

# Índice General

<b>Prefacio</b>	<b>ix</b>
<b>Capítulo I: Introducción a la teoría algebraica de números</b>	<b>1</b>
1.1 Ternas pitagóricas . . . . .	1
1.2 El Último Teorema de Fermat . . . . .	3
1.3 Factorización única . . . . .	5
1.4 La ley de reciprocidad cuadrática . . . . .	8
1.5 El teorema de Dirichlet . . . . .	11
1.6 Ecuaciones diofánticas . . . . .	11
1.7 Ecuaciones definidas por formas . . . . .	14
1.8 Conclusión . . . . .	18
<b>Capítulo II: Cuerpos numéricos</b>	<b>19</b>
2.1 Enteros algebraicos . . . . .	19
2.2 Discriminantes . . . . .	22
2.3 Módulos y órdenes . . . . .	25
2.4 Determinación de bases enteras . . . . .	33
2.5 Normas e Índices . . . . .	45
<b>Capítulo III: Factorización ideal</b>	<b>49</b>
3.1 Dominios de Dedekind . . . . .	50
3.2 Divisibilidad ideal en órdenes numéricos . . . . .	58
3.3 Ejemplos de factorizaciones ideales . . . . .	64
3.4 La función de Euler generalizada . . . . .	71
3.5 Factorización ideal en órdenes no maximales . . . . .	72
3.6 El problema de la factorización única real . . . . .	75
<b>Capítulo IV: Métodos geométricos</b>	<b>77</b>
4.1 La representación geométrica . . . . .	77
4.2 Retículos . . . . .	79
4.3 El teorema de Minkowski . . . . .	83
4.4 El grupo de clases . . . . .	87
4.5 La representación logarítmica . . . . .	96
4.6 Cálculo de sistemas fundamentales de unidades . . . . .	100
4.7 Cálculo del número de clases . . . . .	106

<b>Capítulo V: Fracciones continuas</b>	<b>111</b>
5.1 Propiedades básicas . . . . .	111
5.2 Desarrollos de irracionales cuadráticos . . . . .	116
5.3 Transformaciones modulares . . . . .	118
5.4 Unidades de cuerpos cuadráticos . . . . .	120
5.5 La fracción continua de $e$ . . . . .	122
<b>Capítulo VI: Cuerpos cuadráticos</b>	<b>131</b>
6.1 Formas cuadráticas binarias . . . . .	132
6.2 Equivalencia y similitud estricta . . . . .	136
6.3 Grupos de clases . . . . .	139
6.4 Ecuaciones diofánticas cuadráticas . . . . .	145
6.5 Cálculo de grupos de clases . . . . .	151
<b>Capítulo VII: Números <math>p</math>-ádicos</b>	<b>157</b>
7.1 Valores absolutos . . . . .	158
7.2 Cuerpos métricos discretos . . . . .	164
7.3 Criterios de existencia de raíces . . . . .	170
7.4 Series en cuerpos no arquimedianos . . . . .	173
<b>Capítulo VIII: El teorema de Hasse-Minkowski</b>	<b>181</b>
8.1 Formas cuadráticas . . . . .	181
8.2 Formas cuadráticas sobre cuerpos $p$ -ádicos . . . . .	185
8.3 Formas binarias en cuerpos $p$ -ádicos . . . . .	190
8.4 El teorema de Hasse-Minkowski . . . . .	196
8.5 La ley de reciprocidad cuadrática . . . . .	201
8.6 Conclusión de la prueba . . . . .	202
<b>Capítulo IX: La teoría de los géneros</b>	<b>209</b>
9.1 Equivalencia modular . . . . .	210
9.2 Géneros de formas y módulos . . . . .	216
9.3 El número de géneros . . . . .	224
9.4 El carácter de un cuerpo cuadrático . . . . .	229
9.5 Representaciones por formas cuadráticas . . . . .	234
9.6 Grupos de clases y unidades . . . . .	242
<b>Capítulo X: El Último Teorema de Fermat</b>	<b>253</b>
10.1 El caso $p = 3$ . . . . .	253
10.2 El teorema de Kummer . . . . .	255
<b>Capítulo XI: La función <math>\zeta</math> de Dedekind</b>	<b>261</b>
11.1 Convergencia de la función $\zeta$ . . . . .	263
11.2 Productos de Euler . . . . .	272
11.3 Caracteres de grupos abelianos . . . . .	278
11.4 Caracteres modulares . . . . .	281
11.5 La función $\zeta$ en cuerpos ciclotómicos . . . . .	285
11.6 El cálculo de $L(1, \chi)$ . . . . .	291

11.7 Enteros ciclotómicos reales . . . . .	297
<b>Capítulo XII: Sumas de Gauss</b>	<b>299</b>
12.1 Propiedades básicas . . . . .	299
12.2 Sumas de Gauss y la ley de reciprocidad . . . . .	301
12.3 El signo de las sumas cuadráticas . . . . .	306
12.4 El número de clases en cuerpos cuadráticos . . . . .	310
<b>Capítulo XIII: Cuerpos ciclotómicos</b>	<b>315</b>
13.1 La fórmula del número de clases . . . . .	315
13.2 El primer factor del número de clases . . . . .	317
13.3 Los números de Bernoulli . . . . .	322
13.4 El segundo factor del número de clases . . . . .	328
13.5 Números $p$ -ádicos ciclotómicos . . . . .	332
13.6 La caracterización de los primos regulares . . . . .	337
<b>Capítulo XIV: Números trascendentes</b>	<b>347</b>
14.1 El teorema de Lindemann-Weierstrass . . . . .	347
14.2 El teorema de Gelfond-Schneider . . . . .	356
<b>Bibliografía</b>	<b>363</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>365</b>
<b>Índice de Materias</b>	<b>366</b>