se podrían clasificar las distintas propuestas.

1.4. Organización de la memoria

La disposición de la información que se va a seguir para abarcar todo lo relacionado con el desarrollo del proyecto es la siguiente:

- En el capítulo 2 se introduce la notación que se utiliza en este trabajo y se explican conceptos teóricos relacionados con cada uno de los algoritmos de aprendizaje automático que se van abordar en el proyecto.
- En el capítulo 3 se exponen una serie de conceptos que son frecuentes en la literatura relacionada con algoritmos de aprendizaje automático para flujos de datos y se abordan propuestas de los diferentes algoritmos de aprendizaje automático mencionados en el capítulo 2 para clasificación de flujos de datos. También se mencionan diferentes conjuntos de datos cuya utilización es frecuente para comprobar el desempeño de las distintas propuestas realizadas para clasificación de flujos de datos.
- En el capítulo 4 se exponen las conclusiones y las líneas futuras planteadas para seguir desarrollando el proyecto llevado a cabo.

Capítulo 2

Aprendizaje automático

Arthur Samuel, uno de los pioneros del aprendizaje automático, estableció en 1959 una definición general de esta rama de la inteligencia artificial:

> *El aprendizaje automático es el campo de estudio que da a las computadoras la capacidad de aprender sin estar programadas explícitamente.*

Tom Mitchell, otro investigador de aprendizaje automático reputado, propuso en 1997 una definición más precisa y más orientado a la ingeniería:

> *Se dice que un programa de ordenador aprende de la experiencia E con respecto a alguna tarea T y alguna medida de rendimiento P, si su rendimiento en T, medido por P, mejora con la experiencia E.*

Por lo tanto, el aprendizaje automático se centra en aplicar sistemáticamente algoritmos para sintetizar las relaciones subyacentes de forma automática en un conjunto de datos proporcionados en forma de ejemplos a través de una fase de entrenamiento, de tal forma que en el futuro se utilice esta información para la ejecución de predicciones de eventos desconocidos y una mejor toma de decisiones. Los campos de aplicación que existen de esta rama de la inteligencia artificial son muy variados. Algunos de ellos son la predicción bursátil, predicción meteorológica, detección de correos spam, construcción de sistemas de recomendación y detección de fraude en el uso de tarjetas de crédito.

Según el propósito que persigan los algoritmos de aprendizaje automático, éstos se clasifican en dos categorías principales: **aprendizaje supervisado** y **aprendizaje no supervisado**. En el aprendizaje supervisado se engloban aquellos algoritmos que buscan aprender una *función de mapeo* entre una serie de características de entrada (variables predictoras) y una variable de salida (variable clase) mediante la ejecución de una fase de entrenamiento en la que se utilizan *datos de entrenamiento etiquetados* (valor de la variable clase conocida), de tal forma que se utiliza esta función para predecir el valor de la variable de salida a partir de los valores de las variables predictoras. En cambio, el aprendizaje no supervisado la finalidad es aprender una *función que modele la estructura o distribución subyacente en los datos*

a partir de datos de entrenamiento no etiquetados, de manera que se lleva a cabo una exploración de los datos sólo conociendo los valores de las variables predictoras.

Existe además otra categoría en la que se pueden incluir las técnicas de aprendizaje automático denominada **aprendizaje semisupervisado**. Los algoritmos que llevan a cabo este tipo de aprendizaje entrenan sobre un conjunto de datos parcialmente etiquetados, generalmente muchos datos sin etiquetar y una pequeña parte de datos etiquetados. Debido a que para la fase de entrenamiento se utilizan tanto datos etiquetados como no etiquetados, se considera que esta categoría se sitúa entre el aprendizaje supervisado y el no supervisado. En este trabajo se van a abordar algunas propuestas relacionadas con el aprendizaje semisupervisado para flujos de datos; no obstante, la contribución predominante de algoritmos de aprendizaje automático para flujos de datos que se va a realizar en este proyecto proviene de las categorías de aprendizaje supervisado y no supervisado.

2.1. Notación

A continuación se expone las notaciones que más se van a utilizar en este trabajo:

Tabla 2.1: Notación utilizada en el trabajo

Símbolo	Explicación
X_i	Variable predictora i
$\mathbf{X}$	Conjunto de variables predictoras
x_i	Valor de la variable predictora i
Ω_{X_i}	Dominio de valores de la variable i
Ω_C	Dominio de valores de la variable clase (finito)
x_{ij}	Valor j de la variable predictora discreta i
$p(x_{ij})$	Probabilidad del valor j de una variable i
$\mathbf{x}$	Instancia de las variables predictoras
$x_i^{(j)}$	Valor de la variable predictora i de la instancia j
$\mathbf{x}^{(j)}$	Valores de las variables predictoras de la instancia j
C	Variable clase
c_j	Posible valor i de la variable clase
$c^{(j)}$	Valor de la variable clase en la instancia j
$(\mathbf{x}^{(j)}, c^{(j)})$	Estructura de una instancia j de clasificación supervisada
N	Número de instancias de un conjunto de datos
n	Número de variables predictoras
m	Número de valores que puede tomar una variable predictora
k	Número de valores que puede tomar la variable clase
D	Fichero de casos

2.2. Algoritmos de aprendizaje supervisado

La mayor parte de las propuestas que se van a abordar en este trabajo relacionadas con el aprendizaje automático para flujos de datos se engloban dentro de la categoría de **aprendizaje supervisado**. Los algoritmos de clasificación supervisada son aquellos en los que, a partir de un conjunto de ejemplos clasificados (conjunto de entrenamiento) $D = ((\mathbf{x}^{(1)},\mathrm{c}^{(1)}), ..., (\mathbf{x}^{(N)}, c^{(N)}))$, se intenta clasificar un segundo conjunto de instancias. Formalmente, en el aprendizaje supervisado el objetivo es encontrar una función f que permita mapear una instancia $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n))$ a una determinada clase c:

$$\begin{aligned} &f : \Omega_{X_1} \times ... \times \Omega_{X_n} \longrightarrow \Omega_c \\ &\mathbf{x} = (x_1, ..., x_m) \mapsto c \end{aligned} \tag{2.1}$$

A continuación se expone la estructura típica que presenta un problema de aprendizaje supervisado:

Tabla 2.2: Problema de clasificación supervisada

	X_1	...	X_n	C
$(\mathbf{x}^{(1)}, c^{(1)})$	$x_1^{(1)}$	...	$x_n^{(1)}$	$c^{(1)}$
$(\mathbf{x}^{(2)}, c^{(2)})$	$x_1^{(2)}$	...	$x_n^{(2)}$	$c^{(2)}$
...		...		...
$(\mathbf{x}^{(N)}, c^{(N)})$	$x_1^{(N)}$	...	$x_n^{(N)}$	$c^{(N)}$
$\mathbf{x}^{(N+1)}$	$x_1^{(N+1)}$	...	$x_n^{(N+1)}$	???

Los algoritmos de aprendizaje automático que se van a tratar en este documento gozan de una gran popularidad. Concretamente, nos enfocaremos en **clasificadores bayesianos**, **árboles de decisión**, **inducción de reglas**, **redes neuronales**, **k-Vecinos más cercanos**, **máquinas de vector soporte**, **regresión logística** y **métodos combinados de aprendizaje**.

2.2.1. Clasificadores bayesianos

Un tipo de modelo que se utiliza ampliamente para la clasificación supervisada son las **redes bayesianas**. Las *redes bayesianas* son modelos gráficos que permiten representar de manera sencilla, compacta, precisa y comprensible la distribución de probabilidad conjunta de un conjunto de variables aleatorias. Este modelo gráfico está compuesto por *nodos*, que representan a las variables aleatorias; *arcos*, que representan las relaciones de dependencia entre nodos; y *tablas de probabilidad condicional*, que representan la distribución de probabilidad condicional de cada uno de los nodos.

Formalmente, la estructura de una red bayesiana sobre un conjunto de variables aleatorias $X_1, ..., X_n, C$ es un grafo acíclico dirigido cuyos vértices corresponden a las variables cuyos arcos codifican las dependencias e independencias probabilísticas entre tripletas de variables y, en cada uno de los vértices, se representa una distribución categórica local $p(x_i|\mathbf{pa}(x_i))$ o $p(c|\mathbf{pa}(c))$, donde $\mathbf{pa}(x_i)$ es un conjunto de valores para el conjunto de variables $\mathbf{Pa}(X_i)$, que son los padres de la variable X_i en el modelo gráfico. Lo mismo se aplica para $\mathbf{pa}(c)$ (Bielza and Larranaga [2014]). Por lo tanto, la factorización que permite llevar a cabo la red bayesiana de la probabilidad conjunta de todas las variables aleatorias y que evita estimar un número exponencial de parámetros es la siguiente:

$$p(\mathbf{x}, c) = p(c|\mathbf{pa}(c)) \prod_{1}^{n} p(x_i|\mathbf{pa}(x_i)) \tag{2.2}$$

Las redes bayesianas, cuando se utilizan con propósitos de realizar tareas de clasificación, reciben el nombre de **clasificadores bayesianos**. En los clasificadores bayesianos, el objetivo es asignar la clase más probable a una instancia determinada, definida por un conjunto de valores de las variables predictoras. En términos probabilísticos, se asigna a una instancia de prueba la etiqueta de clase con la *mayor probabilidad a posteriori* (*MAP*). Es decir:

$$\underset{c}{\operatorname{argmax}}\, p(c|\mathbf{x}) \tag{2.3}$$

Utilizando la regla de Bayes, podemos relacionar los términos de las ecuaciones 2.2 y 2.3 y además, puesto que el objetivo es calcular el valor de C con mayor probabilidad a posteriori, no es necesario tener en cuenta el denominador en la regla de Bayes (el factor de normalización). De esta manera, obtenemos la siguiente expresión (Bielza and Larranaga [2014]):

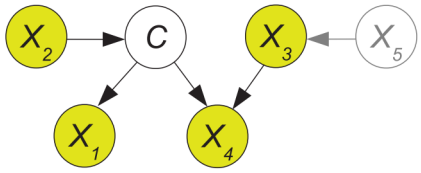
$$\underset{c}{\operatorname{argmax}}\, p(c|\mathbf{x}) = \underset{c}{\operatorname{argmax}}\, p(\mathbf{x}, c) \tag{2.4}$$

De esta manera, podemos utilizar la ecuación 2.2 para hallar la clase con la mayor probabilidad a posteriori. Esta ecuación establece el caso general de los clasificadores bayesianos, en el que $p(\mathbf{x}, c)$ se puede factorizar de diferentes maneras, por lo que tenemos que buscar lo que se denomina el **manto de Markov** (*Markov blanket*) de la variable C para encontrar la solución de la ecuación 2.2. El *manto de Markov* se define como el conjunto de variables MB_c que hacen que, dado dichas variables, la variable C sea condicionalmente independiente de las demás variables de la red bayesiana. El *manto de Markov* está formado, cogiendo a la variable C de referencia, por los **padres**, los **hijos** y los **padres de los hijos**. De esta forma (Bielza and Larranaga [2014]):.

$$p(c|\mathbf{x}) = p(c|\mathbf{x}_{MB_c}) \tag{2.5}$$

A continuación se expone la estructura del manto de Markov:

Figura 2.1: Estructura del manto de Markov



Para el caso específico en el que la variable C no tenga padres y, utilizando la regla de la cadena, la probabilidad conjunta de las variables predictoras y de la variable clase se puede expresar de la siguiente manera (Bielza and Larranaga [2014]):

$$p(\mathbf{x}, c) = p(c)p(\mathbf{x}|c) \tag{2.6}$$

de tal forma que el objetivo es maximizar en c

Con respecto a lo comentado previamente, los distintos clasificadores bayesianos que existen se basan en establecer que la variable clase C no tenga padres, y se diferencian en la forma en la que factorizan $p(\mathbf{x}|c)$. Los clasificadores bayesianos más conocidos son **naive Bayes**, **Tree Agumented Naive Bayes** (*TAN*), **k-dependence Bayesian classifier** (*k-DB*), **Semi-naive Bayes** y **Bayesian multinet**. A continuación se expone la estructura de cada uno de ellos:

Figura 2.2: Naive Bayes. Fuente: Bielza and Larranaga [2014]

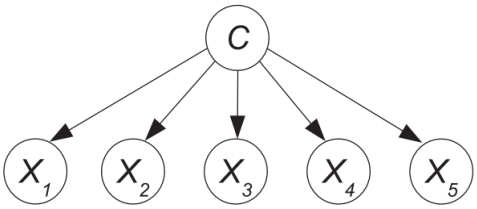


Figura 2.3: TAN. Fuente: Bielza and Larranaga [2014]

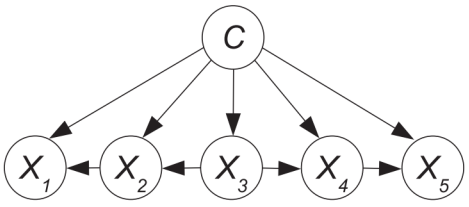


Figura 2.4: k-dependence Bayesian classifier. Fuente: Bielza and Larranaga [2014]

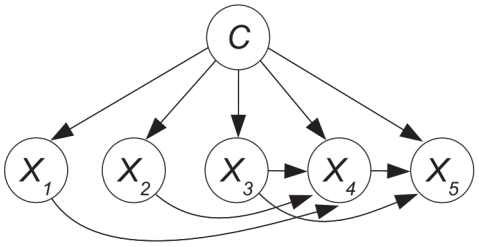


Figura 2.5: Semi-naive Bayes. Fuente: Bielza and Larranaga [2014]

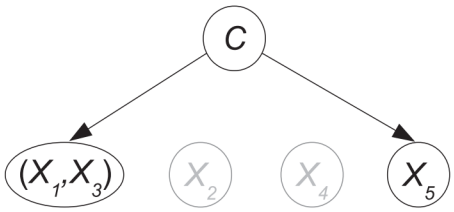
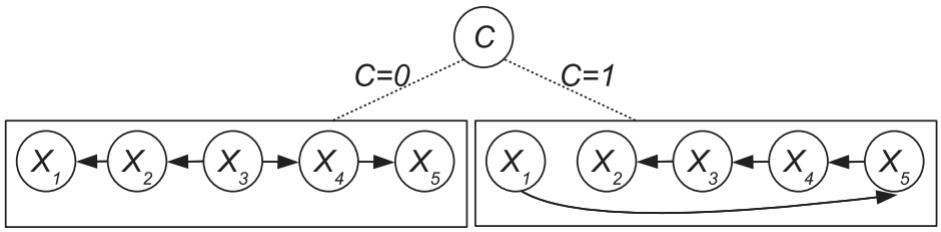


Figura 2.6: Bayesian multinet. Fuente: Bielza and Larranaga [2014]



El clasificador *Naive Bayes* es uno de los clasificadores bayesianos más simples, cuya estructura se basa en establecer la variable clase sin padre, las variables predictoras como vértices hijo de la variable clase y sin ningún tipo de dependencias entre las variables predictoras; asume que, dada la variable clase, las variables predictoras son condicionalmente independientes. Se ha demostrado que este tipo de clasificador bayesiano presenta un desempeño bastante aceptable, incluso realizando suposiciones de independencias tan firmes y que en la realidad no se suelen cumplir; no obstante, se ha intentado mejorar este clasificador relajando estas suposiciones. En este caso, el clasificador *TAN* se basa en realizar un aumento de la estructura de la red bayesiana **añadiendo arcos entre los diferentes atributos**, de tal forma que cada variable predictora tenga como padres la variable clase y una variable predictora como máximo. En este sentido, el clasificador *k-DB* permite a las variables predictoras tener como padres a la variable clase y como máximo un número k de variables predictoras, de tal manera que se pueden representar más posibles dependencias entre atributos. El clasificador *k-DB* generaliza tanto al *Naive Bayes* como al *TAN* puesto que el *Naive Bayes* se puede ver como un *k-DB* con $k = 0$ y el *TAN* como un *k-DB* con $k = 1$.

Otro clasificador bayesiano utilizado con frecuencia es el *Semi-naive Bayes*, que particiona el conjunto de atributos; es decir, considera **nuevas variables teniendo en cuenta productos cartesianos de las mismas**, de tal forma que modela dependencias entre las variables predictoras originales. Por otra parte, existe el clasificador *Bayesian multinet*, cuya estructura está compuesta por varias redes bayesianas locales, donde cada una de ellas representa la **probabilidad conjunta de las variables predictoras condicionada a un subconjunto de valores de la variable clase**. De esta manera, en función de los posibles valores de la variable clase, las dependencias entre las variables predictoras pueden ser distintas, dando lugar a la noción de *asimetría en las declaraciones de independencia.*

(Meter si es necesario lo del aprendizaje generativo y discriminativo de las redes bayesianas)

Aprendizaje discriminativo de clasificadores Bayesianos Discrete Bayesian Network Classifiers: A Survey Learning Augmented Bayesian Classifiers: A Comparison of Distribution-based and Classification-based Approaches Efficient Heuristics for Discriminative Structure Learning of Bayesian Network Classifiers Bayesian classifiers based on kernel density estimation: Flexible classifiers

2.2.2. Árboles de decisión

El aprendizaje mediante **árboles de decisión** es un método de aproximación de una función objetivo en el cual la función objetivo es representada mediante un *árbol de decisión*, un clasificador expresado como una partición recursiva del espacio de instancias que consta de *nodos*, *ramas* y *hojas*.

- Los *nodos* representan atributos utilizados para particionar un conjunto de datos en subconjuntos de los mismos de acuerdo con una determinada función discreta de los valores de los atributos de entrada. Es decir, representa un test del valor de un atributo.

- Las *ramas* son los distintos valores de los atributos (nodos), que dan lugar a los diferentes hijos de los nodos (diferentes particiones). Las particiones que se realizan en los distintos nodos del árbol de decisión varían en función de si los atributos son *discretos* o *numéricos*. En el caso de los atributos *discretos*, se realizan las particiones en función de cada uno de los posibles valores de ese atributo. En el caso de los atributos *numéricos*, se particiona teniendo en cuenta diferentes rangos de valores.

- Las *hojas* representan las posibles etiquetas de clase. Los árboles de decisión también se conocen como *árboles de clasificación*, de tal forma que este paradigma clasifica una instancia a una determinada clase. No obstante, también existen los *árboles de regresión*, donde la variable de destino puede tomar valores continuos.

De esta manera, a la hora de clasificar una instancia, se comienza desde el nodo *raíz* y, en función de los valores de las variables predictoras de esa instancia, el ejemplo va recorriendo las ramas pertinentes asociadas a esos valores hasta que llega a una hoja, que tiene asignada una clase que se va a utilizar para clasificar la instancia. Por lo tanto, las *ramas* representan las conjunciones de características que conducen a esas etiquetas de clase.

A la hora de llevar a cabo la construcción de ese paradigma clasificatorio, es necesario que las particiones se realizan de tal forma que los subconjuntos resultantes sean lo más *puros* posible, es decir, que en cada subconjunto de instancias de las hojas todos los ejemplos pertenezcan a la misma clase, lo que conlleva a una correcta partición de los datos proporcionados. La construcción del árbol se basa principalmente escoger, en cada caso, el atributo que mejor particiona en cada nodo, y para tomar esta decisión se utiliza una *función de medida* del grado de impureza de la partición realizada por cada uno de los atributos considerados. Algunas de las funciones más populares son la **información mutua** (o *ganancia de información*) y el **índice Gini**. La *información mutua* se define como la cantidad que mide una relación entre dos variables aleatorias; concretamente mide cuánto se reduce la incertidumbre (*entropía*, medida de impureza) de una variable al conocer el valor de la otra variable. En el caso de la elección del mejor atributo en los árboles de decisión, interesa la canditad de información mutua entre una variable predictora y la variable

clase, de tal forma que se elige aquel atributo que más reduzca la incertidumbre. La fórmula matemática es la siguiente:

$$I(X_i, C) = H(C) - H(C|X_i) \tag{2.7}$$

donde $H(C)$ representa la entropía de una variable, en este caso de la variable clase, que se define de la siguiente manera:

$$H(C) = -\sum_{j=1}^{m} p(c_j) log_2 p(c_j) \tag{2.8}$$

y $H(C_i)$ representa la entropía de una variable sabiendo el valor de otra variable, en este caso la entropía de la variable clase sabiendo el valor de una variable predictora, que se define de la siguiente manera:

$$H(C|X_i) = -\sum_{j=1}^{m_C} \sum_{l=1}^{m_{X_i}} p(c_j, x_{il}) log_2 p(c_j|x_{il}) \tag{2.9}$$

Por otra parte, el *índice Gini* es un criterio basado en impurezas que mide las divergencias entre la distribución de probabilidad de los valores de los atributos objetivo (Gulati et al. [2016]). Es una alternativa a la *ganancia de información*. Se define con la siguiente fórmula:

$$Gini = 1 - \sum_{j=1}^{m} p(c_j)^2 \tag{2.10}$$

Existen dos maneras llevar a cabo el proceso de construcción del árbol de decisión, desde **arriba hacia abajo** (*top-down*) y desde **abajo hasta arriba**(*bottom-up*). No obstante, la aproximación *top-down* es la que goza de mayor popularidad. Algunos de los algoritmos más conocidos que llevan a la práctica esta aproximación son el **ID3** (Quinlan [1986]), el **C4.5** (Quinlan [1993]) y **CART** (Breiman et al. [1984]). Estos algoritmos pertenecen a la familia de los *Top Down Induction of Decision Trees* (TDIDT), que inducen el modelo del árbol de decisión a partir de datos preclasificados. El algoritmo de construcción en el que se basan los árboles de esta familia es el *método de Hunt*, que es el siguiente:

(Meter algoritmo del documento "Tema 8. Árboles de decisión")

El algoritmo *ID3* construye el árbol de decisión mediante la aproximación *top-down* sin realizar *backtracking*, es decir, lleva a cabo una estrategia de búsqueda voraz a través del espacio de todos los árboles de clasificación posibles. Para tomar la decisión de elegir la variable que aporta mayor información a la hora de realizar las diferentes particiones el algoritmo utiliza la **ganancia de información**. El *ID3* tiene algunos inconvenientes: se sobreajusta a los datos de entrenamiento, no es capaz de manejar atributos numéricos ni valores faltantes y no soporta un podado del árbol.

El algoritmo *C4.5* se desarrolló como una mejora del algoritmo *ID3*. En primer lugar, en lugar de utilizar la *ganancia de información* para elegir la variable

predictora más informativa en cada momento, emplea lo que se denomina la **proporción de ganancia** (*gain ratio*), que se calcula diviendo la información mútua entre una variable predictora y la variable clase por la entropía de la variable predictora ($I(X_i, C)/H(X_i)$), que evita a aquellas variables predictoras que tengan un mayor rango de valores no tengan tanta probabilidad de ser elegidas, como ocurría en el *ID3*. Además, permite trabajar con **atributos continuos** definiendo un umbral, de tal forma que particiona las instancias en función de si el valor del atributo es mayor o menor que el umbral. Por otra parte, con respecto al manejo de **datos faltantes**, se estiman los mismos imputación, y también **asigna pesos** diferentes a los atributos en función del coste asociado a los mismos. Asimismo, trata de lidiar el sobreajuste del modelo realizando una **poda**, que puede hacerse parando la construcción del árbol antes de que clasifique perfectamente los datos (*pre-prunning*) o permitiendo que el modelo se sobreajuste y luego sustituir subárboles por hojas (*post-prunning*) y es capaz de manejar el ruido. La limitación principal del *C4.5* es que produce modelos que no dan buenos resultados cuando los atributos tienen un amplio rango de valores.

Con respecto a *CART* (*Classification and Regression Tree*, Árboles de Clasificación y Regresión), produce árboles binarios. Una característica importante de este algoritmo es que es capaz de generar *árboles de regresión*; en este caso, *CART* busca aquellas particiones que minimicen el *error cuadrático medio* y la predicción en cada hoja se realiza mediante una *media ponderada*. Por otra parte, para elegir el atributo que va a particionar en cada nodo del árbol *CART* utiliza el *índice Gini* y, al igual que el *C4.5*, es capaz de manejar atributos categóricos y numéricos, el ruido. También tiene la habilidad de tratar con valores atípicos. No obstante, este algoritmo puede producir árboles inestables y realiza particiones mediante una sola variable.

2.2.3. Inducción de reglas

Otro de los paradigmas utilizados frecuentemente para tareas de clasificación es la **inducción de reglas**. El objetivo de ese modelo es encontrar *asociaciones* o *correlaciones* entre las variables que describen las instancias de un conjunto de datos mediante la inducción de *reglas de asociación*, que tienen la siguiente forma:

$$Y \implies Z \tag{2.11}$$

donde Y y Z son conjuntos de literales (o atributos) que tienen asociado un determinado valor y $Y \cap Z = \emptyset$. El significado de esta representación es que las instancias del conjunto de datos que contienen a Y tienden a contener a Z. Los conjuntos Y y Z se denominan **antecedente** y **consecuente** de la regla, respectivamente. Estas reglas también se pueden en expresar en el formato *IF antecedente THEN consecuente*.

En los métodos de clasificación basados en este tipo de estructuras, las reglas se utilizan con finalidad de llevar a cabo una tarea de clasifiación, recibiendo el nombre de *reglas de clasificación*. En las *reglas de asociación*, tanto en la parte del antecedente como la del consecuente puede aparecer cualquier variable del conjunto

de datos y *más de un par variable-valor*; no obstante, en las *reglas de clasificación* la parte del antecedente contiene pares *variable predictora-valor* que se combinan para definir la parte del consecuente, que va a ser **la clase a la que se va a proceder a clasificar la instancia con dichos valores en los atributos**. En el caso de los atributos cuyo rango de valores sea continuo, se utilizan particiones de ese rango para discretizarlos. De esta manera, las reglas de clasificación de expresan de la forma *IF combinación_ valores_ variables_ predictoras THEN valor_ clase*.

En la construcción de modelos basados en inducción de reglas, existe una terminología propia de los mismos. A continuación se exponen algunos de los conceptos más importantes:

- **Cobertura de un ejemplo**. Un ejemplo x es *cubierto* por una regla r si pertenece al espacio definido por los límites de r; es decir, si los valores de los atributos del ejemplo x satisfacen cada una de las condiciones de la regla (pares atributo-valor).

- **Ejemplo positivo**. Un ejemplo x que es cubierto por una regla r es *positivo* si la clase a la que pertenece x coincide con la clase a la que clasifica r.

- **Ejemplo negativo**. Un ejemplo x que es cubierto por una regla r es *negativo* si la clase a la que pertenece x no coincide con la clase a la que clasifica r.

- **Soporte positivo de una regla**. El soporte positivo de una regla que clasifica a la clase c se define como el *número de ejemplos* pertenecientes a la clase c que son cubiertos por dicha regla.

- **Soporte negativo de una regla**. El soporte negativo de una regla que clasifica a la clase c se define como el *número de ejemplos* pertenecientes a una clase distinta de c que son cubiertos por dicha regla.

- **Consistencia de una regla**. Una regla se dice que es *consistente* si no cubre ningún ejemplo negativo.

La inducción de reglas, aparte de ser un modelo **transparente** y fácilmente **interpretable**, es parecida al paradigma de *árboles de decisión* puesto que un ábol de decisión se puede descomponer en un conjunto de reglas de clasificación (la inducción de reglas es más **genérica**). Además, la estructura que presentan las reglas es más **flexible** que la forma jerárquica que tiene el árbol de decisión puesto que las reglas son componentes separadas que pueden evaluarse de forma aislada y ser eliminadas del modelo sin dificultades, al contrario que los árboles de decisión que habría que reestructuralo al realizar alguna eliminación en el modelo. No obstante, las reglas **no garantizan que puedan cubrir toda la región del espacio de entrada**, de manera que puede ocurrir que llegue una nueva instancia a clasificar y las reglas no cubran dicha instancia; a diferencia de la inducción de reglas, las aproximaciones utilizadas para clasificación que se basan en árboles de decisión cubren todo el espacio de valores de los atributos de entrada.

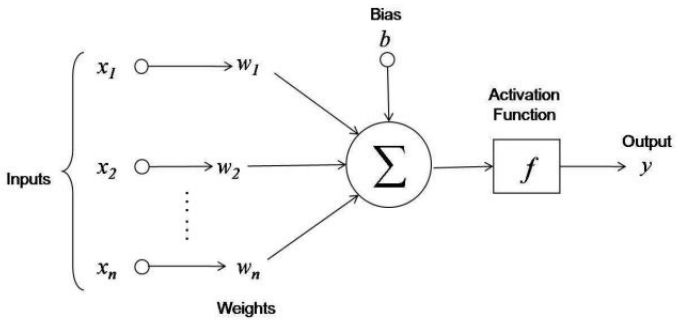
Con respecto a la región de entrada de datos que cubren los *árboles de decisión*, éstos lo particionan es *regiones mutuamente exclusivas*, y en algunas ocasiones no es conveniente este tipo de divisiones del espacio de entrada; en su lugar, seria adecuado que esas **regiones de decisión se solapen**, y con el modelo de inducción de reglas se puede conseguir.

A la hora de llevar a cabo la predicción de una nueva instancia mediante el paradigma de *inducción de reglas*, se comprueban los antecedentes de las reglas para ver si los valores de las variables predictoras de la instancia coinciden con la parte izquierda de las reglas. Una vez realizado esto, se comprueba el valor de la variable clase del consecuente del conjunto de reglas obtenido del paso anterior. Si todas ellas tienen asignada la misma clase, el nuevo ejemplo se clasifica a dicha clase; en caso contrario, es necesario resolver el conflicto mediante la utilización de alguna métrica.

2.2.4. Redes neuronales

Las **redes neuronales** son un modelo computacional de interconexión de neuronas en una red que colabora para producir un estímulo de salida. El bloque de construcción de este sistema son las *neuronas artificiales*, que son unidades computacionales simples que ponderan las señales de entrada y producen una señal de salida usando una función de activación:

Figura 2.7: Estructura de una red neuronal phuongphuong 4112716 and 405k4213231585



En primer lugar en el perceptrón multicapa se recibe una serie de **entradas**, que pueden ser características de un conjunto de entrenamiento o salidas de otras neuronas. A continuación, se aplican unos **pesos** a las entradas, que se suelen inicializar a valores aleatorios pequeños, como valores en el rango de 0 a 0.3. Después, las entradas ponderadas se suman junto con un *sesgo* o *bias* que tiene la neurona (se interpreta como una entrada que permite desplazar la función de activación a la izquierda o a la derecha, que siempre tiene el valor 1.0 y que también debe ser ponderada) que, a su vez, pasan a través de una **función de activación**, obteniendo así las **salidas**. Esta función de activación es un simple mapeo de la entrada ponderada sumada a la salida de la neurona; es decir, se utiliza para determinar la salida de la red neuronal como si o no: mapea los valores resultantes de 0 a 1 o de -1 a 1,

etc. (dependiendo de la función). Las distintas funciones de activación se engloban en dos tipos, *funciones de activación lineales* y *funciones de activación no lineales* y existen una gran variedad de ellas: *función sigmoide*, *Tanh*, *ReLU*, etc.

La estructura de una red neuronal se compone de las siguientes partes:

- **Capa de entrada**: La capa que toma la entrada del conjunto de datos se denomina *capa de entrada*, puesto que es la parte que se expone en la red de la red. Éstas no son neuronas como se describió anteriormente, sino que simplemente pasan los valores de las entradas a la siguiente capa.

- **Capas ocultas**: Las capas posteriores a la capa de entrada se denominan *capas ocultas* porque no se exponen directamente a la entrada y están formadas por aquellas neuronas cuyas entradas provienen de capas anteriores y cuyas salidas pasan a neuronas de capas posteriores.

- **Capa de salida**: La última capa de la red neuronal se denomina *capa de salida* y es responsable de producir un valor o un vector de valores que dependerán del problema a resolver. La elección de la función de activación en la capa de salida está fuertemente limitada por el tipo problema que se está modelando.

Entrenamiento de una red neuronal

El primer paso para entrenar una red neuronal es *preparar los datos*, de tal forma que éstos deben ser numéricos y tienen que estar escalados de manera consistente. Con la *normalización* (reescalar al rango entre 0 y 1) y la *estandarización* (para que la distribución de cada columna tenga la media cero y la desviación estándar de 1, de modo que todas las entradas se expresan en rangos similares), el proceso de entrenamiento de la red neuronal se realiza con mucha mayor velocidad.

Uno de los algoritmos de entrenamiento para redes neuronales más populares se denomina **descenso por gradiente** (*gradient descent*). En este algoritmo la red procesa la entrada hacia delante activando las neuronas a medida que se va avanzando a través de las capas ocultas hasta que finalmente se obtiene un valor de salida; esto se denomina *propagación hacia delante* en la red neuronal. La salida del grafo se compara con la salida esperada y se calcula el error. Este error es entonces propagado de nuevo hacia atrás a través de la red neuronal, una capa a la vez, y los pesos son actualizados de acuerdo a su grado de contribución al error calculado (*algoritmo de retropropagación*).

A la hora de llevar a cabo el entrenamiento de la red neuronal, existen diferentes posibilidades de realizarlo según el número de instancias que se procesen antes de actualizar los pesos de la red neuronal, que está definido por el hiperparámetro denominado ***tamaño del lote*** (*batch size*). Una de ellas es procesar todo el conjunto de datos (el tamaño del lote es el número de instancias del conjunto de datos), guardar los errores de todos los ejemplos de entrenamiento y actualizar los parámetros de la red (*batch gradient descent*). Otra posibilidad es definir el tamaño del lote a una instancia, de tal manera que los pesos en la red neuronal se pueden actualizar al procesar un solo ejemplo de entrenamiento (*stochastic gradient descent*). También

existe la opción de definir un tamaño de lote que se encuentre entre una sola instancia y todo el conjunto de entrenamiento, del tal forma que se actualizan los pesos tras un número de instancias establecido (*mini-batch gradient descent*).

Por otra parte, existe un hiperparámetro denominado ***época*** (*epoch*), que establece el número de iteraciones que va a realizar el algoritmo de aprendizaje a través de todo el conjunto de datos de entrenamiento. Una época comprende uno o más lotes. En el caso del *batch gradient descent*, una época tiene un solo lote puesto que se actualizan los pesos tras procesar todo el conjunto de datos, y en el caso del *stochastic gradient descent* una época contiene tantos lotes como ejemplos haya en el conjunto de datos puesto que actualiza los parámetros de la red al procesar una instancia.

Por otra parte, el grado en el que se actualizan los pesos es controlado por un parámetro de configuración denominado ***velocidad de aprendizaje*** (*learning rate*). Este parámetro controla el cambio realizado en el peso de la red neuronal para un error determinado. A menudo se utilizan tamaños de peso pequeños tales como 0.1, 0.01 o más pequeños.

Una vez que una red neuronal ha sido entrenada puede ser usada para realizar predicciones. La topología de la red neuronal y el conjunto final de pesos es todo lo que se necesita para implantar el modelo. Las predicciones se realizan proporcionando la entrada a la red y ejecutando una propagación hacia delante que genera una salida que se utiliza como predicción.

2.2.5. k-Vecinos más cercanos

El paradigma clasificatorio denominado **k-Vecinos más Cercanos** (*K-Nearest Neighbours*, K-NN) se fundamenta en la idea de identificar el grupo de k objetos en el conjunto de datos de entrenamiento que más cerca está de un nuevo objeto a clasificar, de manera que a este nuevo caso se le asigna la etiqueta de clase más frecuente en ese grupo de k objetos. Este método de clasificación supervisada se basa en tres componentes principales: un *conjunto de datos de entrenamiento etiquetados*, una *métrica de distancia* para calcular las distancias entre distintos objetos y el número k de vecinos más cercanos. De esta forma, utilizando la métrica de distancia correspondiente, se calcula la distancia entre el nuevo caso a clasificar y los casos etiquetados para averiguar cuáles son las k instancias etiquetas que más próximas están al nuevo objeto y, una vez ejecutado este paso, se calcula la clase más repetida en el grupo de k casos más cercanos y se le asigna al nuevo objeto.

En la siguiente figura se presenta un pseudocódigo para el clasificador KNN básico:

donde:

- $D_{\mathbf{x}}^{K}$ es el conjunto de casos de tamaño K más cercano a la instancia $\mathbf{x}$
- $d^{(i)}$ es la distancia entre el caso clasificado i y la nueva instancia a clasificar $\mathbf{x}$

En este algoritmo puede ocurrir que, a la hora de averiguar la clase a la que se va a clasificar una nueva instancia, dos o más clases obtengan el mismo número de

Algoritmo 1 Pseudocódigo del algoritmo KNN. Fuente: Larranaga et al.

COMIENZO
  Entrada: $D = \{(\mathbf{x}^{(1)}, c^{(1)}), ..., (\mathbf{x}^{(N)}, c^{(N)})\}$
    $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n)$ nuevo caso a clasificar
  PARA todo objeto ya clasificado $(\mathbf{x}^{(i)}, c^{(i)})$
  calcular $d^{(i)} = d(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x})$
  Ordenar $d^{(i)} (i = 1, ..., N)$ en orden ascendente
  Quedarnos con los K casos $D_{\mathbf{x}}^{K}$ ya clasificados ms cercanos a $\mathbf{x}$
  Asignar a $\mathbf{x}$ la clase ms frecuente en $D_{\mathbf{x}}^{K}$
FIN

votos, por lo que hay que establecer *reglas de desempate*. Algunas de ellas pueden ser elegir aquella clase que tenga menor distancia media, aquella a la que pertenezca el vecino más cercano, etcétera (Mohanty et al. [2015]). Además, todos los datos deben estar *normalizados* para evitar que las características en el conjunto de entrada con valores más altos dominen el cálculo de la distancia.

El algoritmo KNN lleva a cabo un **aprendizaje vago** (*lazy learning*) puesto que no aprende un modelo discriminativo de los datos de entrenamiento (*eager learning*), sino que memoriza el conjunto de datos de entrenamiento y la labor de predicción se realiza cuando llega un nuevo caso a clasificar. Por lo tanto, en contraste con otros paradigmas clasificatorios, donde hay un proceso de construcción del modelo de predicción y posteriormente su aplicación sobre nuevas instancias, el algoritmo KNN engloba estos dos pasos en uno. Además, es un algoritmo **no paramétrico** puesto que no hace ninguna suposición sobre la distribución de datos subyacente en el conjunto de datos de entrenamiento. Un aspecto importante de este paradigma clasificatorio es el número K de vecinos que se va a utilizar para decidir la clase a la que pertenece una nueva instancia. Una de las opciones para establecer este número es hacerlo de forma *fija*, y se ha constatado empíricamente que la proporción de casos clasificados correctamente es no monótono con respecto a K, de manera que el rendimiento del clasificador no aumenta siempre al incremental K; un valor adecuado sería entre 3 y 7 vecinos (Larranaga et al.). No obstante, no es práctico asignar un valor fijo a este número para todos los nuevos casos a clasificar, sino modificarlo en función de las características de cada uno de ellos (Wang et al. [2006], Cheng et al. [2014], Zhang et al. [2018]).

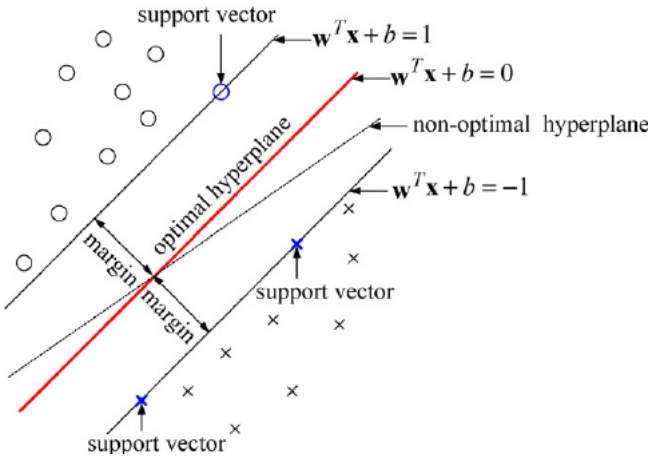
Con respecto al algoritmo básico del KNN, se han propuesto diferentes variantes con el objetivo de mejorar su rendimiento. Uno de ellos es el **KNN con rechazo**, en el que se tienen que cumplir una serie de condiciones que garanticen la clasificación del nuevo caso, como puede ser una mayoría absoluta de una determinada clase, o que supere un determinado umbral de votos. Otras variantes del KNN básico son **KNN con pesado de casos seleccionados**, en el que se le da más importancia a unas instancias que a otras a la hora de realizar la clasificación según la cercanía que tengan con el nuevo caso a predecir; **KNN con pesados de variables**, en el

que se le da más relevancia a ciertas variables predictoras que a otras a la hora de calcular las distancias entre los casos clasificados y la nueva instancia a clasificar; etcétera.

2.2.6. Máquinas de vector soporte

Las **máquinas de vector soporte** (*Support Vector Machines*, SVMs son un algoritmo de aprendizaje supervisado que puede utilizarse tanto para desafíos de clasificación como de regresión; no obstante, se utiliza principalmente en problemas de clasificación. En este algoritmo trazamos cada elemento de datos (cada muestra de entrenamiento) como un punto en el espacio n-dimensional (donde n es el número de características del problema a resolver), con el valor de cada característica mapeándose al valor de una determinada coordenada. A continuación, dado este conjunto de ejemplos de entrenamiento, cada uno perteneciente a una clase, entrenamos una SVM para construir un modelo que prediga la clase de una nueva muestra mediante la construcción de un **hiperplano** que separe las clases de los datos de entrenamiento y maximice el margen entre esas clases (maximice la distancia entre los puntos más cercanos de cada clase al hiperplano de separación óptimo, llamados vectores soporte) en el espacio n-dimensional:

Figura 2.8: SVM. Fuente: Unagar and Unagar [2017]



Las máquinas de vector soporte, cuando los datos de entrada no son *linealmente separables*, convierte esos datos a un **espacio de mayor dimensión**, de tal forma que en ese espacio el algoritmo puede que encuentre un hiperplano que sea capaz de separar los datos (*separación lineal*). A la hora de realizar este proceso de mapeo de los datos de entrada a un espacio de mayor dimensión, no es necesario calcular la transformación de cada uno de los puntos originales a dicho espacio, sino que solo es necesario calcular **el producto escalar de los vectores soporte en el espacio de mayor dimensión** puesto que es este cálculo lo que se necesita para encontrar el hiperplano que maximice el margen entre las distintas clases. El cálculo de este producto escalar de los puntos en una dimensión mayor es mucho más sencillo que

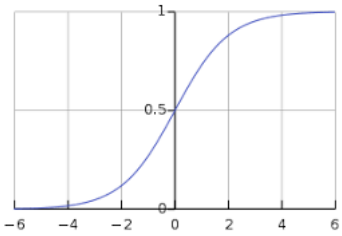
convertir los puntos originales a dicho espacio a través de lo que se denomina el **kernel trick**. El *kernel trick* consiste en utilizar lo que se denomina una *función kernel*, que permite obtener el producto escalar entre puntos en un espacio de mayor dimensión sin necesitar la función de mapeo de un punto original a un punto de dimensión mayor.

2.2.7. Regresión logística

La **regresión logística** es un modelo estadístico que se utiliza en aprendizaje automático para describir las relaciones que existen entre un conjunto de variables predictoras y una variable clase con el objetivo de estimar la *probabilidad* de que una instancia pertenezca a una determinada clase. Se trata de un *clasificador binario* (predicción dicotómica).

El nombre del modelo procede de la función sobre la que se fundamenta, que recibe el nombre de **función logistica** o **función sigmoide**:

Figura 2.9: Función logística o sigmoide. Fuente: mis [a]



Esta función tiene la característica de que mapea cualquier valor real a un número **comprendido entre 0 y 1** (sin llegar a dar como salida estos dos valores puesto que hay asíntotas horizontales en esos puntos), lo que permite obtener valores de probabilidad. De esta manera, si la probabilidad que estima el modelo es mayor que 0.5, entonces se predice que la instancia si pertenece a esa clase (se le asigna un 1, refiríendose a la **clase positiva**) o, en caso contrario, que no pertence (se le asigna un 0, refiriéndose a la **clase negativa**). La fórmula matemática de esta función es la siguiente:

$$f_\theta(\mathbf{x}) = \frac{1}{1 + e^{-\theta^T \mathbf{x}}} \tag{2.12}$$

donde $\theta^T \mathbf{x}$ es una función lineal de una instancia de entrada $\mathbf{x}$:

$$\theta^T \mathbf{x} = \theta_0 + \sum_{i=1}^{n} \theta_i X_i \tag{2.13}$$

donde θ^T es el vector de parámetros que define el modelo de *regresión lineal*. Es decir, la *regresión logística* se fundamenta en la idea de que el modelo de *regresión lineal* no se puede utilizar para tareas de clasificación puesto que produce como salida un rango infinito de valores. Esto es adecuado para resolver un problema de

regresión, pero en este caso el interés reside en solventar un problema de clasificación, donde la variable clase a predecir debe tomar **valores discretos**, por lo que surge el modelo de regresión logística con el objetivo de *mapear la salida de un modelo de regresión lineal a una probabilidad de pertenencia a una determinada clase*.

Cuando la clase a predecir puede tomar más de dos valores discretos, se utiliza un modelo denominado *regresión logística multinomial*, que es una extensión de la regresión logística binaria. La fórmula matemática es la que se detalla a continuación:

$$f_{\theta i}(\mathbf{x}) = \frac{e^{-\theta^{(i)T}\mathbf{x}}}{\sum_{j=1}^{k} e^{-\theta^{(j)T}\mathbf{x}}} \tag{2.14}$$

donde $f_{\theta i}(\mathbf{x})$ en este caso es la probabilidad de que la instancia pertenezca a la clase i y $\theta^{(i)T}$ son los parámetros de la clase i. Esta fórmula recibe el nombre de **función *softmax***, por lo que la regresión logística multinomial también recibe el nombre de *regresión softmax*. Este clasificador predice la clase que reciba el mayor valor de probabilidad.

La clasificación multinomial con el modelo de regresión logística también se puede abordar mediante la aproximación **one vs all**. En este método, si hay k clases posibles para predecir, se crean **k-1 modelos de regresión logística binaria**, de tal forma que, a la hora de aprender cada uno de ellos, se elige una determinada clase (*clase positiva*) y las instancias que no pertenezcan a esa clase se agrupan en una segunda clase (*clase negativa*) con el objetivo de construir el modelo de regresión logística binaria pertinente. La predicción se realiza de la misma forma que en la *regresión logística multinomial* y, con respecto a la utilización de la aproximación *one vs all* o de la *regresión logística multinomial*, no existe una superioridad notoria de uno de ellos sobre el otro y depende de la cuestión que se quiera afrontar.

Algunas de las ventajas de la utilización del modelo de regresión logística como paradigma clasificatorio es que es **eficiente**, es capaz de interpretar los parámetros del modelo como **indicadores de la importancia de las características**, **no es necesario que se escalen los atributos de entrada** y se puede **regularizar** para evitar su sobreajuste sobre los datos. Además, a la hora de clasificar proporciona probabilidades, por lo que obtenemos **más información acerca de cuánta es la confianza con la que el clasificador predice una determinada clase**. No obstante, una desventaja importante de la regresión logística es que **no es capaz de resolver problemas no lineales** puesto que la región de decisión que da como salida es lineal.

2.2.8. Métodos combinados de aprendizaje

Con el objetivo de obtener un mejor rendimiento a la hora de realizar labores de predicción, existen lo que se denominan **métodos combinados de aprendizaje** (*ensemble methods*). Los *métodos combinados de aprendizaje* son una técnica de aprendizaje automático que están constituidos por un *conjunto de paradigmas clasificatorios*, como los clasificadores bayesianos, de tal forma que las predicciones que lleve a cabo cada uno de ellos se combinen para clasificar una nueva instancia

(se agregan para forman un solo clasificador); por ello reciben el nombre de *meta-algoritmos*. De esta forma, no se lleva a cabo un aprendizaje de un solo clasificador, sino de un conjunto de ellos. En general, esta técnica tiene un mejor desempeño que los modelos de clasificación por separado y, para que esto suceda, los clasificadores de los que se compone este meta-algoritmo tienen que ser *precisos* (que tengan una mejor tasa de error que la realización de una predicción aleatoria) y *variados* (que cometan diferentes errores al clasificar nuevas instancias) (Dietterich [2000]).

Algunas de las ventajas que presenta la utilización de *métodos combinados de aprendizaje* es que reducen las probabilidad de que haya un **sobreajuste a los datos durante la fase de entrenamiento** y disminuyen tanto el error de **varianza** (los resultados que proporcione el meta-algoritmo dependerán menos de las peculiaridades de los datos de entrenamiento) y de **bias** (al combinar clasificadores, se aprenden mejor particularidades del conjunto de datos de entrenamiento). Todo esto se debe a que, si se constituye una combinación de clasificadores *variados* a partir de un conjunto de instancias de entrenamiento, éstos pueden proporcionar *información complementaria* con respecto a los patrones que subyacen a los datos y, por tanto, una mayor precisión a la hora de clasificar nuevos ejemplos. No obstante, debido a la complejidad de construcción de esta técnica de aprendizaje, los *(*métodos combinados de aprendizaje) tienen el inconveniente de que **aumenta su tiempo de procesamiento** puesto que no entrenan un solo clasificador, sino muchos.

De los diferentes métodos de *ensemble* que existen, los más conocidos son la **agregación Bootstrap** (*Bagging*, Breiman [1996]), **Boosting** (Freund and Schapire [1996]) y **Stacking** (Wolpert [1992]). El método *Bagging* se basa en entrenar cada uno de los clasificadores que componen el meta-clasificador sobre un conjunto de datos del **mismo tamaño que el conjunto de datos original de entrenamiento**, que se obtiene en cada caso escogiendo N instancias del conjunto de instancias original mediante un **muestreo uniforme y con reemplazamiento de** D. De esta manera, cada clasificador individual se entrena sobre una muestra de datos *distinta* y habrá instancias del conjunto original que estarán *repetidas en dichas muestras*. La efectividad de este método se fundamenta en clasificadores individuales que sean *inestables*, es decir, aquellos cuyo aprendizaje sobre conjuntos de datos de entrenamiento ligeramente distintos realicen predicciones con grandes diferencias, como son los árboles de decisión.

Por otra parte, el método *Boosting* se basa en construir un meta-clasificador de forma **incremental**. En este sentido, en este método de *ensemble* se crea una sucesión de clasificadores individuales, donde cada uno de ellos se va a entrenar sobre un conjunto de datos de entrenamiento que va a estar determinado por **los ejemplos mal clasificados por los clasificadores individuales previos**. Es decir, al utilizar un clasificador individual para clasificar nuevas instancias, aquellas cuya clase se prediga erróneamente, a la hora de construir el conjunto de ejemplos para entrenar un nuevo clasificador individual, serán elegidas más frecuentemente con el objetivo de centrarse en clasificarlas bien en el siguiente paso. El algoritmo de *boosting* más conocido y exitoso es el denominado **AdaBoost** (*Adaptive Boosting*).

En comparación con el método *Bagging*, se asemejan en que combinan clasifi-

cadores del *mismo tipo* (métodos de *ensemble* homogéneos), utilizan un *sistema de votos* para realizar las predicciones y utilizan el mismo método para *muestrear los datos de entrenamiento de los clasificadores individuales*. No obstante, una de las diferencias del método *Boosting* con respecto al *Bagging* es que el primero muestrea del conjunto de datos original teniendo en cuenta el **rendimiento del clasificador individual previo** (las instancias tienen distinta probabilidad de ser elegidas del conjunto de datos original), mientras que en el segundo no (las instancias tienen la misma probabilidad de ser elegidas), por lo que en el primero los clasificadores individuales son *dependientes entre ellos* y en el segundo no.

Por otra parte, en el *Bagging* la clasificación se realiza sumando las predicciones individuales y eligiendo la clase más votada, mientras que en el *Boosting* el sistema de votos es **ponderado**, por lo que la predicción de cada uno de los clasificadores individuales no pesa igual en la decisión final. También se distinguen en que el método *Boosting* se centra en reducir el **bias**, es decir, en intentar incrementar la complejidad de los modelos que no son capaces de adaptarse a los datos (*underfitting*), mientras que el método *Bagging* se enfoca en reducir la **varianza**, es decir, en reducir la complejidad de los modelos que se ajustan demasiado a los datos de entrenamiento (*overfitting*).

Otro método de *ensemble* popular es el denominado *Stacking*. Esta técnica de *ensemble* combina diferentes tipos de clasificadores base en un primer nivel (es un método *heterogéneo*, a diferencia del *Bagging* y del *Boosting*), de tal forma que las predicciones que realizan cada uno de ellos se utilizan como **atributos de entrada para entrenar un meta-clasificador** en un segundo nivel con el objetivo de que éste lleve a cabo la decisión final. Al llevar a cabo el entrenamiento sobre las predicciones de varios tipos de clasificadores, el meta-algoritmo puede saber en cuáles de ellos puede **confiar mayoritariamente**, de manera que aprende cuáles son los patrones que subyacen los valores de sus predicciones con el objetivo de mejorar el desempeño del meta-modelo. Así, una característica importante que distingue este método del *Bagging* y del *Boosting* es que estos dos últimos utilizan un sistema de **votación** para saber qué clase ha sido la más predicha por los clasificadores base y no hay un aprendizaje en el meta-nivel, mientras que en el *Stacking* si se realiza ese meta-aprendizaje.

2.3. Algoritmos de aprendizaje no supervisado

Los algoritmos de aprendizaje automático vistos anteriormente asumen que, para cada una de las instancias de entrada que utilizan en la fase de entrenamiento, tienen a su disposición la etiqueta clase a la que pertenecen. Sin embargo, en muchas aplicaciones del mundo real sucede que no tenemos conocimiento de la categoría a la que pertenecen cada una de las instancias (*conjunto de datos no etiquetados*), ya sea porque la obtención de las etiquetas resulte caro, sea propenso a errores o directamente sea imposible su adquisición. En este caso, con el objetivo de aplicar aprendizaje automático en esos datos, es necesario recurrir a algoritmos pertenecientes a la categoría de **aprendizaje no supervisado**. La finalidad de este tipo

de aprendizaje es *descrubir las diferentes categorías que describen las características de los datos no etiquetados*. A continuación se expone la estructura de datos con la que trabajan comúnmente los algoritmos de aprendizaje no supervisado

Tabla 2.3: Estructura de los datos en un problema de clasificación no supervisado

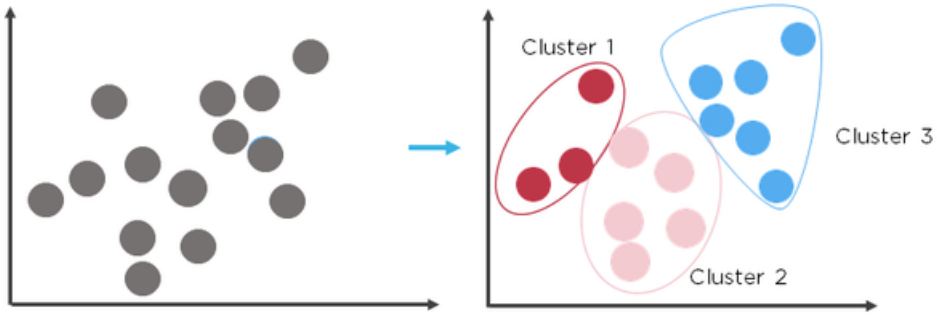
	X_1	...	X_i	...	X_n
$\mathbf{x}^{(1)}$	$x_1^{(1)}$	...	$x_i^{(1)}$	...	$x_n^{(1)}$
$\mathbf{x}^{(j)}$	$x_1^{(j)}$	...	$x_i^{(j)}$	...	$x_n^{(j)}$
$\mathbf{x}^{(N)}$	$x_1^{(N)}$	...	$x_i^{(N)}$	...	$x_n^{(N)}$

Uno de los algoritmos de clasificación no supervisada que más se utilizan es el denominado **agrupamiento** (*clustering*). Debido a la gran popularidad que presenta, en este nos centraremos en abordar una multitud de propuestas relacionadas con este algoritmo para flujos de datos.

2.3.1. Agrupamiento

El **agrupamiento** (*clustering*) es una técnica que consiste en particionar un conjunto de objetos de entrada en una serie de grupos o *clusters*, de tal forma que los objetos que se sitúan dentro de un grupo sean **muy similares** y que haya una **heterogeneidad alta** entre objetos de distintos grupos. Un ejemplo del resultado de esta técnica es el siguiente:

Figura 2.10: Problema de agrupamiento. Fuente: mis [b]



Existen diferentes tipos de métodos para abordar el problema del agrupamiento de objetos. No obstante, en este trabajo, nos vamos a centrar en aproximaciones de *clustering* para flujos de datos basadas en ***clustering* particional**, ***clustering* jerárquico** y ***clustering* probabilístico**. En el *clustering* particional el objetivo es dividir el conjunto de instancias de entrada en un número k de *clusters*, de tal forma que cada uno de los objetos pertenezca a un determinado grupo y los patrones que subyacen cada uno de los grupos sean similares dentro de los mismos y distintos entre diferentes *clusters*. El algoritmo de *clustering* particional más conocido es el denominado **k-medias** (*k-means*). La versión estándar de este algoritmo, propuesto

por Stuart Lloyd en 1957 (Lloyd [1957]), aunque no publicado en una revista hasta 1982, es el siguiente (Lloyd [1982]):

Algoritmo 2 Pseudocódigo del algoritmo k-medias estándar

Paso 1: Crear un agrupamiento inicial de los objetos en k, cada uno representado mediante un *centroide*.
Paso 2: Calcular la distancia de cada uno de los objetos a los centroides para asignarlos al centroide ms cercano.
Paso 3: Calcular los k nuevos centroides de los nuevos grupos construidos tras la asignación.
Paso 4: Repetir desde el Paso 2 hasta que se cumpla una condición de parada.

En primer lugar, este algoritmo elige un conjunto de k objetos inicial del conjunto de datos; esta elección puede realizarse de forma **aleatoria**, escogiendo los **primeros k objetos** del fichero, mediante una **heurística** que permita que los k objetos estén lo más alejados posibles, etcétera. A continuación, cada uno de los objetos se asigna al *cluster* cuyo representante (*centroide*) se encuentre más cerca de esos objetos; para ello, es necesario utilizar una medida de distancia que, en la versión original del algoritmo, es la *distancia Euclídea*. Tras esto, se recalculan los centroides de los nuevos grupos construidos computando la *media* de los objetos incluidos en cada uno de los *clusters*. Todos estos pasos se vuelven a repetir hasta que se alcanza un criterio de convergencia que, comúnmente, suele ser cuando las asignaciones de los objetos a los distintos grupos no cambia de una iteración a otra. De esta manera, el objetivo de este proceso de agrupamiento es minimizar las distancias de los objetos de cada *cluster* al centroide del mismo (Alex Smola [2008]):

$$J(r,\mu) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{k} r_{ij}\left\|x_i - \mu_j\right\|^2 \tag{2.15}$$

donde μ_j representa el centroide del grupo k y r_{ij} es una variable que indica si el objeto i pertenece a la clase j (se le asigna el valor 1) o no (se le asigna el valor 0). El centroide μ_j, que corresponde a la media de todos los objetos del grupo j, se calcula de la siguiente forma:

$$\mu_j = \frac{\sum_i r_{ij}x_i}{\sum_i r_{ij}} \tag{2.16}$$

donde el denominador corresponde al número de objetos asignados al *cluster* j.

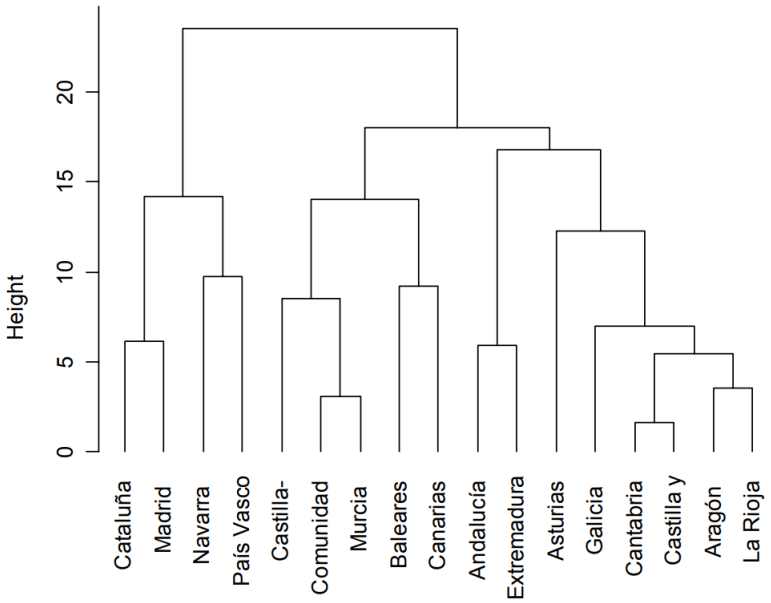
Esta versión del algoritmo *k-medias* también fue publicado en 1965 por E.W. Forgy (Forgy [1965]), por lo que en ocasiones se denomina algoritmo de *Lloyd-Forgy* y una característica importante de esta versión es que los centroides se actualizan tras realizar **todas las asignaciones de los objetos a los diferentes grupos**. En este sentido, J. MacQueen propuso en 1967 (MacQueen [1967]) un algoritmo *k-means* en el que considera los primeros k objetos del fichero como los k grupos

iniciales y la actualización de los centroides no se realiza tras llevar a cabo todas las asignaciones de los objetos a los disntos grupos, sino que, **cada vez que se asigna un objeto a un *cluster*, se recalcula el centroide de ese grupo**. El algoritmo de MacQueen es el método de *clustering* particional que más se utiliza.

Otro tipo de método utilizado en *clustering* es el ***clustering* jerárquico**, cuyo objetivo es agrupar los objetos de entrada en una estructura de árbol jerárquico denominada *dendograma* (Figura 2.11), de tal forma que los nuevos *clusters* que se construyan dependen de los creados previamente.

En función de como se genere esta estructura, el *clustering* jerárquico puede ser **aglomerativo** (*bottom-up*) y **divisivo** (*top-down*). En el *aglomerativo* se parte de tantos *clusters* como instancias haya en el conjunto de datos y se van agrupando por pares aquellos grupos que más cerca se encuentren. De forma contraria, el *divisivo* parte de un solo grupo con todos los objetos y se va dividiendo en grupos más pequeños hasta tener tantos *clusters* como instancias haya en el fichero de datos. De esta manera, el *aglomerativo* tiene un buen desempeño a la hora de identificar pequeños *clusters* y el *divisivo* en identificar grandes *clusters*.

Figura 2.11: Representación de un dendograma. Fuente: mis [c]

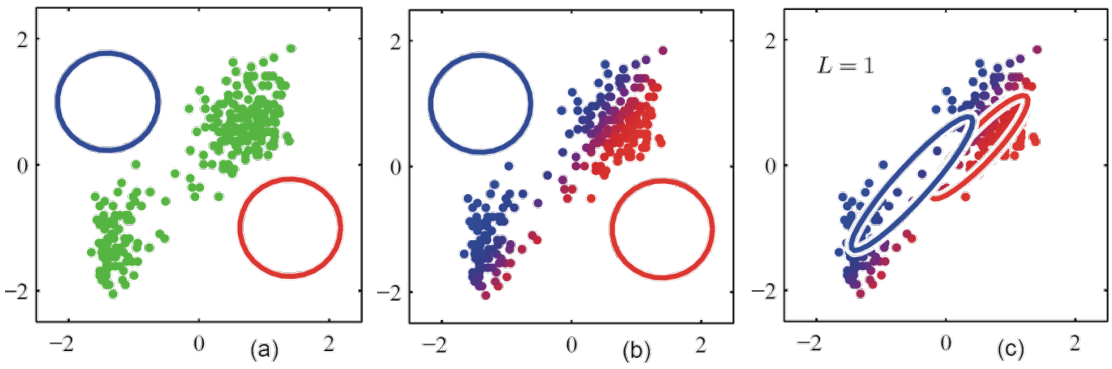


La estructura que genera ese tipo de *clustering* aporta más información que la partición realizada por el *clustering* particional puesto que el dendograma permite obtener diferentes números de grupos según a qué altura se desee cortar la estructura, donde la altura representa la **distancia entre los grupos formados**. De esta forma, con el *clustering* jerárquico **no es necesario especificar de antemano un número k de grupos**, a diferencia del *clustering* particional, aunque es **computacionalmente más costoso**. Además, en el *clustering* jerárquico **no se permiten reasignaciones de los objetos** a otros clusters, característica que si posee el *clustering* particional.

Otro método de *clustering* conocido es el ***clustering* probabilístico**. En este tipo de *clustering* se asume que las instancias del conjunto de datos son generadas por una *mixtura de distribuciones de probabilidad*, donde cada una de las componentes que la forman representa un *cluster*, a diferencia de los otros tipos de *clustering* comentados anteriormente, que se basan en construir *clusters* a través de la optimización de criterios que se fundamentan en la distancia entre los objetos de entrada. De esta forma, las instancias no pertenecen a un solo *cluster* (*hard assignment*), como ocurre en el *clustering* particional y jerárquico, sino que considera la incertidumbre presente a la hora de asignar los objetos a los diferentes grupos mediante "**asignaciones suaves**"(*soft assignments*), de tal manera que estas asignaciones no se realizan de forma determinística, sino **probabilística**. Es decir, los objetos pertenecen a cada *cluster* con una determinada probabilidad, que viene establecida por la distribución de probabilidad que define a cada uno de los *clusters*.

De forma general, se supone que las distribuciones que representan a cada uno de los *clusters* son distribuciones **Gaussianas**. Para hallar los parámetros de cada una de las distribuciones, se utiliza el método de **estimación de máxima verosimilitud**, cuyo objetivo es maximizar la probabilidad de pertenencia de los distintos objetos a cada uno de los *clusters* (maximizar la verosimilitud de los datos). A la hora de hallar las estimaciones de máxima verosimilitud, surge el problema de que este proceso de optimización no tiene una *solución analítica cerrada*. De esta manera, uno de los métodos más conocidos para hallar las estimaciones de máxima verosimilitud de los parámetros desconocidos de las distribuciones que representan a los distintos *clusters* se denomina **algoritmo EM** (Dempster et al. [1977]). Este método comienza estableciendo unos valores iniciales de los parámetros de las distribuciones (en el caso de las distribuciones Gaussianas la *media*, la *matriz de covarianzas* y la *proporción de puntos asignados a cada uno de los clusters*) e iterativamente alterna entre un paso de **Esperanza** (E) y otro paso de **Maximización** (M). El paso E consiste en, para cada uno de los objetos de entrada, utilizar los parámetros actuales para averiguar sus probabilidades de pertenencia a cada uno de los *clusters* (denominadas **responsabilidades**) y, una vez realizado esto, en el paso M se reestiman los parámetros de las distribuciones que maximizan la verosimilitud de los datos a partir de las probabilidades calculadas. A continuación se expone una ilustración de los pasos del algoritmo en una iteración:

Figura 2.12: Iteración del algoritmo EM. Fuente: Larrañaga and c. Bielza



Con respecto al algoritmo *k-means* visto con anterioridad, es un tipo particular de *clustering* probabilístico en el que las distribuciones de los *clusters* se suponen que siguen una distribución Gaussiana pero cuyas matrices de covarianzas son iguales y constantes (los *clusters* son círculos con un radio fijo). Entre las desventajas del *clustering* probabilístico, la principal es que **depende mucho de la distribución de probabilidad escogida**, por lo que la elección de un tipo u otro influye de forma notoria en el rendimiento del mismo.

2.4. Redes bayesianas para el descubrimiento de conocimiento

Capítulo 3

Estado del arte: Aprendizaje automático para flujos de datos

3.1. Introducción

En la actualidad, existen numerosas aplicaciones que constantemente estan generando una cantidad inmensa de información. Entre los dominios donde se encuentran implantadas esas aplicaciones, se encuentran los *sitemas de monitorización de tráfico de red*, *redes de sensores para el control de los proceso de fabricación*, *gestión de redes de telecomunicaciones modelado de usuarios en una red social*, *minería web*, *transacciones bancarias*, etcétera. Las técnicas tradicionales de minería de datos realizan un **aprendizaje por lotes** (*batch learning*), de manera que se enfocan en encontrar conocimiento en datos en **repositorios estáticos de datos**; no obstante, debido a las propiedas inherentes en los datos orginados por las aplicaciones mencionadas anteriormente, este tipo de técnicas no se pueden aplicar en dichos datos.

En primer lugar, **no es factible ni tampoco práctico guardar tanta información en bases de datos** puesto que estos almacenes de datos utilizados por las técnicas comunes de aprendizaje automático suelen tener un *tamaño fijo*, pero la naturaleza de los datos generados continuamente implica que la cantidad de información originada puede llevar a ser *infinita*, característica inabordable por los repositorios de información tradicionales, sobre todo a la hora de entrenar los modelos cuyos datos de entrenamiento deben estar en la **memoria principal**, que posee poca capacidad de almacenamiento. Por otra parte, las aplicaciones comentadas previamente generan información a una **gran velocidad** y, a diferencia de los algoritmos de aprendizaje automático habituales que construyen *modelos estáticos* a partir de *datos fijos*, los patrones que subyacen dicha información puede **cambiar dinámicamente** durante el transcurso del tiempo debido al **entorno no estacionario** en el que se originan, por lo que es necesario que las técnicas de aprendizaje automático sean capaces de construir modelos de forma continua que se adapten a dichos cambios con el objetivo de que mantengan un buen rendimiento.

En adición a lo comentado previamente, los algoritmos de aprendizaje automático tradicionales tienen a su disposición la posibilidad de analizar *multiples veces* el

conjunto de datos estático, pero debido a los problemas de almacenamiento de los datos generados actualmente por las aplicaciones del mundo real y a las propiedades de los mismos, **no es abordable realizar múltiples escaneos del conjunto de datos**. Los modelos generados por los algoritmos de aprendizaje automático deben estar actualizados a medida que se van originando nuevos datos para que ofrezcan un buen desempeño, y esto no se puede llevar a cabo si, a la hora de entrenarlos, realizamos varios ciclos de lectura de los datos.

En base a todo lo comentado con anterioridad, los sistemas modernos de aprendizaje automático deben tener en cuenta la rapidez y la continuidad con la que se generan los datos hoy en día. Dada las propiedades de estos datos, éstos reciben el nombre de **flujos de datos** y, en base a la importancia de extraer conocimiento de este tipo de datos, en los últimos años se han realizado una gran cantidad de investigaciones en el campo del **aprendizaje automático aplicada a los flujos de datos**. A la hora de desarrollar algoritmos de aprendizaje automático para manejar flujos de datos, teniendo en cuenta los problemas que ostentan los algoritmos tradicionales, deben asumir una serie de desafíos y restricciones:

- Las instancias de entrada del flujo de datos **deben ser procesadas una sola vez** (son descartadas después de ser procesadas), aunque el algoritmo puede recordar instancias pertenecientes a un corto plazo de tiempo.
- No hay un control sobre el **orden en el que los objetos de datos deben ser procesados**.
- El tamaño de un flujo de datos se debe suponer que es **ilimitado**.
- El proceso responsable de generar el flujo de datos puede ser **no estacionario**, es decir, la distribución de probabilidad que subyace los datos puede cambiar durante el transcurso del tiempo.
- La memoria utilizada por los algoritmos es **limitada**.
- El trabajo realizado por los algoritmos debe cumplir unas **restricciones estrictas de tiempo**.
- El modelo inducido por los algoritmos deben poder llevar a cabo tareas de predicción **en cualquier momento**.
- Pueden ocurrir, al igual que en las tareas de clasificación, problemas relacionados con *valores faltantes*, *sobreajuste del modelo*, *características irrelevantes*, *desbalanceo de las clases* y *aparición de nuevas clases*.

El aprendizaje que llevan a cabo los algoritmos de aprendizaje automático que tienen en cuenta estas restricciones impuestas por los flujos de datos se denomina **aprendizaje en línea** (*online learning*). Este tipo de aprendizaje supone una versión más restrictiva de otro tipo de aprendizaje denominado **aprendizaje incremental**, que consiste en ir integrando nuevas instancias *sin tener que volver a*

realizar un entrenamiento por completo del modelo. En el aprendizaje incremental se establecen las restricciones de solo *procesar una vez cada una de las instancias* y *construir un modelo similar al que se construiría llevando a cabo un aprendizaje por lotes*; no obstante, el *aprendizaje en línea*, aparte de esas restricciones tiene más, que son las mencionadas con anterioridad.

En el campo de investigación relacionado con el aprendizaje para flujos de datos, al abordarse el problema de extracción del conocimiento desde una perspectiva diferente a las técnicas de aprendizaje automático tradicionales, surge una terminología característica del mismo. Para comprender las propuestas que se van abordar en este trabajo relacionadas con este campo, en el siguiente apartado se va a proceder a la descripción de diferentes conceptos englobados dentro de la terminología vinculada al aprendizaje automático para flujos de datos.

3.1.1. Conceptos

A la hora de tratar flujos de datos para realizar tareas de clasificación, existen una serie de desafíos, que han sido comentados previamente. Para hacer frente a estos problemas que pueden surgir de la aplicación de aprendizaje automático en flujos de datos, existen tres aproximaciones principales (Krawczyk and Wozniak [2015]):

- **Entrenar un clasificador cada vez que se disponga de nuevos datos**. Esta opción suele ser poco adoptada debido a que tiene altos costes computacionales.
- **Detectar cambios en los patrones de los datos** (*concept drifts*), de manera que si son relevantes, se vuelve a entrenar el modelo sobre los nuevos datos tras la ocurrencia del *concept drift*.
- **Llevar a cabo un aprendizaje incremental** con el objetivo de adaptar el modelo a los cambios en el concepto subyacente de los datos de forma gradual

Para entender como funcionan estos algoritmos, es imprescindible tener una idea general de las nociones sobre las que se basan.

Concept drift

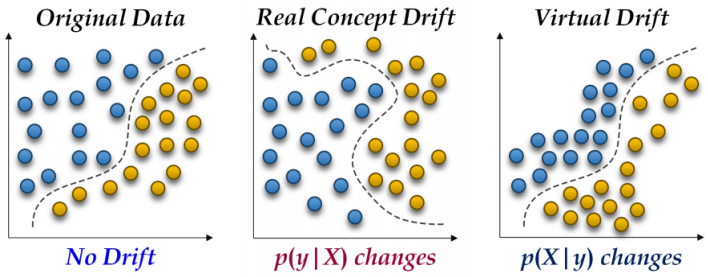
Uno de los desafíos comentados anteriormente al que deben hacer frente los paradigmas de aprendizaje automático para lidiar con flujos de datos es que la distribución que subyace los datos puede cambiar durante el transcurso del tiempo (la distribución de los datos es *no estacionaria*). Este fenómeno se denomina **concept drift**, de tal forma que la palabra *concept* se refiere al concepto que describe y está inherente en los datos.

Formalmente, el fenómeno de *concept drift* se presenta cuando se producen cambios en la **probabilidad conjunta de las variables predictoras y de la clase que se quiere predecir**, es decir, $P(\mathbf{X}, C)$. Para estimar esta probabilidad, se utiliza la probabilidad a priori de la clase, $P(C)$, y la probabilidad de las

variables predictoras condicionada a la variable clase, $P(\mathbf{X}|C)$, de tal forma que $P(\mathbf{X}, C) = P(C)P(\mathbf{X}|C)$. A partir de esta estimación de la probabilidad conjunta y utilizando la regla de Bayes, podemos obtener la probabilidad de la clase condicionada a las variables predictoras, $P(C|\mathbf{X})$.

Teniendo en cuenta los términos probabilísticos mencionados anteriormente, existen dos tipos de *concept drift* según en cuál de ellos se produzca un cambio: **real concept drift**, **virtual concept drift** y **class prior concept drift** (Khamassi et al. [2016]). El primer tipo de *concept drift* se refiere a cambios que tienen lugar en la **probabilidad** $P(C|\mathbf{X})$, de manera que los límites de decisión para clasificar una instancia a una determinada clase. Con respecto al segundo tipo, sucede cuando se produce un cambio en la probabilidad conjunta de las variables predictoras $P(\mathbf{X})$ y, por lo tanto, en la **probabilidad** $P(\mathbf{X}|C)$, pero no en la probabilidad a posteriori de la clase $P(C|\mathbf{X})$, de manera que esto implica que los límites de decisión de clasificación de una instancia a una clase en concreto no se ven afectadas. En cuanto al tercer tipo de *concept drift*, se refiere a cambios que afectan a la **probabilidad a priori de la clase** $P(C)$, y comúnmente, según el comportamiento del cambio que se produce en dicha probabilidad, se ha clasificado este tipo como *real concept drift* o *virtual concept drift*, aunque es de gran relevancia tenerlo en cuenta como un tipo de *concept drift* aparte. Además, estos tipos de *concept drift* se pueden dar simultáneamente. A continuación se ilustran los dos tipos principales de *concept drift*:

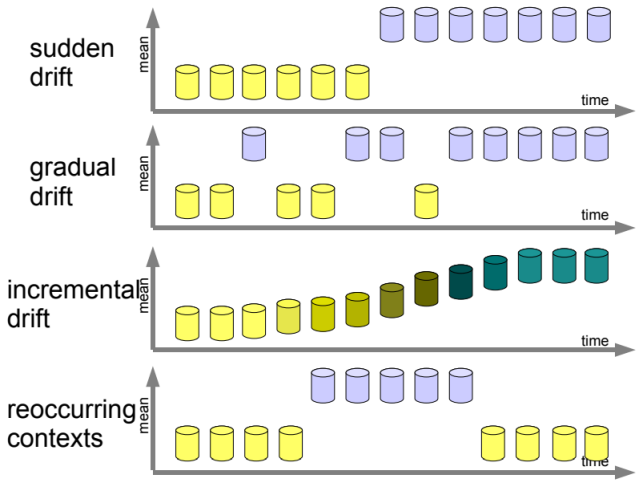
Figura 3.1: Real vs Virtual concept drift. Fuente: Pesaranghader et al. [2018]



Otra categorización que se aplica con respecto a los *concept drifts* es en función del **ritmo** con el que ocurren. De esta forma, los *concept drifts* se pueden producir principalmente de manera **abrupta**, **gradual** o **recurrente**. Un *concept drift abrupto* se produce cuando, en cualquier momento, *ocurre* un *concept drift* de forma repentina, de manera que degrada el desempeño del modelo ya que el concepto subyacente de los datos cambia completamente. En cambio, un *concept drift gradual* tiene lugar cuando el fenómeno de *concept drift* va apareciendo de forma paulatina. El *concept drift* se puede presentar de dos maneras distintas; puede ocurrir que tanto el concepto antiguo como el nuevo estén activos, cada uno con una probabilidad de aparición asociada (los conceptos se alternan), predominando inicialmente el primero y, con el tiempo, desapareciendo con la presencia total del nuevo concepto (*gradual concept drift*, también denominado *gradual probabilistic drift*); por

otro lado, el concepto antiguo puede ir sufriendo pequeñas modificaciones hasta la presencia completa del nuevo concepto, de tal manera que esos cambios son sutiles y solo se detectan en un intervalo de tiempo extenso (*incremental concept drift*, también denominado *gradual continuous drift*). En cuanto al *concept drift* recurrente, ocurre cuando conceptos que estuvieron presentes en el pasado vuelven a reaparecer, pudiendo ser *cíclico* si tienen lugar con cierta periodicidad, o *acíclico* si no posee la propiedad de periodicidad. La recurrencia del *concept drift* se puede dar de forma gradual o abrupta. En la figura siguiente se exponen dichos tipos de *concept drifts*:

Figura 3.2: Tipos de concept drift según el ritmo de cambio. Fuente: Zliobaite [2010]



Existen otras categorizaciones de *concept drifts*, siendo una si éstos ocurren de forma **local** (si los cambios del concepto de los datos ocurre en algunas región del espacio de entrada) o **global** (si los cambios del concepto de los datos ocurre en todo el espacio de entrada). Por otra parte, teniendo en cuenta la predictibilidad de los *concept drifts*, éstos se pueden clasificar en **predecibles** (si siguen un patrón) o **impredecibles** (si son totalmente aleatorios).

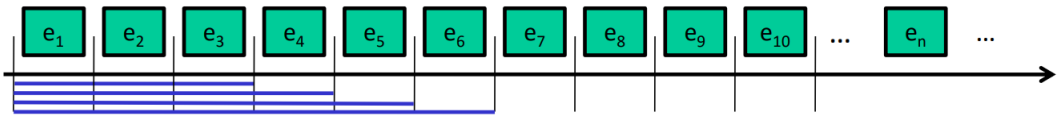
Modelos de ventanas

Uno de los conceptos más recurrentes en la terminología de los algoritmos de aprendizaje automático aplicados a flujos de datos son las **ventanas deslizantes**. El objetivo de los algoritmos que se basan en *ventanas deslizantes* es **manejar los *concept drifts***, y se fundamentan en la idea de que las instancias más recientes del flujo de datos tienen *mayor relevancia a la hora de describir la distribución de probabilidad actual* que subyace los datos. Con respecto a este método, existen tres modelos utilizados frecuentemente: el modelo **landmark window**, el modelo **damping window** y el modelo **sliding window** (Zhu and Shasha [2002]).

El modelo *landmark window* se basa en utilizar **toda la historia del flujo de datos desde un punto de inicio en el pasado denominado *landmark* hasta**

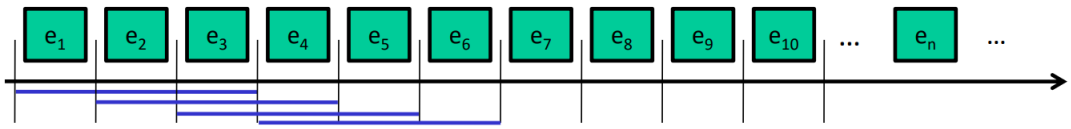
el instante de tiempo actual, de tal forma que los datos que se encuentren antes del *landmark* no se tienen en cuenta. De esta manera, el *landmark* se mantiene fijo, pero el punto que representa el instante de tiempo actual se va desplazando, por lo que el tamaño de la ventana va aumentando y se van teniendo en cuenta más datos. Un caso particular de este modelo es cuando el *landmark* se establece en el instante de tiempo del origen del flujo de datos, por lo que el modelo tiene en cuenta todo el flujo de datos generado hasta el momento actual. El problema que tiene el modelo *landmark window* es que es **díficil establecer el *landmark* idóneo** y todos los instantes de tiempo posteriores al punto inicial tienen la **misma importancia** a la hora de construir el modelo.

Figura 3.3: Modelo *landmark window*. Fuente: E. Ntoutsi and Zimek [2015]



Por otra parte, en el modelo *sliding window* solo se tiene en cuenta la información **más reciente del flujo de datos** (desde el instante de tiempo actual hasta un instante del tiempo en el pasado). Esta información está definida por una *ventana temporal* cuyo tamaño define la cantidad de datos que van a ser relevantes para la construcción del modelo. De esta manera, la primera ventana del flujo de datos cubre el primer conjunto de datos que se van a utilizar para el entrenamiento del modelo y, cuando llega el siguiente instante de tiempo, la ventana se desplaza una unidad en el tiempo y se elimina de la misma la instancia de datos más antigua para mantener el tamaño de la ventana. Así, este proceso se repite a medida que va avanzando el tiempo. Esta ventana puede ser de tamaño *fijo* o *variable*, y la ventaja principal de ese modelo de ventana es que *evita que datos obsoletos* influyan en el proceso de generación del modelo de aprendizaje automático

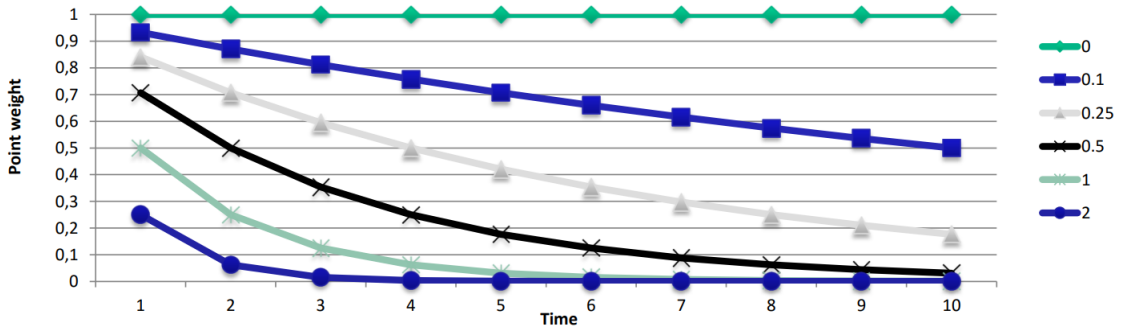
Figura 3.4: Modelo *sliding window*. Fuente: E. Ntoutsi and Zimek [2015]



Con respecto al modelo *damped window*, al igual que el modelo *sliding window*, considera la información más reciente como relevante para la construcción del modelo de aprendizaje automático, pero en este caso se asignan una **serie de pesos a los datos en función del instante de tiempo en el que se han generado**. De esta forma, aquellas instancias que son más recientes van a recibir un *peso mayor* que aquellas que provienen de instantes de tiempo anteriores, por lo que van a influir más en la construcción del algoritmo de aprendizaje automático. Este modelo de ventana

no descarta instancias completamente , sino que asigna pesos pequeños a los objetos antiguos, y para controlar el decrecimiento de los pesos a medida que se vuelve hacia atrás en el tiempo existe lo que se denomina un **factor de desvanecimiento** (λ), de tal manera que, cuanto mayor es su valor, menor importancia tienen los datos del pasado.

Figura 3.5: Modelo *damped window*. Efecto del valor del factor de desvanecimiento *lambda*. Fuente: E. Ntoutsi and Zimek [2015]



Con respecto a los tres modelos de ventana comentados anteriormente, el modelo *landmark window* se puede transformar en el modelo *damping window* añadiendo pesos de influencia de los datos sobre la construcción del modelo de aprendizaje automático, y el modelo *landmark window* se puede convertir al modelo *sliding window* realizando todo el proceso de construcción dentro de una ventana temporal. Por otra parte, existe también otro modelo de ventana denominado **tilted window**, que también se utiliza bastante y que consiste en guardar una síntesis del flujo de datos con memoria limitada en **diferentes niveles de granularidad temporal**. De esta forma, la información resumida de aquellos datos que son más recientes se almacena en un *nivel de granularidad temporal alto* (cada cuarto de hora, por ejemplo) y la de objetos más antiguos en un *nivel superior de granularidad* (cada día, por ejemplo). Al igual que el modelo *damped window*, se concentra en datos que son más recientes y no descarta plenamente objetos del pasado.

Metodos de evaluación de tareas de clasificación para flujos de datos

3.2. Algoritmos de aprendizaje supervisado

La mayor parte del esfuerzo dedicado para desarrollar algoritmos de aprendizaje automático para flujos de datos se ha enfocado en la realización de propuestas relacionadas con **aprendizaje supervisado**. Existen diversas revisiones dedicadas al aprendizaje automático para tareas de clasificación (Aggarwal [2014], Nguyen et al. [2014], Lemaire et al. [2015]); no obstante, en estas revisiones, por cada uno de los paradigmas clasificatorios, no se mencionan muchas propuestas, por lo que en este trabajo pretendemos **aportar más artículos que tratan el aprendizaje automático para flujos de datos**, enfocándonos en aquellas *propuestas más recientes*.

Además, por cada uno de los algoritmos de aprendizaje automático, vamos a añadir una **tabla comparativa entre las diferentes propuestas**, con el objetivo de que el lector adquiera una idea global de las distintas características que poseen.

3.2.1. Clasificadores bayesianos

Uno de los clasificadores Bayesianos más utilizados para realizar tareas de clasificación de flujos de datos es el **Naive Bayes**. Esto se debe principalmente a su gran facilidad para adaptarlo para realizar un aprendizaje en línea con dicho modelo, debido a que su estructura es *poco compleja* (puesto que la complejidad solo depende del número de variables predictoras) y su *consumo de memoria es bajo* (debido a que únicamente se requiere una probabilidad condicional por cada una de las variable predictoras). Para llevar a cabo un aprendizaje en línea del *Naive Bayes*, es suficiente con *actualizar los contadores* utilizados para hallar las diferentes probabilidades representadas por el modelo, permitiendo llevar a cabo de esta manera una **estimación incremental** de las mismas.

Una propuesta que se basa en el modelo *Naive Bayes* para tratar con tareas de clasificación de flujos de datos es la planteada en Salperwyck et al. [2014]. En este trabajo desarrollan un algoritmo denominado **Weighted Naive Bayes** (*WNB*), que se fundamenta en *asignar pesos a las variables explicativas* del clasificador *Naive Bayes* para lidiar con flujos de datos y averiguar dicha ponderación realizando una *estimación incremental* de los pesos. Para hallar los pesos óptimos de las diferentes variables explicativas en línea, utilizan un modelo gráfico similar a una red neuronal (Figura 3.6), donde los valores de entrada son las probabilidades asociadas a cada uno de los valores de las variables explicativas condicionadas a cada uno de los valores de la variable clase. Los pesos que se aplican a estos valores se optimizan utilizando el algoritmo de *retropropagación del gradiente*, que los va actualizando utilizando el método de **descenso de gradiente estocástico**, que se basa en utilizar una única instancia en cada iteración que se modifican los pesos; los resultados de la red son las probabilidades *a posteriori* de la clase. Para calcular las probabilidades de entrada a la red, utilizan tres métodos: dos de discretización incremental de dos capas basados en estadísticas de orden, en los que en el primer nivel se utiliza el método **cPid** o **Gk** y en el segundo la discretización **MODL**, y un tercer método que es la **aproximación Gaussiana**.

De la misma manera que en la propuesta anterior, en Krawczyk and Wozniak [2015] también proponen un *weighted Naive Bayes*, pero en este caso, en lugar de ponderar las variables explicativas, asignan pesos a las **instancias del flujo de datos**. Estos pesos indican el nivel de importancia que tienen a la hora de utilizarlas para llevar a cabo el entrenamiento del clasificador, concretamente para calcular las probabilidades *a posteriori* de cada una de las clases. Para establecer los pesos de cada una de las instancias, utiliza un *módulo de ponderación*, cuya función es relevante a la hora de adaptar rápidamente el clasificador Naive Bayes a la presencia de *concept drifts* de forma **automática** (no utiliza un detector de *concept drift*); a medida que pasa el tiempo, se encarga de degradar la influencia de las instancias,

de tal forma que se descartan al transcurrir una cantidad de tiempo determinada. A las instancias más recientes se les asigna un peso igual a 1, mientras que el de instancias menos recientes se obtiene utilizando una **función sigmoide**, en la que interviene un factor β, que define la rapidez con la que se degrada la importancia de las instancias. Para descartar los ejemplos, emplean un umbral ϵ, de manera que las instancias que tengan un peso menor que ese umbral se descartan. Para discretizar variables continuas, a diferencia de la propuesta anterior, utilizan el *esquema de Fayyad e Irani basado en MDL*. El algoritmo que proponen lo denominan **Weighted Naïve Bayes for Concept Drift** (*WNB-CD*).

Por otra parte, en la propuesta planteada en Bifet and Gavaldà [2007], para manejar el *concept drift*, en lugar de asignar un peso a las instancias para determinar su influencia en el entrenamiento del clasificador como se propone en **?**, utilizan un algoritmo denominado **ADWIN**, cuya función es *mantener una ventana de instancias de longitud variable en línea* según el ritmo del cambio del concepto de los datos producidos dentro de la ventana, favoreciendo que el usuario no tenga que preocuparse de elegir un tamaño de ventana. Además, proponen otra versión del algoritmo *ADWIN* que reduce los costes computacionales manteniendo las mismas garantías de rendmiento, denominado **ADWIN2**. Para comprobar la eficacia de este último algoritmo, lo combinan con clasificador **Naive Bayes** debido a la facilidad de observar en el mismo los *concept drifts* que puedan ocurrir. La composición del algoritmo *ADWIN2* con el clasificador *Naive Bayes* lo llevan a cabo de dos formas distintas: utilizando *ADWIN2* para **monitorear los errores del modelo** y llevar a cabo una comprobación de la correctitud del mismo, e **integrando dicho algoritmo dentro del clasificador *Naive Bayes*** para mantener las diferentes probabilidades condicionadas actualizadas.

Cuando adquirimos datos para entrenar un algoritmo de aprendizaje automático, en muchas ocasiones ocurre que no tenemos el *ground truth* de algunas instancias del flujo de datos; uno de los motivos puede ser que las etiquetas de las instancias no lleguen en el momento en el que se obtienen las instancias, sino que tienen un determinado retardo. Por ello, en Borchani et al. [2011], a diferencia de las propuestas anteriores, plantean un **algoritmo semi-supervisado** para manejar el *concept drift* en los flujos de datos; concretamente, controlan la ocurrencia de un *real concept drift*, un *virtual concept drift* o de los *dos a la vez*. Para comprobar si se han producido cambios en la distribución subyacente de los datos utilizan la **divergencia Kullback-Leibler** (*KL*), que mide la diferencia entre dos funciones de distribución de probabilidad, en este caso aquellas correspondientes a dos bloques de datos consecutivos del flujo de datos. Para determinar si se ha producido un *concept drift*, se establece la hipótesis nula de que los datos de dos bloques consecutivos proceden de la *misma función de distribución de probabilidad* y, utilizando el **método bootstrap** (realiza un muestreo repetido con reemplazamiento a partir de los datos), se acepta o rechaza la hipótesis nula. En el caso de que se detecte un *concept drift* (se rechaza la hipótesis nula), se aplica el **algoritmo EM** sobre las nuevas instancias para construir el nuevo clasificador. Uno de los clasificadores que utilizan es el **Naive Bayes**.

Otra propuesta que utiliza el clasificador *Naive Bayes* es la planteada en Kishore Babu et al. [2016], donde desarrollan el algoritmo denominado **Rough Gaussian Naive Bayes Classifier** (*RGNBC*). Este algoritmo consiste en utilizar un clasificador *Naive Bayes Gaussiano* (considera que los valores continuos asociados con cada una de las clases a predecir se distribuyen segun una distribución Gaussiana) añadiendole la capacidad de detectar *concept drifts*, concretamente **recurring concept drifts**, de forma automática mediante la **teoría de conjuntos aproximado** (*rough set theory*, a diferencia de otras propuestas mencionadas anteriormente), una herramienta matemática para tratar con información y conocimientos imprecisos, inconsistentes e incompletos (Pawlak [1982]). Utilizando dicha teoría, se calculan una serie de aproximaciones, a partir de las cuales se calcula una precisión de las aproximaciones llevadas a cabo y se compara con un umbral, de manera que si el valor de la precisión es menor que la del umbral, entonces ha ocurrido un *concept drift*. La detección del *concept drift* se integra dentro de un conjunto de pasos que conforman el algoritmo propuesto, de tal forma que el primer paso es construir un clasificador Naive Bayes Gaussiano inicial mediante la creación de **tablas de información**, donde se almacenan las *medias* y las *varianzas* de cada uno de los atributos en cada intervalo de tiempo. A continuación, se comprueba si se **ha producido un *concept drift***; si ocurre, se **seleccionan atributos** mediante la *entropía* y se actualiza el clasificador utilizando el nuevo conjunto de instancias sin almacenarlas, *modificando las tablas de información* calculadas previamente. Para llevar a cabo las tareas de clasificación, se utiliza la **probabilidad *a posteriori*** de las diferentes clases junto con una **función objetivo** que tiene en cuenta las métricas de *sensibilidad*, *especifidad* y *precisión* y que ponderan las probabilidades *a posteriori*.

Figura 3.6: Modelo gráfico utilizado para la optimización de los pesos. Fuente: Salperwyck et al. [2014]

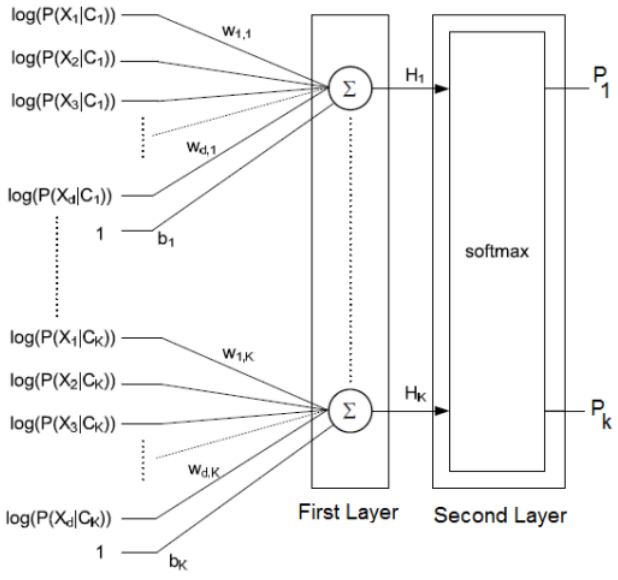


Tabla 3.1: Algoritmos de aprendizaje supervisado para flujos de datos basados en clasificadores Bayesianos

Algoritmo	Detección de *concept drift*	Manejo de *outliers*	Manejo de datos faltantes	Manejo de variables continuas	Manejo de datos de alta dimensión	Manejo del ruido	Manejo de la aparición de nuevos atributos
Incremental Weighted Naive Bayes	No			Si		No	
WNB-CD	Función de decaimiento de los pesos de las instancias			Si			
ADWIN2 con Naive Bayes	ADWIN2			Si			
Borchani et al. [2011]	Divergencia Kullback-Leibler						
RGNBC	Teoría de conjuntos aproximados	Si*		Si (no se si categóricas también)			

3.2.2. Árboles de decisión

Los **árboles de decisión** son uno de los algoritmos de aprendizaje automático más estudiados para clasificación de flujos de datos debido a su buen desempeño en los mismos, además de su simplicidad y de la interpretabilidad del modelo. Los desafíos que suponen realizar tareas de clasificación en flujos de datos provocan que los métodos de clasificación basados en *árboles de decisión* como el *ID3*, el *C4.5* y *CART* vistos con anterioridad no sean efectivos en tratar dicho tipo de datos. Estos métodos almacenan y procesan el conjunto de datos de entrenamiento enteros, pero en el caso de datos generados continuamente se necesita incrementar los requerimientos de procesamiento y solo se puede realizar hasta cierto punto, ya sea porque se sobrepasan los límites de memoria o porque el tiempo de computación es demasiado largo. Además, aunque estos métodos fueran capaces de manejar todas las instancias del flujo de datos, muchas de ellas pueden que no sean útiles para la construcción del modelo debido a cambios en el proceso de generación de datos, y estos métodos no son capaces de manejar dichos cambios.

Dadas estas características, los métodos mencionados previamente reciben el nombre de algoritmos **no incrementales de inducción de árboles**. Existen otros algoritmos basados en árboles de decisión que son **incrementales**, que permiten actualizar un árbol existente utilizando solo instancias recientes, sin tener que volver a procesar instancias pasadas. Entre las primeras versiones incrementales de

construcción de árboles de decisión, se encuentran el **ID3'** (C. Schlimmer and Fisher [1986]), el **ID4** (C. Schlimmer and Fisher [1986]), el **ID5** (UTGOFF [1988]), el **ID5R** (Utgoff [1989]) y el **ITI** (Utgoff et al. [1997]).

El **ID3'** es una variante incremental del algoritmo *ID3* que se basa en un método de *fuerza bruta* para llevar a cabo la construcción del árbol de decisión, de manera que, cada vez que recibe una nueva instancia, vuelve a construir la estructura de árbol mediante el algoritmo ID3, por lo que, debido al costo computacional que conlleva, no es adecuado para la clasificación de flujos de datos. Por otra parte, el **ID4** es también una version incremental del *ID3*, basado en, cada vez que recibe una nueva instancia de entrenamiento, actualizar el árbol; para ello se basa en almacenar el *número de instancias positivas y negativos* para cada posible valor de cada posible atributo no testeado en cada nodo del árbol de decisión actual, lo que permite testear diferentes atributos en los diferentes nodos del árbol. El algoritmo ID4 no es eficiente puesto que *descarta subárboles cada vez que se realiza un cambio del atributo de testeo en un determinado nodo*, lo que provoca que el árbol no aprenda ciertos conceptos inherentes a los datos. Además, *no garantiza que el árbol construido sea similar al que produce el algoritmo ID3.*

Por otra parte, el *ID5*, a diferencia del *ID4*, no descarta subárboles a la hora de cambiar el nodo donde el atributo de test ya no es el mejor, sino que actualiza el árbol de decisión realizando una serie de manipulaciones de la estructura relacionadas con la *subida del nuevo mejor atributo test en ese nodo hacia la parte superior del árbol*, de tal forma que el nuevo mejor atributo quede por encima del antiguo; no obstante no garantiza que se obtenga el mismo árbol de decisión que se obtendría con el *ID3*. Un algoritmo que si garantiza esto es el *ID5R*, que es una extensión del *ID5* y que, a diferencia de este último, tras llevar a cabo la manipulación de la estructura mencionada en el ID5, realiza una *reestructuración recursiva de los subárboles que están por debajo del nuevo mejor atributo* utilizada en la maniulación previa; este algoritmo puede llegar a ser más lento que ID3 en algunos casos, dependiendo de las operaciones de reestructuración recursiva llevadas a cabo. Con respecto al algoritmo *ITI*, extiende el algoritmo *ID5R* de tal forma que es capaz de manejar *atributos numéricos*, *ruido* y *valores faltantes*, además de incorporar un *mecanismo de poda*; sin embargo, no es capaz de tratar con conjuntos de datos masivos.

En general los algoritmos incrementales basados en árboles de decisión comentados anteriormente *no garantizan obtener el mismo árbol que se obtendría del* ***batch learning*** y *almacenan todos los ejemplos utilizados en memoria.* No obstante, los problemas de clasificación de flujos de datos requieren que se cumplan una serie de restricciones de recursos computacionales, entre ellas la memoria. De esta manera, el primer algoritmo que se propuso específicamente para resolver los problemas que plantea la clasificación de flujos de flujos de datos, entre ellas la *memoria limitada*, se denomina **Very Fast Decision Tree** (*VFDT*), propuesto en Domingos and Hulten [2002].

Este algoritmo construye un árbol de decisión de forma *online* utilizando una propiedad estadística denominada **Hoeffding Bound** (*HB*), de manera que el árbol de decisión que produce este algoritmo se denomina *Hoeffding tree*. La idea sobre

la que se basa este algoritmo es, a la hora de establecer el mejor atributo a testear en cada uno de los nodos, es suficiente con tener en cuenta un *subconjunto de instancias de entrenamiento que pasan por ese nodo*. Para averiguar el número de ejemplos necesarios para lograr un determinado nivel de confianza acerca de que el atributo elegido con un subconjunto de ejemplos es el mismo que si escogieramos el atributo con un número infinito de instancias, se utiliza el *Hoeffding Bound*. Esta propiedad estadística establece que si la diferencia entre la métrica de evaluación del mejor atributo (*ganancia de información* o *índice Gini*) teniendo en cuenta un subconjunto de instancias de entrenamiento y aquella del segundo mejor atributo es mayor que un valor determinado por el *Hoeffding bound*, entonces **se garantiza con una determinada probabilidad de que ese mejor atributo es la elección correcta**.

Esta propuesta no almacena datos en memoria, sino que solo *mantiene una serie de estadísticas* que son suficientes para calcular la metrica de evaluación de cada uno de los atributos (las estadísticas se mantienen en las *hojas*, de tal forma que el árbol de decisión se construye recursivamente sustituyendo hojas por nodos de decisión). Además, el *Hoeffding Bound* no se calcula cada vez que llega una nueva instancia, sino que se establece un *umbral minimo de instancias a obtener definido por el usuario* puesto que una sola instancia tiene poca repercusión en los resultados. Además, cuando la diferencia entre las métricas de evaluación de dos atributos es muy pequeña, en lugar de esperar a tener un mayor número de instancias para asegurar cual de ellos es el mejor y cual el segundo mejor puesto que no implica mucha diferencia entre elegir uno u otro, el algoritmo *VFDT* permite que el usuario defina un parámetro de *ruptura del empate*, de tal forma que si *la diferencia es menor que ese parámetro, entonces se elige como mejor atributo aquél que lo es en ese momento*. Todo esto, aparte de lo mencionado anteriormente sobre el algoritmo VFDT, permite a éste obtener un árbol de decisión **parecido a los producidos por un algoritmo de aprendizaje que tiene en cuenta todos los ejemplos de entrenamiento para elegir un atributo a testear para cada uno de los nodos del árbol** utilizando una cantidad de memoria y tiempo *constante por cada uno de los ejemplos de entrenamiento*.

Por otra parte, en Gama et al. [2003] se propone el **algoritmo VFDTc**, que se basa en el *algoritmo VFDT* y lo extiende incorporando la capacidad de lidiar con *atributos continuos* y sustituyendo las hojas por un *modelo local de predicción*, que es el *Naive Bayes*, en lugar de utilizar la tradicional clasificación de una instancia en árboles de decisión a la clase más frecuente en una determinada hoja. Para llevar a cabo un testeo de un atributo continuo, puede haber muchas posibilidades, puesto que se trata de buscar el mejor valor que particione el conjunto de datos en instancias cuyo valor en ese atributo sea *menor que el establecido en el nodo de decisión* y en aquellas cuyo valor sea *mayor*. Para encontrar el mejor valor de un atributo continuo para particionar el conjunto de datos en un nodo hoja y convertirlo a un nodo decisión cuando haya un nivel de confianza determinado, para cada hoja y atributo continuo se construye un **árbol binario** con el objetivo de almacenar una serie de estadísticas y, a partir de ellas, calcular la *distribución de las clases*

de las instancias en los que el valor de la variable predictiva continua es menor o mayor que el valor escogido para particionar el conjunto de datos. En cuanto a la tarea de predicción del árbol de decisión, para mejorar su desempeño de clasificación en las hojas se insertan clasificadores *Naive Bayes* puesto que estos modelos locales funcionan de forma aceptable en el aprendizaje incremental, además de que este modelo tiene en cuenta no solo la distribución a priori de las clases como ocurre en la clasificación de la instancia a la clase mayoritaria en la hoja, sino además tiene en cuenta **información sobre los valores de los atributos**, concretamente las probabilidades condicionales de los mismos dadas las diferentes clases.

A la hora de establecer el valor del atributo numérico que mejor particiona el conjunto de datos en un determinado nodo de decisión, puede ocurrir que el número de posibles valores para realizar dicha partición *sea muy grande*, lo que puede conllevar gastos computacionales altos. De esta manera, en Jin and Agrawal [2003], basado en el *algoritmo VFDT*, se plantea una **poda del árbol en intervalos numéricos** (*Numerical Interval Pruning*, *NIP*) para reducir el tiempo de procesamiento sin perder precisión a la hora de encontrar el valor de un atributo continuo que particione el conjunto de datos en un nodo de decisión. En concreto, la idea sobre la que se fundamentan es *particionar el rango de valores de un atributo continuo en intervalos con la misma amplitud* y *utilizar pruebas estadísticas para podarlos*, de tal forma que se poda un intervalo si es probable que el valor utilizado para particionar el conjunto de instancias **no se encuentre en ese intervalo**, por lo que se reduce el número de posibles valores para llevar a cabo la partición. Por otra parte, otra mejora que proponen es utilizar unas propiedades de las metricas de evaluación de atributos (*ganancia de información* o *índice Gini*) con el fin de obtener el mismo *bound* que el *Hoeffding bound*, pero con un **número de instancias menor**. Para ello, se basan en el método denominado **multivariate delta**, que se fundamenta en la idea de que la diferencia entre los valores de ganancia de información (o del índice Gini) es una **variable aleatoria normal** y calculan los *bounds* adecuados utilizando un **test de la distribución normal**.

El *algoritmo VFDT* tiene la desventaja de que **no maneja el *concept drift***, por lo que, aun teniendo disponible todo el conjunto de datos de entrenamiento para la construcción del árbol, el árbol que construye puede que no sea útil para describir las instancias que lleguen en el futuro debido a cambios en la distribución de probabilidad subyacente a los mismos. De esta manera, en Hulten et al. [2001] se propone el algoritmo **CVFDT**, que extiende el *algoritmo VFDT* con la capacidad de manejar el *concept drift*, de manera que mantiene un árbol de decisión actualizado aplicando el *algoritmo VFDT* sobre una **ventana deslizante (*sliding window*) de instancias de entrenamiento** y construyendo **subárboles alternativos**.

El *algoritmo CVFDT* utiliza una ventana deslizante fija de ejemplos de entrenamiento para actualizar las estadísticas presentes en **todos los nodos del árbol de decisión** (a diferencia del VFDT, que mantenía estadísticas solo en las hojas para elegir el atributo a testear), de tal forma que *incrementa los conteos de las nuevas instancias* y *decrementa los conteos relacionados con los ejemplos antiguos* con el objetivo de **eliminar su influencia en la construcción del árbol**. De esta ma-

nera, al cambiar los valores de las estadísticas de cada nodo, puede ocurrir que los atributos que se testean en determinados nodos no sean los mejores. En este sentido, el *algoritmo CVFDT* comienza a construir **subárboles alternativos** en dichos nodos y, cuando estos subárboles tienen un mejor rendimiento que los actuales, **se reemplazan por los alternativos**.

Otra propuesta para la clasificación de flujos de datos basada en árboles decisión es la denominada **UFFT** (*Ultra Fast Forest of Trees*), planteada en Gama and Medas [2005]. Para problemas multiclase, este algoritmo construye un **bosque de árboles de decisión binarios**, uno para cada para posible par de valores de la variable clase (siendo un solo árbol de decisión binario cuando la variable clase solo toma dos valores); a la hora de clasificar una nueva instancia, se proporciona la misma a cada uno de los árboles de decision binarios y la predicción que realizan son **distribuciones de probabilidad de las diferentes clases**, que posteriormente se agregan y se obtiene la *clase más probable* a la que pertenece la instancia. En cada uno de estos árboles de decisión binarios, para llevar a cabo la clasificación de instancias en las hojas se utilizan **clasificadores Naive Bayes**, además de en los nodos de decisión. Con respecto a los nodos de decisión, por una parte se emplean para *detectar cambios en las distribuciones de las clases de las instancias que atraviesan dichos nodos*; de esta manera, si el error del clasificador incrementa, entonces la distribución subyacente a los datos ha cambiado, por lo que se **realiza una poda del subárbol que cuelga de ese nodo de decisión** y se **aprende dicho cambio** a partir de un **conjunto de las instancias más recientes** (*short term memory*). Por otro lado, sus predicciones se utilizan para establecer **pruebas para realizar una partición del conjunto de datos** en el caso de que las ganancias de información de los dos mejores atributos no satisfagan el *Hoeffding bound*, de tal forma que un nodo se expandirá o no en función de si la predicción del clasificador Naive Bayes es precisa o no.

El algoritmo *CVFDT* no es suficientemente sensible a la ocurrencia de *concept drifts* puesto que los detecta tras obtener un determinado número de instancias que indiquen que existe un cambio notable en la precisión de un subárbol con el objetivo de cambiarlo por otro subárbol. En general, los algoritmos que comprueban la presencia de *concept drifts* a nivel de instancias o de atributos (como el *CVFDT*) no presentan una sensibilidad notable frente a dichos cambios. En este sentido, el algoritmo *CVFDT* no es capaz de detectar un tipo de *concept drift* denominado *concept shift*, que consiste en que dos bloques de datos consecutivos tienen distribuciones de instancias opuestas (en un bloque las clases están separadas por una línea y en el siguiente bloque las clases se intercambian, manteniendo la misma línea, por ejemplo), pero la ganancia de información que el algoritmo *CVFDT* utiliza para detectar el *concept drift* es el mismo en ambos bloques de datos. Por eso, en Tsai et al. [2008] proponen el algoritmo **SCRIPT** (*Sensitive Concept Drift Probing Decision Tree*), que se basa en utilizar la *prueba estadística* χ^2 para tratar el *concept drift*, una medida para comprobar, en este caso, que la distribución de una clase con respecto al valor de un atributo son **similares en dos bloques de datos consecutivos**, de tal forma que el algoritmo *SCRIPT* lleva a cabo la detección de *concept drifts* a

un nivel de detalle mayor que el algoritmo *CVFDT*. En el caso de que las diferencias entre las distribuciones de una clase teniendo en cuenta el valor de un atributo supere un umbral, se procede a realizar cambios en los subárboles pertinentes de la estructura.

Por otro lado, en Li and Liu [2008] proponen el algoritmo **EVFDT** (*Efficient-VFDT*), que extiende el algoritmo *VFDT* de dos formas. En primer lugar, para tratar atributos númericos proponen el método *UINP* (*Uneven Interval Numerical Pruning*), que extiende el propuesto en Jin and Agrawal [2003], de manera que, en lugar de utilizar intervalos de la misma anchura, optan por definir **intervalos continuos de diferente amplitud** con el fin de ganar eficiencia. En segundo lugar, utilizan clasificadores *Naive Bayes* tanto en los nodos de decisión como en las hojas con el fin de *mejorar la eficiencia de la construcción* del árbol de decisión y hacer que la estructura del mismo sea más *compacta* descartando instancias que no son útiles para la construcción del árbol de decisión.

Otra propuesta que se fundamenta en el *Hoeffding Tree* del algoritmo *VFDT* es la planteada en Bifet and Gavaldà [2009], donde se proponen dos métodos para manejar la naturaleza cambiante de los flujos de datos: **Hoeffding Window Tree** (*HWT*) y **Hoeffding Adaptive Tree** (*HAT*). El algoritmo *HWT* se basa en utilizar un **modelo de ventanas deslizante** para manejar el *concept drift* y, para implementarlo, emplea el algoritmo **ADWIN** (propuesto en Bifet and Gavaldà [2007], comentado en el apartado de clasificadores Bayesianos), cuyo objetivo es detectar cambios en la distribución subyacente de los datos de forma continua (*HWT-ADWIN*) utilizando una **ventana de instancias de tamaño variable**. Este algoritmo se diferencia del algoritmo *CVFDT* en que la construcción de los subárboles alternativos se realiza tan pronto como se detecte un *concept drift*, y su inserción en la estructura se lleva a cabo tan pronto como los subárboles alternativos tengan un mejor desempeño que los actuales, ambas acciones **sin tener que esperar a que llegue un número determinado de instancias**. Además, a diferencia del *CVFDT*, **no es necesario que el usuario defina un tamaño de ventana**, puesto que se adapta al ritmo del cambio de la distribución de los datos, y tiene **garantías teóricas en cuanto a su desempeño**, mientras que el algoritmo *CVFDT* no las tiene. En cuanto al método *HAT*, se basa en el algoritmo *HWT* pero, en lugar de tener un tamaño de ventana óptimo para todos los nodos, establece una **instancia de detector de cambio en cada uno de los nodos** (en lugar de contadores), de manera que *se mantiene un tamaño de ventana óptimo para cada uno de ellos*.

Por otra parte, las propuestas que utilizan clasificadores Naive Bayes en las hojas obtienen bueno resultados, pero algunas veces a costa de incrementar el tiempo de ejecución de los algoritmos. Por ello, en Bifet et al. [2010] se propone el algoritmo **Hoeffding Perceptron Tree**, que se fundamenta en la utilización de *perceptrones* en las hojas del árbol de decisión para llevar a cabo tareas de clasificación, de tal forma que *reducen el tiempo de ejecución*, al mismo tiempo que se mantiene un buen desempeño del árbol. Además, contemplan la utilización de tres clasificadores para mejorar aun más la precisión del árbol de decisión, de manera que se combinan sus predicciones mediante votación; estos clasificadores son el *perceptrón*, el *Naive Bayes*

y el *voto por mayoría*. No obstante, la combinación de estos clasificadores hace que se ralentice el algoritmo. Esta propuesta combina las ventajas de los árboles de decisión y de los perceptrones, lo que permite llevar a cabo un procesamiento eficiente de los flujos de datos.

Tabla 3.2: Algoritmos de aprendizaje supervisado para flujos de datos basados en árboles de decisión

Algoritmo	Detección de *concept drift*	Manejo de *outliers*	Manejo de datos faltantes	Manejo de variables continuas	Manejo de datos de alta dimensión	Manejo del ruido	Modelo local en las hojas	Manejo de la aparición de nuevos atributos
ID3'							No	
ID4							No	
ID5			No	No		No	No	
ID5R			No	No		No	No	
ITI	No		Si	Si		Si	No	
VFDT	No			No	Si	Si*	No	
CVFDT	Sliding window				Si	Si*	No	
VFDTc	No			Si	Si	Si*	Naive Bayes	
Jin and Agrawal [2003]	No			Si		Si*	No	
UFFT	Naive Bayes en los nodos de decisión			Si (no se si categóricas también)			Naive Bayes	
SCRIPT	Estadístico χ^2					Si	No	
EVFDT	No			Si			Naive Bayes	
HWT y HAT	ADWIN (principal-mente)		Si*	Si			Con y sin Naive Bayes	
Hoeffding Perceptron Tree	Si			Si			Perceptrón o combina-ción de percep-trón, Naive Bayes y voto por mayoría	

-Paper Ïncremental Decision Tree based on order statistics (2013)>The difference in building an online tree and an offline tree comes from the fact that data arrive continuously for the first one. The choice of the attribute to cut is made according to the summary and not on all data. The choice of transforming a leaf into a node, is a definitive action. To make sure that this choice is realized with a certain confidence,

Domingos and Hulten suggest in VFDT the use of the Hoeffding bound [16]. This bound brings a guarantee on the choice of the good attribute. The Hoeffding bound was afterwards often used to build online decision tree: VFDTc [12], CVFDT [17], IADEM [22], "ensemble of Hoeffding trees" [19]... The Hoeffding bound is also used in this article to construct the proposed online tree.

3.2.3. Inducción de reglas

Los métodos basados en *inducción de reglas* proporcionan una buena interpretabilidad y flexibilidad para las tareas de aprendizaje automático. La ventaja principal de estos métodos a la hora de adaptarlos a la clasificación de datos dinámicos es que las reglas son **más faciles de ser alteradas**. En lugar de reconstruir un nuevo clasificador desde cero al ocurrir cambios en la distribución subyacente a los datos, las reglas que se consideran obsoletas, de forma individual, simplemente **se pueden eliminar del conjunto de reglas**, lo que puede dar lugar a *mecanismos de adaptación rápidos*. Además, los conjuntos de reglas **no están estructurados de forma jerárquica**, lo que favorece una actualización de las mismas sin repercutir mucho en la eficiencia del aprendizaje.

Uno de las primeras propuestas de inducción de reglas para flujos de datos es la que se plantea en Ferrer-Troyano et al. [2004], donde se propone el algoritmo denominado **SCALLOP** (*Scalable Classification ALgorithm by Learning decisiOn Patterns*), que se fundamenta en construir un *conjunto reducido de reglas de clasificación actualizadas y ordenadas* para cada una de las clases del problema en función de una serie de parámetros establecidos por el *usuario*. Este algoritmo modela solo **aquellas regiones que describan las características en las que está interesado el usuario**, que las define como parámetros de entrada del algoritmo. Cada una de las reglas de clasificación que construye el algoritmo está formada por un conjunto de n intervalos cerrados (uno por cada atributo), de manera que define un **hipercubo** dentro del espacio de búsqueda. Cada uno de estos hipercubos se puede expandir para cubrir nuevos ejemplos hasta un *cierto límite* puesto que podría ocurrir que las regiones que cubren dichas reglas, que tienen asociada una clase a la que clasificar, se intersecten.

Por otra parte, el algoritmo lleva a cabo un **refinamiento de las reglas** cada cierto número de instancias procesadas (definido por el usuario) uniendo reglas relacionadas con la misma clase cuya región resultante de dicha unión sea la **más pequeña** en comparación con otras posibles uniones (las dos reglas más cercanas) en cada iteración del procedimiento de refinamiento. Tras esto, se comprueba que el volumen de la región que se produce tras la unión *no intersecta con otras regiones que tiene asociadas otras etiquetas* y que *se encuentra dentro de unos límites*. El algoritmo también lleva a cabo **eliminaciones de reglas** que no interesan al usuario o que están afectadas por ruido; una regla es eliminada si *no cubre al menos una instancia de un conjunto determinado de instancias recientes* o si su *soporte positivo* (número de ejemplos que tienen la misma etiqueta que la regla y que son cubiertas por ésta) es *menor que un número definido por el usuario*. A la hora de clasificar

una instancia, si existe una regla que la cubre, se le **asigna la etiqueta a la que clasifica dicha regla**; en otro caso, el algoritmo infiere a **qué clases no puede pertenecer la instancia** y la predicción se realiza mediante **votación**. En caso de empate entre clases, se decide ateniendo a la *distribución de las mismas*.

Por otra parte, en Ferrer-Troyano et al. [2005] los mismos autores de la propuesta *SCALLOP* proponen el algoritmo denominado **FACIL**, que permite obtener un conjunto de reglas de clasificación a partir de flujos de datos numéricos (en Ferrer-Troyano et al. [2006] se extiende dicha propuesta para atributos categóricos). El modelo de decisión que construye el algoritmo se describe no solo con un conjunto de reglas, sino también con un **número de instancias de entrenamiento**. En esta propuesta extienden el trabajo realizado en Ferrer-Troyano et al. [2004] almacenando por cada una de las reglas de clasificación un número de ejemplos positivos y negativos que se encuentran **cerca en los límites de las regiones de decisión** definidos por las reglas con el objetivo de evitar revisiones innecesarias cuando se den *virtual drifts*. En concreto, estos ejemplos se utilizan para comprobar si las reglas son **inconsistentes**, de tal forma que se van captando instancias de las fronteras de las regiones de decisión hasta que se llega a un *umbral* (definido por el usuario), que corresponde a la **mínima pureza de una regla** (la *pureza de una regla* es el ratio entre el número de instancias positivas almacenadas que cubre y el número total de instancias almacenadas que cubre, tanto positivas como negativas). Si la pureza de la regla alcanza ese umbral, ésta se *bloquea*, asi como sus *posibilidades de ser generalizada a nuevas instancias*, y los ejemplos almacenados se utilizan para construir **nuevas reglas positivas y negativas consistentes**.

En relación a lo anterior, cada vez que llega un nuevo ejemplo, se actualiza el modelo. Para ello, primero se comprueban aquellas reglas que **cubren la instancia** y que **clasifiquen a la misma clase a la que pertenece la misma**; si existen, se incrementa su *soporte positivo*. En el caso de que no haya ninguna regla que cumpla estas características, se **examina el grado de crecimiento** que deben realizar para cubrir la nueva instancia cada una de las reglas que clasifiquen a la misma clase a la que pertenece la nueva instancia , de tal forma que se elige como regla **candidata** aquella que necesite *menor número de cambios* para cubrir el ejemplo; el crecimiento de la regla, para poder ser elegida candidata, debe estar por debajo de un umbral determinado. En el caso de que exista una regla *candidata*, si no interseccciona con ninguna otra regla que tenga una clase diferente a la suya, se utiliza para cubrir la nueva instancia; en caso contrario, se **revisan aquellas reglas que no tengan asociada la misma etiqueta que el ejemplo** y que lo cubren, incrementando de esta manera su *soporte negativo* y realizando la comprobación de la pureza de la regla tras la adición del nuevo ejemplo. Si no existe ninguna regla que pueda cubrir al nuevo ejemplo, entonces se construye una regla de **máxima especificidad** que la cubra.

En el algoritmo se incorpora un **mecanismo de olvido** de instancias en cada una de las reglas para adaptarse a posibles *concept drifts* (detección de *concept drift* **blind**), de tal forma que éste puede ser *explícito* si los ejemplos son más antiguos que un umbral definido por el usuario, o *implícito* si se eliminan instancias positivas

y negativas cuando ya *no se encuentran cercanas las positivas de las negativas* (no influyen en la descripción del concepto en los límites de las regiones de decisión). A la hora de clasificar se utilizan las reglas que la cubren; si son *consistentes*, se les asigna la clase a la que clasifican dichas reglas, y si son *inconsistentes* llevan a cabo la clasificación utilizando una medida de distancia entre los ejemplos almacenados en esas reglas y el nuevo ejemplo, como en el algoritmo *vecinos más cercanos*; la clasificación final se realiza mediante **votación**. Si el nuevo ejemplo no es cubierto por ninguna regla, se clasifica a la clase a la que pertenezca la regla cuyo crecimiento para cubrir dicha instancia sea *mínima* y que *no intersecte* con otras reglas de diferente etiqueta.

Otra propuesta para inducir reglas de clasificación a partir de flujos de datos es la planteada en Gama and Kosina [2011], donde se propone el algoritmo denominado **Very Fast Decision Rules** (*VFDR*), cuya idea fundamental es aprender conjuntos de reglas de clasificación tanto *ordenados* como *desordenados*. En el aprendizaje de conjuntos *ordenados* de reglas, cada una de las instancias de entrenamiento de entrada se utiliza para actualizar las estadísticas de la **primera regla que la cubre**, mientras que en el aprendizaje de conjuntos *desordenados* de reglas cada una de las instancias actualiza las estadísticas de **todas las reglas que la cubren**; si el ejemplo no es cubierto por ninguna regla, se actualiza las estadísticas de la *regla por defecto*, que se utiliza para crear nuevas reglas (no tiene antecedentes y en el consecuente almacena una serie de estadísticas). Para llevar a cabo la construcción de las reglas, se utiliza el *Hoeffding bound* descrito en Hulten et al. [2001], de tal forma que esta métrica define el *número de instancias necesarias para inducir o construir una regla con una determinada confianza*; la comprobación de este número se realiza tras procesar un número mínimo de instancias. A la hora de realizar la expansión de una regla, se calcula la **entropía de cada uno de los valores de las variables** que aparecen en más de un 10 % de los ejemplos asociados a dicha regla. De esta manera, si la entropía del mejor valor del mejor atributo supera a la entropía de no llevar a cabo ninguna expansión con una determinada diferencia establecida por el *Hoeffding bound*, entonces la regla **se expande añadiendo la condición de que ese atributo tiene que tener ese valor**; la clase a la que clasifica la regla es la clase mayoritaria entre los ejemplos que tiene asignados. A diferencia de las propuestas anteriores, *no detecta el concept drift* y, para llevar a cabo la tarea de clasificación, utiliza el clasificador *Naive Bayes* en cada una de las reglas de clasificación del modelo. En el caso de que se haya aprendido un conjunto *ordenado* de reglas, para clasificar una nueva instancia se utiliza la **primera regla que la cubra** y, en el caso de un conjunto *desordenado* de reglas, se utilizan **todas las reglas que la cubren** y se lleva a cabo un **voto ponderado** de los resultados de cada una de las reglas.

Por otra parte, los autores de la propuesta anterior proponen en Kosina and Gama [2012b] una extensión del trabajo realizado en Gama and Kosina [2011] para lidiar un problema multiclase **descomponiéndolo en un conjunto de problemas de dos clases**, de tal forma que se construye un conjunto de reglas para cada uno de estos problemas con el objetivo de *obtener mejores resultados*; el algoritmo que

plantean lo denominan **VFDR-MC**. Concretamente, el algoritmo *VFDR-MC* se diferencia de *VFDR* en que aplica la estrategia **one vs. all**, de manera que las instancias que pertenezcan a una determinada clase se consideran *positivas*, mientras que aquellas que pertenecen a una clase distinta se consideran *negativas*. A la hora de llevar a cabo el aprendizaje de reglas, al igual que en *VFDR*, tienen en cuenta el caso de conjuntos de reglas *ordenadas* ($VFDR-MC^o$) y *desordenadas* ($VFDR-MC^u$). La función de ganancia de información que se utiliza para evaluar la importancia de los diferentes atributos tiene en cuenta el número de instancias **positivas**, descritas anteriormente.

Si se parte de la *regla por defecto* para aprender una nueva regla, en el caso de *reglas ordenadas*, el nuevo literal de dicha regla es aquél que tiene la **mejor evaluación atributo-clase** y la clase positiva es aquella que cumple el *Hoeffding bound* y que tiene *menor frecuencia* (interesa crear una nueva regla para la clase minoritaria); en el caso de *reglas desordenadas*, se comprueban las expansiones de la regla por defecto para todas las posibles clases. En el caso de que se vaya a expandir una regla con alguna condición en el antecedente, si se aprende un conjunto de reglas *ordenadas*, la clase a la que clasifica dicha regla se **mantiene como positiva** y se busca el mejor par *atributo-valor* con respecto a esa clase para expandirla si cumple el criterio establecido por el *Hoeffding bound*. En el caso de reglas *desordenadas*, si se lleva a cabo la expansión de la regla anterior (con la clase positiva original), se **tienen en cuenta las demás clases** como **positivas** y, para cada una de ellas, se encuentra el mejor par *atributo-valor* para expandir la regla, de tal forma que **se crean varias reglas** a partir de dicha regla estableciendo diferentes clases como la clase positiva en cada una de ellas. La tarea de clasificación se lleva a cabo de la misma manera que en el algoritmo *VFDR*.

Los trabajos realizados en Gama and Kosina [2011] y Kosina and Gama [2012b] no tratan explícitamente la adaptación de los modelos construidos a *concept drifts*. Por eso, en Kosina and Gama [2012a] se realiza una extensión del algoritmo *VFDR* con el objetivo de añadirle la capacidad de tratar con datos cuyo concepto subyacente cambia con el tiempo, denominado **AVFDR**. Para ello, a cada una de las reglas del modelo se le incorpora un **mecanismo explícito de detección** de *concept drifts*, de tal forma que cada una de ellas lleva un *control de su desempeño* a través de *métricas de evaluación* para detectarlos. El método que se aplica en cada una de las reglas para detectar *concept drifts* se denomina **SPC**. La idea en la que se basa consiste en calcular el *error de predicción* de cada una de las instancias cubiertas por la regla, de tal forma que dicho error se va actualizando con cada uno de los ejemplos. Cada vez que se realiza una actualización de dicho error, se comprueba el **estado del proceso de aprendizaje** en el que se encuentra la regla, que pueden ser tres: *controlado*, *en alerta* o *fuera de control*. Para averiguar dicho estado, se utilizan el *porcentaje de errores* (p) y su *desviación estándar* (s), asi como unos valores mínimos de esas variables (p_{min} y s_{min}) y una serie de ponderaciones. Si la regla se encuentra en *estado de alerta*, entonces el aprendizaje de la misma se para hasta que se encuentre en estado *controlado*; si se encuentra en estado de *fuera de control*, **se elimina del conjunto de reglas** puesto que el nivel de degradación

de su desempeño es tal que puede afectar negativamente de forma significativa al rendimiento del modelo. Todo esto permite realizar un **podado de las reglas** para que no crezcan excesivamente.

Tabla 3.3: Algoritmos de aprendizaje supervisado para flujos de datos basados en inducción de reglas

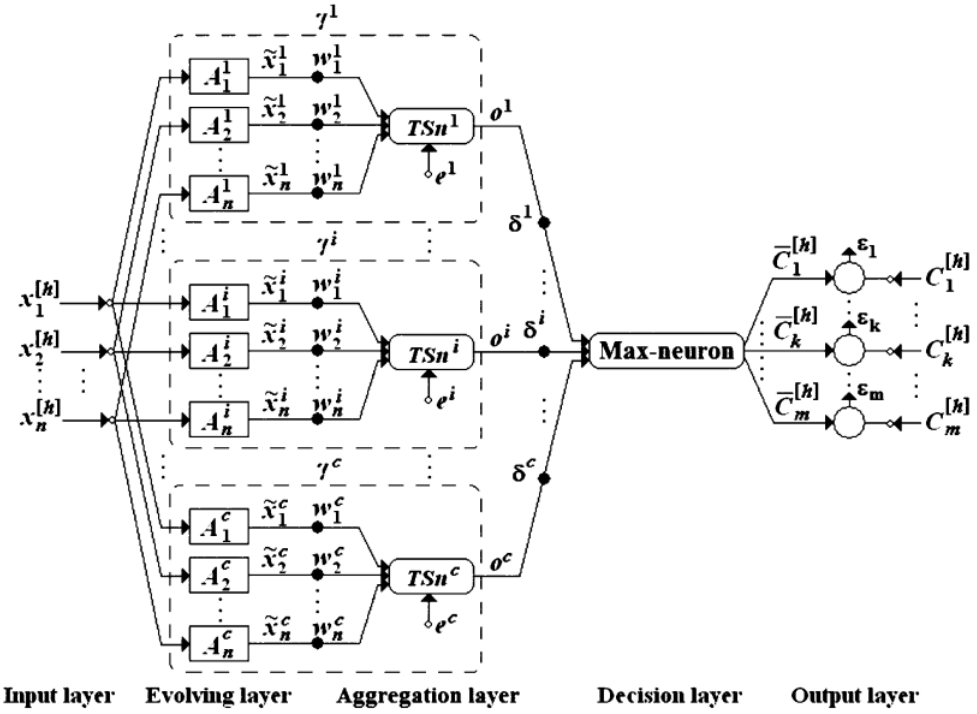
Algoritmo	Detección de *concept drift*	Manejo de *outliers*	Manejo de datos faltantes	Manejo de variables continuas	Manejo de datos de alta dimensión	Manejo del ruido	Manejo de la aparición de nuevos atributos
SCALLOP	Uniendo reglas cercanas y eliminando reglas anticuadas (cada cierto número de ejemplos nuevos)			Si (no se si categóricas también)	No	Si	
FACIL (Ferrer-Troyano et al. [2005])	Pureza de las reglas y mecanismo de olvido (umbral de tiempo e instancias innecesarias)			Si (no categóricas)	No*	Si	
FACIL (Ferrer-Troyano et al. [2006])	Pureza de las reglas y mecanismo de olvido (umbral de tiempo e instancias innecesarias)			Si	No*	Si	
VFDR	No			Si		Si*	
VFDR-MC	No			Si		Si*	
AVFDR	Algoritmo SPC			Si		Si*	

3.2.4. Redes neuronales

Uno de los algoritmos basados en redes neuronales más conocidos para clasificar flujos de datos es el denominado **eGNN** (*evolving granular neural network*), propuesto en Leite et al. [2009]. Este algoritmo se fundamenta en dos pasos: **granular la información numérica de entrada** construyendo *conjuntos borrosos* y **construir la red neuronal a partir de la información granulada**. La red que se

construye es la siguiente:

Figura 3.7: Estructura de una red neuronal granular que evoluciona. Fuente: Leite et al. [2009]



Los gránulos obtenidos del primer paso, que tienen asociada una determinada clase, están definidos por **funciones de pertenencia**, que son *hiperrectángulos difusos* que miden el *grado de pertenencia de una instancia a una determinada clase* (se encargan de la tarea de clasificación). Cada uno de ellos representa un atributo de entrada y en el esquema de la red neuronal se denotan con A_j^i, donde la i representa el gránulo i y j el j-ésimo atributo de la instancia de entrada; de esta manera, establecen *límites de decisión* para discriminar entre diferentes clases. Para construir los gránulos, se utilizan un conjunto de neuronas denominadas *neuronas T-S*, que son implementaciones neuronales de *normas nulas* (unas funciones de agregación que incluyen las T-normas y las S-normas como casos frontera, que son funciones aplicadas a conjuntos borrosos) y que se encargan de **agregar la salida de las funciones de pertenencia** A_j^i. Tras el paso de agregación, en la *capa de decisión* se **comparan los distintos valores de agregación obtenidos de los diferentes gránulos** y aquél que consiga el mayor valor produce como salida un vector en el que se establece un 1 en la posición correspondiente a la clase asociada al gránulo y un 0 en las demás, clasificando de esta manera la instancia a *la clase de dicho gránulo*.

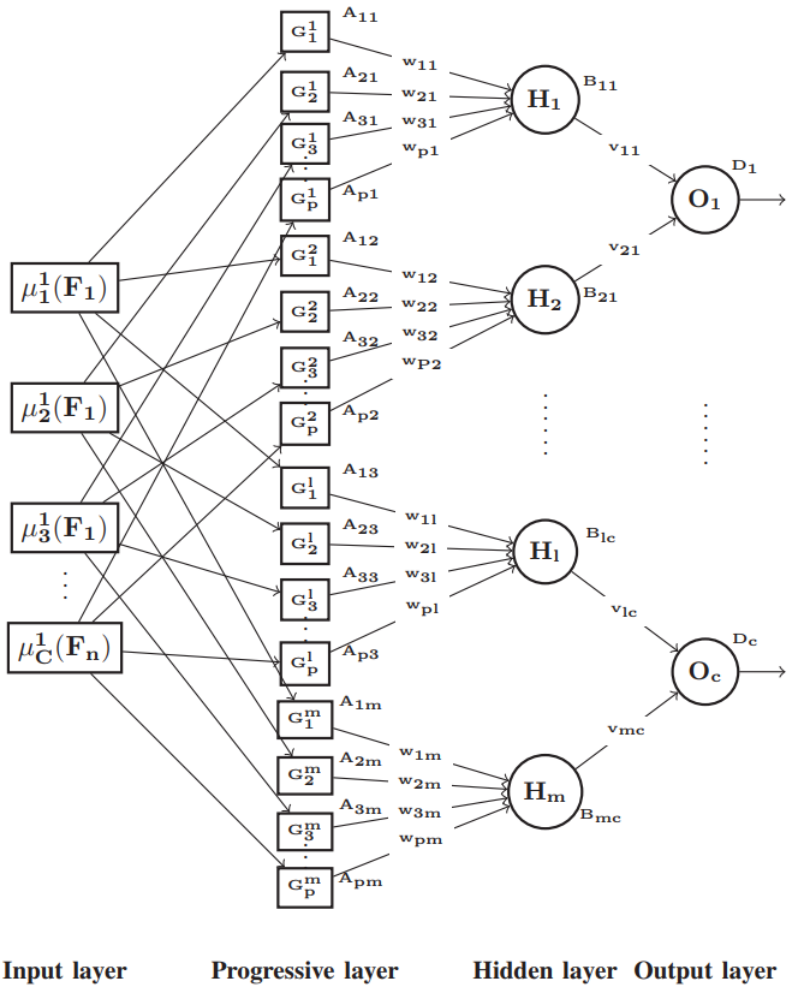
El número de gránulos con el que trabaja el algoritmo es *pequeño* y *no es necesario predefinirlo*, sino que se van creando durante el proceso de evolución del modelo. Si el concepto de los datos cambia con el tiempo, a medida que van llegan-

do nuevas instancias se **crean nuevos gránulos** o se **actualizan los que existen**. Cuando llega una nueva instancia de entrenamiento, pueden ocurrir tres cosas: la nueva instancia se ajusta a **más de un gránulo**, a **un gránulo** o a **ninguno**. En el primer caso, se averigua cual es el gránulo cuyo valor de pertenencia de la nueva instancia al mismo (valor de agregación) es el **mayor** y se adapta dicho gránulo a la instancia modificando los parámetros de la red siempre y cuando la clase del gránulo *coincida con el de la instancia*; en caso contrario, se mira el gránulo con el **segundo mayor valor** y así sucesivamente. En el segundo caso, se adapta el ejemplo al **único gránulo en el que encaja** y, en el tercero, se crea un **nuevo gránulo** que se adecúe al nuevo ejemplo. Los parámetros que se pueden modificar para adaptar los gránulos a los nuevos ejemplos son los **pesos** w_{ji}, que establecen la importancia de cada atributo j en cada gránulo i (se decrementa su relevancia de forma constante a medida que los gránulos son menos recientes para preservar la eficiencia del modelo); los **pesos** δ_i, que se establecen en función de la cantidad de información presente en los gránulos (también se van degradando con el transcurso del tiempo) y los **parámetros de las funciones de pertenencia de los gránulos**.

Con respecto a la propuesta anterior, los autores de la misma la extienden en Leite et al. [2010] para añadirle la capacidad de llevar a cabo un **aprendizaje semisupervisado** del modelo. El algoritmo que utilizan para tratar con instancias cuya clase es desconocida consiste en **etiquetarlas** y, cuando esté disponible la clase de la misma, **procesar el ejemplo de forma normal**. Para llevar a cabo la tarea de etiquetado de la instancia, se calcula el *punto medio de cada uno de los gránulos* y se asigna a la instancia la clase del gránulo cuyo punto medio **se encuentra más cerca de dicha instancia**. Además, en este trabajo **se monitoriza las distancias entre los diferentes gránulos** mediante la construcción de una *matriz de distancias*, de tal forma que si la distancia entre dos gránulos está por debajo de un umbral predefinido, entonces se pueden **reasignar a la misma clase** o **unir**. La distancia entre gránulos también la utilizan para **detectar valores atípicos**, de tal forma que si la distancia entre un gránulo creado por una nueva instancia y los demás gránulos es mayor que un determinado umbral, entonces se considera un *valor atípico*.

En las propuestas Leite et al. [2009] y Leite et al. [2010] la actualización de los pesos de la red se realiza de forma *lineal*, sin tener en cuenta los datos de entrada, lo que supone una desventaja puesto que no tiene en cuenta las no linealidades que pueden estar presentes en el proceso de clasificación de las instancias y, por tanto, la precisión de clasificación se puede ver afectada. De esta manera, para solventar este inconveniente, en Kumar et al. [2016] proponen una red neuronal granular cuyos pesos se aprenden y se actualizan realizando una **retropropagación del error de salida de la red**, de tal forma que la modificación de los pesos se lleva a cabo *teniendo en cuenta los datos*. Aparte de esto, en esta propuesta, para granular los datos de entrada, utilizan un método denominado **granulación por clases** (*class based granulation*, *CB*), que mejora el desempeño del modelo en las tareas de clasificación; debido a estas características, el algoritmo que plantean lo denominan **class based progressive granular neural network** (*CBPGNN*). La red que se obtiene con este algoritmo es la que se expone a continuación:

Figura 3.8: Estructura de la red neuronal construida con el algoritmo CBPGNN. Fuente: Kumar et al. [2016]



Este algoritmo lleva a cabo dos fases de granulación, siendo el primero el empleo del método *CB* sobre las instancias de entrada. La idea sobre la que se basa este método es representar cada uno de los n atributos de las instancias por su **grado de pertenencia a cada una de las** c **clases del problema**, de tal forma que se construye una matriz de tamaño $p = n \times c$ a partir de estos valores; cada uno de los elementos de esta matriz corresponden a los **nodos de la capa de entrada**. Una vez obtenidos los patrones granulados del método *CB*, a partir de éstos se obtienen otros gránulos, que son los **nodos de la capa progresiva** (el número de nodos está definido por el número de características granuladas p y el número de gránulos de alto nivel m), definidos por **funciones de pertenencia trapezoidal**; las funciones de pertenencia trapezoidal miden el *grado de pertenencia de los patrones a dichos gránulos*, que es la salida de los nodos de la segunda capa. Estas salidas se combinan con una serie de pesos en los **nodos de la capa oculta** (representan los m gránulos de alto nivel, que tienen asociada una clase y están conformados por los gránulos de la segunda capa), cuyas salidas se vuelven a agregar en los **nodos de la capa**

de salida, utilizando en cada uno de estos nodos las salidas de aquellos gránulos que pertenezcan a la clase correspondiente. Los valores que producen los nodos de la última capa se utilizan para **etiquetar el patrón granulado**, y si la clase predicha no corresponde con la clase verdadera, entonces los pesos de las distintas capas *se actualizan para reducir el error global del modelo*. Los gránulos de la red neuronal también se actualizan con nuevos patrones granulados que pertenezcan a dichos gránulos.

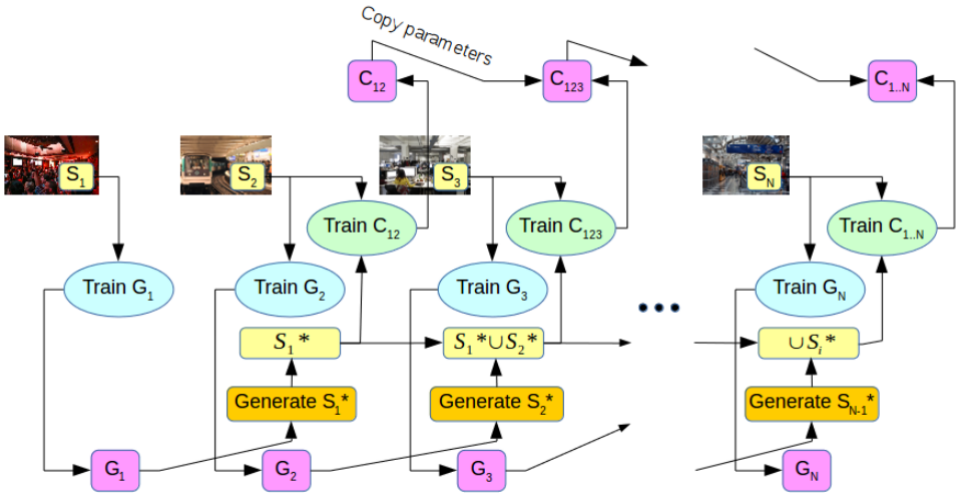
Por otra parte, en Read et al. [2015] proponen utilizar **redes de neuronas profundas** (*deep learning*) para tratar con flujos de datos, a diferencia de las anteriores propuestas, que construyen redes de neuronas *superficiales* (con pocas capas). Concretamente, se centran en resolver *problemas de flujos de datos semisupervisados*. Para ello, sus principales objetivos son utilizar métodos de *deep learning* para proporcionar de forma incremental **mejores representaciones de los flujos de datos** con el objetivo de *mejorar el desempeño de métodos de clasificación de flujos de datos* populares y **desarrollar modelos de redes de neuronas profundas** para llevar a cabo *tareas de clasificación de flujos de datos*. El modelo de *deep learning* en el que se basan para desarrollar los objetivos se denomina **redes de creencias profundas** (*Deep Belief Networks*), que consisten en *máquinas de Boltzmann* apiladas. Cada una de las máquinas de Boltzmann está compuesta por una *capa visible* formada por nodos correspondientes a los valores de los atributos originales de la instancia de entrada y una *capa oculta* compuesta por nodos que establecen una *representación compacta de los patrones subyacentes de los datos de entrada*. La finalidad de estos nodos ocultos es **obtener características que estén más relacionadas con las etiquetas de salida**, de manera que es más fácil llevar a cabo un aprendizaje del modelo para realizar tareas de clasificación.

Para obtener las representaciones del modelo anterior solo utilizan los atributos de la instancia de entrada (de manera *no supervisada*); para llevar a cabo la clasificación de los ejemplos, realizan dos propuestas: el método **DBN-*h*** y el método **DBN-BP**. En el primero, utilizan las características de más alto nivel provenientes de las redes de creencias profundas como **atributos de entrada** para construir un modelo de clasificación para flujos de datos ya existentes como el *KNN* y los *árboles de decisión incrementales* con el objetivo de que su precisión de clasificación sea mayor. En el segundo, **se utiliza directamente la red neuronal para clasificar las instancias** añadiendo una última capa con tantas neuronas como clases existan en el problema, de tal manera que la red se entrena utilizando el *algoritmo de retropropagación*. Con respecto al aprendizaje semisupervisado que realizan en este trabajo, si la instancia no tiene etiqueta, entonces se utiliza para *actualizar las máquinas de Boltzmann* (no utilizan las clases de las instancias); en caso contrario, se emplea para *actualizar el clasificador correspondiente*. En este sentido, se diferencia en la forma de tratar las instancias no etiquetadas de la propuesta planteada en Leite et al. [2010], en la que se necesita la instancia etiquetada para incorporarla al modelo.

Otra propuesta en la que se aborda un método basado en *Deep Learning* para la clasificación de flujos de datos es la planteada en Besedin et al. [2017], donde

proponen un algoritmo que es capaz de adaptarse a la aparición de **nuevas clases** y que mantiene información aprendida previamente **sin almacenar instancias del pasado**. El algoritmo construye una nueva arquitectura de red neuronal basándose en un tipo de arquitectura de neuronas profundas denominado **Generative Adversarial Network** (*GAN*), cuya función principal es *regenerar datos del pasado* para compensar la ausencia de las instancias procesadas, cuya información es valiosa para el aprendizaje en línea del modelo. Concretamente, se utiliza el modelo **DCGAN**, cuya forma de entrenarse es parecido al *GAN* y posee alguna ventaja sobre éste, como la *alta estabilidad en la fase de entrenamiento*. El modelo DCGAN tiene la capacidad de *representar los datos originales sobre los que se entrena* y de *generalizar la distribución de los mismos*, de manera que los datos que genera se pueden utilizar para entrenar un clasificador que tenga un buen desempeño, en lugar de los datos originales. El algoritmo de aprendizaje que proponen es el que se expone en la siguiente figura:

Figura 3.9: Representación esquemática del algoritmo de aprendizaje. Fuente: Besedin et al. [2017]



En primer lugar, el flujo de datos se parte en tantas partes como clases existan, siendo S_i el conjunto de datos correspondiente a la clase i, de tal forma que los datos de entrada se van presentando al modelo **clase por clase**. En primer lugar se proporciona como entrada al algoritmo el conjunto de datos S_1, correspondiente a la primera clase; se entrena un *generador* G_1 para representar los datos originales pertenecientes a la primera clase (un *DCGAN*) y se descarta S_1. A continuación, se proporciona el conjunto de datos S_2, que se utiliza para *entrenar el generador* G_2 y, una vez hecho esto, *se entrena un clasificador que discrimine las dos primeras clases* (C_{12}) proporcionándole un conjunto de datos generado por G_1, denominado S_1^*, y el conjunto de datos original S_2; después se descarta S_2. Tras esto, con S_3 *se entrena el generador* G_3 y *se entrena un clasificador que discrimine entre las tres*

clases procesadas hasta el momento (C_{123}); para ello, se proporciona al mismo el conjunto de datos S_1^* generado por G_1, un conjunto de datos S_2^* generado por G_2 y el conjunto de datos real S_3, además de incorporar en el clasificador los parámetros del clasificador C_12 (ver Figura 3.10). Estos pasos se repiten con todas las clases presentes en los datos hasta que se obtiene un clasificador que contemple cada una de ellas; si aparece una nueva clase en los datos, se sigue el mismo procedimiento comentado con anterioridad.

Figura 3.10: Copia de los parámetros del clasificador anterior y adición de la nueva clase. Fuente: Besedin et al. [2017]

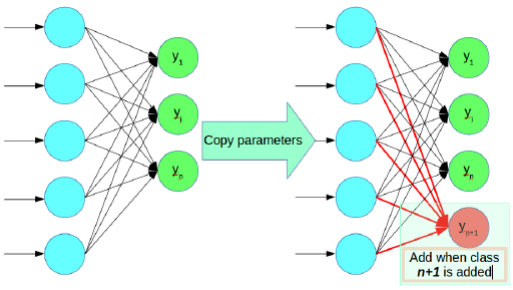


Tabla 3.4: Algoritmos de aprendizaje supervisado para flujos de datos basados en redes neuronales

Algoritmo	Detección de *concept drift*	Manejo de *outliers*	Manejo de datos faltantes	Manejo de variables continuas	Manejo de datos de alta dimensión	Manejo del ruido	Manejo de la aparición de nuevos atributos
eGNN (Leite et al. [2009])	Ajuste de los parámetros de los gránulos y de la red, así como eliminación de gránulos inactivos	Si		Si (no se si categóricas también)	No*		Si* (The eGNN may start learning from scratch and with no prior knowledge of statistical properties of data and classes.)
eGNN (Leite et al. [2010])	Ajuste de los parámetros de los gránulos y de la red, así como eliminación de gránulos inactivos			Si (no se si categóricas también)	No*	Si*	Si* (The eGNN may start learning from scratch and with no prior knowledge of statistical properties of data and classes.)
DBN-h y DBN-BP	No*			Si	Si		No*
CBPGNN	Ajuste de los parámetros de los gránulos y de la red* (no mencionan explícitamente que se eliminen gránulos inactivos, sino que mejora la actualización de los pesos)				Si (no se si categóricas también		Si* (nuevas clases)
Besedin et al. [2017]	DCGAN						Si* (nuevas clases)

3.2.5. k-Vecinos más cercanos

A diferencia de las técnicas de aprendizaje automático vistas anteriormente, el paradigma clasificatorio de ***k*-Vecinos más cercanos** no construye un modelo y realiza tareas de predicción a partir de dicho modelo, sino que se basa en *almacenar instancias* y *clasificar un nuevo ejemplo a partir de su proximidad con esas instancias*, de tal forma que este algoritmo destaca por su *simplicidad*. En el caso del manejo de flujos de datos para llevar a cabo labores de clasificación, el desempeño del *KNN* puede llegar a **ser superior a un algoritmo que se basa en una construcción de un modelo** puesto que éste, debido a la naturaleza dinámica de los flujos de datos, puede *cambiar rápidamente*, de tal forma que hay que *modificar el modelo*. Además, **no realiza suposiciones sobre la forma de la distribución** y aprende la estructura de la hipótesis **directamente de los datos de entrenamiento**; en los flujos de datos normalmente se tiene un conocimiento previo de la distribución de los datos. No obstante, el proceso para encontrar los k vecinos más cercanos de una nueva instancia a clasificar puede ser **lento**, una característica del algoritmo inconcebible en la clasificación de flujos de datos. Se han planteado diferentes propuestas para acelerar la búsqueda de los k vecinos más cercanos, como los *k-d trees* o proporcionando *resultados aproximados con garantías del error que se comete*; sin embargo, dada las propiedades de las mismas, no son adecuadas para tratar flujos de datos.

Para solventar el inconveniente anterior, en Khan et al. [2002] realizan una propuesta de clasificación de *flujos de datos espaciales* basado en KNN que emplea una estructura que representa los datos espaciales de entrada originales sin pérdida de información y de forma compacta denominada **Peano Count Trees** (*P-trees*) (para una implementación del algoritmo más eficiente utilizan una variante denominada *PM-Tree*). Concretamente, esta estructura representa los flujos de datos espaciales *bit a bit* en una disposición recursiva por cuadrantes, de tal forma que permite el cálculo eficiente de los k vecinos más cercanos realizando operaciones lógicas AND/OR en la misma. Usando esta estructura, en este trabajo proponen dos algoritmos basados en dos métricas de distancia para calcular la distancia entre ejemplos: la distancia **max**, que es una distancia Minkowski con parametro $p = \infty$ (ver Ecuación 3.1), y una nueva distancia que proponen los autores de esta propuesta denominada **HOBS**, que se basa en medir la similitud de dos valores usando los *bits más significativos de los m bits de los dos números binarios* que los representan (la similitud se muestra en la Ecuación 3.2 y la distancia en la Ecuación 3.3) puesto que, al buscar la proximidad de estos valores, los bits menos significativos no adquieren tanta relevancia en este proceso.

Además de lo comentado previamente, los algoritmos propuestos, en lugar de analizar individualmente cada una de las instancias almacenadas para calcular los k vecinos más cercanos, van realizando una *expansión de la vecindad de una nueva instancia a clasificar* hasta contener un número k de vecinos más próximos, que puede ser *de forma desnivelada* en ambos lados de los intervalos de valores de los atributos (con la distancia **HOBS**) o *constante* (**Perfect Centering** con la distancia **max**); esta última proporciona una mejor precisión de clasificación a costa

de aumentar un poco el coste computacional. Esta expansión comienza buscando instancias que tengan **coincidencias exactas** con la nueva instancia a clasificar; si el número de ejemplos encontrados es menor que k, entonces **se expande la vecindad del nuevo ejemplo** estableciendo *rangos de valores de los atributos* hasta que se obtenga un número k de vecinos más próximos. En este proceso de búsqueda de estos k vecinos más próximos, puede ocurrir que se obtenga un número de vecinos mayor que k y que haya un conflicto a la hora de escoger los vecinos más próximos por estar presentes en la vecindad posibles candidatos que sean *equidistantes a la nueva instancia* (se encuentran en la *frontera* de la región de vecindad); para tratar este caso, proponen utilizar en los algoritmos una nueva forma de generar el conjunto de vecinos más cercanos denominada **closed-KNN**. En este método se tienen en cuenta tanto las instancias dentro de la vecindad como en la frontera de la misma puesto que aquellas que se encuentran en el borde *aportan información valiosa para la clasificación del nuevo ejemplo*.

$$D(X,Y) = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|^p} \overset{p=\infty}{\Longrightarrow} max_{1\leq i\leq n}|x_i - y_i| \tag{3.1}$$

$$HOBS(A,B) = max\{s|i \leq s \implies a_i = b_i\} \tag{3.2}$$

$$d(A,B) = m - HOBS(A,B) \tag{3.3}$$

Por otra parte, en Law and Zaniolo [2005] proponen el algoritmo denominado **ANNCAD** (*Adaptive NN Classification Algorithm for Data-streams*), que se basa en la idea de realizar una descomposición del espacio definido por los atributos de las instancias de entrenamiento con el objetivo de obtener una **representación multirresolución de los datos** y, a partir de ésta, **encontrar los vecinos más cercanos de una instancia a clasificar de forma adaptativa**. Para llevar a cabo la clasificación del nuevo ejemplo, al igual que en la propuesta Khan et al. [2002], se lleva a cabo una expansión del área cercana a dicho ejemplo hasta poder realizar una predicción de la clase a la que pertenece, pero en este caso dicha expansión se realiza teniendo en cuenta *diferentes niveles de resolución del espacio definido por las variables predictivas* (en lugar de en un mismo nivel de resolución, como ocurre en Khan et al. [2002]).

Para conseguir lo mencionado con anterioridad, se establecen una serie de pasos. El primero de ellos es *particionar el espacio de atributos en espacios discretizados* denominados **bloques** (ver Figura 3.11); para ello, separan las instancias de entrenamiento de las diferentes clases y, para cada una de ellas, se asignan dichas instancias al bloque que les corresponda, de manera que se almacena en cada bloque el **número de instancias que tiene asignadas**. Una vez obtenido dicho número en todos los bloques, se les asocia a los mismos la clase mayoritaria de las instancias que almacenan **de forma jerárquica**, es decir, en *diferentes niveles de resolución* (ver Figura 3.12). De esta forma, primero se les asigna a los bloques correspondientes al nivel de resolución más bajo *la etiqueta mayoritaria* (puede ocurrir que un

bloque no tenga ninguna etiqueta asignada). A continuación, se construyen bloques de un nivel de resolución más alto y se les asigna la **clase mayoritaria** si ésta tiene más puntos que la segunda clase mayoritaria en función de un determinado *umbral*; en caso de que esto no ocurra, se le asigna la etiqueta **M** (*Mixed*). Estos pasos se repiten en niveles de resolución superiores hasta llegar al nivel más alto, compuesto por un solo bloque.

Figura 3.11: Representación del espacio definido por los atributos discretizado en bloques. Fuente: Law and Zaniolo [2005]

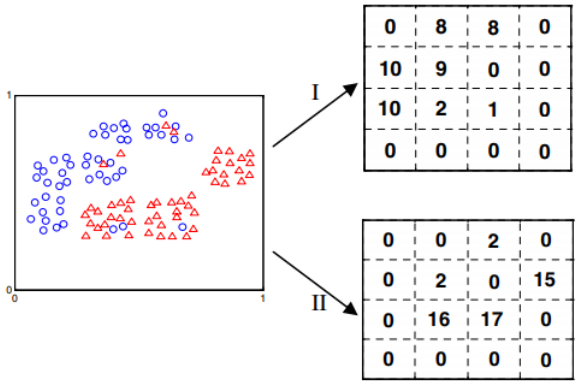
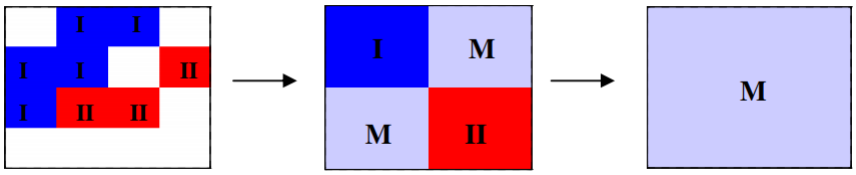


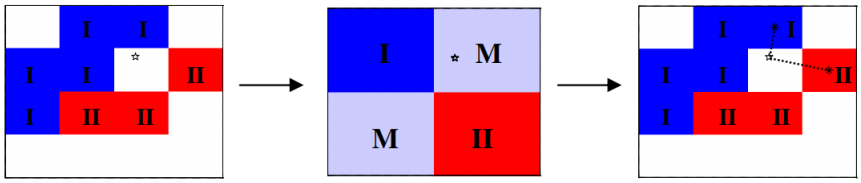
Figura 3.12: Diferentes niveles de resolución para la tarea de clasificación. Fuente: Law and Zaniolo [2005]



Para realizar la clasificación de una instancia, se comienza asignando la misma a un *bloque del nivel de resolución más bajo* (ver Figura 3.13) y se va subiendo de nivel cuando sea necesario. En el proceso de asignación de una etiqueta a un nuevo ejemplo, se pueden dar tres situaciones. La primera consiste en que el bloque al que pertenece la nueva instancia tenga asociada una **clase**; en este sentido, se clasifica dicha instancia a *la clase del bloque*. En segundo lugar, puede que el bloque **no tenga asignada ninguna etiqueta** (tanto de clase como la etiqueta M); en este caso, para poder clasificar la instancia *se sube a un nivel de resolución superior* con el objetivo de encontrar un bloque que tenga una etiqueta asignada. En último lugar, el bloque puede tener asignada la etiqueta **M**; ante esto, se baja un nivel de resolución y *se calculan los bloques más cercanos de dicho nivel a la instancia* (el bloque al que pertenece la instancia en ese nivel no tiene asignado una etiqueta puesto que la instancia ha tenido que subir un nivel de resolución), de manera que *se*

le asigna la clase mayoritaria de esos vecinos. La actualización del modelo cuando llegan nuevas instancias solo se realiza en *aquellos bloques de los diferentes niveles de resolución a los que pertenecen las mismas* , y se adapta a la aparición de *concept drifts* mediante la aplicación de un **mecanismo de olvido exponencial a los datos menos recientes**.

Figura 3.13: Clasificación de una nueva instancia utilizando diferentes niveles de resolución. Fuente: Law and Zaniolo [2005]



Otra propuesta en la que se utiliza el algoritmo de vecinos más cercanos es la planteada en Aggarwal et al. [2006], en la que se desarrolla un **clasificador bajo demanda** utilizando el modelo de *microclustering* definido en Aggarwal et al. [2003] pero *adaptándolo al aprendizaje* supervisado de patrones subyacentes en flujos de datos y empleando dicho modelo para la clasificación de nuevas instancias utilizando el **algoritmo de vecino más cercano**. Un *microcluster supervisado* de un conjunto de instancias está definido por un vector en el que se almacena la *suma de los cuadrados de cada uno de los atributos de las instancias*, la *suma de cada uno de los atributos de las instancias*, la *suma de los cuadrados de los instantes de tiempo en los que llegaron cada una de las instancias*, la *suma de los instantes de tiempo en los que llegaron cada una de las instancias*, el *número de instancias que representa el microcluster* y la *clase asociada al microcluster*. Esta información que se guarda por cada uno de los *microclusters* corresponde a **estadísticas resumidas** de las instancias que contienen (en Law and Zaniolo [2005] en cierta forma también se guarda información resumida de las instancias), de manera que la utilización de dichos *microclusters* supone una ventaja sobre los datos originales puesto que la tarea de clasificación se realiza sobre información más **compacta** (a diferencia de la propuesta Khan et al. [2002], que se basa en los datos originales). La creación inicial de los *microclusters* se realiza **fuera de línea**, de tal forma que se crea el mismo número de *microclusters* para cada una de las clases con el algoritmo *k-means* por separado para cada uno de los conjuntos de instancias pertenecientes a cada una de las clases. Para llevar a cabo el mantenimiento de los *microclusters* a medida que van llegando nuevas instancias, se tiene en cuenta que solo se permite un *número máximo de microclusters*. De esta manera, una nueva instancia que llega se **intenta asociar al *microcluster* más cercano** (utilizando la distancia a su centroide) que tenga su *misma clase*. En el caso de que no se pueda introducir en un *microcluster* debido a que no está lo suficientemente cerca del más cercano, **se crea un nuevo *microcluster* que lo contenga** y, si se supera el máximo número de *microclusters* permitido, es necesario **eliminar un microcluster**, acción que solo se realiza si se

demuestra que no tiene una presencia activa en el flujo de los datos. En caso de que no se demuestre, **se unen dos *microclusters* existentes** que tengan la misma clase.

Para llevar a cabo la tarea de clasificación de flujos de datos, en este trabajo proponen **encontrar el horizonte temporal adecuado** en función de como evolucione el concepto que describe a los datos. Para averiguarlo, en el proceso de entrenamiento de los *microclusters* (comentado anteriormente) se utiliza la *mayoría de los datos*, y se deja una *pequeña porción del flujo de datos* para encontrar el **mejor horizonte de clasificación**. En este proceso de búsqueda, se utiliza una estructura denominada ***geometric time frame***, en la que se guardan **capturas** (*snapshots*) de los estados de los *microclusters* en **diferentes instantes de tiempo con diferentes niveles de granularidad temporal** en función de si son más recientes (mayor granularidad) o menos (menor granularidad). De esta forma, esta estructura permite recuperar los diferentes *microclusters* presentes en un instante de tiempo determinado con el objetivo de testearlo sobre la pequeña porción de datos mencionada anteriormente para calcular el desempeño de la clasificación de los *microclusters* en ese instante de tiempo. Para averiguar dicho desempeño, se utiliza el **algoritmo del vecino más cercano**, que clasifica cada ejemplo a la clase del *microcluster* más cercano. La clasificación de una nueva instancia se realiza **escogiendo un número de horizontes temporales** que obtienen las *mejores precisiones de clasificación* en la pequeña porción de datos reservada con anterioridad; por cada uno de los horizontes temporales se aplica el algoritmo de vecino más cercano sobre la nueva instancia y se le asigna la *clase mayoritaria de dichos horizontes temporales*.

Por otro lado, en Bifet et al. [2013], para tratar el aprendizaje de flujos de datos proponen un algoritmo denominado **probabilistic adaptive window** (*PAW*), cuya finalidad es mejorar el modelo de ventana tradicional incluyendo tanto **instancias recientes como antiguas**. El objetivo de esto es tener en cuenta *información del pasado* (de *concept drifts* que ocurrieron) que puede ser relevante para el modelo a la vez que se utilizan las instancias recientes para adaptar el modelo a los *nuevos posibles cambios del concepto que describe a los datos*. Este algoritmo, en lugar de almacenar una ventana de ejemplos recientes limitada, las nuevas instancias que van llegando se introducen en la ventana y cada uno de los ejemplos de dicha ventana tienen una **probabilidad de ser eliminadas de la misma**, teniendo menos probabilidad de eliminación aquellas que son más recientes, de manera que *se mantiene un compromiso entre el almacenamiento de información del pasado y aquella que es reciente*. Para mantener esta ventana de instancias, se basan en un algoritmo denominado ***Morris approximation counting***, que permite guardar la información de la ventana utilizando solo un *número logarítmico de las instancias incluidas en la misma*. Para realizar la tarea de clasificación, el modelo de ventana *PAW* lo utilizan con el algoritmo **KNN**. Basándose en este algoritmo de clasificación, proponen tres métodos diferentes; el primero de ellos no realiza una detección explícita de *concept drifts* (KNN con PAW); el segundo utiliza el detector de *concept drifts* denominado **ADWIN** (KNN con PAW y ADWIN), que elimina aquellas instancias que no se

corresponden con la distribución de los datos actual (en las anteriores propuestas no se lleva a cabo una detección explícita del *concept drift*) y el tercero es un *método de ensemble* con el primer método como base.

Las propuestas vistas hasta ahora sobre el algoritmo *KNN* para flujos de datos tratan con problemas multiclase. A diferencia de éstas, en Spyromitros-Xioufis et al. [2011] proponen un algoritmo que trata con *clasificación multietiqueta* para flujos de datos utilizando una versión modificada del algoritmo *KNN* denominado **Multiple Windows Classifier** (*MWC*). En este algoritmo, por cada una de las clases, se mantienen *dos ventanas de tamaño fijo*, uno para **ejemplos positivos** y otro para **ejemplos negativos**; esto se realiza debido a que cada una de las clases por separado suele tener su propio ritmo de cambio en el concepto que las describe, es decir, tiene su **propio patrón de cambios de concepto**. De esta manera, tratan cada una de las clases como un *problema de aprendizaje diferente*; en este sentido, utilizan la aproximación **binary relevance** (*BR*), que transforma un problema multietiqueta en un conjunto de problemas de clasificación binaria. En este trabajo aplican esta aproximación debido a que lidia eficientemente con los *concept drifts* entre las distintas etiquetas y con *nuevas clases* entrenando un nuevo clasificador binario para las mismas, además de que se puede *paralelizar*. Este algoritmo, a diferencia de las otras propuestas, trata con el problema de **desbalanceo de clases**; para lidiar con esto, equilibran las instancias positivas y negativas (con *oversampling* y *undersampling* en función de un parámetro denominado *distribution ratio*.

Además de lo mencionado previamente, las múltiples ventanas que se crean no contienen las instancias originales, sino **referencias a las mismas**, que se guardan en una estructura de *cola*; las instancias se almacenan una única vez en un *buffer compartido*. De esta manera, para llevar a cabo la actualización de las ventanas cada vez que llega una nueva instancia, se inserta la misma en las ventanas correspondientes y, si cualquier ventana está llena, se elimina la *instancia menos reciente de la misma*. Para llevar a cabo la tarea de clasificación, se utiliza el algoritmo *KNN* adaptándolo a las estructuras explicadas con anterioridad. De esta manera, primero *se calculan las distancias de todas las instancias del buffer a la nueva instancia* y *se ordenan las mismas de menor a mayor distancia* (al igual que en Khan et al. [2002] se trabaja directamente con las instancias). Tras esto, *se recorre la lista que contiene las instancias ordenadas* con el objetivo de encontrar los k vecinos más cercanos para cada una de las clases; para ello, para cada una de las instancias de la lista, se utilizan las ventanas asociadas a cada una de las clases. Una vez obtenido los k vecinos más cercanos de cada una de las clases, se observa cuál es la clase que ha obtenido más votos.

Tabla 3.5: Algoritmos de aprendizaje supervisado para flujos de datos basados en KNN

Algoritmo	Detección de *concept drift*	Manejo de *outliers*	Manejo de datos faltantes	Manejo de variables continuas	Manejo de datos de alta dimensión	Manejo del ruido	Manejo de la aparición de nuevos atributos	Valor k prefijado
KNN P-trees				Si (creo que categóricas no)				Si (método de prueba y error)
ANNCAD	Mecanismo de olvido exponencial sobre los datos			Si (dan la posibilidad de utilizar cualquier distancia)		Si		No
Clasificación bajo demanda	Horizontes temporales con la estructura *geometric time frame*	Si*		Si (no categóricas)	Si		Si (nuevas clases)	Si (vecino más cercano)
KNN con PAW	PAW y ADWIN			Si* (no menciona explícitamente si continuas y/o categóricas)				Si*
MWC	Múltiples ventanas deslizantes			Si* (no menciona explícitamente si continuas y/o categóricas)			Si (nuevas clases)	Si

3.2.6. Máquinas de vector soporte

Los algoritmos de aprendizaje automático basados en **máquinas de vector soporte**, dado un conjunto de datos de entrenamiento de tamaño N, tienen una complejidad temporal $O(N^3)$ y espacial $O(N^2)$, de manera que no son adecuados para aplicarlos sobre conjuntos de gran tamaño, como ocurre con los flujos de datos. Para adaptar las *máquinas de vector soporte* a la clasificación de una ingente cantidad de datos, así como a la naturaleza cambiante de los mismos, una de las primeras propuestas realizadas teniendo en cuenta esas características es la planteada en Klinkenberg and Joachims [2000]. En la misma se propone un algoritmo que maneje *concept drifts* con máquinas de vector soporte manteniendo una **ventana de ejemplos de entrenamiento** cuyo tamaño se vaya ajustando en cada lote

de datos con el objetivo de adaptarse al comportamiento dinámico de los datos y minimizar el **error de generalización estimado**, que se define en esta propuesta como el número de errores *leave-one-out* dividido por el número total de instancias utilizadas para calcular el error.

El trabajo que realizan se centra en obtener una manera de seleccionar el tamaño adecuado de la ventana *sin la necesidad de que implique la utilización de muchos parámetros* que sean dificiles de ajustar. Para ello, emplean un método denominado **estimaciones $\xi\alpha$**. Este método lleva a cabo una *estimación del desempeño de las máquinas de vector soporte*; para ello, definen un **límite superior** en el número de errores *leave-one-out* en lugar de calcularlos utilizando todas las instancias puesto que conlleva un *costo computacional alto*. Esta estimación del error generalizado se realiza sobre diferentes posibles ventanas (diferentes lotes de datos), de manera que, por cada una de las ventanas, se entrena un *SVM* y se aplica la estimación $\xi\alpha$ sobre un número de instancias correspondientes a las *más recientes* (el mismo número de instancias en todas las posibles ventanas). El tamaño de ventana que se elige es aquél que *minimice la estimación* $\xi\alpha$.

En ocasiones, las instancias provenientes de un flujo de datos puede que no tengan ninguna etiqueta asociada, de manera que *no sabemos la clase a la que pertenece*. En la propuesta anterior se asume que se conoce la clase a la que se clasifica cada instancia disponible; no obstante, los ejemplos no etiquetados pueden aportar información relevante para la construcción de un SVM y mejorar el desempeño del mismo. De esta manera, en Klinkenberg [2001] se extiende el trabajo realizado en Klinkenberg and Joachims [2000] para que sea capaz de tratar con **instancias no etiquetadas** y disminuir la necesidad de utilizar *ejemplos etiquetados* para lidiar con posibles *concept drifts*. La propuesta que llevan a cabo utiliza **máquinas de vector soporte transductivo** que, a diferencia de las *máquinas de vector soporte inductivo* (utilizadas en Klinkenberg and Joachims [2000]), además de basarse en un conjunto de datos de entrenamiento para construir el modelo, tiene también en cuenta un *conjunto de testeo* (datos no etiquetados); de esta manera, se centra en encontrar un etiquetado de las instancias del conjunto de testeo de tal forma que **se halle un hiperlano que separe tanto los datos de entrenamiento como los de testeo con el máximo margen**.

A partir de lo comentado anteriormente, esta propuesta se basa en dos fases. En primer lugar, utilizan el algoritmo planteado en Klinkenberg and Joachims [2000] para encontrar el tamaño adecuado de la ventana para las **instancias etiquetadas** (ignora las instancias no etiquetadas) utilizando las estimaciones $\xi\alpha$ para un SVM *inductivo*. En segundo lugar, se utiliza de forma muy similar el mismo algoritmo para hallar el tamaño apropiado para las **instancias no etiquetadas** utilizando un *SVM transductivo*. Concretamente, se prueban *diferentes tamaños de ventana*, de tal forma que, para cada uno de ellos, se entrena un *SVM transductivo* teniendo en cuenta que las instancias de la ventana están **etiquetadas** y considerando, además de las instancias del conjunto de testeo (no están etiquetadas), que los ejemplos que residen fuera de la ventana **no están etiquetados**; tras esto, se calcula la estimación $\xi\alpha$ en las instancias del conjunto de testeo. Se escoge como tamaño de la ventana

para instancias no etiquetadas aquél que tenga el **mínimo valor** de la estimación $\xi\alpha$. La construcción de dos ventanas, una para *datos etiquetados* y otra para *datos no etiquetados*, se fundamenta en la idea de que el ritmo al que se producen *real concept drifts* o *virtual concept drifts* puede ser diferente.

Otra propuesta realizada para tratar con la complejidad tanto temporal como espacial de las *máquinas de vector soporte* con flujos de datos es la planteada en Tsang et al. [2005], donde proponen el algoritmo denominado **Core Vector Machine** (*CVM*). En este trabajo, abordan el problema de optimización en el que se basa el SVM (encontrar el hiperplano que maximice el margen entre clases) formulándolo como un problema denominado ***minimum enclosing ball*** (*MEB*), en el que se busca obtener la **hiperesfera de radio mínimo que contenga un conjunto de puntos determinado**. Los métodos que buscan esta estructura de forma exacta *no escalan bien a medida que aumentan las dimensiones de los datos*, de tal forma que en este trabajo proponen una aproximación del cálculo del *MEB* denominada **aproximación $\mathbf{1+\epsilon}$**, que se puede obtener eficientemente utilizando *core-sets*. Esta aproximación consiste en encontrar un subconjunto de las instancias de entrada (*core-set*), que denominan *core vectors* (corresponden a los vectores soporte de un determinado *SVM*), que permita obtener una buena representación del conjunto de instancias original, donde la aproximación esta definida por un parámetro ϵ; concretamente, un subconjunto de datos X es un ***core-set*** de un conjunto de datos S si la expansión de su *MEB* por un factor de $(1+\epsilon)$ contiene a S. Una vez que calcula el *MEB* sobre dicha aproximación, el problema establecido por el algoritmo *SVM* se aplica directamente sobre el *MEB*. Este trabajo, a diferencia de la propuesta planteada en Klinkenberg [2001], no es capaz de detectar *concept drifts*; obtiene una representación aproximada del conjunto de datos original, pero puede ocurrir que haya instancias de esa representación que **no aporten información relevante para describir el concepto de los datos** en un instante de tiempo determinado.

En la propuesta anterior, cada iteración del algoritmo *CVM* implica resolver un problema definido sobre el *core-set* que, para hacerlo de forma eficiente, se requiere una **resolución numérica complicada** y, si el tamaño del conjunto de datos es grande, el *core-set* también va a tener un gran tamaño, lo que implica que el algoritmo puede llegar a tener un gran coste computacional. De esta manera, en Tsang et al. [2007] proponen resolver un problema más simple que el *MEB* denominado ***enclosing balls*** (*EB*). En este problema, para hacerlo más sencillo que el *MEB*, establecen el radio de la hiperesfera **fijo**, de tal forma que no se requiere realizar las *resoluciones numéricas anteriores*; se elimina la parte de actualización del radio de la hiperesfera. Además, la hipersefera que se encuentra resolviendo el problema *EB* es similar a la que se obtiene solucionando el problema *MEB* y, por lo tanto, la solución del problema *EB* está **cerca de la solución óptima para el *SVM***.

Los algoritmos propuestos tanto en Tsang et al. [2005] como en Tsang et al. [2007] requieren *múltiples pasadas sobre el conjunto de datos*, característica que no es adecuada para tratar flujos de datos. Por ello, en Rai et al. [2009] presentan un algoritmo de construcción de un modelo *SVM* denominado **StreamSVM**, que revisa cada una de las instancias **una única vez** y, al igual que las otras propuestas,

está basado en el **MEB** de los datos (en Tsang et al. [2007] basado en el *EB*). No obstante, en este trabajo establecen que la forma de construir el *core-set* de las propuestas anteriores *no se puede adaptar al caso de los flujos de datos* puesto que requiere inspeccionar los datos de entrenamiento **más de una vez**. De esta manera, el algoritmo que proponen comienza con una sola instancia, de tal forma que el *MEB* inicial tiene radio 0. Si llega una nueva instancia y el *MEB* actual puede cubrirla, se descarta la instancia; en caso contrario, se actualiza el centro y el radio del mismo. Aquellas instancias que sean cubiertas por el *MEB* definen el *core-set* del conjunto de datos original. Para mejorar su propuesta, plantean la utilización de un **conjunto de hiperesferas** con el objetivo de recordar más *información del pasado*. Concretamente, proponen que **todas las hiperesferas menos una tengan radio 0**, de manera que almacenan una *hiperesfera con radio distinto de 0* y las demás en un buffer como si fueran *instancias individuales*. De esta manera, cuando llega una nueva instancia, si no está cubierta por la hiperesfera con radio distinto de 0, se guarda en el buffer. Cuando se llena el buffer, se actualiza el *MEB* con las instancias del mismo. Esta extensión la denominan el algoritmo ***lookahead***.

Por otra parte, en los algoritmos propuestos tanto en Tsang et al. [2005] como en Tsang et al. [2007] los datos se procesan en modo *batch*, de tal forma que, cuando llega una nueva instancia, se tiene que volver a realizar todo el proceso de entrenamiento para adecuar el modelo a la misma; de esta manera, **no son capaces de realizar una adaptación en línea del modelo**. Para solventar esto, en Wang et al. [2010] proponen un algoritmo denominado ***online CVM*** (*OCVM*), que consta de dos fases principales. La primera de ellas se basa en un **proceso fuera de línea de eliminación de instancias** puesto que muchas de ellas son *redundantes* en el proceso de cálculo del *MEB* aproximado del conjunto original de los datos, lo que ahorra tiempo de cómputo. Para identificar las instancias redundantes, se establece un *límite superior* para la distancia entre el centro de la aproximación del *MEB* en cada iteración y el *MEB* exacto, y este límite superior se utiliza para saber qué instancias son cubiertas por el *MEB* exacto, de tal forma que la eliminación de las mismas *no afecta a la construcción del modelo final*.

Basándose en la realización de la primera fase, las instancias seleccionadas, junto con las nuevas instancias que llegan, se utilizan para llevar a cabo un **ajuste en línea del *CVM***, que es posible debido a la eliminación de instancias innecesarias. Concretamente, se realiza un *ajuste adaptativo* del *MEB*. Esta fase se compone de tres pasos, siendo el primero de ellos un **entrenamiento fuera de línea del SVM inicial con las instancias disponibles al principio** mediante la construcción del *MEB* aproximado. En el segundo paso, a medida que llegan nuevas instancias, se realiza una **expansión del *MEB*** si las instancias no son cubiertas por la hiperesfera que lo define. Una vez que se lleva a cabo este paso, en base al nuevo *MEB* aproximado, **se actualizan los coeficientes del clasificador SVM**. En la propuesta Rai et al. [2009], aunque solo se realice una revisión de cada una de las instancias, las utiliza **todas**, mientras que en ese trabajo no es necesario contemplar todo el conjunto de datos.

Tabla 3.6: Algoritmos de aprendizaje supervisado para flujos de datos basados en máquinas de vector soporte

Algoritmo	Detección de *concept drift*	Manejo de *outliers*	Manejo de datos faltantes	Manejo de variables continuas	Manejo de datos de alta dimensión	Manejo del ruido	Manejo de la aparición de nuevos atributos
Klinkenberg and Joachims [2000]	Estimaciones $\xi\alpha$ para calcular el tamaño de ventana			Si (creo que categóricas no)			
Klinkenberg [2001]	Estimaciones $\xi\alpha$ para calcular los tamaños de ventana para instancias etiquetadas y no etiquetadas			Si (creo que categóricas no)			
CVM	No	No*		Si (creo que categóricas no)	Si (el *core-set* obtenido no depende de la dimensión de los datos)		No*
SCVM (Tsang et al. [2007])	No	No*		Si (creo que categóricas no)	Si (el *core-set* obtenido no depende de la dimensión de los datos)		No*
StreamSVM	No*			Si (creo que categóricas no)	Si*		
OCVM	No*			Si (creo que categóricas no)	Si		No*

3.2.7. Regresión logística

En la literatura de modelos de aprendizaje automático para flujos datos la *regresión logística* no recibe mucha atención puesto que no existe una amplia gama de

artículos que la traten. Una de las propuestas planteadas para adaptar la *regresión logística* a la naturaleza de los flujos de datos es la desarrollada en Anagnostopoulos et al. [2009]. Concretamente, en este artículo proponen realizar una estimación de la regresión logística en línea de forma adaptativa utilizando **factores de olvido**. Debido a los problemas que surgen a la hora de encontrar los estimadores de máxima verosimilitud del modelo de *regresión logística* de forma exacta con la llegada de nuevas instancias, se propone utilizar un método de aproximación de la función de verosimilitud logarítmica denominado **aproximación de Taylor**. La aproximación que realizan *requiere que se revise todo el flujo de datos*, característica que no es adecuada en el tratamiento en línea de los mismos, de tal forma que realizan una modificación de la actualización de los parámetros que intervienen en la aproximación para que contemplen únicamente la **contribución de la nueva instancia**. A las ecuaciones que definen la actualización de los parámetros se les añade **factores de olvido**, de manera que se va disminuyendo de forma *exponencial* la influencia de las estimaciones de los parámetros en tiempos pasados. Para adaptar los factores de olvido a la presencia de *concept drifts*, utilizan un **método de descenso del gradiente estocástico**.

Por otra parte, otra propuesta que tiene en cuenta los posibles cambios en el concepto que describe a un conjunto de datos y que utiliza el modelo de *regresión logística* es la planteada en Liao and Carin [2009], donde desarrollan el algoritmo denominado ***migratory logistic regression*** (*MigLogit*). En este trabajo abordan el problema de aprender un modelo de clasificación de un conjunto de datos de entrenamiento, generada por una determinada distribución, con el objetivo de *generalizarlo a otro conjunto de instancias de testeo* que procede de una **distribución distinta a los datos de entrenamiento**. En esta propuesta, el conjunto de entrenamiento (D^a) tiene todas las instancias etiquetadas, y el conjunto de testeo (D^p) se compone de un conjunto de datos etiquetados (D^p_l) y un conjunto de datos no etiquetados (D^p_u); de esta forma, el objetivo de este trabajo es utilizar el conjunto de datos $\boldsymbol{D^a \bigcup D^p_l}$ para entrenar un clasificador que prediga las clases del conjunto $\boldsymbol{D^p_u}$.

Durante la fase de entrenamiento, debido a que D^a y D^p provienen de diferentes distribuciones, para medir la influencia de las instancias de D^a para entrenar el clasificador con el objetivo de predecir la clase de los ejemplos de D^p_u se añaden unas variables auxiliares denotadas por $\boldsymbol{\mu_i}$, que se asocian a cada una de las instancias de D^a. Específicamente, estas variables auxiliares miden el **grado de disparidad** entre cada uno de los ejemplos de D^a y el conjunto de datos D^p, de tal forma que, cuanto mayor es su valor para una determinada instancia, *mayor es dicha disparidad*, por lo que la instancia influye menos en el proceso de cálculo de los pesos del clasificador. El entrenamiento del modelo de *regresión logística* se realiza utilizando un método denominado *block-coordinate ascent*, donde **se optimizan alternativamente los pesos del clasificador y las variables auxiliares**, fijando los pesos al optimizar las variables auxiliares y viceversa. En la propuesta Anagnostopoulos et al. [2009] utilizan factores de olvido exponencial sobre una serie de parámetros para tratar los *concept drifts*, mientras que en este trabajo utilizan variables auxiliares que miden

la influencia de las instancias sobre el proceso de entrenamiento.

Tabla 3.7: Algoritmos de aprendizaje supervisado para flujos de datos basados en regresión logística

Algoritmo	Detección de *concept drift*	Manejo de *outliers*	Manejo de datos faltantes	Manejo de variables continuas	Manejo de datos de alta dimensión	Manejo del ruido	Manejo de la aparición de nuevos atributos
Anagnostopoulos et al. [2009]	Factores de olvido exponencial		No*	Si (creo que categóricas no)			
MigLogit	Variables auxiliares sobre las instancias		No*	Si (creo que categóricas no)			

3.2.8. Métodos combinados de aprendizaje

Aparte de las ventajas que supone la utilización de *métodos combinados de aprendizaje* frente al uso de un solo clasificador en tareas de predicción, una de las características más importantes de estos métodos con respecto a la clasificación de flujos de datos es su gran capacidad para tratan con el problema de la aparición de **concept drifts**. Su gran relevancia en el manejo de la evolución de la distribución subyacente a los datos ocasiona que su presencia en la literatura de aprendizaje automático para flujos de datos sea *alta*. Esto se refleja en la existencia de revisiones extensas que abordan métodos combinados de aprendizaje para flujos de datos, como se puede apreciar en Gomes et al. [2017a] y en Krawczyk et al. [2017]). Debido a que estas revisiones incluyen un gran número de propuestas, en esta sección se van a abordar otros trabajos que *no están incluidos en dichas revisiones* con el objetivo de **complementar las mismas**.

La mayor parte de los *métodos combinados de aprendizaje* utilizan una aproximación **basada en fragmentos** (*chunk-based*), es decir, dividen el flujo de datos en *fragmentos* y entrenan un *clasificador* para cada uno de ellos; para llevar a cabo la clasificación de una nueva instancia, *combinan los resultados de los modelos* entrenados en cada uno de los fragmentos. Este tipo de técnicas, sean capaces o no de detectar la aparación de nuevas clases, no tienen la capacidad de detectar **clases recurrentes**, es decir, clases que *aparecen en el pasado*, *desaparecen por un largo periodo de tiempo* de manera que los modelos construidos dejan de contemplarla y *reaparece en el flujo de datos*. Si los métodos basados en fragmentos *no detectan nuevas clases*, si una etiqueta deja de existir y desaparece de los modelos, si vuelve a aparecer, **ninguno de los modelos es capaz de detectarla**; en el caso de aquellos que *si pueden detectar las nuevas clases*, las clases recurrentes las tratan como **clases nuevas**, lo que conlleva un gasto computacional innecesario y un incremento del error de clasificación. Ante estos inconvenientes, en Al-Khateeb

et al. [2012] proponen el algoritmo denominado ***CLAss-based Micro classifier ensemble*** (*CLAM*) que, en lugar de ser un algoritmo *chunk-based*, se define como *class-based*, que se fundamenta en la idea de mantener, por cada una de las clases vistas hasta un determinado momento, un ***ensemble* de un número fijo de micro-clasificadores**. En este trabajo el objetivo es *detectar nuevas clases de forma eficiente* y *distinguir entre clases recurrentes y nuevas clases*.

El algoritmo propuesto en este trabajo comienza construyendo un **número determinado de micro-clasificadores iniciales** para cada una de las clases que constituyen el *ensemble* de cada una de ellas. Para construir un micro-clasificador correspondiente a una determinada clase, se escoge un fragmento de datos de entrenamiento, se escogen aquellas instancias que pertenecen a esa clase y, utilizando dichas instancias, se utiliza el algoritmo *k-means* para construir un conjunto de k *micro-clusters*, donde cada uno de ellos representa una **hiperesfera** y la unión de ellas representa el *límite de decisión del micro-clasificador*. Para mantener actualizado los *ensembles* de cada una de las clases, cuando llega un nuevo fragmento de datos, se construye un micro-clasificador para cada una de las etiquetas *teniendo en cuenta las instancias de dicho fragmento pertenecientes a cada una de las clases*, se incluyen dentro de los respectivos *ensembles* y, en cada uno de estos *ensembles*, se elimina aquel micro-clasificador que obtenga el **mayor error de clasificación en el nuevo fragmento de datos**.

Para llevar a cabo la predicción de una nueva instancia, se comprueba si la misma se incluye dentro del límite de decisión definido por cada uno de los *ensembles*, que corresponde a la unión de los límites decisión establecidos por los micro-clasificadores que los componen. Una vez se averiguan los *ensembles* que cubren a la instancia, por cada uno de estos se halla la **mínima distancia entre la instancia y los *micro-clusters* de cada uno de los micro-clasificadores** que los constituyen. Tras esto, se asigna a la instancia la clase a la que pertenece el *ensemble* cuya distancia mínima sea la **menor entre todos los *ensembles***. Puede ocurrir que algunas instancias no sean cubiertas de por ningún ensemble; en este caso, se consideran *universal outliers*, de tal forma que se almacenan y se revisan periódicamente con el objetivo de comprobar si hay muchos *outliers* que están juntos puesto que puede indicar que hay presente una **nueva clase** (los *outliers* no están etiquetados). Para realizar esta comprobación, utilizan una métrica denominada **q-Neighborhood Silhouette Coefficient**, que calcula una serie de micro-clusters de *outliers*, su distancia a los *micro-clusters* de los micro-clasificadores existentes y, en base a estas distancias, unos pesos cuya suma, si es mayor que un determinado valor, establece que existe una nueva clase y se asigna la misma a las instancias no etiquetadas que pertenecen a esa nueva clase. En este trabajo, las *clases recurrentes* se identifican como **clases existentes**.

Otra propuesta de *ensemble* que se basa en cada una de las clases por separado para crear clasificadores, al igual que en Al-Khateeb et al. [2012], es la planteada en Czarnowski and Jędrzejowicz [2014], donde desarrollan el algoritmo denominado ***Weighted Ensemble with one-class Classification based on Updating of data chunk*** (*WECU*). Este trabajo se fundamenta en la idea de descomponer un

problema multiclase en un *ensemble* de clasificadores que se centren en *identificar las instancias de cada una de las clases por separado* (***one-class classification***). Concretamente, construyen una matriz de tamaño fijo en la que *guardan clasificadores para cada una de las clases de diferentes instantes de tiempo*. Para construir los clasificadores de un instante de tiempo determinado a partir de un fragmento de datos S_t, se crea un subconjunto S_t^l por cada clase l presente en los datos, que está compuesto por un conjunto de instancias positivas PS_t^l y un conjunto de instancias negativas US_t^l; de esta manera, se construye un clasificador para la clase l en ese instante de tiempo utilizando PS_t^l, es decir, utilizando **solo instancias positivas** (al igual que en Al-Khateeb et al. [2012]).

A diferencia del trabajo realizado en Al-Khateeb et al. [2012], en esta propuesta **se asigna un peso a cada uno de los clasificadores**, que mide *su influencia en la clasificación de una nueva instancia* y se calcula a partir de su desempeño y del tiempo que lleva incluido en la matriz. La actualización del modelo de *ensemble* se lleva a cabo normalmente **sustituyendo los clasificadores más antiguos de la matriz por los nuevos** obtenidos del nuevo fragmento de datos, excepto si se considera que los clasificadores más antiguos siguen siendo importantes en el *ensemble*; si la suma de los pesos de los clasificadores más antiguos es *mayor que la media de los pesos* del *ensemble*, se mantienen en el modelo y se busca otro conjunto de clasificadores de otro instante de tiempo para llevar a cabo la sustitución. La clasificación de una nueva instancia se determina a través del **voto por mayoría ponderada** y, a diferencia del trabajo realizado en Al-Khateeb et al. [2012], en los experimentos utilizan *árboles decisión* como clasificador base, aunque se pueden utilizar otro tipo de clasificadores.

Las propuestas anteriores están diseñadas para trabajar en entornos donde las instancias llegan en *fragmentos* y para evaluar los componentes de los *ensembles* que construyen *de forma periódica*, sustituyendo los clasificadores más débiles de los mismos por otros nuevos tras recibir un bloque de instancias. Los algoritmos que se basan en estas ideas son capaces de adaptarse a *concept drifts* graduales, pero no a ***concept drifts* abruptos**. A diferencia de los algoritmos de *ensemble* basados en bloque, existe otro tipo denominado *online ensemble*, que se basa en actualizar los componentes de los *ensembles* cada vez que se recibe una nueva instancia, pero tiene un **coste computacional alto** y **no introducen nuevos clasificadores periódicamente**. Para solventar estos inconvenientes, en Sun et al. [2016] proponen un algoritmo de *ensemble* denominado ***Adaptive Windowing based Online Ensemble*** (*AWOE*), que se fundamenta en la combinación de la evaluación periódica de los componentes del *ensemble* con el objetivo de introducir nuevos clasificadores en el mismo y realizar actualizaciones incrementales a medida que llegan nuevas instancias (un *ensemble* híbrido de los dos tipos de *ensemble*). La finalidad de esto es mejorar las reacciones del *ensemble* tanto a *concept drifts* **graduales** como **abruptos**.

En este trabajo, en todo momento se mantiene un número fijo de clasificadores dentro del *ensemble* que, a diferencia de las propuestas anteriores, **no se entrenan para cada una de las clases**. El *ensemble* que proponen incluye un **detector**

de *concept drifts* basado en una ventana adaptativa; para ello, cada vez que se añade una instancia a la ventana utilizan la distancia *Kullback-Leibler* con el objetivo de medir la diferencia entre dos *subventanas* de instancias de igual tamaño que componen la ventana total, de tal forma que si la distancia es mayor que el valor establecido por el *Hoeffding bound*, se detecta un *concept drift* y se elimina la subventana que es menos reciente. El detector de *concept drifts* se utiliza para **establecer el tamaño del bloque de instancias con el que se va a entrenar cada uno de los clasificadores** del *ensemble*.

Para llevar a cabo el entrenamiento de los clasificadores del *ensemble*, a medida que llegan nuevas instancias, éstas se van almacenando en un buffer B, de manera que si el buffer se llena o se detecta un *concept drift*, entonces *se entrena un nuevo clasificador sobre las instancias incluidas en el mismo*; de esta manera, el bloque de datos con el que se entrena cada clasificador es *distinto*. Si en el *ensemble* no caben más clasificadores, al igual que en Al-Khateeb et al. [2012], se sustituye aquel que tenga peor desempeño en ese momento por el nuevo clasificador. Además de los clasificadores que componen el *ensemble*, en el algoritmo se construye de forma incremental un *online learner* con todas las instancias que vienen del flujo de datos con el objetivo de **incluir los ejemplos más recientes en la realización de la predicción de una nueva instancia**; si se detecta un *concept drift*, el *online learner* se reinicializa con B y se sigue entrenando con las instancias que vienen posteriormente. La clasificación se realiza por la **regla de votación por mayoría ponderada** (cada clasificador tiene asociado un peso que se calcula cada vez que llega una nueva instancia y tiene en cuenta unos errores de predicción de cada clasificador). En los experimentos utilizan como clasificador base el *Hoeffding Tree*, aunque se puede utilizar cualquier otro algoritmo de aprendizaje en línea.

Por otro lado, en Gomes et al. [2017b] se propone el algoritmo denominado ***adaptive random forests*** (*ARF*), que se basa en adaptar el algoritmo tradicional *Random Forest* (Breiman [2001]) para realizar tareas de clasificación de flujos de datos. El algoritmo *Random Forest* se basa en combinar un conjunto de árboles de decisión, en el caso de este trabajo *Hoeffding trees*, de manera que dicho conjunto se construye **utilizando la idea del *bagging*** y **realizando selecciones aleatorias de un subconjunto de los atributos que describen a las instancias**. El algoritmo propuesto en este trabajo crea un número determinado de *Hoeffding trees* iniciales, y cada uno de ellos tiene asignado un **peso** que mide su influencia en la clasificación de una nueva instancia. A continuación, cada vez que llega una instancia del flujo de datos, par cada uno de los *Hoeffding Trees* se actualiza **su peso** en base a *la predicción que realiza sobre esa instancia* y **su estructura** utilizando la misma. Para actualizar la estructura de cada *Hoeffding tree*, utilizan una **versión del *bagging* en línea** (Oza and Russell [2001]); en el *bagging* tradicional, si el tamaño del conjunto de entrenamiento tiende a infinito, la probabilidad de que una instancia sea elegida un número k de veces para que forme parte del conjunto de entrenamiento de un clasificador del *ensemble* se distribuye como una **Poisson**. De esta forma, la actualización de un *Hoeffding tree* con una instancia se realiza utilizandola un número k de veces según una distribución de *Poisson*, concretamente

para actualizar los contadores del nodo hoja correspondiente.

Tras llevar a cabo la actualización de los *Hoeffding trees*, se aplica la detección de *concept drifts*. Para ello, en este trabajo se da la posibilidad de poder utilizar cualquier tipo de detector, aunque en los experimientos emplean *ADWIN* y *Page Hinkley Test*. Basándose en el detector, en esta propuesta distinguen entre si se da un ***warning*** o si el ***concept drift ocurre***. Si se produce un *warning*, se comienza a crear un **árbol de decisión alternativo**, de tal forma que si más adelante se detecta un *concept drift* se sustituye el árbol de decisión actual por el alternativo (en la propuesta planteada en Hulten et al. [2001] también crean árboles alternativos cuando se da la presencia de *concept drifts*, pero son subárboles en lugar de un nuevo árbol). Para llevar a cabo la tarea de predicción de una nueva instancia, se utiliza una **votación ponderada** usando los *Hoeffding trees* construidos por el *Random Forest*.

Por otra parte, en Sun et al. [2019] proponen un algoritmo de *ensemble* que, a diferencia de las otras propuestas, trata con flujos de datos **multi-etiqueta**, y se denomina ***Multi-Label ensemble with Adaptive Windowing*** (*MLAW*). Este trabajo se basa en ciertos aspectos en la propuesta realizada en Sun et al. [2016]. El algoritmo que proponen, para detectar cambios en el concepto que describe a los datos, utiliza un método basado en **dos ventanas**, que se basa en el empleo de la *divergencia Jensen-Shannon* para medir la *disimilitud entre dos ventanas de ejemplos*, una representando instancias menos recientes y otra de instancias más recientes; utilizan esta divergencia en lugar de la distancia *Kullback-Leibler* debido principalmente a que la primera tiene la propiedad de ser *simétrica*, mientras que la segunda no. Para llevar a cabo la detección de *concept drifts* tanto *repentinos* como *recurrientes*, primero se inicializan las dos ventanas con el mismo número de instancias, una ventana detrás de otra. Una vez realizado esto, cada vez que llega una nueva instancia, se comprueba la *divergencia Jensen-Shannon* entre las dos ventanas; si esta medida es menor o igual que un umbral definido por el *Hoeffding bound*, se desplaza la segunda ventana una instancia en el flujo de datos y se continúa con la siguiente instancia; en caso contrario, se detecta un *concept drift* y se vuelven a definir las dos ventanas a partir de la instancia del instante de tiempo en el que se produce el mismo. En el caso específico en el que la divergencia sea igual a 0, se establece que se ha encontrado un *concepto recurrente*.

En el algoritmo *MLAW*, cada una de las instancias del flujo de datos se van almacenando en la ventana que incluye a las dos ventanas comentadas anteriormente. Si se detecta un *concept drift*, **se crea un nuevo clasificador**, en este caso *Multi-label Hoeffding Trees* (aunque se puede utilizar otro tipo de clasificador que aborde el aprendizaje en línea), a partir de la segunda ventana; en el entrenamiento de los *Multi-label Hoeffding Trees* se tienen en cuenta **dependencias entre etiquetas** y, para mejorar el rendimiento del clasificador, llevan a cabo una poda de las combinaciones de etiquetas que no son usuales mediante el método **pruned sets** (*PS*), utilizado en los nodos hoja de los árboles. Tras construir el clasificador, si existe espacio en el *ensemble* y el *concept drift* detectado no es recurrente, se introduce en el mismo. En el caso de que no exista espacio, se elimina del *ensemble* aquel que tenga

el **peor desempeño en ese momento**. En el caso de que el *concept drift* detectado sea recurrente, se contempla la reutilización de clasificadores dentro del *ensemble*. La tarea de clasificación se realiza mediante **voto ponderado** de los clasificadores del *ensemble*; estos pesos se utilizan para tratar con *concept drifts* **graduales** y se actualizan cada vez que llega una nueva instancia, calculándose de la misma forma que en Sun et al. [2016].

Tabla 3.8: Algoritmos de aprendizaje supervisado para flujos de datos basados en métodos combinados de aprendizaje

Algoritmo	Clasificador base	Detección de *concept drift*	Manejo de *outliers*	Manejo de datos faltantes	Manejo de variables continuas	Manejo de datos de alta dimensión	Manejo del ruido	Manejo de la aparición de nuevos atributos
CLAM	Micro-clasificadores compuestos por *micro-clusters*	Adición de nuevos micro-clasificadores y eliminación de otros cuyo desempeño de clasificación no sea bueno	Si		Si (creo que categóricas no)	Si*	Si*	
WECU	Árboles de decisión (aunque se pueden utilizar otros tipos de clasificadores)	Sustitución de clasificadores de un instante de tiempo (normalmente los más antiguos) por otros nuevos	No*		Si	Depende del clasificador utilizado*		
AWOE	Hoeffding Tree (aunque se pueden utilizar otros tipos de clasificadores)	Ventana adaptativa con la distancia *Kullback-Leibler* y el *Hoeffding bound*			Si (creo que categóricas no)	Depende del clasificador utilizado*	Si	
ARF	Hoeffding tree	Cualquier método de detección de *concept drifts* (en los experimentos utilizan *ADWIN* y *Page Hinkley Test*)			No	Si	Si*	
MLAW	Multi-label Hoeffding Trees (aunque se puedn utilizar otros tipos de clasificadores)	Pesos de los clasificadores y divergencia de *Jensen-Shannon* en modelo de ventana deslizante			Si (creo que categóricas no)	Depende del clasificador utilizado*	Si*	

3.3. Algoritmos de aprendizaje no supervisado

Debido a la gran popularidad de los algoritmos de **agrupamiento** para realizar clasificación no supervisada, la mayor parte de la literatura relacionada con el desarrollo de modelos de aprendizaje automático que abordan el paradigma de aprendizaje no supervisado sobre flujos de datos se centra en dicho tipo de algoritmos. De esta manera, existen varias revisiones sobre métodos de agrupamiento para flujos de datos (Nguyen et al. [2014], Silva et al. [2014], Aggarwal [2013], Sharma et al. [2018], Mansalis et al. [2018]). En este trabajo vamos a centrarnos en propuestas que abordan **métodos de agrupamiento particionales y jerárquicos**, además de crear, al igual que para los algoritmos de aprendizaje supervisado, **una tabla comparativa entre las mismas** y exponer algunas propuestas más recientes.

3.3.1. Agrupamiento

Una de las propuestas más populares para llevar a cabo un agrupamiento de grandes cantidades de datos y que utilizan muchos otros trabajos para desarrollar sus algoritmos es la planteada en Zhang et al. [1999], donde proponen el algoritmo denominado **BIRCH**. Este algoritmo se fundamenta en la utilización de una estructura denominada ***Clustering Feature*** (*CF*), cuya función es almacenar información de un *cluster* de forma compacta. En esta estructura se almacenan tres campos: el *número de instancias del cluster*, la *suma de las instancias* y la *suma de los cuadrados de las instancias*; a partir de estos campos, se pueden obtener una serie de parámetros necesarios para el proceso de agrupamiento, como el **centroide** del *cluster*, el **radio** y el **diámetro**. Los *clustering features* que representan a los *clusters* en este algoritmo se organizan en una estructura de árbol denominada **CF Tree**. Cada uno de los nodos intermedios del árbol representa un *cluster* que esta compuesto por un número determinado de *subclusters*, cada uno de ellos representado por un *CF* y un puntero a un nodo hijo, de tal forma que cada uno de estos *subclusters* representa un nodo intermedio o un nodo hoja en un nivel inferior del árbol. La estructura de los nodos hojas es similar a la de los nodos intermedios, solo que debe cumplir una restricción relacionada con el diámetro del *cluster* que representa, que **no puede superar un determinado umbral** y el número de *subclusters* que pueden representar los nodos hoja es distinto al de los nodos intermedios.

A la hora de insertar una nueva instancia, se recorre el árbol calculando qué *cluster*, representado en cada nodo, es el más cercano a la instancia (utilizando el **centroide** del *cluster*) hasta que llega a un nodo hoja. Si un *CF* de un *subcluster* del nodo hoja puede absorber la instancia **sin violar la restricción del umbral**, ésta se incluye dentro del *subcluster*. En caso contrario, se crea un nuevo *subcluster* para incluir esa instancia. Si no existe espacio para crear un nuevo *subcluster*, es necesario **dividir el nodo hoja**, convirtiendo a éste en un nodo intermedio; para ello, se escogen los dos *subclusters* del nodo hoja cuya distancia entre ellos sea la mayor y **se crean dos nodos hojas** (hijos del antiguo nodo hoja), de manera que el resto de los *subclusters* se acoplan en esos nuevos nodos hoja teniendo en cuenta

los dos *subclusters* anteriores como *semillas*. Tras este proceso, se actualizan los nodos intermedios por los que pasa la nueva instancia para añadir las características de la misma al árbol y para los posibles cambios que pueda haber realizado en la estructura.

La propuesta anterior tiene el inconveniente de que no tiene **garantías teóricas** en su desempeño con respecto a grandes cantidades de datos. Por ello, un algoritmo que si tiene dichas garantías para tratar con flujos de datos es el denominado **STREAM**, propuesto en O'Callaghan et al. [2002]. En este trabajo se centran en resolver el problema de agrupamiento ***k*-medianas**, una variante del algoritmo *k-medias* que se basa en encontrar las k medianas (centros de los *clusters*) que minimicen las distancias entre cada una de las *instancias* y *su mediana más cercana*. Este problema es *NP-duro*, de tal forma que en esta propuesta plantean obtener un aproximación del mismo utilizando un algoritmo denominado **LSEARCH**, un algoritmo de búsqueda local que se fundamenta en resolver una variante del k-medianas denominado ***facility location***. Este problema se diferencia del k-medianas en que no se especifica el número de *clusters* a construir, sino que **se asigna un coste a cada una de las medianas** o *facilities* y se minimiza una función que tiene en cuenta esos costes, que multiplican al número de medianas que haya en cada iteración.

Para resolver el problema de *k-medianas* a partir del problema de *facility location*, utilizan el algoritmo *LSEARCH* con el objetivo de **buscar los costes que den lugar a la construcción de *k* centros**. De esta manera, comienzan con una solución inicial y, mientras no se obtengan k medianas y el parámetro de control ϵ permita seguir mejorando la solución, se van realizando diferentes llamadas a la resolución del problema de *facility location*, utilizando la solución de un problema para resolver el siguiente. El algoritmo *LSEARCH* se aplica en *cada uno de los fragmentos de datos del flujo de datos*, de tal forma que, de cada uno de ellos, se obtienen un *conjunto de medianas* y en memoria solo se mantienen dichas medianas. Cuando la memoria se llena, se vuelve a aplicar el algoritmo *LSEARCH* sobre las medianas anteriores para obtener un *grupo de medianas más reducido*.

En la propuesta anterior, al realizar la unión de los *clusters*, **no se pueden dividir los clusters** cuando la evolución del flujo de datos lo requiera en una etapa posterior; de esta manera, los *clusters* se van construyendo en base a *todo el flujo datos*, lo que puede ser un inconveniente si la información menos reciente no es relevante para el desempeño del modelo en instantes de tiempo posteriores. Por lo tanto, no tiene en cuenta la naturaleza dinámica de los datos y, en este aspecto, en Aggarwal et al. [2003] se propone el algoritmo denominado **CluStream**, que está compuesto por dos componentes. El primero corresponde a un componente *en línea* cuya función es **almacenar de forma periódica información compacta**, y el segundo es un componente *fuera de línea* que utiliza las estructuras proveniente del primer componente para **producir información de más alto nivel**.

Para compactar la información proveniente del flujo de datos en el componente *en línea*, se utilizan unas estructuras denominadas **micro-clusters**, que son una extensión temporal de la estructura *cluster feature vector* que proponen en Zhang

et al. [1999]. El *micro-cluster* se adelantó al abordar la propuesta Aggarwal et al. [2006], solo que en este caso no se añade la *etiqueta clase* al *micro-cluster*; de esta manera, en este trabajo un *microcluster* está definido por un vector en el que se almacena la *suma de los cuadrados de cada uno de los atributos de las instancias*, la *suma de cada uno de los atributos de las instancias*, la *suma de los cuadrados de los instantes de tiempo en los que llegaron cada una de las instancias*, la *suma de los instantes de tiempo en los que llegaron cada una de las instancias* y el *número de instancias que representa el microcluster*. Estas estructuras están almacenadas en diferentes instantes de tiempo denominados ***snapshots***, que se almacenan en diferentes niveles de granularidad temporal en una estructura denominada ***pyramidal time frame***, de tal forma que en los instantes de tiempos recientes la granularidad temporal es *mayor*. Inicialmente se crean un número determinado de *micro-clusters* con el algoritmo *k-means* y, cuando llega una nueva instancia, se intenta asignar a un *micro-cluster* existente; en el caso de que no sea posible debido a que supera el límite máximo de todos los *micro-clusters*, obtenido por la información almacenada en ellos, **se crea un nuevo micro-cluster**. En el caso de que no se puedan crear más *micro-clusters*, se contempla si es seguro eliminar uno de ellos teniendo en cuenta la *información temporal de los mismos*; si no se puede llevar a cabo la eliminación de un *micro-cluster*, se procede a la unión de los dos *micro-clusters* existentes más cercanos.

En base a las estructuras construidas en el componente *en línea*, en el componente *fuera de línea* se crean **agrupamientos de mayor nivel** con el algoritmo *k-means*. Este componente requiere que se le pase como entrada, aparte de las estructuras del componente *en línea*, el **número de *clusters* que se quiere obtener** y el **horizonte temporal a partir del cuál se quieren calcular** (intervalo de tiempo). Para crear los *clusters* en un horizonte temporal h determinado, se utiliza la estructura *pyramidal time frame*, de tal forma que se realiza la resta entre los *clusters* presentes en el instante de tiempo actual t y los *clusters* que existían en un instante de tiempo justo anterior a $t - h$.

Otra propuesta que aborda un método de agrupamiento particional es el planteado en Ackermann et al. [2010], en el que desarrollan el algoritmo denominado **StreamKM++**. Este algoritmo se fundamenta en la utilización de *coresets*, que están constituidos por un *subconjunto de instancias del conjunto original* de tal forma que el coste del agrupamiento que se haga sobre ellos es una **aproximación** del coste de agrupar los datos del conjunto original con un error pequeño; así, en este trabajo realizan el agrupamiento de los datos del *coreset* con el objetivo de obtener una **solución aproximada para el conjunto de datos original de forma eficaz**. Para llevar a cabo la construcción de los *coresets*, emplean un método similar a *k-means++* (algoritmo que se utiliza para la selección eficiente de los valores iniciales o *semillas* en el algoritmo *k-means*) y, para hacerlo más eficiente, utilizan una estructura de datos denominada *coreset-tree*, que permite reducir el espacio de búsqueda de los *coresets*. Esta estructura es un árbol binario que se relaciona con un *agrupamiento jerárquico divisivo* de todo el conjunto de datos, de tal forma que los representantes de las instancias incluidas en cada una de las hojas del árbol

representan **los puntos del *coreset***.

En esta propuesta, para mantener un pequeño *coreset* sobre el que llevar a cabo el agrupamiento particional, utilizan una técnica denominada ***merge and reduce***. En esta técnica se mantienen un conjunto de *cubos*, de tal forma que en cada uno de ellos se van introduciendo instancias. Cuando se llenan, se procede a **unir cubos** y se aplica una **técnica de reducción** sobre los mismos, que consiste en construir los *coresets* empleando la estructura de datos *coreset-tree* mencionada con anterioridad. De esta forma, se puede obtener en cualquier instante de tiempo un agrupamiento de k *clusters* a partir del *coreset* utilizando el algoritmo *k-means* (se van construyendo diferentes *coresets* cuando se unen cubos pero en cada instante de tiempo se mantiene uno solo, que se forma en base a *coresets* anteriores). Este trabajo tiene similitud con la propuesta planteada en Aggarwal et al. [2003] puesto que el proceso de agrupamiento se realiza sobre información más compacta; no obstante, en Aggarwal et al. [2003] se realiza sobre estructuras que *resumen un conjunto de puntos*, mientras que en este trabajo se realiza sobre un *subconjunto de los datos*. Además, al crear los *coresets* a partir de otros *coresets*, se está incluyendo información del pasado que podría afectar negativamente al desempeño del algoritmo debido a la aparición de *concept drifts*, al igual que en O'Callaghan et al. [2002].

Por otra parte, otra propuesta relacionada con agrupamiento de flujos de datos es la planteada en Fichtenberger et al. [2013], donde se propone el algoritmo denominado **BICO**, que combina las estructuras de datos utilizadas en la propuesta Zhang et al. [1999] con la utilización de los *coresets* vistos en Ackermann et al. [2010]. Concretamente, *BICO* mantiene una estructura de árbol similar a *BIRCH*, pero en cada uno de los nodos mantiene un **representante**, de forma similar al *StreamKM++*. A la hora de introducir una nueva instancia en la estructura de árbol, la idea de *BICO* es mejorar la toma de decisión de donde colocar dicha instancia de tal forma que se **minimice el coste del conjunto de instancias representadas por cada uno de los *CF*** (la suma de los cuadrados de las distancias de las instancias al centroide). De esta forma, cuando llega una nueva instancia, el algoritmo busca en el nivel actual el *cluster* más cercano a la misma y, si se encuentra fuera de un radio R establecido como umbral con respecto al centroide más cercano o si no hay ningún *CF* en el nivel actual, **se crea un nuevo *CF* como un nodo hijo** del padre del *CF* actual más cercano. En caso contrario, si al añadir la instancia al *CF* más cercano el coste del *CF* no supera un umbral T, **se asigna la instancia al mismo**; en caso contrario, se va a los nodos hijos del *CF* actual más cercano a la nueva instancia y se repite el proceso anterior.

En el caso de que el árbol crezca enormemente, **se duplica el umbral de coste** T y **se reconstruye el árbol** uniendo *subclusters* cuyo coste al fusionarse esté por debajo de T. En el algoritmo *BIRCH*, al llevar a cabo la reconstrucción del árbol, puede que tenga como resultado uno diferente al que se hubiera obtenido con el umbral modificado que utiliza el algoritmo pero desde el principio; en cambio, en el algoritmo *BICO*, al modificar el umbral de coste para disminuir el tamaño del árbol, la reconstrucción que llevan a cabo es **más cercana al que se hubiera construido con el umbral modificado desde el principio** que en *BIRCH*. El

algoritmo *BICO* no calcula una solución, sino que representa las instancias del flujo de datos de forma compacta; para obtener un agrupamiento de los datos, utilizan el algoritmo *k-means++* sobre un *coreset* compuesto por **los centroides de todos los *CF* presentes en el árbol**.

En las propuestas anteriores es necesario establecer el número k de *clusters* a obtener; no obstante, los conceptos que subyacen a los flujos de datos pueden cambiar, por lo que esta estrategia *no es adecuada para las características de estos datos*. Por lo tanto, en Anderson and Koh [2015] proponen el algoritmo denominado **StreamXM**, que no requiere una selección previa del número de *clusters* a construir; concretamente, proponen dos variantes: *StreamXM with Lloyds* y *StreamXM*. En el primero, se compacta un fragmento de instancias en un *coreset* de forma parecida al *StreamKM++* y, tras esto, se aplica sobre el *coreset* el algoritmo denominado **X-means** con el objetivo de **hallar el agrupamiento óptimo dado un rango de posibles valores para** k; para ello, va realizando particiones recursivas con k igual a 2 y utilizando la métrica *BIC* (*Bayesian Information Criterion*) para evaluar que partición es la más adecuada. Tras llevar a cabo esto, se ejecuta el algoritmo *k-means++* en el *coreset* cinco veces (por aspectos de rendimiento) con el valor k igual al obtenido con el algoritmo *X-means*. Se escoge el agrupamiento de k clusters de la ejecución que **mejor coste tenga de las cinco ejecuciones del algoritmo *k-means++* y de la ejecución del *X-means***.

La segunda variante es similar a la primera, pero en este caso no utilizan el algoritmo *k-means++*. En su lugar, aplican el algoritmo *X-means* sobre el *coreset* **un número de iteraciones determinado**, de manera que esto permite obtener diferentes agrupamientos sin tener establecido un número k de *clusters*, como ocurría en la primera variante; se escoge el agrupamiento que tenga **el mínimo coste**. En las dos variantes el algoritmo se aplica para cada uno de los fragmentos de datos, y se utiliza la técnica ***merge reduce***, como en la propuesta *StreamKM++*.

Tabla 3.9: Algoritmos de aprendizaje no supervisado basados en agrupamiento

Algoritmo	Tipo de agrupamiento	Detección de *concept drift*	Manejo de *outliers*	Manejo de datos faltantes	Manejo de variables continuas	Manejo de datos de alta dimensión	Manejo del ruido	Manejo de la aparición de nuevos atributos
BIRCH	Jerárquico aglomerativo	No	Si		Si (creo que categóricas no)		Si	No*
STREAM	Particional	No	No		Si	No	Si*	No*
CluStream	Particional	Creación, eliminación y unión de *micro-clusters*, así como la utilización de la estructura *pyramidal time frame*	Si		Si (creo que categóricas no)	No		No*
StreamKM++	Particional (aunque utiliza un agrupamiento aglomerativo para aplicar el *k-means++*)	No			Si (creo que categóricas no)	Si	Si*	No*
BICO	Particional (aunque utiliza un agrupamiento aglomerativo para aplicar el *k-means++*)	No			Si (creo que categóricas no)	Si	Si	No*
StreamXM	Particional	Número de clusters variable			Si (creo que categóricas no)	Si	Si*	No*

3.4. Redes bayesianas para el descubrimiento de conocimiento

3.5. Conjuntos de datos frecuentes en flujos de datos

En la literatura de aprendizaje automático para flujos de datos existe una variedad de conjuntos de datos que se utilizan con asiduidad dadas sus propiedades. A continuación se exponen los más frecuentes:

- **SEA Concepts Generator**. Es un conjunto de datos artificial definido por *tres atributos*, donde los dos primeros son relevantes, y *dos clases*, además de haber presente un 10 % de ruido. Además, contiene 60,000 ejemplos, presenta *concept drift* abrupto y todos los atributos tienen valores entre 0 y 10. Los ejemplos se dividen en *cuatro bloques*, cada uno de ellos con diferentes conceptos, de tal forma que, en cada bloque, una instancia pertenece a la clase 1 si $f1 + f2 \leq \theta$, donde $f1$ y $f2$ representan los dos primeros atributos y θ es un umbral establecido entre las dos clases. Los umbrales utilizados en cada uno de los bloques son 8, 9, 7 y 9.5.

- **Rotating Hyperplane**. La orientación y posición de un hiperplano en el espacio d-dimensional se cambia para producir un *concept drift*. Este conjunto de datos tiene características iguales a las de *SEA*, pero contiene un *concept drift* gradual. Concretamente, en este conjunto de datos las etiquetas de clase dependen de la *ubicación de los puntos bidimensionales* en comparación con un hiperplano que rota durante el curso del flujo de datos. La rotación comienza con un cierto ángulo cada 1000 instancias, comenzando después de las primeras muestras de 10,000 instancias, siendo los ángulos 20, 30, y 40.

- **Random RBF Generator**. Es un generador de datos provenientes de una **función de base radial**. Comienza generando un número fijo de **centroides aleatorios**. Cada centro tiene una *posición aleatoria*, una *única desviación estándar*, *etiqueta de clase* y *peso*. Se generan nuevos ejemplos seleccionando un centro al azar, teniendo en cuenta los pesos de tal manera que los centros con mayor peso tengan *más probabilidades de ser elegidos*. Se elige una dirección aleatoria para desplazar los valores de los atributos desde el punto central. La longitud del desplazamiento se extrae aleatoriamente de una *distribución gaussiana* con una desviación estándar determinada por el centroide elegido. El centroide elegido también determina la *etiqueta de clase del ejemplo*. Esto crea una **hiperesfera de ejemplos normalmente distribuida** alrededor de cada punto central con densidades variables.

- **LED Generator**. Este generador produce **dígitos** que se muestran en una pantalla LED de siete segmentos descritos por 24 atributos binarios, donde 17

de ellos son *irrelevantes* (los relevantes son los 7 atributos correspondientes a cada uno de los segmentos). Además, por cada uno de los dígitos, añade ruido, de manera que cada uno de los atributos tiene una probabilidad del 10 % de que su valor sea *invertido*.

- **Forest Covertype**. Contiene el tipo de cubierta forestal para celdas de 30 x 30 metros obtenido a partir de datos del *Servicio Forestal de los Estados Unidos*. Contiene 581012 instancias y 54 atributos cartográficos continuos y categóricos. El objetivo es predecir el tipo de cubierta forestal de una determinada área.

- **KDDCUP 99**. Este conjunto de datos se utilizó en la competición *KDD Cup 1999*. Contiene cuatro millones de *registros de conexión* TCP de dos semanas del tráfico de red LAN gestionado por *MIT Lincoln Labs*. Cada registro puede corresponder a una conexión *normal* o a una *intrusión* (o ataque). Los ataques se dividen en *22 tipos* y, como resultado, los datos contienen un total de *23 clases*, incluida la clase para conexiones normales. La mayoría de las conexiones en este conjunto de datos son normales, pero, ocasionalmente, puede haber una ráfaga de ataques en ciertos momentos. Además, cada registro de conexión de este conjunto de datos contiene *42 atributos*, tanto continuos como categóricos. Los ataques se engloban en cuatro categorías: *DOS* (denegación de servicio), *R2L* (acceso no autorizado desde una máquina remota), *U2R* (acceso no autorizado a privilegios de superusuario local) y *sondeo* (vigilancia y otros sondeos). Los datos de *test* no son de la misma distribución de probabilidad que los datos de entrenamiento y también hay nuevos tipos de ataques que no están en los datos de entrenamiento, concretamente 14.

- **Waveform**. Este conjunto de datos contiene 5,000 instancias y 40 atributos, de los cuales los 19 últimos son *atributos ruidosos*, cuyo ruido esta definido con media 0 y varianza 1. Además, contiene 3 clases, que corresponden a **tres tipos diferentes de ondas**, de manera que las instancias de cada una de las clases se generan a partir de una *combinación de ondas base*, y cada una de ellas se corrompe con ruido con media 0 y varianza 1. De esta manera, el objetivo es determinar el **tipo de onda**. El conjunto de datos consta de un 33 % de instancias pertenecientes a cada una de las clase.

Capítulo 4

Conclusiones y líneas futuras de trabajo

Apéndice A

Anexos

Bibliografía

Sigmoid function, a. URL https://en.wikipedia.org/wiki/Sigmoid_function. Accessed: 02-05-2019.

What is the difference between k-means and hierarchical clustering?, b. URL https://www.quora.com/What-is-the-difference-between-k-means-and-hierarchical-clustering. Accessed: 03-05-2019.

Ejemplos de análisis cluster, c. URL https://www.ugr.es/~mvargas/3.DosEjesanalisisclusteryCCAA.pdf. Accessed: 04-05-2019.

M. R. Ackermann, M. Märtens, C. Raupach, K. Swierkot, C. Lammersen, and C. Sohler. Streamkm++: A clustering algorithm for data streams. *ACM Journal of Experimental Algorithmics*, 17, 2010.

C. Aggarwal, J. Han, J. Wang, P. Yu, T. J. Watson, and R. Ctr. A framework for clustering evolving data streams. 06 2003.

C. C. Aggarwal. A survey of stream clustering algorithms. In *Data Clustering: Algorithms and Applications*, 2013.

C. C. Aggarwal. A survey of stream classification algorithms. In *Data Classification: Algorithms and Applications*, 2014.

C. C. Aggarwal, J. Han, J. Wang, and P. S. Yu. A framework for on-demand classification of evolving data streams. *IEEE Trans. on Knowl. and Data Eng.*, 18(5):577–589, May 2006. ISSN 1041-4347. doi: 10.1109/TKDE.2006.69. URL http://dx.doi.org/10.1109/TKDE.2006.69.

T. Al-Khateeb, M. M. Masud, L. Khan, C. Aggarwal, J. Han, and B. Thuraisingham. Stream classification with recurring and novel class detection using class-based ensemble. In *2012 IEEE 12th International Conference on Data Mining*, pages 31–40, Dec 2012. doi: 10.1109/ICDM.2012.125.

S. V. Alex Smola. *Introduction to Machine Learning*. Cambridge University Press, 2008.

C. Anagnostopoulos, D. K. Tasoulis, N. Adams, and D. Hand. Temporally adaptive estimation of logistic classifiers on data streams. *Advances in Data Analysis and Classification*, 3:243–261, 12 2009. doi: 10.1007/s11634-009-0051-x.

R. Anderson and Y. S. Koh. Streamxm: An adaptive partitional clustering solution for evolving data streams. pages 270–282, 09 2015. ISBN 978-3-319-22728-3. doi: 10.1007/978-3-319-22729-0_21.

A. Besedin, P. Blanchart, M. Crucianu, and M. Ferecatu. Evolutive deep models for online learning on data streams with no storage. In *ECML/PKDD 2017 Workshop on Large-scale Learning from Data Streams in Evolving Environments*, pages–, Skopje, Macedonia, September 2017.

C. Bielza and P. Larranaga. Discrete bayesian network classifiers: A survey. *ACM Computing Surveys*, 47:1–43, 07 2014. doi: 10.1145/2576868.

A. Bifet and R. Gavaldà. Adaptive learning from evolving data streams. In N. M. Adams, C. Robardet, A. Siebes, and J.-F. Boulicaut, editors, *Advances in Intelligent Data Analysis VIII*, pages 249–260, Berlin, Heidelberg, 2009. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-03915-7.

A. Bifet and R. Gavaldà. Learning from time-changing data with adaptive windowing. volume 7, 04 2007. doi: 10.1137/1.9781611972771.42.

A. Bifet, G. Holmes, B. Pfahringer, and E. Frank. Fast perceptron decision tree learning from evolving data streams. In M. J. Zaki, J. X. Yu, B. Ravindran, and V. Pudi, editors, *Advances in Knowledge Discovery and Data Mining*, pages 299–310, Berlin, Heidelberg, 2010. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-13672-6.

A. Bifet, B. Pfahringer, J. Read, and G. Holmes. Efficient data stream classification via probabilistic adaptive windows. In *Proceedings of the 28th Annual ACM Symposium on Applied Computing*, SAC '13, pages 801–806, New York, NY, USA, 2013. ACM. ISBN 978-1-4503-1656-9. doi: 10.1145/2480362.2480516. URL `http://doi.acm.org/10.1145/2480362.2480516`.

H. Borchani, P. Larraòaga, and C. Bielza. Classifying evolving data streams with partially labeled data. *Intell. Data Anal.*, 15(5):655–670, Sept. 2011. ISSN 1088-467X. doi: 10.3233/IDA-2011-0488. URL `http://dx.doi.org/10.3233/IDA-2011-0488`.

L. Breiman. Bagging predictors. *Machine Learning*, 24(2):123–140, Aug 1996. ISSN 1573-0565. doi: 10.1007/BF00058655. URL `https://doi.org/10.1007/BF00058655`.

L. Breiman. Random forests. *Machine Learning*, 45(1):5–32, Oct 2001. ISSN 1573-0565. doi: 10.1023/A:1010933404324. URL `https://doi.org/10.1023/A:1010933404324`.

L. Breiman, J. H. Friedman, R. A. Olshen, and C. J. Stone. Classification and regression trees. 1984.

J. C. Schlimmer and D. Fisher. A case study of incremental concept induction. pages 496–501, 01 1986.

D. Cheng, S. Zhang, Z. Deng, Y. Zhu, and M. Zong. knn algorithm with data-driven k value. pages 499–512, 12 2014. doi: 10.1007/978-3-319-14717-8_39.

I. Czarnowski and P. Jędrzejowicz. Ensemble classifier for mining data streams. *Procedia Computer Science*, 35:397 – 406, 2014. ISSN 1877-0509. doi: https://doi.org/10.1016/j.procs.2014.08.120. URL `http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050914010850`. Knowledge-Based and Intelligent Information Engineering Systems 18th Annual Conference, KES-2014 Gdynia, Poland, September 2014 Proceedings.

A. P. Dempster, N. M. Laird, and D. B. Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. *JOURNAL OF THE ROYAL STATISTICAL SOCIETY, SERIES B*, 39(1):1–38, 1977.

T. G. Dietterich. Ensemble methods in machine learning. In *Multiple Classifier Systems*, pages 1–15, Berlin, Heidelberg, 2000. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-540-45014-6.

P. Domingos and G. Hulten. Mining high-speed data streams. *Proceeding of the Sixth ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, 11 2002. doi: 10.1145/347090.347107.

M. S. E. Ntoutsi and A. Zimek. Lecture 8: Velocity: Data streams: Clustering, 2015.

F. Ferrer-Troyano, J. Aguilar-Ruiz, and J. Riquelme. Discovering decision rules from numerical data streams. pages 649–653, 01 2004. doi: 10.1145/967900.968036.

F. Ferrer-Troyano, J. Aguilar-Ruiz, and J. Riquelme. Incremental rule learning and border examples selection from numerical data streams. *JOURNAL OF UNIVERSAL COMPUTER SCIENCE*, 11:1426–1439, 01 2005. doi: 10.3217/jucs-011-08-1426.

F. Ferrer-Troyano, J. Aguilar-Ruiz, and J. Riquelme. Data streams classification by incremental rule learning with parameterized generalization. pages 657–661, 04 2006. doi: 10.1145/1141277.1141428.

H. Fichtenberger, M. Gillé, M. Schmidt, C. Schwiegelshohn, and C. Sohler. Bico: Birch meets coresets for k-means clustering. In H. L. Bodlaender and G. F. Italiano, editors, *Algorithms – ESA 2013*, pages 481–492, Berlin, Heidelberg, 2013. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-40450-4.

E. Forgy. Cluster analysis of multivariate data: Efficiency versus interpretability of classification. *Biometrics*, 21(3):768–769, 1965.

Y. Freund and R. E. Schapire. Experiments with a new boosting algorithm. In *Proceedings of the Thirteenth International Conference on International Conference on Machine Learning*, ICML'96, pages 148–156. Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1996. ISBN 1-55860-419-7. URL http://dl.acm.org/citation.cfm?id=3091696.3091715.

J. Gama and P. Kosina. Learning decision rules from data streams. In *IJCAI*, 2011.

J. Gama and P. Medas. Learning decision trees from dynamic data streams. *J. UCS*, 11:1353–1366, 01 2005.

J. Gama, R. Rocha, and P. Medas. Accurate decision trees for mining high-speed data streams. pages 523–528, 01 2003. doi: 10.1145/956750.956813.

H. M. Gomes, J. P. Barddal, F. Enembreck, and A. Bifet. A survey on ensemble learning for data stream classification. *ACM Comput. Surv.*, 50:23:1–23:36, 03 2017a. doi: 10.1145/3054925.

H. M. Gomes, A. Bifet, J. Read, J. P. Barddal, F. Enembreck, B. Pfharinger, G. Holmes, and T. Abdessalem. Adaptive random forests for evolving data stream classification. *Machine Learning*, 106(9):1469–1495, Oct 2017b. ISSN 1573-0565. doi: 10.1007/s10994-017-5642-8. URL https://doi.org/10.1007/s10994-017-5642-8.

A. Gron. *Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems*. O'Reilly Media, Inc., 1st edition, 2017. ISBN 1491962291, 9781491962299.

P. Gulati, A. Sharma, and M. Gupta. Theoretical study of decision tree algorithms to identify pivotal factors for performance improvement: A review. *International Journal of Computer Applications*, 141:19–25, 05 2016. doi: 10.5120/ijca2016909926.

G. Hulten, L. Spencer, and P. Domingos. Mining time-changing data streams. In *Proceedings of the Seventh ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, KDD '01, pages 97–106, New York, NY, USA, 2001. ACM. ISBN 1-58113-391-X. doi: 10.1145/502512.502529. URL http://doi.acm.org/10.1145/502512.502529.

R. Jin and G. Agrawal. Efficient decision tree construction on streaming data. In *Proceedings of the Ninth ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, KDD '03, pages 571–576, New York, NY, USA, 2003. ACM. ISBN 1-58113-737-0. doi: 10.1145/956750.956821. URL http://doi.acm.org/10.1145/956750.956821.

I. Khamassi, M. Sayed Mouchaweh, M. Hammami, and K. Ghédira. Discussion and review on evolving data streams and concept drift adapting. *Evolving Systems*, 9, 10 2016. doi: 10.1007/s12530-016-9168-2.

M. Khan, Q. Ding, and W. Perrizo. K-nearest neighbor classification on spatial data streams using p-trees. In *Proceedings of the 6th Pacific-Asia Conference on Advances in Knowledge Discovery and Data Mining*, PAKDD '02, pages 517–518, Berlin, Heidelberg, 2002. Springer-Verlag. ISBN 3-540-43704-5. URL `http://dl.acm.org/citation.cfm?id=646420.693811`.

D. Kishore Babu, Y. Ramadevi, and K. V. Ramana. Rgnbc: Rough gaussian naïve bayes classifier for data stream classification with recurring concept drift. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 42, 09 2016. doi: 10.1007/s13369-016-2317-x.

R. Klinkenberg. Using labeled and unlabeled data to learn drifting concepts. 12 2001.

R. Klinkenberg and T. Joachims. Detecting concept drift with support vector machines. In *Proceedings of the Seventeenth International Conference on Machine Learning*, ICML '00, pages 487–494, San Francisco, CA, USA, 2000. Morgan Kaufmann Publishers Inc. ISBN 1-55860-707-2. URL `http://dl.acm.org/citation.cfm?id=645529.657791`.

P. Kosina and J. Gama. Handling time changing data with adaptive very fast decision rules. volume 7523, pages 827–842, 09 2012a. doi: 10.1007/978-3-642-33460-3_58.

P. Kosina and J. a. Gama. Very fast decision rules for multi-class problems. In *Proceedings of the 27th Annual ACM Symposium on Applied Computing*, SAC '12, pages 795–800, New York, NY, USA, 2012b. ACM. ISBN 978-1-4503-0857-1. doi: 10.1145/2245276.2245431. URL `http://doi.acm.org/10.1145/2245276.2245431`.

B. Krawczyk and M. Wozniak. Weighted naïve bayes classifier with forgetting for drifting data streams. In *2015 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pages 2147–2152, Oct 2015. doi: 10.1109/SMC.2015.375.

B. Krawczyk, L. L. Minku, J. Gama, J. Stefanowski, and M. Woźniak. Ensemble learning for data stream analysis: A survey. *Information Fusion*, 37:132 – 156, 2017. ISSN 1566-2535. doi: https://doi.org/10.1016/j.inffus.2017.02.004. URL `http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1566253516302329`.

D. Kumar, K. Padma Kumari, and S. Meher. Progressive granular neural networks with class based granulation. pages 1–6, 12 2016. doi: 10.1109/INDICON.2016.7838909.

P. Larranaga, I. Inza, and A. Moujahid. Tema 5. clasificadores k-nn.

P. Larrañaga and c. Bielza. C. unsupervised classification.

Y.-N. Law and C. Zaniolo. An adaptive nearest neighbor classification algorithm for data streams. In A. M. Jorge, L. Torgo, P. Brazdil, R. Camacho, and J. Gama,

editors, *Knowledge Discovery in Databases: PKDD 2005*, pages 108–120, Berlin, Heidelberg, 2005. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-540-31665-7.

D. Leite, P. Costa Jr, and F. Gomide. Evolving granular neural network for semi-supervised data stream classification. pages 1 – 8, 08 2010. doi: 10.1109/IJCNN.2010.5596303.

D. F. Leite, P. Costa, and F. Gomide. Evolving granular classification neural networks. In *2009 International Joint Conference on Neural Networks*, pages 1736–1743, June 2009. doi: 10.1109/IJCNN.2009.5178895.

V. Lemaire, C. Salperwyck, and A. Bondu. A survey on supervised classification on data streams. *Lecture Notes in Business Information Processing*, 03 2015. doi: 10.1007/978-3-319-17551-5_4.

F. Li and Q. Liu. An improved algorithm of decision trees for streaming data based on vfdt. In *2008 International Symposium on Information Science and Engineering*, volume 1, pages 597–600, Dec 2008. doi: 10.1109/ISISE.2008.256.

X. Liao and L. Carin. Migratory logistic regression for learning concept drift between two data sets with application to uxo sensing. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 47:1454 – 1466, 06 2009. doi: 10.1109/TGRS.2008.2005268.

S. P. Lloyd. Least squares quantization in pcm. Technical report, Bell Laboratories, 1957.

S. P. Lloyd. Least squares quantization in pcm. *IEEE Transactions on Information Theory*, 28(2):129–137, March 1982. ISSN 0018-9448. doi: 10.1109/TIT.1982.1056489.

J. MacQueen. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In *Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 1: Statistics*, pages 281–297, Berkeley, Calif., 1967. University of California Press.

S. Mansalis, E. Ntoutsi, N. Pelekis, and Y. Theodoridis. An evaluation of data stream clustering algorithms. *Statistical Analysis and Data Mining: The ASA Data Science Journal*, 11, 06 2018. doi: 10.1002/sam.11380.

S. Mohanty, K. Nathrout, S. Barik, S. Das, and A. Prof. A study on evolution of data in traditional rdbms to big data analytics. *International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering*, 4:230–232, 11 2015. doi: 10.17148/IJARCCE.2015.41049.

H.-L. Nguyen, Y.-K. Woon, and W. K. Ng. A survey on data stream clustering and classification. *Knowledge and Information Systems*, 45, 12 2014. doi: 10.1007/s10115-014-0808-1.

L. O'Callaghan, N. Mishra, A. Meyerson, S. Guha, and R. Motwani. Streaming-data algorithms for high-quality clustering. In *Proceedings 18th International Conference on Data Engineering*, pages 685–694, Feb 2002. doi: 10.1109/ICDE.2002.994785.

A. Oguntimilehin and O. Ademola. A review of big data management, benefits and challenges. *Journal of Emerging Trends in Computing and Information Sciences*, 5:433–438, 07 2014.

N. Oza and S. Russell. Online bagging and boosting. *Proceedings of Artificial Intelligence and Statistics*, 01 2001.

Z. Pawlak. Rough sets. *International Journal of Computer & Information Sciences*, 11(5):341–356, Oct 1982. ISSN 1573-7640. doi: 10.1007/BF01001956. URL `https://doi.org/10.1007/BF01001956`.

A. Pesaranghader, H. L. Viktor, and E. Paquet. Mcdiarmid drift detection methods for evolving data streams. *2018 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, pages 1–9, 2018.

phuongphuong 4112716 and G. M. M. 405k4213231585. Diagram of an artificial neural network. URL `https://tex.stackexchange.com/questions/132444/diagram-of-an-artificial-neural-network`.

J. R. Quinlan. Induction of decision trees. *Machine Learning*, 1(1):81–106, Mar 1986. ISSN 1573-0565. doi: 10.1007/BF00116251. URL `https://doi.org/10.1007/BF00116251`.

J. R. Quinlan. *C4.5: Programs for Machine Learning*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, 1993. ISBN 1-55860-238-0.

P. Rai, H. Daumé III, and S. Venkatasubramanian. Streamed learning: One-pass svms. *IJCAI International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 08 2009.

J. Read, F. Perez-Cruz, and A. Bifet. Deep learning in partially-labeled data streams. In *Proceedings of the 30th Annual ACM Symposium on Applied Computing*, SAC '15, pages 954–959, New York, NY, USA, 2015. ACM. ISBN 978-1-4503-3196-8. doi: 10.1145/2695664.2695871. URL `http://doi.acm.org/10.1145/2695664.2695871`.

C. Salperwyck, V. Lemaire, and C. Hue. Incremental weighted naive bayes classifiers for data stream. *Springer in the Springer Series "Studies in Classification, Data Analysis, and Knowledge Organization*, 06 2014. doi: 10.1007/978-3-662-44983-7_16.

N. Sharma, S. Masih, and P. Makhija. A survey on clustering algorithms for data streams. *International Journal of Computer Applications*, 182:18–24, 10 2018. doi: 10.5120/ijca2018918014.

J. Silva, E. Faria, R. Barros, E. Hruschka, A. de Carvalho, and J. Gama. Data stream clustering: A survey. *ACM Computing Surveys*, 46, 03 2014. doi: 10.1145/2522968.2522981.

E. Spyromitros-Xioufis, M. Spiliopoulou, G. Tsoumakas, and I. Vlahavas. Dealing with concept drift and class imbalance in multi-label stream classification. pages 1583–1588, 01 2011. doi: 10.5591/978-1-57735-516-8/IJCAI11-266.

Y. Sun, Z. Wang, H. Liu, C. Du, and J. Yuan. Online ensemble using adaptive windowing for data streams with concept drift. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 2016:1–9, 05 2016. doi: 10.1155/2016/4218973.

Y. Sun, H. Shao, and S. Wang. Efficient ensemble classification for multi-label data streams with concept drift. *Information*, 10:158, 04 2019. doi: 10.3390/info10050158.

C.-J. Tsai, C.-I. Lee, and W.-P. Yang. An efficient and sensitive decision tree approach to mining concept-drifting data streams. *Informatica, Lith. Acad. Sci.*, 19: 135–156, 01 2008.

I. Tsang, J. Kwok, and P.-M. Cheung. Very large svm training using core vector machines. 01 2005.

I. W. Tsang, A. Kocsor, and J. T. Kwok. Simpler core vector machines with enclosing balls. In *Proceedings of the 24th International Conference on Machine Learning*, ICML '07, pages 911–918, New York, NY, USA, 2007. ACM. ISBN 978-1-59593-793-3. doi: 10.1145/1273496.1273611. URL `http://doi.acm.org/10.1145/1273496.1273611`.

A. Unagar and A. Unagar. Support vector machines. unwinded., Mar 2017. URL `https://medium.com/data-science-group-iitr/support-vector-machinessvm-unraveled-e0e7e3ccd49b`.

P. E. UTGOFF. Id5: An incremental id3. In J. Laird, editor, *Machine Learning Proceedings 1988*, pages 107 – 120. Morgan Kaufmann, San Francisco (CA), 1988. ISBN 978-0-934613-64-4. doi: https://doi.org/10.1016/B978-0-934613-64-4.50017-7. URL `http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780934613644500177`.

P. E. Utgoff. Incremental induction of decision trees. *Machine Learning*, 4(2):161–186, Nov 1989. ISSN 1573-0565. doi: 10.1023/A:1022699900025. URL `https://doi.org/10.1023/A:1022699900025`.

P. E. Utgoff, N. C. Berkman, and J. A. Clouse. Decision tree induction based on efficient tree restructuring. *Machine Learning*, 29(1):5–44, Oct 1997. ISSN 1573-0565. doi: 10.1023/A:1007413323501. URL `https://doi.org/10.1023/A:1007413323501`.

D. Wang, B. Zhang, P. Zhang, and H. Qiao. An online core vector machine with adaptive meb adjustment. *Pattern Recogn.*, 43(10):3468–3482, Oct. 2010. ISSN 0031-3203. doi: 10.1016/j.patcog.2010.05.020. URL `http://dx.doi.org/10.1016/j.patcog.2010.05.020`.

J. Wang, P. Neskovic, and L. N. Cooper. Neighborhood size selection in the k-nearest-neighbor rule using statistical confidence. *Pattern Recognition*, 39 (3):417 – 423, 2006. ISSN 0031-3203. doi: https://doi.org/10.1016/j.patcog.2005.08.009. URL `http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031320305003365`.

D. H. Wolpert. Stacked generalization. *Neural Networks*, 5(2):241 – 259, 1992. ISSN 0893-6080. doi: https://doi.org/10.1016/S0893-6080(05)80023-1. URL `http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0893608005800231`.

S. Zhang, X. Li, M. Zong, X. Zhu, and R. Wang. Efficient knn classification with different numbers of nearest neighbors. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 29(5):1774–1785, May 2018. ISSN 2162-237X. doi: 10.1109/TNNLS.2017.2673241.

T. Zhang, R. Ramakrishnan, and M. Livny. Birch: An efficient data clustering method for very large databases. *SIGMOD Record (ACM Special Interest Group on Management of Data)*, 25, 09 1999. doi: 10.1145/233269.233324.

Y. Zhu and D. Shasha. Chapter 32 - statstream: Statistical monitoring of thousands of data streams in real time**work supported in part by u.s. nsf grants iis-9988345 and n2010:0115586. In P. A. Bernstein, Y. E. Ioannidis, R. Ramakrishnan, and D. Papadias, editors, *VLDB '02: Proceedings of the 28th International Conference on Very Large Databases*, pages 358 – 369. Morgan Kaufmann, San Francisco, 2002. ISBN 978-1-55860-869-6. doi: https://doi.org/10.1016/B978-155860869-6/50039-1. URL `http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9781558608696500391`.

I. Zliobaite. Learning under concept drift: an overview. *CoRR*, abs/1010.4784, 01 2010.