INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA
Guía N° 8 - Primer Cuatrimestre 2022

Problema 1: El radio medio de la órbita terrestre (supuesta circular) es de $150 \times 10^6\,km$ y la Tierra la recorre en 365 días.

(a) Determine cuál es el módulo de la velocidad de la Tierra sobre su órbita en km/h.

(b) Calcule el módulo de la aceleración de la Tierra hacia el Sol.

(c) Suponiendo que la Tierra es una esfera de $6371\,km$ de radio, calcule la velocidad y aceleración que tiene una persona parada en el ecuador, debido al movimiento de rotación de la Tierra.

Problema 2: Un automóvil circula con una velocidad de módulo $20\,m/s$ describiendo una trayectoria circular de $20\,m$ de radio. Calcule:

(a) La velocidad angular.

(b) La aceleración tangencial.

(c) La aceleración normal o centrípeta.

(d) El número de vueltas que da al cabo de una hora.

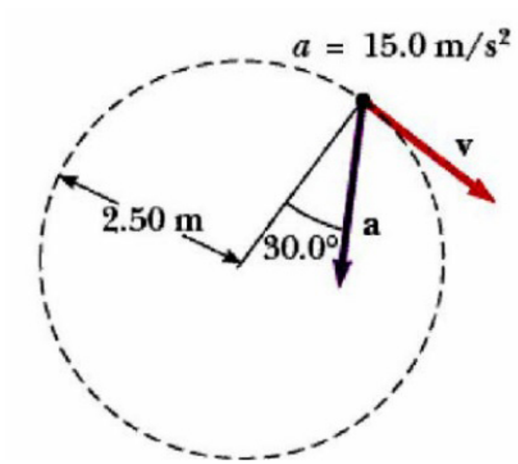
Problema 3: El CD de una computadora de $12\,cm$ de diámetro gira con una frecuencia de 539 r.p.m. Calcule:

(a) La velocidad angular.

(b) El período (tiempo que demora en dar una vuelta completa).

(c) El número de vueltas que da durante la reproducción de una canción de 4 minutos.

Problema 4: En la figura se representa la aceleración total de una partícula que se mueve en sentido horario en una circunferencia de radio $2,5\,m$.



En un determinado instante de tiempo el módulo de la aceleración es $15\,m/s^2$. Para dicho instante de tiempo calcule:

(a) La aceleración radial de la partícula.

(b) La aceleración tangencial.

(c) La velocidad de la partícula.

Problema 5: La posición angular de una partícula que se mueve a lo largo de una circunferencia de radio $1,5\,m$ está dada por la expresión $\theta(t) = 2rad/s^{-2}t^2$, donde el ángulo θ está expresado en radianes y el tiempo en segundos.

(a) Escriba la función de movimiento de la partícula válida para todo t en un sistema de coordenadas cartesianas cuyo origen coincida con el centro de la circunferencia.

(b) Calcule la aceleración angular γ.

(c) Calcule la aceleración tangencial, centrípeta y total de la partícula para todo t en coordenadas polares y coordenadas cartesianas.

(d) Calcule la aceleración tangencial, centrípeta y total de la partícula para $t = 5\,s$ y dibújelas sobre la trayectoria.

Problema 6: Una rueda de radio $R = 0,25\,m$ gira alrededor de su centro con una aceleración angular dada por $\gamma(t) = 4at^3 - 3bt^2$, donde t es el tiempo y a y b son constantes positivas. La posición angular y la velocidad angular de un punto A en el perímetro de la rueda al tiempo $t = 0\,s$ son $\theta(t = 0) = \pi/2\ rad$ y $\omega(0) = 0\,rad/s$, respectivamente.

(a) Determine las unidades de las constantes a y b.

(b) Calcule las funciones velocidad angular y ángulo descripto por el punto A en función del tiempo.

(c) Determine en qué intervalos de tiempo el punto se mueve en sentido horario y en sentido antihorario.

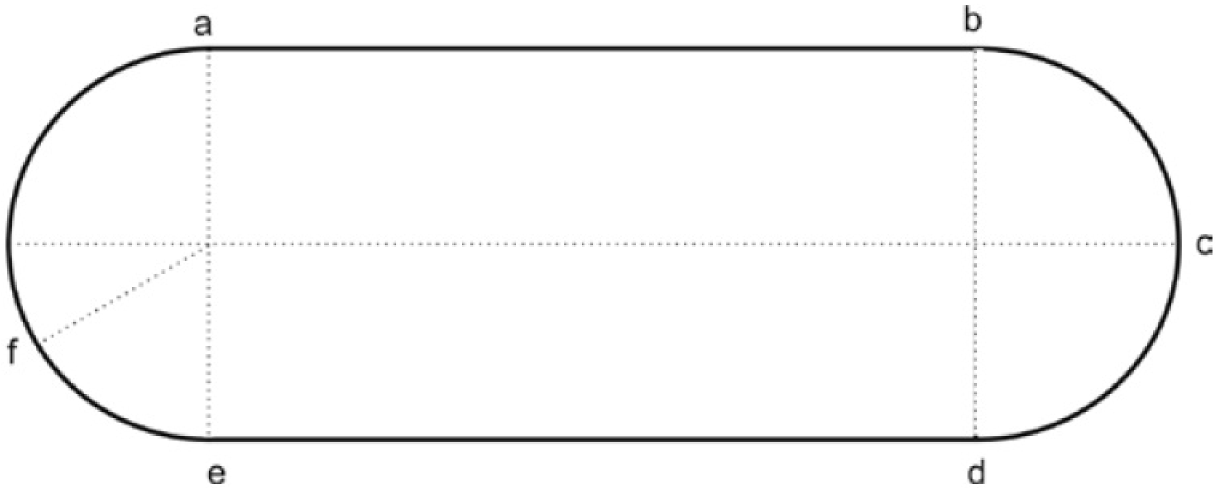
(d) Escriba los vectores aceleración, velocidad y posición del punto A en función del tiempo.

Problema 7: En un reloj la aguja que indica las horas y la que indica los minutos coinciden a medianoche (0 horas).

(a) ¿ A qué hora volverán a coincidir?

(b) ¿ Cuándo lo harán por segunda vez?

Problema 8: Un velódromo es una pista artificial de forma de rectángulo redondeado, como se muestra en la figura, donde se disputan competiciones de ciclismo. La superficie suele ser de madera, aunque también las hay de cemento y compuestos sintéticos. Los velódromos olímpicos deben tener una vuelta de $250\,m$ ó $333,3m$ de manera de recorrer $1000\,m$ en un número entero de vueltas. En el caso que se muestra en la figura la longitud total del circuito es de $333,3\,m$ y el de cada tramo recto es de $100\,m$. El 8 de febrero de 2015, el ciclista australiano Rohan Dennis estableció un nuevo record mundial para la hora recorriendo $52,491\,km$.



Suponiendo que durante la hora mantuvo una velocidad de módulo constante:

(a) Calcule el módulo de la velocidad.

(b) Determine cuánto tiempo demora en dar una vuelta completa.

(c) Calcule la aceleración del ciclista en los tramos rectos y curvos.

(d) Cuando el ciclista quiere terminar el recorrido aplica los frenos justo en el punto b, al iniciar el tramo curvo, y su bicicleta se detiene por completo justo al llegar al punto d. Calcule la aceleración angular que se aplica a la bicicleta suponiendo que es constante.

Problema 9: Un cuerpo se mueve segun las funciones $x(t) = at$; $y(t) = bcos(\omega t)$, donde $\omega = 2\pi\,rad/s$, a y b son constante positivas, x e y se miden en metros y t se mide en segundos.

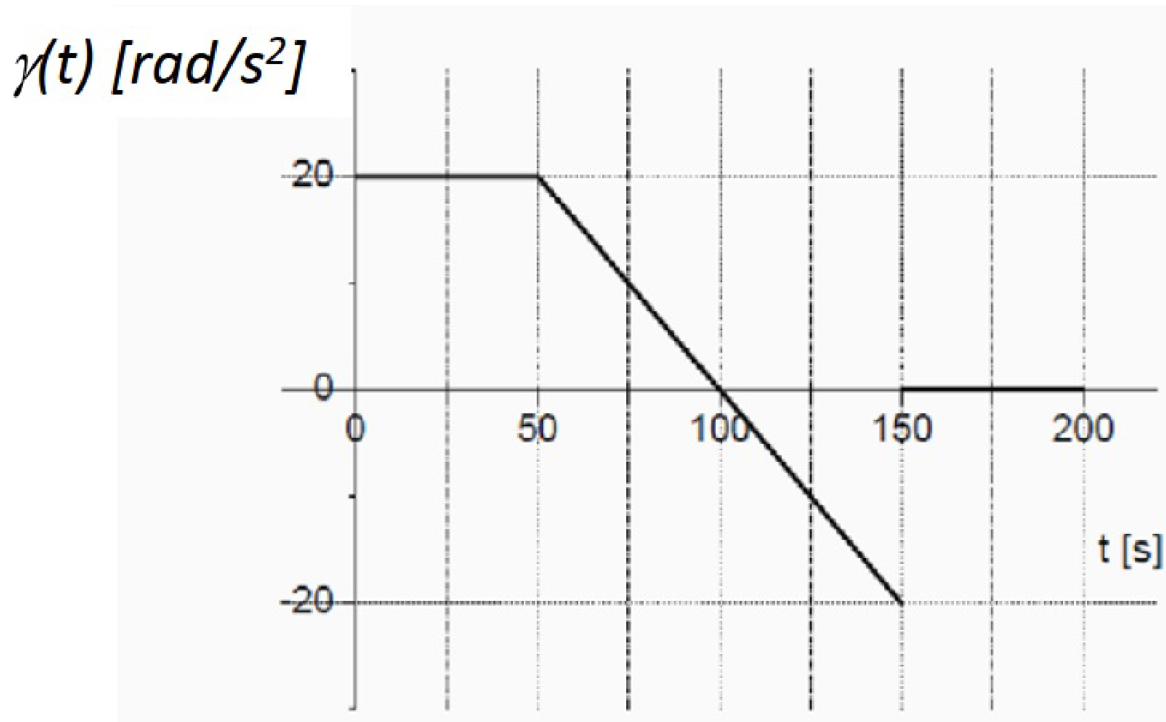
(a) Determine y grafique la trayectoria del cuerpo.

(b) Escriba los vectores $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$. Calcule el modulo de la velocidad y de la aceleracion para todo tiempo.

(c) Analice cualitativamente, a partir del gráfico de la trayectoria, las posiciones en las cuales el vector velocidad es perpendicular al vector aceleración.

(d) Encuentre analíticamente los instantes de tiempo para los cuales el vector velocidad es perpendicular al vector aceleración y compare con el resultado del inciso c).

Problema 10: La aceleración angular de un cuerpo que recorre una trayectoria circular de 4 m de diámetro está dada por el gráfico de la figura



(a) Haga un gráfico cualitativo de la función velocidad angular.

(b) ¿En qué instante(s) se alcanza la velocidad angular máxima?

(c) Sabiendo que $\omega(60\,s) = 1\,rad/s$, dé la expresión para la función velocidad angular para $0\,s \leq t \leq 200\,s$. ¿Cuál es el valor de $\omega(0\,s)$?

(d) Encuentre las función posición angular en función del tiempo, sabiendo que $\theta(0\,s) = \pi\,rad$.

(e) Escriba los vectores posición, velocidad y aceleración del cuerpo en coordenadas polares.

(f) Analice el sentido de giro de este móvil. ¿Es constante? ¿En qué intervalo(s) es horario y en cuáles antihorario?

Problema 11: Una partícula subatómica realiza un movimiento descripto por las funciones

$$
\begin{aligned}
x(t) &= R\,\mathrm{sen}(\omega t) \\
y(t) &= R\cos(\omega t),
\end{aligned}
$$

donde $R = 1\,m$ y $\omega = 2\pi\,[rad/s]$.

(a) Determine y grafique la trayectoria del cuerpo.

(b) Obtenga graficamente los instantes para los cuales el vector $\vec{r}(t)$ es perpendicular a $\vec{v}(t)$ y cuando $\vec{v}(t)$ es perpendicular al vector aceleración.

(c) Escriba los vectores $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$ y calcule las magnitudes de la velocidad y de la aceleración para todo tiempo.

(d) Elija al menos tres instantes y para ellos dibuje los vectores $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$ sobre la trayectoria.

(e) En los puntos elegidos en el ítem anterior dibuje, sobre la trayectoria, las componentes normal y tangencial del vector aceleración.

Problemas Adicionales

Problema 12: Un cuerpo se mueve por el perímetro de un círculo, de radio $R = 2\,m$ con aceleración angular constante. En el instante $t = 0\,s$ el cuerpo se está moviendo en sentido horario y tiene una aceleración tangencial igual a $\vec{a}_t(0\,s) = -4\,m/s^2\,\hat{j}$ y una aceleración normal igual a $\vec{a}_n(0\,s) = 2\,m/s^2\,\hat{i}$.

(a) Realice un gráfico que esquematice la situación planteada mostrando la posición del cuerpo para $t = 0\,s$.

(b) Determine la aceleración angular del cuerpo.

(c) Calcule la velocidad angular en función del tiempo y grafíquela.

(d) Calcule la posición angular en función del tiempo.

(e) Determine el/los intervalo/s de tiempo en que se mueve en sentido horario.

Problema 13: : Un punto P en el borde de una rueda de radio $1\,m$, que gira alrededor de su eje, describe un ángulo θ , que en función del tiempo t se expresa por

$$\theta(t) = \frac{\pi}{4}\,\frac{1}{s^2}\left(-\frac{1}{4}\,t^2 + \frac{1}{2}\,s\,t + 2\,s^2\right)$$

(a) Calcule la velocidad y la aceleración angulares para todo tiempo.

(b) Determine los intervalos de tiempo donde el punto P se mueve en sentido horario y aquellos donde lo hace en sentido antihorario.

(c) Escriba los vectores posición $\vec{r}(t)$, velocidad $\vec{v}(t)$ y aceleración $\vec{a}(t)$.

Problema 14: : Hasta ahora hemos considerado que la aceleración de la gravedad es constante y la misma para todos los cuerpos ($g = 9,8\,m/s^2$). Sin embargo, esta aproximación es válida sólo en las proximidades de la Tierra. De acuerdo a la ley de gravitación universal la aceleración es la misma para todos los cuerpos, pero depende de la distancia a la que se encuentra el cuerpo del centro de la Tierra. De acuerdo a esta teoría el vector aceleración debido a la interacción gravitatoria expresado en un sistema de coordenadas polares con origen en el centro de la Tierra está dado por la expresión:

$$\vec{g}(r) = -\frac{G\,M_T}{r^2}\,\hat{u}_\rho,$$

donde

$G = 6,674 \times 10^{-11}\, m^3/(kg.s^2)$ es la constante de gravitación universal,

$M_T = 5,97 \times 10^{24}\, kg$ es la masa de la Tierra,

r es la distancia entre el cuerpo y el centro de la Tierra y

$\hat{u}_\rho$ es el versor de las coordenadas polares en la dirección radial.

Suponiendo que la Tierra es una esfera de radio $R_T = 6371\, km$ calcule:

(a) La aceleración de la Estación Espacial Internacional (EEI) que orbita a una altura promedio de $415\, km$ de la superficie de la Tierra.

(b) La velocidad angular de la EEI.

(c) ¿Cuántas veces orbita la Tierra por día la EEI?

Problema 15: Se desea colocar en órbita un satélite de comunicaciones geoestacionario (es decir que siempre está posicionado sobre el mismo punto del ecuador). Teniendo en cuenta la expresión de la aceleración de la gravedad dada por la teoría de gravitación universal:

(a) ¿Cuál es la velocidad angular del satélite?

(b) ¿A qué distancia sobre la superficie de la Tierra debe estar la órbita de este satélite?

(c) ¿ Cuál es el módulo del vector velocidad del satélite?

Problema 16: Un móvil A se mueve sobre un círculo de radio $R = 1\, m$ con una aceleración angular constante γ_0 en sentido antihorario, encontrándose en $t = 0\, s$, respecto a un sistema con origen en el centro del círculo, en $\vec{r}_{A0} = R\,\hat{i}$ con velocidad angular $\omega(t = 0\, s) = \omega_0$. Un segundo móvil B se mueve con velocidad constante $\vec{v} = v_0 \cos(\pi/4)\,\hat{i} + v_0\,\mathrm{sen}(\pi/4)\,\hat{j}$, con $v_0 = 2\, m/s$, encontrándose en $t = 0\, s$ en $\vec{r}_B(t = 0\, s) = -R\,\hat{i} - 2R\,\hat{j}$.

(a) Calcule el o los puntos en que las trayectorias de ambos móviles se cruzan.

(b) Calcule la aceleración angular γ_0 y velocidad angular inicial ω_0 que debe tener el móvil A para que los puntos encontrados en (a) sean puntos de encuentro, sin que el móvil A haya pasado 2 veces por el mismo sitio.

(c) Calcule el instante en que el móvil A invierte el sentido de giro.

(d) Calcule la aceleración tangencial y normal del móvil A en los puntos de encuentro dados en (b).