

# Filtrado paso alto y paso bajo

Visión por Computador, curso 2024-2025

---

Silvia Martín Suazo, [silvia.martin@u-tad.com](mailto:silvia.martin@u-tad.com)

2 de octubre de 2024

U-tad | Centro Universitario de Tecnología y Arte Digital



# Motivación

---

# ¿Para qué procesar imágenes?

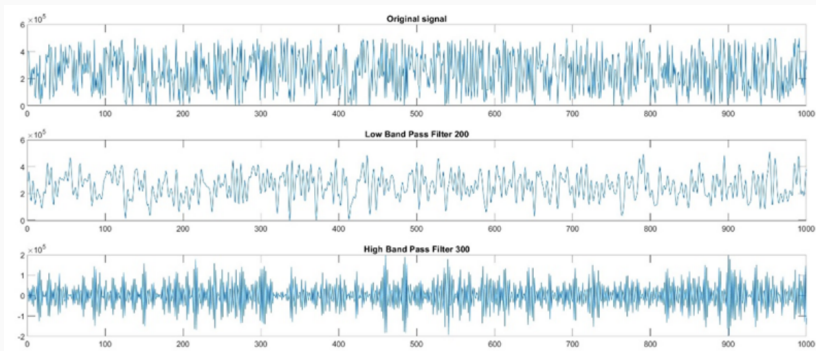
Como se ha visto anteriormente la **convolución** permite realizar cambios como detección de características o suavizado a una imagen.

Las operaciones de filtrado se pueden dividir en **dos grandes grupos**:

- Filtrado de paso alto
- Filtrado de paso bajo

# ¿Para qué procesar imágenes?

Ambos tipos de filtros son una extensión de los filtros utilizados para procesamiento de señales.

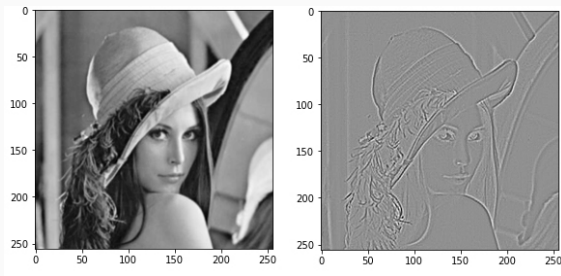


## ¿Para qué procesar imágenes?

Como se ha visto anteriormente la **convolución** permite realizar cambios como detección de características o suavizado a una imagen.

Las operaciones de filtrado se pueden dividir en **dos grandes grupos**:

- **Filtrado de paso alto**
- Filtrado de paso bajo



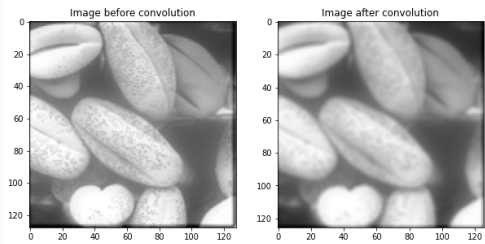
Se centra en **resaltar estructuras** de la imagen.

# ¿Para qué procesar imágenes?

Como se ha visto anteriormente la **convolución** permite realizar cambios como detección de características o suavizado a una imagen.

Las operaciones de filtrado se pueden dividir en **dos grandes grupos**:

- Filtrado de paso alto
- **Filtrado de paso bajo**



Tiene como objetivo **eliminar ruido** o suavizar la imagen manteniendo sus elementos.

# Notebook de ejemplos de filtros

Los filtros que se explicarán a continuación pueden ser observados de manera práctica en el siguiente notebook.



· 02.04-Filtrado.ipynb

# Transformada de Fourier

---



# Transformada de Fourier

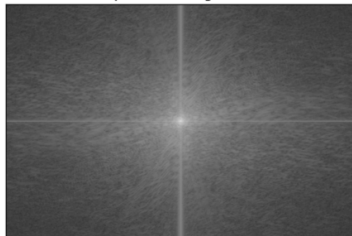
La transformada de fourier permite el análisis de la **distribución de las frecuencias**, para decidir que frecuencias mantener o eliminar.

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (1)$$

Imagen Original



Espectro de Magnitudes



## Filtrado de paso bajo

---

# Filtrado de caja o media

El filtrado de **caja** es una técnica de suavizado que realiza una media del vecindario o caja de cada píxel, para así atenuar el ruido de la imagen.

Es una operación de **convolución** con el siguiente kernel:

$$box_{m,n} = \frac{1}{mn} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{m \times n}$$

[1]

## Filtrado de caja o media

$$\text{ker}^{5 \times 5} = \frac{1}{25}$$

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

GIF example

# Filtrado de caja o media

Cuanto **mayor** sea el tamaño del filtro, **mayor** será el **promediado**.

El principal **inconveniente** de este filtro es que es demasiado **duro** en la eliminación de ruido.

Existen filtros más **sofisticados** que son capaces de eliminar ruido de manera **selectiva**.

# Filtrado de caja o media

Conseguimos suavizar la imagen, pero se pierden algunos detalles.

## Filtrado de caja o media

Imagen Original



Filtro de caja



Filtro de 20x20

# Filtrado gaussiano

Realiza un promediado de los píxeles del vecindario siguiendo una **distribución gaussiana** bidimensional.

El valor del filtro de la convolución viene marcado por una distribución gaussiana centrada en el **píxel central** con desviación típica  $\sigma$

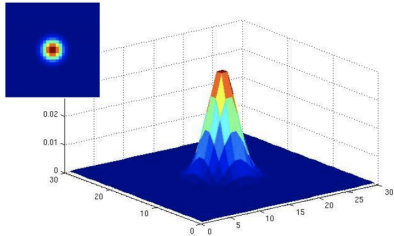
$$K(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

$$\text{ker}^{3 \times 3} = \frac{1}{16} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

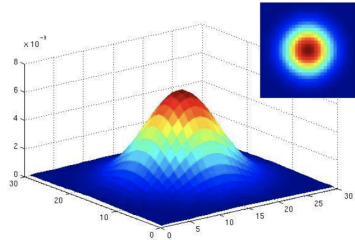
Matriz del kernel 3x3 para un  $\sigma$  de 1

# Filtrado gaussiano

A mayor **desviación**, mayor será la **atenuación** de la imagen.



$\sigma = 2$  with  $30 \times 30$   
kernel



$\sigma = 5$  with  $30 \times 30$   
kernel

[2]



# Filtrado gaussiano

Al aplicar dos veces un filtrado gaussiano de desviación  $\sigma$  el resultado es el mismo que aplicar un **único filtrado** de desviación  $\sigma\sqrt{2}$ .



[3]

# Filtrado gaussiano

Se obtiene un **suavizado** perdiendo una cantidad menor de detalles que en el filtro de caja.

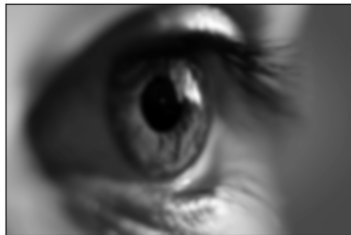
El tamaño del kernel se puede calcular de la siguiente forma:

$$\text{Tamaño del kernel} = 2\lceil 3\sigma \rceil + 1 \quad (3)$$

Imagen Original



Filtro gaussiano



Filtro de  $31 \times 31$  y  $\sigma = 5$

## Otros filtros de paso bajo

- Filtro de promedio ponderado: asigna pesos predefinidos a los píxeles según su posición en la ventana.
- Filtro de suavizado exponencial: asigna pesos exponenciales a los píxeles en lugar de pesos uniformes, y dando más importancia a píxeles cercanos.
- Filtro de Butterworth

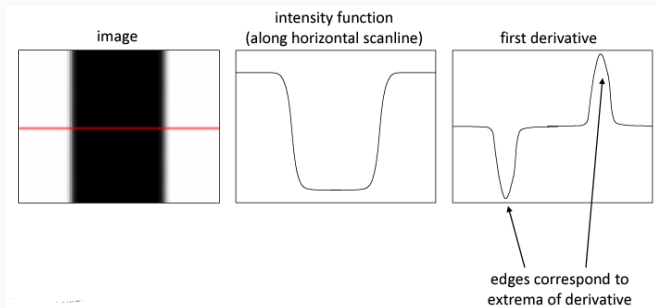
## Filtrado de paso alto

---

# Detección de bordes

A la hora de hallar los bordes de una imagen, estos pueden ser observados con los **cambios de intensidad** de los píxeles que la forman.

En este sentido, a través de los máximos y mínimos de la **derivada** de la función de intensidad es posible identificar los bordes de una imagen.

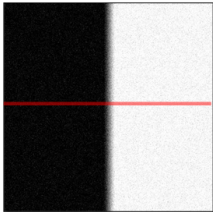


El **gradiente** de una imagen calcula el **cambio en la intensidad** de los píxeles en un área. A través del gradiente se puede ver los límites de ciertas **estructuras** en una imagen.

El gradiente en una imagen **bidimensional** es calculado a través de **derivadas parciales** en el eje X e Y.

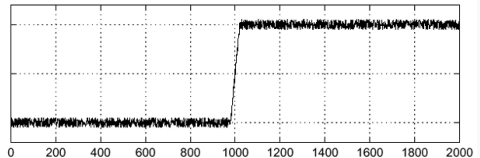
# Derivadas y ruido

Si se aplica la derivada a una imagen que contiene **ruido**, el resultado **estará afectado** por la presencia de dicho ruido.

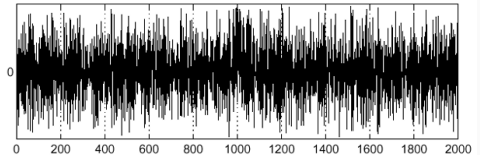


Noisy input image

$$f(x)$$



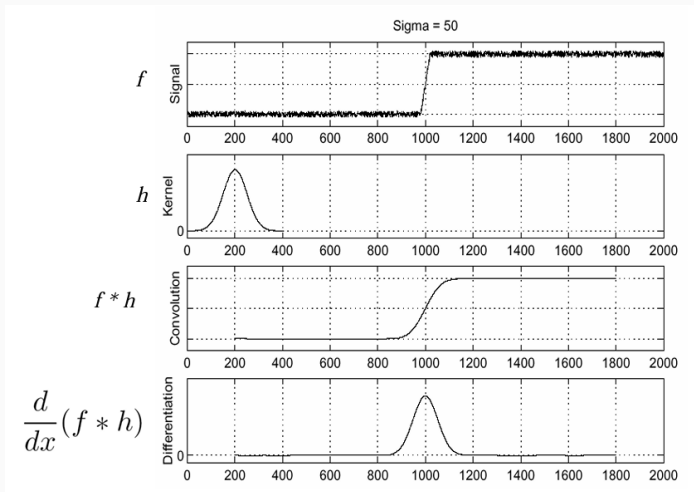
$$\frac{d}{dx}f(x)$$



[5]

# Derivadas y ruido

La solución para evitar este problema es aplicar primero un **filtrado de paso bajo**, que **elimine** la presencia de ruido en la imagen.





Debido a la **propiedad asociativa** de la convolución se tiene la siguiente igualdad:

$$\frac{d}{dx}(f * h) = f * \frac{d}{dx}h \quad (4)$$

Lo cual permite calcular la derivada de una convolución simplemente **derivando el filtro** de esta.

El **filtro de Prewitt** [7] sería el equivalente al filtro de tipo caja para un filtrado de paso alto.

$$\text{ker}_y^{3 \times 3} = \frac{1}{6} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

(a) Kernel para bordes horizontales

$$\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(b) Kernel para bordes verticales

# Filtro de Prewitt

Imagen Original



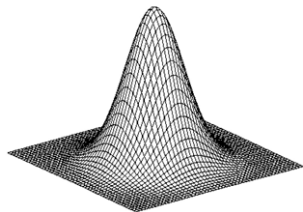
Filtro Prewitt



Con filtro de 3x3

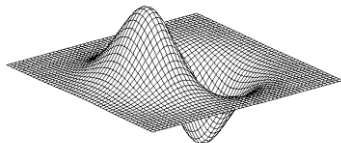
# Filtro derivada del Gaussiano

El **filtro derivada del Gaussiano** consiste en derivar parcialmente la función **gaussiana** en alguna de sus dos dimensiones.



Gaussian

$$h_{\sigma}(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{u^2+v^2}{2\sigma^2}}$$



derivative of Gaussian (x)

$$\frac{\partial}{\partial x} h_{\sigma}(u, v)$$

[8]

El **filtro de Sobel** es una aproximación a la derivada del Gaussiano.

$$\text{ker}_y^{3 \times 3} = \frac{1}{8} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 2 & 0 & -2 \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline \end{array}$$

# Filtro de Sobel

$$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) Kernel para bordes horizontales

$$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) Kernel para bordes verticales

# Filtro de Sobel

Imagen Original



Filtro Sobel



Con filtro de 31x31



# Filtro del Laplaciano

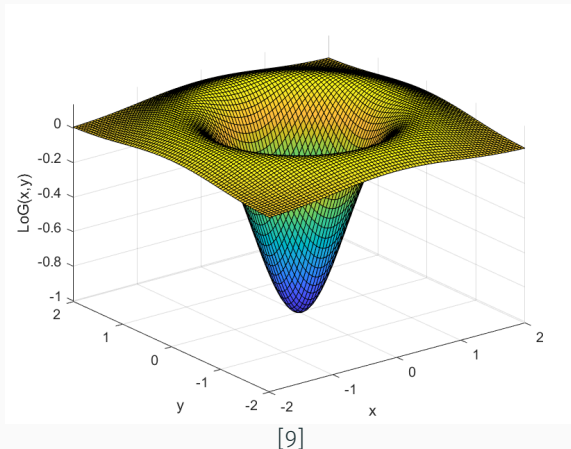
El **filtro Laplaciano** viene dado por una convolución que tiene valores negativos para sus píxeles centrales y positivos para una región más amplia.

$\text{ker}^{3 \times 3} =$

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

# Filtro del Laplaciano

La función que define la convolución se llama **operador laplaciano**, que aplicado a una **Gaussiana** obtiene como resultado el **filtro del Laplaciano**. Esta operación se conoce como la **Laplaciana de la Gaussiana**.

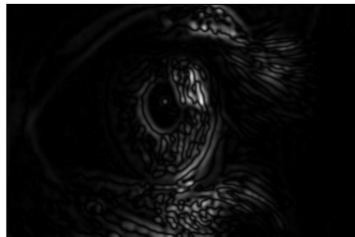


# Filtro de Laplaciano

Imagen Original



Filtro Laplaciano



Con filtro de 31x31

- [1] NVidia.  
**Box filter.**  
[Online; accessed September, 2023].
- [2] jun94 (Medium).  
**Gaussian kernel comparison image.**  
[Online; accessed August, 2022].
- [3] Noah Snavely.  
**Two gaussian convolutions image.**  
[Online; accessed August, 2022].
- [4] Noah Snavely.  
**Characterizing edges image.**  
[Online; accessed August, 2022].

- [5] Noah Snavely.  
**Derivative noise image.**  
[Online; accessed August, 2022].
- [6] Noah Snavely.  
**Noise attenuation image.**  
[Online; accessed August, 2022].
- [7] Judith MS Prewitt et al.  
**Object enhancement and extraction.**  
*Picture processing and Psychopictorics*, 10(1):15–19, 1970.
- [8] Noah Snavely.  
**Gaussian derivative image.**  
[Online; accessed August, 2022].

- [9] Manuel Henriques, Duarte Valério, Paulo Gordo, and Rui Melicio.  
**Fractional-order colour image processing.**  
*Mathematics*, 9(5):457, 2021.