

# Índice General

|   |            |
|---|------------|
| <b>Introducción</b>   | <b>vii</b> |
| <b>Capítulo I: Preliminares conjuntistas</b>                  | <b>1</b>   |
| 1.1 Conjuntos . . . . .                                       | 2          |
| 1.2 Los conceptos conjuntistas básicos . . . . .              | 7          |
| 1.3 Elementos de teoría de conjuntos . . . . .                | 12         |
| 1.3.1 Funciones . . . . .                                     | 12         |
| 1.3.2 Relaciones . . . . .                                    | 16         |
| 1.3.3 Conjuntos finitos . . . . .                             | 18         |
| 1.3.4 Estructuras algebraicas y de orden . . . . .            | 21         |
| 1.3.5 Elementos de aritmética . . . . .                       | 27         |
| 1.4 La teoría de conjuntos no estándar . . . . .              | 30         |
| <b>Capítulo II: Los números reales</b>                        | <b>43</b>  |
| 2.1 Los números naturales . . . . .                           | 43         |
| 2.2 Cuerpos ordenados . . . . .                               | 47         |
| 2.3 Convergencia de sucesiones . . . . .                      | 53         |
| 2.4 La incompletitud de $\mathbb{Q}$ . . . . .                | 59         |
| 2.5 La construcción de $\mathbb{R}$ . . . . .                 | 63         |
| 2.6 Consecuencias de la completitud de $\mathbb{R}$ . . . . . | 70         |
| <b>Capítulo III: Calculo diferencial de una variable</b>      | <b>77</b>  |
| 3.1 La gráfica de una función . . . . .                       | 77         |
| 3.2 Funciones continuas . . . . .                             | 78         |
| 3.3 Funciones derivables . . . . .                            | 85         |
| 3.4 Derivadas sucesivas, la fórmula de Taylor . . . . .       | 99         |
| 3.5 Exponenciales y logaritmos . . . . .                      | 102        |
| 3.6 Límites de funciones . . . . .                            | 109        |
| <b>Capítulo IV: Cálculo integral de una variable</b>          | <b>117</b> |
| 4.1 La integral de Riemann . . . . .                          | 117        |
| 4.2 Las funciones trigonométricas . . . . .                   | 133        |
| 4.3 Cálculo de longitudes, áreas y volúmenes . . . . .        | 141        |

|  |            |
|--|------------|
| <b>Capítulo V: Series infinitas</b>                                | <b>153</b> |
| 5.1 Series numéricas . . . . .                                     | 153        |
| 5.2 Sucesiones funcionales . . . . .                               | 163        |
| 5.3 Series de potencias . . . . .                                  | 174        |
| <b>Capítulo VI: Cálculo diferencial de varias variables</b>        | <b>179</b> |
| 6.1 Espacios métricos y espacios normados . . . . .                | 179        |
| 6.2 Elementos de topología . . . . .                               | 183        |
| 6.3 Funciones continuas . . . . .                                  | 189        |
| 6.4 Derivadas y diferenciales . . . . .                            | 195        |
| 6.5 El teorema de la función implícita . . . . .                   | 208        |
| 6.6 Optimización clásica . . . . .                                 | 212        |
| <b>Capítulo VII: Cálculo integral de varias variables</b>          | <b>219</b> |
| 7.1 Resultados básicos . . . . .                                   | 219        |
| 7.2 Dominios de integración . . . . .                              | 223        |
| 7.3 Cálculo de integrales . . . . .                                | 231        |
| 7.4 El teorema de la media . . . . .                               | 235        |
| 7.5 El teorema de cambio de variable . . . . .                     | 238        |
| 7.6 Áreas de superficies . . . . .                                 | 250        |
| 7.7 Apéndice: Descomposición de aplicaciones lineales . . . . .    | 257        |
| <b>Apéndice A: La teoría de Nelson</b>                             | <b>261</b> |
| <b>Apéndice B: La teoría de Hrbacek</b>                            | <b>271</b> |
| <b>Apéndice C: El teorema de conservación</b>                      | <b>285</b> |
| C.1 Modelos internos . . . . .                                     | 285        |
| C.2 Ultrapotencias . . . . .                                       | 291        |
| C.3 Límites inductivos . . . . .                                   | 297        |
| C.4 El teorema de conservación para la teoría de Hrbacek . . . . . | 303        |
| <b>Bibliografía</b>  | <b>315</b> |
| <b>Índice de Materias</b>  | <b>316</b> |