

# Índice General

Introducción	ix
<b>1 Topología</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo I: Preliminares topológicos</b>	<b>3</b>
1.1 Convexidad . . . . .	3
1.2 Variedades topológicas . . . . .	5
1.3 Espacios cociente . . . . .	13
1.4 Cocientes de polígonos . . . . .	16
1.5 Homotopías . . . . .	22
<b>Capítulo II: Homología singular</b>	<b>27</b>
2.1 Símplices afines . . . . .	27
2.2 Complejos de cadenas singulares . . . . .	30
2.3 Grupos de homología . . . . .	35
2.4 El teorema de homotopía . . . . .	41
2.5 Sucesiones exactas . . . . .	44
2.6 El teorema de escisión . . . . .	50
<b>Capítulo III: Aplicaciones de la homología singular</b>	<b>61</b>
3.1 La sucesión de Mayer-Vietoris . . . . .	61
3.2 La homología de las esferas . . . . .	65
3.3 El teorema de Brouwer . . . . .	66
3.4 El teorema de Jordan-Brouwer . . . . .	70
3.5 La homología de las superficies compactas . . . . .	75
<b>Capítulo IV: Complejos celulares</b>	<b>81</b>
4.1 Adjunciones . . . . .	81
4.2 Complejos celulares . . . . .	84
4.3 El teorema del homeomorfismo relativo . . . . .	88
4.4 La homología de los complejos celulares . . . . .	90
4.5 Los números de Betti y la característica de Euler . . . . .	100
4.6 Poliedros . . . . .	104

<b>Capítulo V: El álgebra homológica</b>	<b>113</b>
5.1 Categorías . . . . .	113
5.2 Equivalencias homotópicas . . . . .	117
5.3 Productos tensoriales . . . . .	119
5.4 Productos de torsión . . . . .	127
5.5 Cohomología . . . . .	138
<b>Capítulo VI: Productos</b>	<b>151</b>
6.1 El teorema de los modelos acíclicos . . . . .	151
6.2 La homología de un producto . . . . .	154
6.3 El producto exterior . . . . .	160
6.4 El producto mixto . . . . .	168
6.5 Productos relativos . . . . .	169
<b>Capítulo VII: Variedades topológicas</b>	<b>173</b>
7.1 Orientación . . . . .	173
7.2 La homología de las variedades topológicas . . . . .	183
7.3 Límites inductivos . . . . .	192
7.4 La dualidad de Poincaré . . . . .	195
7.5 La dualidad de Alexander . . . . .	204
<b>Capítulo VIII: Homotopía</b>	<b>213</b>
8.1 El grupo fundamental . . . . .	213
8.2 Cubrimientos . . . . .	218
8.3 Un criterio de elevación . . . . .	223
<b>2 Geometría diferencial</b>	<b>229</b>
<b>Capítulo IX: Variedades diferenciales</b>	<b>231</b>
9.1 Definición y hechos básicos . . . . .	232
9.2 Aplicaciones diferenciables . . . . .	235
9.3 El espacio tangente . . . . .	239
9.4 Subvariedades . . . . .	246
9.5 El fibrado de tangentes . . . . .	253
9.6 Tensores . . . . .	255
<b>Capítulo X: Variedades de Riemann</b>	<b>263</b>
10.1 Conexiones afines . . . . .	263
10.2 Métricas de Riemann . . . . .	276
10.3 La conexión de Levi-Civita . . . . .	282
10.4 Geodésicas . . . . .	286

<b>Capítulo XI: Homología y cohomología diferenciable</b>	<b>305</b>
11.1 Homología singular diferenciable . . . . .	305
11.2 Tensores antisimétricos . . . . .	310
11.3 Formas diferenciales . . . . .	313
11.4 La cohomología de De Rham . . . . .	318
11.5 El teorema de De Rham . . . . .	323
11.6 Cohomología con soportes compactos . . . . .	329
<b>Capítulo XII: La cohomología de De Rham</b>	<b>333</b>
12.1 Orientación de variedades diferenciales . . . . .	333
12.2 Integración de formas diferenciales . . . . .	342
12.3 La dualidad de Poincaré . . . . .	350
12.4 Los teoremas de Künneth . . . . .	354
12.5 El grado de una aplicación . . . . .	360
<b>Capítulo XIII: Fibrados</b>	<b>379</b>
13.1 Definición y propiedades básicas . . . . .	379
13.2 El fibrado de tangentes de un fibrado . . . . .	384
13.3 Orientación de fibrados . . . . .	391
13.4 Integración sobre fibras . . . . .	396
13.5 Fibrados de esferas . . . . .	408
<b>Capítulo XIV: La cohomología de los fibrados</b>	<b>417</b>
14.1 La clase de Euler . . . . .	417
14.2 Índices de secciones . . . . .	425
14.3 El isomorfismo de Thom . . . . .	433
14.4 Secciones en fibrados vectoriales . . . . .	440
14.5 La clase y la característica de Euler . . . . .	443
14.6 El teorema de punto fijo de Lefschetz . . . . .	449
<b>Apéndice A: Las superficies compactas</b>	<b>453</b>
A.1 Consecuencias del teorema de Jordan . . . . .	453
A.2 Triangulaciones . . . . .	454
A.3 La clasificación . . . . .	464
<b>Apéndice B: Variedades complejas</b>	<b>469</b>
B.1 Funciones complejas sobre variedades reales . . . . .	469
B.2 Estructuras analíticas . . . . .	471
B.3 Tensores complejos . . . . .	477
<b>Bibliografía</b>	<b>481</b>
<b>Índice de Materias</b>	<b>482</b>