



## Método del Trapecio

A. Herrera Poyatos

J. Poyatos Amador

R. Raya Castellano

# Motivación: Un nuevo método.

## Motivación

- Ecuaciones diferenciales ordinarias.
- ¿Existe solución y es única?
- Métodos de discretización.
- Método de Euler.

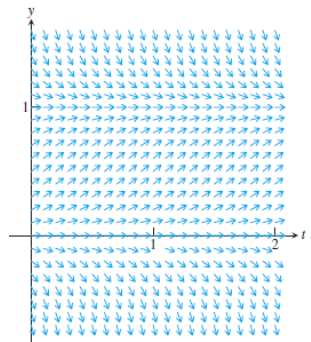


Figura: Representación del campo vectorial asociado a la ecuación logística  $y'(t) = cy(t)(1 - y(t))$ .

# Motivación: Método de Euler

$$\begin{cases} w_0 = y_0 \\ h_i = t_{i+1} - t_i \\ w_{i+1} = w_i + h_i f(t_i, w_i) \end{cases} \quad (1)$$

## Método de Euler

- Mejores resultados para puntos equidistantes.
- Es estable, consistente y convergente.
- El error global de aproximación es  $O(h)$ .
- Puede parecer válido en cualquier aplicación.

## Motivación: Ejemplo

Considérese el siguiente problema de valores iniciales:

$$\begin{cases} y'(t) = -4t^3 y^2 \\ y(-10) = 1/10001 \\ t \in [-10, 0] \end{cases}$$

- La solución exacta es  $y(t) = \frac{1}{1+t^4}$ .
- Queremos calcular la aproximación de  $y$  en 0 con  $y(0) = 1$ .
- Se va a aproximar hasta llegar a los 10000 puntos.

## Motivación: Ejemplo

$N$	$h$	$w_n$
100	0.1	0.00390138
1000	0.01	0.03085162
5000	0.002	0.13282140
7500	0.0013	0.18614311
10000	0.001	0.23325153

Tabla: Ejemplo de un mal comportamiento del método de Euler.

# Motivación: Ejemplo

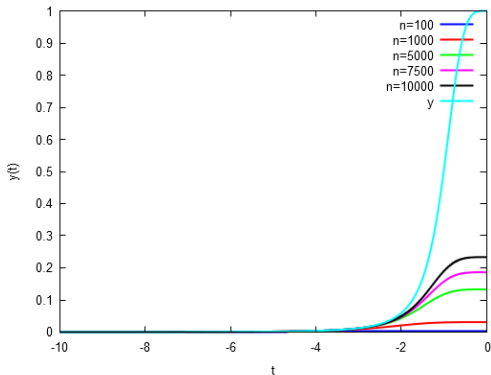


Figura: Aproximaciones obtenidas con diferentes valores de  $n$ .

# Índice

- 1 Motivación
- 2 Definiciones y resultados previos
- 3 Método del trapecio  
Introducción
- 4 Conclusión

## Definiciones Previas

### Definición

*Dada una función  $f : \Omega \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  continua, un problema de valores iniciales de primer orden consiste en encontrar aquellas funciones  $y : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  de clase 1 que verifiquen  $G(y) \subset \Omega$ ,  $y'(t) = f(t, y(t)) \ \forall t \in [a, b]$  y la condición inicial  $y(t_0) = y_0$ , donde  $t_0 \in [a, b]$ .*

### Definición

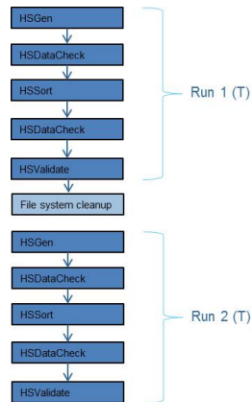
*Sea  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  y sea  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ . Se dice que  $f$  es lipschitziana respecto de la segunda variable,  $y$ , si existe una constante  $L \in \mathbb{R}^+$ , llamada constante de Lipschitz, de forma que*  
 $|f(t, y_1) - f(t, y_2)| \leq L|y_1 - y_2|$  *para cualquier par de puntos  $(t, y_1), (t, y_2) \in \Omega$ .*



# Funcionamiento de TPCx-HS

**Dos ejecuciones de cinco fases cada una.**

- Fase 1: Generación de los datos.  
3-ways replication
- Fase 2: Verificación de la validez de los datos.
- Fase 3: Ordenación de los datos.  
3-ways replication
- Fase 4: Verificación de la validez de los datos.
- Fase 5: Validación de la salida



# Rendimiento

Medida del rendimiento.

$$HSph@SF = \frac{SF}{T/3600}$$

Medida del rendimiento-precio.

$$$/HSph@SF = \frac{P}{HSph@SF}$$

## Parámetros:

- SF: factor de escala escogido.
- T: tiempo total de las dos ejecuciones.
- P: costo del sistema bajo estudio.

# Introducción al método del trapecio

## Proposición

Sea un PVI con  $y'(t) = f(t, y(t))$  y  $y(t_0) = y_0$ . Son equivalentes:

- ①  $y$  es una solución del PVI.
- ②  $y(t) = y_0 + \int_{t_0}^t f(s, y(s)) ds \quad \forall t \in [a, b]$

Nuestra solución verifica:

$$y(t_1) = y_0 + \int_{t_0}^{t_1} f(s, y(s)) ds$$

# Introducción al método del trapecio

**Idea: Método del trapecio para integración numérica**

$$y(t_1) = y_0 + \frac{h}{2} [f(t_0, y_0) + f(t_1, y(t_1))] - \frac{h^3}{12} y^{(3)}(\xi) \quad (2)$$

**Aproximación implícita**

$$y(t_1) \approx w_1 = w_0 + \frac{h}{2} [f(t_0, w_0) + f(t_1, y(t_1))] \quad (3)$$

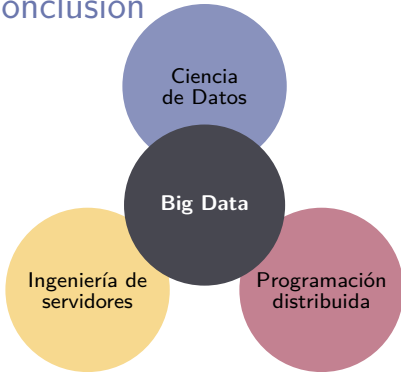
**¿Cómo calcular la aproximación?**

- **Método del trapecio explícito**
- **Método del trapecio implícito**

# Método del trapecio explícito

$$y(t_{i+1}) \approx w_{i+1} = w_i + \frac{h}{2} [f(t_i, w_i) + f(t_i + h, w_i + hf(t_i, w_i))] \quad (4)$$

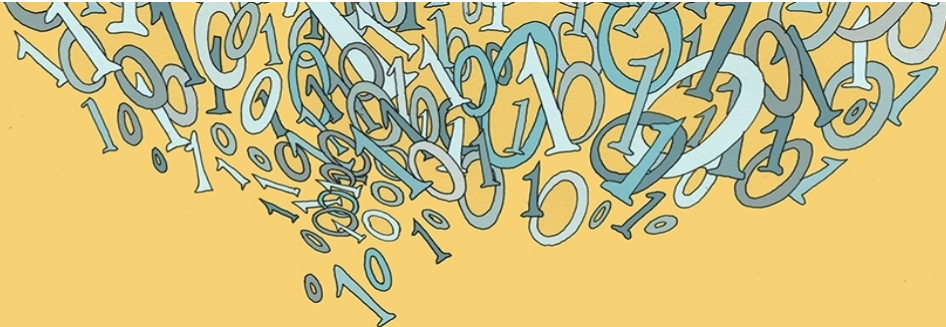
# Conclusión



- Nuevas tecnologías: Spark, Flink...
- Desarrollo y diseño de algoritmos
- Benchmarks para las nuevas tecnologías

“Vivimos en la era de la información. El progreso y la innovación no se ve obstaculizado por la capacidad de recopilar datos sino por la capacidad de gestionar, analizar, sintetizar y descubrir el conocimiento subyacente en dichos datos. Este es el reto de las tecnologías de Big Data.”

Francisco Herrera Triguero, Prof. Universidad de Granada



**Gracias por su atención.**

**Ilustración de Lola Moral y Sergio García**