ÁLGEBRA (27) (Cs Exactas-Ingeniería) EXAMEN FINAL DICIEMBRE 2012 TEMA 1

APELLIDO:................................ **NOMBRES:**.. **D.N.I:**.........................

Bien	Mal	N C	NOTA

INSCRIPTO EN: Días......................Horario........................

Sede..........................Aula............Cuatrimestre:............

Para aprobar el examen es necesario tener por lo menos 8 respuestas correctas, y más respuestas correctas que incorrectas. En cada ejercicio marque la única respuesta correcta.

1. Si Π es el plano que pasa por (1,2,3), (2,3,4) y (1,2,5), la normal de Π es paralela al vector

☐ $(1,2,0)$ ☐ $(1,1,-2)$ ☐ $(1,1,0)$ ☐ $(-1,1,0)$

2. Sean $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&a&1\\a&3&4\end{pmatrix}$ y $\mathbb{S}_0=\{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^{3\times1} / A\mathbf{x}=0\}$. El conjunto de $a\in\mathbb{R}$ para los cuales $\mathbb{S}_0$ es una recta es

☐ $\{0;1;3\}$ ☐ $\{1;3\}$ ☐ $\{3\}$ ☐ $\{0;1\}$

3. Sean $B=\{\mathbf{v}_1;\mathbf{v}_2;\mathbf{v}_3\}$ y $B'=\{\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2;\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_3;2\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_3\}$ bases de un e.v. $\mathbb{V}$. El conjunto de vectores de $\mathbb{V}$ cuyas coordenadas en base B' son de la forma $(a,-a,2a)$ es

☐ $\langle 4\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2+\mathbf{v}_3\rangle$ ☐ $\langle \mathbf{v}_1+2\mathbf{v}_2;\mathbf{v}_3\rangle$ ☐ $\langle \mathbf{v}_1;-\mathbf{v}_2;2\mathbf{v}_3\rangle$ ☐ $\langle \mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2+2\mathbf{v}_3\rangle$

4. Sean $A\in\mathbb{R}^{3\times3}$ y $b\in\mathbb{R}^{3\times1}$, $b\neq0$. Si $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$ son soluciones de $Ax=b$, otra solución de $Ax=b$ es

☐ $\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2$ ☐ $\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2$ ☐ $3\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2$ ☐ $\mathbf{v}_1+5(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)$

5. Si $A\in\mathbb{R}^{2\times2}$ es tal que $\det A=3$, entonces $\det(A^2)+\det(-2A)$ es igual a

☐ 21 ☐ −3 ☐ 0 ☐ 3

6. Sean $\Pi: x-2y+2z=12$ y $\mathbb{L}:\lambda(1,1,0)+(0,0,1)$. Un punto de $\mathbb{L}$ que está a distancia 4 de Π es

☐ $(0,0,1)$ ☐ $(-2,-2,1)$ ☐ $(-10,-10,1)$ ☐ $(2,2,1)$

7. Sean $B=\{(1,1,1);(1,1,0);(1,0,0)\}$ y $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ la t.l. tal que $M_{BE}(f)=\begin{pmatrix}1&2&1\\-1&3&1\end{pmatrix}$. Dadas las afirmaciones I: f es epimorfismo II: f es monomorfismo

☐ I es falsa y II es verdadera ☐ I y II son verdaderas ☐ I es verdadera y II es falsa ☐ I y II son falsas

8. Si $\mathbb{T}=\langle(1,2,1,-1)\rangle$ y $\mathbb{S}=\{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^4 / x_1+2x_2+x_3-x_4=0\}$, entonces $\mathbb{S}\cap\mathbb{T}^\perp$ es igual a

☐ $\mathbb{S}$ ☐ $\{0\}$ ☐ $\mathbb{T}$ ☐ $\mathbb{S}^\perp\cap\mathbb{T}$

9. Si $z=2(\cos(\pi/7)+i\,\mathrm{sen}(\pi/7))$ entonces la forma trigonométrica de $-2z$ es

☐ $-4(\cos(8\pi/7)+i\,\mathrm{sen}(8\pi/7))$ ☐ $4(\cos(8\pi/7)+i\,\mathrm{sen}(8\pi/7))$

☐ $4(\cos(-\pi/7)+i\,\mathrm{sen}(-\pi/7))$ ☐ $4(\cos(13\pi/7)+i\,\mathrm{sen}(13\pi/7))$

10. Si $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ es la t.l. tal que $f(1,1,0)=(2,0,4)$, $f(1,0,0)=(1,0,2)$ y $f(0,0,1)=(0,0,0)$ entonces $M(f)$ es igual a

☐ $\begin{pmatrix}1&2&0\\0&0&0\\2&4&0\end{pmatrix}$ ☐ $\begin{pmatrix}1&0&2\\1&0&2\\0&0&0\end{pmatrix}$ ☐ $\begin{pmatrix}2&1&0\\0&0&0\\4&2&0\end{pmatrix}$ ☐ $\begin{pmatrix}1&1&0\\0&0&0\\2&2&0\end{pmatrix}$

11. Si $\Pi: x+k^2y-2z=7$ y $\mathbb{L}: \lambda(-2,1,1)+(-3,k,-1)$, el conjunto de $k\in\mathbb{R}$ tales que $\mathbb{L}\cap\Pi=\varnothing$ es

☐ $\{2\}$ ☐ $\{-2\}$ ☐ $\{-2;2\}$ ☐ $\mathbb{R}-\{-2;2\}$

---

12. Si $B=\{(1,-1,0);(-1,1,1);(0,1,0)\}$ y $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ es la t.l. tal que $M_{EB}(f)=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&2&-1\\1&0&0\end{pmatrix}$, entonces

$f(1,1,1)-f(1,0,0)$ es igual a

☐ $(0,1,0)$ ☐ $(1,1,1)$ ☐ $(-1,1,1)$ ☐ $(0,1,1)$

---

13. Sean $B=\{(0,0,1);(0,1,0);(1,0,0)\}$ y $B'=\{(1,1,1);(0,1,0);\mathbf{v}\}$ bases de $\mathbb{R}^3$. Si $(1,2,3)$ tiene las mismas coordenadas en ambas bases, entonces $\mathbf{v}$ es igual a

☐ $\mathbf{v}=(-2,-3,0)$ ☐ $\mathbf{v}=(0,0,1)$ ☐ $\mathbf{v}=(0,-1,2)$ ☐ $\mathbf{v}=(1,2,3)$

---

14. Sea $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ la t.l. tal que $M(f)=\begin{pmatrix}0&-2&0\\-2&0&0\\1&0&-3\end{pmatrix}$. Todos los autovalores de f son

☐ -2 y -3 ☐ $1, -2$ y -3 ☐ $2, -2$ y -3 ☐ 0 y -3

---

15. Sean $\mathbb{S}=\{x\in\mathbb{R}^3 / x_1-x_3=0\}$ y $\mathbb{T}=\{x\in\mathbb{R}^3 / x_1+x_2=0\}$. Si $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ es una t.l. tal que $f(\mathbb{S})=\mathbb{T}$ y $f(\mathbb{T})=\mathbb{S}$ entonces la dimensión del núcleo de f es

☐ 3 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 0

---

16. Sean $\mathbb{T}=\{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^4 / x_1+x_2-x_3=x_2+x_3-x_4=0\}$ y $\mathbb{S}=\langle(3,0,k,-2);(1,0,0,2)\rangle$. El conjunto de valores de k para los cuales $\mathbb{R}^4=\mathbb{S}+\mathbb{T}$ es

☐ $\{8\}$ ☐ $\mathbb{R}-\{8\}$ ☐ $\mathbb{R}-\{0\}$ ☐ $\{0\}$

---

17. Sean $B=\{(1,1,0);(1,1,1);(1,0,0)\}$ y $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ la t.l. tal que $M_{EB}(f)=\begin{pmatrix}0&-1&1\\2&1&2\\0&-1&a\end{pmatrix}$. El valor de

$a\in\mathbb{R}$ tal que $\mathbf{v}=(1,2,2)$ es un autovector de f es

☐ 2 ☐ -2 ☐ -1 ☐ 0

---

18. Sea $P(x)=2x^4-3x^3+5x^2+x-7$. Un polinomio que tiene como raíces al producto y a la suma de las raíces de P es

☐ $(x-2)(x+3)$ ☐ $(x-3)(x+7)$ ☐ $(2x-5)(2x+7)$ ☐ $(2x-3)(2x+7)$

---

19. Sea $B=\{\mathbf{v}_1;\mathbf{v}_2\}$ base de un e.v. $\mathbb{V}$. Si $f:\mathbb{V}\to\mathbb{V}$ es la t.l. tal que $f(\mathbf{v}_2)=-\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2$ y $f\circ f(\mathbf{v}_2)=4\mathbf{v}_2$, entonces $f(\mathbf{v}_1)$ es igual a

☐ $-\mathbf{v}_1-3\mathbf{v}_2$ ☐ $\mathbf{v}_1$ ☐ $\mathbf{v}_1+2\mathbf{v}_2$ ☐ 0

---

20. Sea $\mathbb{V}$ un e.v. y $p:\mathbb{V}\to\mathbb{V}$ un proyector tal que $\operatorname{Im} p\neq\{0\}$ y $\operatorname{Nu} p\neq\{0\}$. Si $g:\mathbb{V}\to\mathbb{V}$ es la t.l. definida por $g(\mathbf{v})=\mathbf{v}-p(\mathbf{v})$, entonces $\operatorname{Nu} g$ es igual a

☐ $\operatorname{Im} p$ ☐ $\operatorname{Nu} p$ ☐ $\{0\}$ ☐ $\mathbb{V}$

FIRMA DEL ALUMNO:____________________________