

Nombre y apellido: [REDACTED]

Comisión: 2

Justifique todas sus respuestas. No se permite usar calculadora. Apague su celular.

TEMA A

Ejercicio 1. (30 pts.)

a) Calcular el máximo común divisor entre 131 y 23 y expresarlo como combinación lineal entera de 131 y 23.

b) Hallar el resto de la división de $5^{271} - 2 \cdot 3^{16} + 27$ por 7.

Ejercicio 2. (30 pts.) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.

3 a) 109 es un número primo.

10 b) Si a, b y c son números enteros tales que $a|c$ y $b|c$, entonces $ab|c$.

6 c) Existen enteros no nulos a y b tales que $a^4 = 5b^2$.

Ejercicio 3. (20 pts.)

a) Hallar todas las soluciones $x \in \mathbb{Z}$ del sistema de ecuaciones de congruencias:

$$\begin{cases} x \equiv -1 \pmod{10} \\ x \equiv 12 \pmod{7} \\ x \equiv 4 \pmod{33} \end{cases}$$

b) ¿Cuál es la mínima solución positiva del sistema del inciso a)?

Ejercicio 4. (20 pts.)

a) Completar el siguiente enunciado de modo que resulte válido:

"Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ y sea $m \in \mathbb{N}$. La ecuación de congruencia $ax \equiv b \pmod{m}$ tiene solución si y sólo si $(a, m) | b$. Además, si x_0 es una solución, entonces toda otra solución es de la forma $x_0 + \frac{m}{(a, m)} \cdot k$, $k \in \mathbb{Z}$."

b) Enunciar el Teorema de Wilson.

PUNTAJES

Ejercicio	1	2	3	4	Total
Puntaje	30	19	17	20	86