

# Índice General

<b>Introducción</b>	<b>ix</b>
<b>Capítulo I: Preliminares de geometría algebraica</b>	<b>1</b>
1.1 Variedades afines . . . . .	1
1.2 Variedades proyectivas . . . . .	8
1.3 Variedades cuasiproyectivas . . . . .	10
1.4 Variedades complejas . . . . .	14
1.5 Curvas proyectivas . . . . .	19
<b>Capítulo II: La geometría de las curvas elípticas</b>	<b>31</b>
2.1 Ecuaciones de Weierstrass . . . . .	31
2.2 La estructura de grupo . . . . .	47
2.3 Cúbicas singulares . . . . .	53
2.4 Isogenias . . . . .	58
2.5 Curvas conjugadas . . . . .	63
<b>Capítulo III: El álgebra de las curvas elípticas</b>	<b>75</b>
3.1 Las multiplicaciones enteras . . . . .	75
3.2 La isogenia dual . . . . .	81
3.3 Curvas supersingulares . . . . .	83
3.4 Los módulos de Tate . . . . .	85
3.5 El anillo de endomorfismos . . . . .	96
<b>Capítulo IV: Curvas elípticas sobre cuerpos finitos</b>	<b>99</b>
4.1 Puntos racionales . . . . .	99
4.2 Curvas supersingulares . . . . .	102
4.3 El número de curvas sobre un cuerpo . . . . .	108
<b>Capítulo V: Grupos formales</b>	<b>115</b>
5.1 Desarrollos de Taylor en $O$ . . . . .	115
5.2 Grupos formales . . . . .	121
5.3 Grupos formales sobre cuerpos métricos . . . . .	129
5.4 Grupos formales en característica prima . . . . .	133

<b>Capítulo VI: Curvas elípticas sobre cuerpos locales</b>	<b>137</b>
6.1 Ecuaciones minimales . . . . .	138
6.2 Reducción de curvas elípticas . . . . .	144
6.3 Puntos enteros y puntos de torsión . . . . .	156
6.4 La topología métrica . . . . .	161
<b>Capítulo VII: Curvas elípticas sobre cuerpos numéricos</b>	<b>165</b>
7.1 El discriminante mínimo . . . . .	165
7.2 El subgrupo de torsión . . . . .	174
7.3 El teorema débil de Mordell-Weil . . . . .	180
7.4 Alturas . . . . .	186
7.5 El teorema de Mordell-Weil . . . . .	193
<b>Capítulo VIII: El rango de una curva elíptica</b>	<b>203</b>
8.1 Curvas con tres puntos de orden 2 . . . . .	204
8.2 Los grupos de Selmer y Tate-Shafarevich . . . . .	219
8.3 Curvas con un punto de orden 2 . . . . .	226
8.4 Curvas sin puntos de orden 2 . . . . .	240
<b>Capítulo IX: Puntos enteros</b>	<b>251</b>
9.1 Resultados elementales . . . . .	251
9.2 Aproximación diofántica . . . . .	255
9.3 El teorema de Roth . . . . .	257
9.4 Resultados auxiliares . . . . .	263
9.5 El teorema de Siegel . . . . .	274
<b>Capítulo X: Curvas elípticas complejas</b>	<b>283</b>
10.1 Retículos y toros complejos . . . . .	283
10.2 Las funciones de Weierstrass . . . . .	286
10.3 Isogenias complejas . . . . .	296
10.4 Funciones modulares asociadas . . . . .	303
10.5 El grupo modular . . . . .	312
<b>Capítulo XI: Superficies modulares</b>	<b>317</b>
11.1 Transformaciones de Möbius . . . . .	317
11.2 Grupos topológicos . . . . .	320
11.3 Puntos elípticos y parabólicos . . . . .	327
11.4 La estructura analítica . . . . .	334
11.5 Ejemplos de superficies modulares . . . . .	343
11.6 La medida de una superficie modular . . . . .	352
<b>Capítulo XII: Funciones modulares</b>	<b>357</b>
12.1 Funciones modulares de grado cero . . . . .	357
12.2 La ecuación modular . . . . .	362
12.3 Funciones modulares de grados superiores . . . . .	370
12.4 Funciones modulares de $LE(2, \mathbb{Z})$ . . . . .	376
12.5 La función eta de Dedekind . . . . .	383

12.6 Funciones modulares respecto a $\Gamma_0(N)$ . . . . .	386
12.7 Funciones modulares respecto a $\Gamma(2)$ . . . . .	392
<b>Capítulo XIII: Multiplicación compleja</b>	<b>399</b>
13.1 Multiplicaciones ideales . . . . .	399
13.2 El cuerpo de clases de Hilbert . . . . .	406
13.3 La máxima extensión abeliana . . . . .	411
13.4 El teorema fundamental . . . . .	418
13.5 Módulos completos . . . . .	424
13.6 Órdenes arbitrarios . . . . .	431
<b>Apéndice A: La hipótesis de Riemann</b>	<b>437</b>
<b>Apéndice B: Operadores de Hecke</b>	<b>447</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>455</b>
<b>Índice de Materias</b>	<b>456</b>