Álgebra III - Final A

- 1. a) Encontrar todos los naturales $n \in \mathbb{N}$ tales que $\frac{n+81}{2n-5}$ es un número natural.
 - b) Determinar el mayor número natural n, sabiendo que el resto de dividir n por 24 es el anterior de su cociente.
- 2. a) Determinar d = (-187, 77) y hallar r y s tales que d = -187r + 77s.
 - b) ¿De cuántas maneras (especificando cuáles) puede descomponerse a 799 como suma de dos números positivos: uno múltiplo de 12 y otro múltiplo de 23?
- 3. a) Dar un ejemplo de dos enteros positivos diferentes de tal manera que cada uno de ellos tenga, exactamente, 600 divisores positivos.
 - b) Probar que todo primo de la forma 3k + 1 es de la forma 6q + 1.
 - c) Resolver la ecuación $4x^2 \equiv 31(5)$
- 4. a) Probar que 13 divide al número $2^{70} + 3^{70}$.
 - b) Hallar cuatro enteros consecutivos divisibles, respectivamente, por 5, 7, 9 y 11.

Álgebra III - Final B

- 1. a) Demuestre que la unión de cualquier familia de funciones biyectivas de dominios y codominios respectivamente disjuntos dos a dos, es una función biyectiva que va de la unión de los dominios a la unión de los codominios.
 - b) Enuncie un teorema en el que pueda utilizar la propiedad anterior.
- 2. Demuestre que la unión de una familia finita y no vacía de conjuntos disjuntos dos a dos y coordinable con el (0,1) es un conjunto coordinable con el (0,1)
- 3. Demuestre que \mathbb{R} es coordinable con el (0,1)
- 4. Demuestre que mcd(a, b) es una combinación lineal entera de a y b
- 5. Sean a y b dígitos. Demuestre que existe un múltiplo de 1557 cuyo desarrollo decimal termina en ab.
- 1. Demuestren los siguientes teoremas:
 - a) La diferencia entre un conjunto infinito y un conjunto finito, es un conjunto infinito.
 - b) La unión de cualquier familia numerable de conjuntos finitos no vacíos, disjuntos dos a dos, es un conjunto numerable.
 - c) La unión de cualquier familia finita y no vacía de conjuntos de potencia ç", disjuntos dos a dos, es un conjunto de potencia c".
- 2. Demuestren que el mcd(a;b) es una combinación lin