Title

Javier Vera

November 27, 2022

1 Ejercicio 4

- Falso.Por ejemplo definamos la siguiente transformacion

$$T(e_1) = e_1 \quad T(e_2) = e_2 \quad T(e_3) = 2e_3$$

Esta transformación lineal tiene autovalores 1 y 2 que son dos autovalores distintos. Y es directo ver que en base canonica esta transformación ya esta diagnolizada, por ende es diagonalizable

- Falso. Usando cualquier función $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ que separe con la suma pero no con escalar Por ejemplo

2 Ejercicio 5

- Calculando el determinante nos da $\det(A) = 4a - 8b + 12c$. Ahora probamos que es subespacio. Veamos que es cerrado para suma. Tomando $\mathcal{T} = \{(a, b, c) \in \mathbb{R} | \det(A) = 0\}$

$$\begin{aligned}
&\text{Sean } (a_1, b_1, c_1) \wedge (a_2, b_2, c_2) \in \mathcal{T} \Rightarrow \\
&-4(a_1, b_1, c_1) - 8(a_1, b_1, c_1) + 12(a_1, b_1, c_1) = 0 \wedge -4(a_2, b_2, c_2) - 8(a_2, b_2, c_2) + 12(a_2, b_2, c_2) = 0 \\
&\text{Ahora tenemos que } -4((a_1, b_1, c_1) + (a_2, b_2, c_2)) - 8((a_1, b_1, c_1) + (a_2, b_2, c_2)) + 12((a_1, b_1, c_1) + (a_2, b_2, c_2)) \\
&= -4((a_1, b_1, c_1) - 4(a_2, b_2, c_2)) - 8((a_1, b_1, c_1) - 8(a_2, b_2, c_2)) + 12((a_1, b_1, c_1) + 12(a_2, b_2, c_2)) \\
&= [-4(a_1, b_1, c_1) - 8(a_1, b_1, c_1) + 12(a_1, b_1, c_1)] + [-4(a_2, b_2, c_2) - 8(a_2, b_2, c_2) + 12(a_2, b_2, c_2)] = 0 \quad (1)
\end{aligned}$$

Entonces es cerrado para la suma

3 Ejercicio 6

Si hacemos la matriz de dicha TL usando las base canonica $B = \{1, x \dots x^n\}$ nos queda

$$[A]_B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ & & & \ddots & n-1 \\ 0 & & & & 1 \end{bmatrix}$$

Como se triangular su det es la diagonal multipicada que es 1, es directo cacular su pol característico

$$\mathcal{X}_A = (\lambda - 1)^n$$

Reemplazando en la matriz adecuada con el autovalor 1, y buscando su nucleo llegamos a

$$Nu(\lambda I - A) = < (1, 0 \dots, 0) >$$

que en pols es $< 1 >$. Que tiene sentido, son los únicos pols que al aplicarles T vuelven ellos mismos. Por lo tanto no es diagonalizable, la dim del autoespacio no alcanza.