

Apellido: [REDACTED]	Nombre: [REDACTED]
Condición: Regular	

1	2	3	4	5	Total	6	7	Total	Nota
10	15	10	12	20	67	15	15	30	97

LEER ATENTAMENTE ESTAS INSTRUCCIONES:

- Toda respuesta debe estar debidamente justificada.
- Sólo se responden preguntas sobre enunciados.
- No está permitido el uso de calculadoras.
- Para aprobar el examen se deben aprobar ambas partes, la teórica y la práctica.

10 (diez)

Parte Práctica**Ejercicio 1. (10 pt).**Probar por inducción que para todo $n \in \mathbb{N}$ se cumple que:

$$\sum (a) 3^{2n+2} + 2^{6n+1} \text{ es múltiplo de } 11;$$

$$\sum (b) \sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

Ejercicio 2. (15 pt)

Un sistema informático requiere una palabra clave alfanumérica de 8 caracteres tomados del alfabeto de 26 letras más los 10 dígitos decimales. El administrador puede fijar distintos criterios para aceptar o no una sucesión de 8 caracteres como palabra clave válida. Para cada uno de los siguientes criterios contar cuántas palabras clave válidas hay.

- (a) CRITERIO 1. Sólo letras distintas.
- (b) CRITERIO 2. 4 letras y 4 números todos distintos.
- (c) CRITERIO 3. Al menos 2 letras y al menos 2 números.

Ejercicio 3. (10 pt)Sea p un número primo. Probar que:

$$(a) p \mid \binom{p}{k} \text{ para todo } 1 \leq k \leq p-1.$$

$$(b) (a+b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p} \text{ para todo } a, b \in \mathbb{Z}.$$