teorema Si $f \in C[a,b]$ que es w-ortogonal a Π_n (pols de gr $\leq n$)

$\Rightarrow$ f cambia de signo al menos $n+1$ veces en (a,b)

dem $1 \in \Pi_n$ si $\int_a^b w(x) f(x)\, dx = 0$

$\Rightarrow$ f cambia de signo al menos una vez porque si no la integral no puede dar 0 por continuidad y pq $f(x) w(x) \neq 0$

Supongo que cambia $r \leq n$ veces
$a_0 = t_0 \leq t_1 \cdots \leq t_{r+1} = b$

en $[t_0, t_1) \cup (t_1, t_2) \cup \cdots \cup (t_r, t_{r+1}]$ signo constante

$p(x) = \prod_{i=1}^{r} (x - t_i)$ $\quad gr(p) \leq n$

$$\int_a^b w(x) \overbrace{f(x) p(x)}^{*} dx \neq 0$$

absurdo! pq f w-ortogonal a pols de gr $\leq n$ $\Rightarrow$ w-orto a p

Porque cuando t va cambiando de intervalo f(x) alterna signo pero t(x) también entonces

o tenemos que ambos son
1) positivos o negativos (multip positiva)
2) uno positivo uno negativo (mult negat)

⇒ en cada intervalo la mult va a tener el mismo signo

Resolución de sistemas lineales

$Ax = b \quad A \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad b \in \mathbb{R}^n$

Teorema a) el sistema tiene solución

b) $\exists A^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times n} \;/\; AA^{-1} = I = A^{-1}A$

c) $\det(A) \neq 0$

d) las columnas de A son una base de $\mathbb{R}^n$

Caso 1 A diagonal

a) si $\det \neq 0$

$a_1 x_1 = b_1$

$\vdots$

$a_n x_n = b_n$

Caso 2 A Triangular

$x_1 = b_1 / a_{11}$

$\vdots$

$x_n = (b_n - \dots -) / a_{nn}$

Total pasos

$\frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2}$

$= n^2 = O(n^2)$

Si no es diag ni triangular

$\Rightarrow$ con a_{11} eliminamos a_{n1} $n \neq 1$
(Triangularizamos)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & \tilde{a}_{22} & \cdots & \tilde{a}_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & \tilde{a}_{n} \end{pmatrix}_n$$

$-\frac{a_{21}}{a_{11}} f_1 + f_2$

∘) en general $-\frac{a_{i1}}{a_{11}} f_1 + f_i$

∴ etc hasta llegar a una triangular

∘) hay que hacer $\frac{2}{3}n^3$ operaciones en total para triangular que es $O(n^3)$

Despues de eso triangular que es $O(n^2)$

implementación

```
input n, A, b
   for k = 1, ..., n-1 do
       if (a_kk ≠ 0) STOP
       for i = k+1, ..., n
           m ← a_ik / a_kk
       for j = k+1, ..., n do
           a_ij ← a_ij - m a_kj

       end for (j)

           b_i ← b_i - m b_k
     end for (i)

     end for (k)
     end
```

Teorema Sea $A_k = A(1:k, 1:k)$

$$A = \underbrace{\left(\begin{array}{c|c} A_k & \\ \hline & \\ & \end{array} \right)}_{n} \begin{matrix} \} k \\ \\ \end{matrix} \; n$$

Si A_k es no singular $\forall k$ entonces el proceso de eliminación gaussiana es realizable y $\exists$ sol de Ax

~ ———— ⇒ ————

Queremos ver que podemos escribir $A = LU$

i) con L triangular inferior con 1's en la diagonal

ii) U triangular superior

$\Rightarrow$ $Ax = b$

$$L(\underbrace{Ux}_{y}) = b \begin{cases} \to Ly = b & O(n^2) \\ \to Ux = y & O(n^2) \end{cases}$$

pero para lograr $A = LU$ deberíamos hacer descomposición gaussiana, salvo que A cumpla ciertas condiciones que lo hacen más barato