

GRASP y Path Relinking para el problema de máxima diversidad

Autores: Javier Porcel Marí
 José Nicolas Granero Moreno
 Ernesto Arce Romero
 Matías Risso

Introducción

El problema que se trata de abordar en el siguiente estudio corresponde al problema de la máxima diversidad, el cual consiste en, a partir de un gran conjunto de elementos (n elementos), seleccionar un conjunto de ellos de manera que se maximice la diversidad, definida mediante la suma de las distancias entre cada uno de los elementos seleccionados. Estas distancias d_{ij} entre cada uno de los elementos se encuentran ordenadas en una matriz. En nuestro caso trabajaremos con 500 elementos y cada solución constará de 25 elementos.

Así pues, la variable de decisión sería la variable binaria x_i definida como 0 si el elemento i no se encuentra entre los elementos seleccionados y como 1 si el elemento i es seleccionado. También se puede entender la solución como un vector de m elementos donde cada componente corresponde a un elemento perteneciente al conjunto de elementos a seleccionar.

Por otro lado, la función objetivo sería maximizar la diversidad, lo que expresado matemáticamente sería:

$$Z = \max \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_i x_j$$

A esto se le añade la restricción:

$$\sum_{i=1}^n x_i = m; \quad x_i = \{0, 1\}; \quad i = 1, \dots, n$$

A partir de este planteamiento existen diferentes métodos de afrontar el problema. Aunque el problema de la máxima diversidad se podría abordar desde un método de resolución exacto, en este estudio nos centraremos en obtener soluciones mediante procedimientos heurísticos. Concretamente utilizaremos un GRASP con Path Relinking en su variante estática analizado en el siguiente apartado.

GRASP y Path Relinking

El procedimiento heurístico utilizado en este estudio consiste en un GRASP con Path Relinking en su variante estática. Para entender mejor este procedimiento se trata de explicarlo paso a paso.

En primer lugar, se aplica un algoritmo GRASP junto a una búsqueda local. Este algoritmo trata de encontrar soluciones con cierta calidad (mejores soluciones que si partiéramos de soluciones puramente aleatorias) para el problema abordado en cuestión. Para cada solución se aplicará una búsqueda local por tal de tratar de mejorarla.

A partir de estos resultados se escogerán los 8 mejores en nuestro caso para aplicar la metodología Path Relinking junto con otra búsqueda local, que consiste en lo siguiente:

- Se escoge la solución i como solución inicial y la solución j como solución guía.
- Se sustituye elemento por elemento de la solución j en la solución i (siempre y cuando el elemento j no esté ya en la solución i) dejando los demás como están y se evalúa la función objetivo para cada cambio realizado.
- Se escoge, se consolida y se guarda aquel cambio que haya conseguido maximizar la función objetivo de todos los cambios realizados para el elemento de la solución i (Greedy Path Relinking).
- Con esta mejor solución del conjunto de soluciones con el que se ha trabajado en el paso anterior se realiza una búsqueda local la cuál utiliza el mismo algoritmo que el que se ha utilizado en la búsqueda local del GRASP con una probabilidad del 10%.
- Se realiza este mismo procedimiento hasta conseguir que la solución inicial, trabajando con la solución ya cambiada al añadirle elementos, coincida con la solución guía.
- A su vez se realizan todos los pasos para todos los vectores solución que se han escogido en el GRASP de manera que todos estos vectores se hayan mezclado con todos los vectores.
- Finalmente se escoge la mejor solución de todas las que se han ido guardando al consolidar cada cambio y se compara esta solución con la mejor solución obtenida con el GRASP para observar si mediante el Path Relinking se ha conseguido alguna mejora.

El código en Python está disponible en <https://bit.ly/2Zdz4Sg> , mientras que el archivo .txt con las distancias entre puntos está en <https://bit.ly/376WTQq>

Resultados

Para analizar que desempeño ha tenido tanto el GRASP como el Path Relinking se muestra la siguiente tabla:

	Indicadores	GRASP	GRASP y Path Relinking
Alfa = 0.7	Valor	21397	21495 (0.46% mejora)
	Tiempo Total (s)	30 (60 soluciones)	75
Alfa = 0.6	Valor	21386	21425 (0.18% mejora)
	Tiempo Total (s)	30 (62 soluciones)	67
Alfa = 0.8	Valor	21323	21431 (0.51% mejora)
	Tiempo Total (s)	30 (63 soluciones)	77

La mejor solución encontrada tiene un valor de 21495, con $\alpha = 0.7$ y consiste en el vector [386, 174, 328, 53, 488, 315, 45, 401, 149, 326, 146, 25, 3, 439, 41, 448, 217, 169, 441, 218, 347, 298, 154, 127, 64] obtenido posterior a la aplicación de Path Relinking.

Conclusiones

La elección del valor de α es importante en el resultado del método GRASP, obteniendo que con un umbral más bajo es posible obtener mayor variedad de soluciones que permitan encontrar un valor más alto, aunque es importante recalcar que la idea no es bajar a $\alpha = 0$, sino que encontrar un valor equilibrado que permita obtener variedad, pero sin quitar el sentido al método.

Para los casos analizados, la utilización de Path relinking + búsqueda local mejora la solución encontrada previamente con GRASP entre un 0.18% y un 0.51%. Su utilización o no depende del interés del equipo por obtener una mejor solución, que puede ser muy importante si es que con esta mejora aumentan ingresos o se reducen costos que rentabilicen el trabajo realizado.

Referencias

M. Resende, R. Martí, M. Gallego and A. Duarte. GRASP and Path Relinking for the Max-Min Diversity Problem. Computers and Operations Research 37, 498-508 (2010).