

# Índice General

<b>Introducción</b>	<b>ix</b>
<b>Preliminares conjuntistas</b>	<b>xv</b>
<b>Capítulo I: Los números enteros y racionales</b>	<b>1</b>
1.1 Construcción de los números enteros . . . . .	1
1.2 Anillos . . . . .	3
1.3 Cuerpos de cocientes. Números racionales . . . . .	7
1.4 Cuaterniones racionales . . . . .	13
<b>Capítulo II: Anillos de polinomios</b>	<b>15</b>
2.1 Construcción de los anillos de polinomios . . . . .	15
2.2 Evaluación de polinomios . . . . .	19
2.3 Propiedades algebraicas . . . . .	21
<b>Capítulo III: Ideales</b>	<b>25</b>
3.1 Ideales en un dominio . . . . .	25
3.2 Dominios de ideales principales . . . . .	27
3.3 Anillos noetherianos . . . . .	28
<b>Capítulo IV: Divisibilidad en dominios íntegros</b>	<b>29</b>
4.1 Conceptos básicos . . . . .	29
4.2 Ideales y divisibilidad . . . . .	32
4.3 Divisibilidad en $\mathbb{Z}$ . . . . .	35
4.4 Divisibilidad en anillos de polinomios . . . . .	38
<b>Capítulo V: Congruencias y anillos cociente</b>	<b>45</b>
5.1 Definiciones básicas . . . . .	45
5.2 Números perfectos . . . . .	49
5.3 Unidades . . . . .	54
5.4 Homomorfismos y anillos cociente . . . . .	58
5.5 Cocientes de anillos de polinomios . . . . .	60

<b>Capítulo VI: Algunas aplicaciones</b>	<b>65</b>
6.1 Ternas pitagóricas . . . . .	65
6.2 Sumas de dos cuadrados . . . . .	67
6.3 Sumas de cuatro cuadrados . . . . .	72
6.4 Números de la forma $x^2 + 3y^2$ . . . . .	74
6.5 La ecuación $x^2 + 3y^2 = z^3$ . . . . .	77
6.6 El Último Teorema de Fermat . . . . .	80
6.7 Enteros ciclotómicos . . . . .	83
<b>Capítulo VII: Módulos y espacios vectoriales</b>	<b>87</b>
7.1 Módulos . . . . .	87
7.2 Suma de módulos . . . . .	91
7.3 Módulos libres. . . . .	95
<b>Capítulo VIII: Extensiones de cuerpos</b>	<b>105</b>
8.1 Extensiones algebraicas . . . . .	105
8.2 Homomorfismos entre extensiones . . . . .	110
8.3 Clausuras algebraicas . . . . .	115
8.4 Extensiones normales . . . . .	119
8.5 Extensiones separables . . . . .	123
8.6 El teorema del elemento primitivo . . . . .	129
8.7 Normas y trazas . . . . .	131
<b>Capítulo IX: Grupos</b>	<b>135</b>
9.1 Definición y propiedades básicas . . . . .	135
9.2 Grupos de permutaciones . . . . .	139
9.3 Generadores, grupos cíclicos . . . . .	144
9.4 Conjugación y subgrupos normales . . . . .	147
9.5 Producto de grupos . . . . .	150
9.6 Grupos cociente . . . . .	152
9.7 Grupos alternados . . . . .	154
<b>Capítulo X: Matrices y determinantes</b>	<b>157</b>
10.1 Matrices . . . . .	157
10.2 Determinantes . . . . .	162
10.3 Formas bilineales . . . . .	174
<b>Capítulo XI: Enteros algebraicos</b>	<b>179</b>
11.1 Definición y propiedades básicas . . . . .	179
11.2 Ejemplos de anillos de enteros algebraicos . . . . .	185
11.3 Divisibilidad en anillos de enteros . . . . .	191
11.4 Factorización única en cuerpos cuadráticos . . . . .	195
11.5 Aplicaciones de la factorización única . . . . .	201

<b>Capítulo XII: Factorización ideal</b>	<b>207</b>
12.1 Dominios de Dedekind . . . . .	208
12.2 Factorización ideal en anillos de enteros . . . . .	214
12.3 Dominios de Dedekind y dominios de factorización única . . . . .	220
<b>Capítulo XIII: Factorización en cuerpos cuadráticos</b>	<b>223</b>
13.1 Los primos cuadráticos . . . . .	223
13.2 El grupo de clases . . . . .	226
13.3 Cálculo del número de clases . . . . .	230
<b>Capítulo XIV: La ley de reciprocidad cuadrática</b>	<b>243</b>
14.1 Introducción . . . . .	243
14.2 El símbolo de Legendre . . . . .	247
14.3 El símbolo de Jacobi . . . . .	252
14.4 Los teoremas de Euler . . . . .	255
<b>Capítulo XV: La teoría de Galois</b>	<b>259</b>
15.1 La correspondencia de Galois . . . . .	259
15.2 Extensiones ciclotómicas . . . . .	265
15.3 Cuerpos finitos . . . . .	273
15.4 Polinomios simétricos . . . . .	276
<b>Capítulo XVI: Módulos finitamente generados</b>	<b>281</b>
16.1 Los teoremas de estructura . . . . .	281
16.2 La estructura de los grupos de unidades . . . . .	289
<b>Capítulo XVII: Resolución de ecuaciones por radicales</b>	<b>293</b>
17.1 Extensiones radicales . . . . .	294
17.2 Grupos resolubles . . . . .	297
17.3 Caracterización de las extensiones radicales . . . . .	303
17.4 La ecuación general de grado $n$ . . . . .	305
<b>Apéndice A: El teorema de la base normal</b>	<b>307</b>
<b>Apéndice B: Extensiones inseparables</b>	<b>311</b>
<b>Apéndice C: La resultante</b>	<b>315</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>319</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>321</b>
<b>Índice de Materias</b>	<b>322</b>