

APELLIDO Y NOMBRE: \_\_\_\_\_

COMISIÓN: \_\_\_\_\_

1	2	3	4	Total

**Ejercicio 1.** a) (1,5pts) Sean  $a$  y  $b$  números enteros. Enunciar un criterio para decidir cuándo  $a$  divide a  $b$  en base a su factorización en producto de números primos.

b) (1,5pts) Dar los enteros positivos que son múltiplos de 126 y divisores de 5544.

**Ejercicio 2.** a) (0,5pts) Decidir cuál de los siguientes sistemas tiene solución. Justificar.

$$\text{I) } \begin{cases} x \equiv 5 \pmod{6} \\ x \equiv 3 \pmod{10} \end{cases}$$

$$\text{II) } \begin{cases} x \equiv 5 \pmod{6} \\ x \equiv 4 \pmod{10} \end{cases}$$

b) (2pts) Calcular el conjunto de soluciones del sistema que tenga solución.

**Ejercicio 3.** a) (1pts) Completar la siguiente afirmación: “Sea  $p$  un número primo y  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Si  $p|ab$ , entonces ...”.

b) (1,5pts) Sea  $a \in \mathbb{Z}$  tal que  $3a \equiv 3 \cdot 6^{50} + 3^{50} \pmod{14}$ . Calcular el resto de la división de  $a$  por 7.

**Ejercicio 4.** Tiene que elegir una contraseña de usuario para su correo electrónico. La contraseña debe tener una longitud de 6 caracteres, los cuales pueden ser números (del 0 al 9), letras mayúsculas o minúsculas (de la  $a$  a la  $z$ , sin la  $\tilde{n}$ ) o caracteres especiales (\*, /, +, -). ¿Cuántas contraseñas distintas puede formar...

a) (0,5pts)... si no hay restricción en la elección de los caracteres?

b) (0,5pts)... si no se puede repetir caracteres?

c) (0,5pts)... si exactamente 3 caracteres deben ser letras mayúsculas?

d) (0,5pts)... si desea utilizar números y letras minúsculas, o caracteres especiales y letras mayúsculas? Aclaración: pueden ser todos los caracteres del mismo tipo.