

Ejercicio 1. Sean p y q variables proposicionales ¿Cuáles de las siguientes expresiones son fórmulas bien formadas?

- | | | |
|---|-------------------------------------|-----------------------|
| a) $(p \neg q)$ | d) $\neg(p)$ | g) $(\neg p)$ |
| b) $p \vee q \wedge True$ | e) $(p \vee \neg p \wedge q)$ | h) $(g \wedge False)$ |
| c) $(p \rightarrow \neg p \rightarrow q)$ | f) $(True \wedge True \wedge True)$ | i) $(p = q)$ |

Respuestas:

- | | | |
|-------|-------|-------|
| a) NO | d) NO | g) SI |
| b) NO | e) NO | h) SI |
| c) SI | f) SI | i) SI |

Ejercicio 2. Respuestas

- | | |
|---------|---------|
| a) Bien | d) Bien |
| b) Bien | e) Mal |
| c) Mal | f) Mal |

Ejercicio 3. $3 + 7 = \pi - 8$ es un tipo Bool dado que compara dos numeros , y luego comparamos un tipo bool con otro tipo bool

Ejercicio 4. a) True b) True c) False d) True e) True f) True g) False

Ejercicio 5. a) Tautología b) Contradicción c) Tautología d) Contingencia e) Tautología f) Tautología g) Contingencia h) Tautología i)

Ejercicio 6. a) False mas fuerte que True b) $(p \wedge q)$ es mas fuerte que $(p \vee q)$ c) Son igual de fuertes d) $(p \wedge q)$ es mas fuerte que p e) Son igual de fuertes f) p es mas fuerte que $(p \rightarrow q)$ g) ninguna es mas fuerte que la otra. h) Ninguna es mas fuerte que la otra

Ejercicio 7. a) Trabajemos el termino de la izquierda

$$(1) \quad (\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$$

$$(2) \quad \neg((\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge q)) \vee (p \wedge q) \text{ (No me acuerdo el nombre)}$$

$$(3) \quad (\neg(\neg p \vee \neg q) \wedge \neg(p \wedge q)) \vee (p \wedge q) \text{ (De Morgan)}$$

$$(4) \quad ((p \wedge q) \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee (p \wedge q) \text{ (Doble de Morgan)}$$

$$(5) \quad ((p \wedge q) \wedge \neg p) \vee ((p \wedge q) \wedge \neg q) \vee (p \wedge q) \text{ (Distributiva)}$$

$$(6) \quad (\text{False} \vee \text{False}) \vee (p \wedge q)$$

$$(7) \quad \text{False} \vee (p \wedge q)$$

$$(8) \quad p \wedge q$$

b)

$$(1) \quad (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$(2) \quad ((p \vee q) \wedge p) \vee ((p \vee q) \wedge r) \text{ (Distributiva)}$$

$$(3) \quad ((p \wedge p) \vee (p \wedge q)) \vee ((p \wedge r) \vee (q \wedge r)) \text{ (Distributiva)}$$

$$(4) \quad p \vee ((p \wedge r) \vee (q \wedge r))$$

$$(5) \quad p \vee ((p \vee q) \wedge r) \text{ (Inversa de Distributiva)}$$

$$(6) \quad (p \vee (p \vee q)) \wedge (p \wedge r)$$

$$(7) \quad (p \vee q) \wedge (p \wedge r)$$

$$(8) \quad p \vee (q \wedge r)$$

$$(9) \quad \neg p \rightarrow (q \wedge r)$$

Por ende eran equivalentes!

c)

$$(1) \quad \neg(\neg p) \rightarrow (\neg(\neg p \wedge \neg q))$$

$$(2) \quad p \rightarrow (p \vee q)$$

$$(3) \quad \neg p \vee (p \vee q)$$

$$(4) \quad (\neg p \vee p) \vee q \text{ (Asociatividad)}$$

$$(5) \quad \text{True} \vee q$$

$$(6) \quad \text{True}$$

Entonces no son equivalentes!

d)

$$(True \wedge p) \wedge (\neg p \vee False) \rightarrow \neg(\neg p \vee q)$$

$$(1) ((True \wedge p) \wedge \neg p) \vee ((True \wedge p) \wedge False) \rightarrow \neg(\neg p \vee q) \text{ (Distributiva)}$$

$$(2) (True \wedge (p \wedge \neg p)) \vee ((True \wedge False) \wedge p) \rightarrow (p \wedge \neg q) \text{ (Asoc y De Morgan)}$$

$$(3) (True \wedge False) \vee (False \wedge p) \rightarrow (p \wedge \neg q)$$

$$(4) (False \vee False) \rightarrow (p \wedge \neg q)$$

$$(5) \neg False \vee (p \wedge \neg q)$$

$$(6) (True \vee p) \wedge (True \vee \neg q)$$

$$(7) True \wedge True$$

$$(8) True$$

Entonces no son equivalentes

e)

$$p \vee (\neg p \wedge q)$$

$$(1) (p \vee \neg p) \wedge (p \vee q)$$

$$(2) True \wedge (p \vee q)$$

$$(3) (p \vee q)$$

$$(4) \neg p \rightarrow q$$

f)

$$\neg(p \wedge (q \wedge s))$$

$$(1) \neg((p \wedge q) \wedge s)$$

$$(2) \quad \neg(p \wedge q) \vee \neg s$$

$$(3) \quad s \rightarrow \neg(p \wedge q)$$

$$(4) \quad s \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$$

Entonces son equivalentes!

g)

$$p \rightarrow (q \wedge \neg(q \rightarrow r))$$

$$(1) \quad \neg p \vee (q \wedge \neg(q \rightarrow r))$$

$$(2) \quad (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg(q \rightarrow r))$$

Falta terminar. Será en otro momento

Ejercicio 8. Muy amplio el ejercicio

Ejercicio 9. a)

$$f \rightarrow (e \vee m) \wedge \neg(e \wedge m)$$

$$\neg f \rightarrow \neg e \quad (f \vee \neg e)$$

$$f \wedge e \rightarrow m \quad (\neg(f \wedge e) \vee m)$$

b) Veamos la primera afirmación

$$(\neg f \vee ((e \vee m) \wedge \neg(e \wedge m)) \wedge (f \vee \neg e) \wedge (\neg(f \wedge e) \vee m) \rightarrow \neg e$$

$$(\neg f \vee ((e \vee m) \wedge \neg(e \wedge m)) \wedge (f \vee \neg e) \wedge (\neg(f \wedge e) \vee m) \rightarrow \neg e$$

Bueno hay que seguir hasta llegar a un TRUE , pero no lo voy a hacer

Ejercicio 10. Definamos algunas equivalencias

$p \equiv$ todos conocen a Juan

$q \equiv$ todos conocen a Camila

$r \equiv$ todos conocen a Gonzalo

Ahora sabemos

$$p \rightarrow q$$

$$p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

Ahora sabemos que p es verdadero
 Pero entonces q es verdadero
 Ademas p es verdadero entonces $(q \rightarrow r)$ es verdadero
 Pero como sabiamos que q era verdadero entonces r es necesariamente verdadero
 Entonces deducimos $p \rightarrow r$ por lo tanto si todos conocen a Juan , todos conocen a Gonzalo

Ejercicio 11. Supongamos $p \equiv$ Haroldo Pelea y $q \equiv$ Haroldo vuelve lastimado. Ahora sabemos que es cierto $p \rightarrow q$ (Haroldo pelea entonces vuelve lastimado). Teniendo esto sabemos que no es cierto que si Haroldo vuelve lastimado entonces peleó, se puede ver facilmente haciendo la tabla de $p \rightarrow q$, si p es verdadero q también lo es. Pero si q es verdadero p puede o no ser verdadero

Ejercicio 12. a) T b) T c)T d) F e) Undef f) F g) T h) T i) T

Ejercicio 13. Se hizo en la teórica la diferencia es que hay un caso con indefinido que es False , es el caso de $p \wedge q$, con p False y q indefinido, si no fuese el \wedge_L entonces evaluaría indefinido , pero con el \wedge_L al tener un false en p automaticamente la afirmación no puede ser verdadera y evalua a falsa

Ejercicio 14. Sucede algo similar solo que en este caso p es True , por ende $p \vee_L$ lo que sea automaticamente evalua a True

Ejercicio 15. Devuelta algo similar solo que funciona cuando p es verdadero $p \rightarrow_L q$ automaticamente es Verdadero sin importar si q está indefinido

Ejercicio 16. a) Indef b) True c) False d) True e) True f) True g) False

Ejercicio 17. Hay que tener imaginación

Ejercicio 18. a) Sale a ojo

- b)
 - I) $n = 1$ $y=1$ $z=1$
 - II) $n = m = 1$ $z = 0$
 - III) no tiene libres
 - IV) esta mal formada
- El resto no tienen variables libres

Ejercicio 19. Veamos:

- a) Versión corregida $\text{pred } a() \{ (\forall x : \mathbb{N}) (((0 \leq x < 10) \wedge P(x)) \rightarrow Q(x)) \}$
- b) Versión corregida $\text{pred } a() \{ \neg(\exists x : \mathbb{Z}) ((0 \leq x < 10) \wedge P(x) \wedge Q(x)) \}$

Ejercicio 20. Solución:

- a) $\text{aux } suc } (x : \mathbb{Z}) : \mathbb{Z} = x + 1$
- b) $\text{aux } suma } (x, y : \mathbb{R}) : \mathbb{R} = x + y$
- c) $\text{aux } producto } (x, y : \mathbb{R}) : \mathbb{R} = xy$
- d) $\text{pred } esCuadrado } (x : \mathbb{Z}) \{ x > 0 \wedge \sqrt{x} \in \mathbb{Z} \}$
- e) $\text{pred } esPrimo } (x : \mathbb{Z}) \{ (x > 0) \wedge (\forall x' \in \mathbb{N}_0) (x' < x \rightarrow x \bmod x' \neq 0) \}$

- f) $\text{pred } \text{sonCoprimos } (x, y : \mathbb{Z})\{(\forall d \in \mathbb{N}_{>1})(x \bmod d = 0 \rightarrow y \bmod d \neq 0)\}$
- g) $\text{pred } \text{divisoresGrandes } (x, y : \mathbb{Z})\{(\forall r \in \mathbb{Z})((x \bmod r \wedge r \neq 1) > y)\}$
- h) $\text{pred } \text{mayorPrimoQueDivide } (x, y : \mathbb{Z})\{\text{esPrimo}(y) \wedge (x \bmod y = 0) \wedge (\forall j \in \mathbb{Z})((\text{esPrimo}(j) \wedge x \bmod j = 0) \rightarrow j < y)\}$
- i) $\text{pred } \text{sonPrimoHermanos } (x, y : \mathbb{Z})\{\text{esPrimo}(x) \wedge \text{esPrimo}(y) \wedge (\neg \exists j \in \mathbb{N})(\text{esPrimo}(j) \wedge (x < j < y) \vee (y < j < x))\}$