

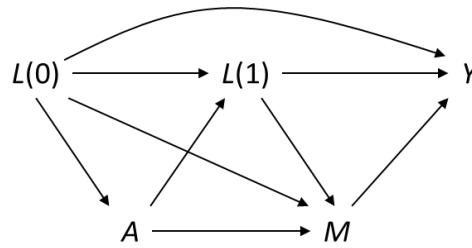
## Effet marginal randomisé (ou interventionnel) – Effet Direct Naturel et Effet Indirect Naturel

A partir des écritures contrefactuelles suivantes sous le modèle causal représenté dans la figure 1 :

$$rNDE = \mathbb{E}(Y_{A=1, \Gamma_{A=0}} | L(0)) - \mathbb{E}(Y_{A=0, \Gamma_{A=0}} | L(0)) \text{ et } rNIE = \mathbb{E}(Y_{A=1, \Gamma_{A=1}} | L(0)) - \mathbb{E}(Y_{A=1, \Gamma_{A=0}} | L(0)),$$

où  $Y_{A=a, \Gamma_{A=a^*}}$  correspond à la valeur contrefactuelle du critère de jugement  $Y$  sous un scénario fictif où l'exposition d'intérêt  $A$  prendrait la valeur  $do(A = a)$  pour toute la population, et où le médiateur d'intérêt prendrait une valeur tirée au sort dans la distribution attendue de  $M_{A=a^*} | L(0)$  sous le scénario contrefactuel  $do(A = a^*)$ .

Figure 1 : structure causale



### 1. Définitions et références

Premières propositions dans Didelez et al. (2006) et Geneletti (2007) :

- Didelez, V., Dawid, A. P. and Geneletti, S. (2006) Direct and indirect effects of sequential treatments. In Proc. 22nd Conf. Uncertainty in Artificial Intelligence
- Geneletti, S. (2007) Identifying direct and indirect effects in a non-counterfactual framework. J. R. Statist. Soc. B, 69, 199–215

#### 1.1. Mediation analysis with time varying exposures and mediators

VanderWeele TJ, Tchetgen Tchetgen EJ. Mediation analysis with time varying exposures and Mediators. J R Statist Soc B 2017;79(Part 3): 917–938

“we define a randomized interventional analogue of natural direct and indirect effects that are identified in this setting”

$$E(Y_{\bar{a}} | v) - E(Y_{\bar{a}^*} | v) = \{E(Y_{\bar{a}} | v) - E(Y_{\bar{a}\bar{G}_{\bar{a}^*|v}} | v)\} + \{E(Y_{\bar{a}\bar{G}_{\bar{a}^*|v}} | v) - E(Y_{\bar{a}^*} | v)\}$$

Défini comme “interventional analogue of the natural indirect effect and natural direct effect”.

La première partie entre accolade est l’effet indirect, la deuxième accolade est l’effet direct.

Lorsque les conditions d’identification sont présentes, on peut l’identifier avec les données empiriques (note, ci-dessous, la notation n’est pas très claire, il s’agit d’un effet conditionnellement aux facteurs de confusion baseline V) :

$$E(Y_{aG_{a^*|v}}) - E(Y_{a^*G_{a^*|v}}) = \sum_{l,m} \{E(Y|a, l, m, v) P(l|a, v) - E(Y|a^*, l, m, v) P(l|a^*, v)\} P(m|a^*, v),$$

$$E(Y_{aG_{a|v}}) - E(Y_{aG_{a^*|v}}) = \sum_{l,m} E(Y|a, l, m, v) P(l|a, v) \{P(m|a, v) - P(m|a^*, v)\}.$$

La somme des deux donne un « interventional overall effect » (différent dans sa définition formelle de l' « average total effect » habituellement utilisé).

Ensuite, ils généralisent leur définition à une situation avec plusieurs vagues d'exposition et de médiateurs qui se succèdent.

Conditions d'identification dans la situation générale à plusieurs vagues :

$$\begin{aligned} (a'') Y_{\bar{a}m} &\perp\!\!\!\perp A(t) | \bar{A}(t-1), \bar{M}(t-1), \bar{L}(t-1), V, \\ (b'') Y_{\bar{a}m} &\perp\!\!\!\perp M(t) | \bar{A}(t), \bar{M}(t-1), \bar{L}(t), V \text{ and} \\ (c'') M_{\bar{a}}(t) &\perp\!\!\!\perp A(t) | \bar{A}(t-1), \bar{M}(t-1), \bar{L}(t-1), V. \end{aligned}$$

- (a'') Pas de confusion résiduelle entre l'exposition  $A(t)$  et l'outcome  $Y_{\bar{a}m}$ , conditionnellement aux variables qui précèdent  $A(t)$
- (b'') Pas de confusion résiduelle entre l'exposition  $M(t)$  et l'outcome  $Y_{\bar{a}m}$ , conditionnellement aux variables qui précèdent  $M(t)$
- (c'') Pas de confusion résiduelle entre l'exposition  $A(t)$  et le médiateur  $M_{\bar{a}}(t)$ , conditionnellement aux variables qui précèdent  $A(t)$
-