財務工程專題報告

機器學習模型之殘差套利策略

陳澤維(學號:110072142)

日期: 2025年6月10日

目錄

1	引言		1							
2	文獻	探討	1							
3	·····································									
	3.1	研究架構槪述	2							
	3.2	資料來源與預處理	3							
	3.3	套利投資組合建構	3							
	3.4	套利訊號萃取(Convolutional Transformer)	3							
	3.5	資產配置策略學習	4							
4	實證	·····································	4							
	4.1	資料準備:Fama 因子以及日報酬率矩陣	4							
	4.2	Fama 模型	5							
	4.3	PCA 主成分分析	6							
	4.4	機器學習模型選擇	7							
	4.5	交易策略配置	7							
	4.6	策略績效評估	9							
	4.7	模型選擇與實證反思	10							
	4.8	結論與展望	10							
桑	老文章	1	10							

圖目錄

1	Fama 因子	4
2	日報酬率矩陣	4
3	Fama 殘差矩陣	5
4	PCA 殘差矩陣	7
5	績效回測	9

1 引言

在現代金融市場中,統計套利策略(Statistical Arbitrage)因其系統化、量化與中性 風險的特性,廣泛應用於多資產配置與對沖基金操作之中。傳統的套利方法,如配對交易 (Pairs Trading)與基於均值回歸的布林通道策略,雖具操作直觀性,但其對市場微結構、 非線性價格動態與跨期因果關係的掌握能力有限。在此背景下,深度學習技術的興起爲量 化交易策略帶來嶄新突破,尤其在高維特徵擷取與複雜時序建模方面,展現卓越潛力。

本研究旨在提出一套結合卷積神經網路(CNN)與轉換器(Transformer)架構的統計套利框架,嘗試以數據驅動方式學習資產殘差價格序列中的時序結構與交易訊號。與傳統僅依賴均值與標準差建立交易區間的模型不同,本方法從資產定價理論出發,先以Fama-French 五因子、PCA等模型計算每支資產的理論價,進而取得其日內殘差序列。接著,透過CNN 捕捉殘差序列中的局部價格形態(如趨勢反轉),再交由 Transformer 進一步擷取跨期關聯性與模式演化,最終輸出爲一交易配置向量,作爲當期資產配置依據。

透過台股市場 2009 年至 2025 年資料進行實證驗證,研究結果顯示本模型於樣本外期間具顯著報酬與夏普比率表現,並在交易成本與風險調整後,依然優於 FFT 濾波、OU 過程等基準策略。此顯示深度學習在統計套利訊號提取與動態資產配置中的應用潛力,對未來量化策略發展具高度參考價值。

2 文獻探討

統計套利策略的理論基礎可追溯至資產定價理論中的均值回歸假說(mean-reversion hypothesis),其核心觀念認爲資產價格若因短期供需失衡而偏離其合理估值,將傾向於隨時間修正。最早的應用多集中於配對交易法(Pairs Trading),透過尋找歷史上具高度共移關係的資產對,進行買低賣高操作(Gatev, Goetzmann, and Rouwenhorst, 2006)。然而該方法對於配對選擇與結構穩定性具有高度敏感性,難以應用於多資產場景。

為克服配對交易的限制,研究者轉向多因子模型作為合理價格估計基礎。例如 Fama and French (2015)提出五因子模型,整合市值、帳面市值比、獲利能力與投資指標,使得資產報酬預測更具經濟意涵。近年更有Gu, Kelly, and Xiu (2020)等人將主成分分析(PCA)與機器學習結合,發展出 IPCA(Instrumented PCA)以提取跨期因子結構並解釋資產報酬。

在訊號擷取方法方面,傳統策略多倚賴統計閾值(如均值加減標準差)或濾波器(如FFT)進行反轉預測。然而此類方法難以處理資產價格中潛在的非線性與高階時序特徵。Gu, Kelly, and Xiu 率先使用機器學習模型於多資產回報預測中,實證顯示深度神經網路在資產排序、訊號穩健性與風險調整報酬上優於傳統方法。與此同時,深度學習模型如卷積神經網路(CNN)與轉換器(Transformer)逐漸於金融時序資料中嶄露頭角。CNN特別擅長捕捉局部特徵模式,如價格反轉結構(Zhang, Zohren, and Roberts, 2019);而Transformer之自注意力機制可有效擷取長期跨期依賴性,在自然語言處理與財務預測上均展現優異表現(Zhou et al., 2022)。Guijarro-Ordonez, Pelger, and Zanotti (2021) 進一步結合因子模型殘差與深度學習架構,提出「Deep Learning Statistical Arbitrage」策略,奠定本研究之理論與技術基礎。

綜上所述,過去文獻已初步驗證多因子模型與深度學習方法在統計套利中的潛力,然而針對卷積與轉換器架構的融合應用仍屬稀少。爲塡補此研究空缺,本研究嘗試建構一套CNN-Transformer結合架構,並系統性比較其在不同因子建模方法下的套利績效,進一步拓展統計套利與深度學習的融合應用。

3 研究方法

3.1 研究架構概述

本研究旨在透過卷積轉換器網路(Convolutional Transformer Network)實作統計套利策略,並評估其於美股市場的表現與穩健性。根據 Guijarro-Ordonez et al. (2022)提出的深度學習統計套利架構,本研究將套利流程分爲三個核心階段:

- 1. 套利投資組合建構 (Arbitrage Portfolio Generation)
- 2. 套利訊號萃取 (Arbitrage Signal Extraction)
- 3. 資產配置策略學習(Arbitrage Allocation Decision)

本章將依序說明資料來源、模型設計、訊號生成與交易決策流程。

3.2 資料來源與預處理

研究採用台灣股票市場資料,涵蓋期間為 2009 年至 2025 年,資料來源為 TEJ 和 yfinance 資料庫。考量流動性與實務交易可行性,納入上市約一千檔個股,並剔除有缺漏 資料之樣本。每日報酬經風險因子調整後產生殘差序列,作爲套利訊號的分析基礎。

3.3 套利投資組合建構

在統計套利中,必須先釐清「類似資產」的定義與選擇方式。本研究依據資產定價理論,採用因子模型擷取系統性風險,並定義「套利組合」爲目標資產相對於模仿組合 (mimicking portfolio)之殘差 (residual portfolio)。其數學形式如下:

$$\varepsilon_{n,t} = R_{n,t} - \beta_{n,t-1}^{\mathsf{T}} F_t$$

其中 $R_{n,t}$ 爲第 n 檔股票在時間 t 的報酬, F_t 爲 K 個系統性風險因子, $\beta_{n,t-1}$ 爲其對應的風險曝險係數。殘差 $\varepsilon_{n,t}$ 即爲套利交易的標的。

在本研究中,考慮兩種因子模型:

- Fama-French 五因子模型
- 主成分分析 (PCA) 提取之潛在因子

3.4 套利訊號萃取(Convolutional Transformer)

傳統統計套利方法常假設殘差服從平均回歸過程(如 OU process),但對於複雜或非線性之殘差序列,其假設可能過於侷限。

本研究採用結合卷積神經網路(CNN)與 Transformer 架構的深度學習模型,作為訊號萃取器:

- 1. CNN 層:學習殘差序列中之局部模式(如趨勢、反轉)
- 2. Transformer 層:整合局部特徵爲全域時間依賴結構,捕捉非線性與非平穩性

模型輸入為前 LookbackWindow = 30 日的殘差:

$$x_t = \operatorname{Int}(\varepsilon_{t-L:t-1}) \in \mathbb{R}^L$$

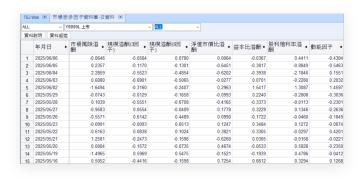
輸出則爲一組策略決策所需之特徵向量 (signal),即 $\theta_t \in \mathbb{R}^p$ 。

3.5 資產配置策略學習

在獲得訊號 θ_t 後,需進行資產配置決策。本研究將此問題建模爲最大化夏普比率的優化問題:故在選擇損失函數時採用 sharpe loss,由殘差訊號配置出信號強度並轉換成實際投資權重,同時滿足槓桿約束以及交易成本限制。

4 實證研究

4.1 資料準備: Fama 因子以及日報酬率矩陣



資料來源:TEJ。

圖 1: Fama 因子

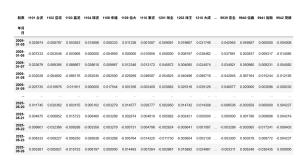


圖 2: 日報酬率矩陣

4.2 Fama 模型

為探討個股相對於理論價格之偏離程度,本研究首先以 Fama-French 五因子模型作爲資產定價依據,並對樣本中每檔股票應用普通最小平方法(Ordinary Least Squares, OLS)進行逐檔回歸。此模型涵蓋市場風險因子、市值因子、帳面市值比因子、獲利能力因子以及投資因子,能夠有效捕捉大多數股票報酬中所蘊含的系統性風險結構。回歸後所獲得的殘差項(residuals),即爲實際股票報酬與模型所預測報酬之間的差距,可視爲該資產在特定時點下,未被共同風險因子所解釋的「錯價」(mispricing)。這些殘差反映資產相對於理論定價的短期偏離,亦是本研究統計套利模型中進行交易訊號提取與時間序列建模的核心依據。

	A	В	С	D	Е	F	G	H	I	J	K
1		1101	1102	1103	1104	1108	1109	1110	1201	1203	1210
2	2009/1/5	-0.00396	-0.03119	-0.01501	-0.00559	-0.00623	-0.00222	-0.01868	-0.02956	-0.00361	0.011019
3	2009/1/6	-0.01491	-0.01481	-0.0159	-0.00539	-0.01581	-0.00475	-0.01263	-0.00523	0.003454	0.029264
4	2009/1/7	0.008062	0.048234	0.048268	0.031498	-0.00283	0.006211	0.010371	0.038737	0.000475	0.011346
5	2009/1/8	0.033395	-0.00793	-0.00577	0.000672	-0.01622	-0.00164	0.007713	-0.00792	-0.00489	-0.01912
б	2009/1/9	-0.01481	-0.00022	0.012126	-0.00209	0.013265	0.002022	-0.00757	0.019685	0.017866	0.030286
7	2009/1/10	-0.02203	0.012371	0.00236	-0.01164	-0.00613	0.01783	-0.00724	0.022092	0.018643	0.046524
8	2009/1/12	-0.0204	-0.0268	-3.85E-05	0.02001	0.004223	-0.0042	0.020741	-0.0077	0.068985	0.000878
9	2009/1/13	-0.04979	-0.0314	-0.00583	-0.0219	-0.00555	-0.01246	-0.02326	-0.04136	0.053171	-0.07708
10	2009/1/14	0.047681	-0.00041	-0.00247	0.005105	0.005679	0.001548	0.003296	-0.00854	-0.01601	-0.00408
11	2009/1/15	0.014024	0.018239	0.015403	0.004298	0.038035	0.002663	0.010991	-0.00393	-0.01205	0.018983
12	2009/1/16	-0.00482	-0.00542	-0.00579	-0.00432	-0.01891	0.007012	-0.00294	0.04035	0.004758	0.027984
13	2009/1/17	0.006847	-0.00621	-0.00848	-0.0064	0.001051	0.000123	0.070093	-0.00127	-0.01647	0.007458

圖 3: Fama 殘差矩陣

Fama-French 五因子模型回歸公式

本研究以 Fama-French 五因子模型爲基礎,對每檔股票的日報酬 $R_{i,t}$ 進行 OLS 回歸,模型表示如下:

 $R_{i,t} - R_{f,t} = \alpha_i + \beta_{i,m} (R_{m,t} - R_{f,t}) + \beta_{i,smb} \cdot \text{SMB}_t + \beta_{i,hml} \cdot \text{HML}_t + \beta_{i,rmw} \cdot \text{RMW}_t + \beta_{i,cma} \cdot \text{CMA}_t + \varepsilon_{i,t}$

其中:

- $R_{i,t}$: 資產 i 在時間 t 的報酬率;
- *R_{f,t}*:無風險利率;
- $R_{m,t}$:市場投資組合報酬;
- SMB、HML、RMW、CMA:分別為市值、價值、獲利能力與投資風格因子;

• $\varepsilon_{i,t}$: 殘差項,代表模型未能解釋的錯價部分。

4.3 PCA 主成分分析

為降低模型維度並提升信號穩定性,本研究應用主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)技術進行降維。透過對原始資料的共變異結構進行特徵值分解,PCA可找出一組最能代表整體變異的正交主成分(principal components)。本研究中保留前五個主成分因子作爲後續建模的輸入特徵,此選擇可保留原始報酬資料中超過八成以上的總變異量,有效維持資料資訊的完整性,同時排除高維噪音與冗餘性。這些保留的主成分不僅可視爲隱含的市場共通因子,也具備降噪與去共線性之效果。

主成分分析與降維公式

對報酬矩陣 $X \in \mathbb{R}^{T \times N}$ (T:時間期數,N:資產數量)進行中心化後,我們計算其共變異矩陣:

$$\Sigma = \frac{1}{T} X^{\top} X$$

對共變異矩陣進行特徵值分解 (Eigen Decomposition):

$$\Sigma = V \Lambda V^{\top}$$

其中:

- $V \in \mathbb{R}^{N \times N}$: 特徵向量構成的正交矩陣(即主成分);
- $\Lambda \in \mathbb{R}^{N \times N}$:對角矩陣,其元素爲特徵値(代表各主成分的解釋變異量)。

我們選擇保留前 K 個主成分 (例如 K=5), 使得累積變異量滿足:

$$\frac{\sum_{k=1}^{K} \lambda_k}{\sum_{k=1}^{N} \lambda_k} \ge \gamma \quad (例如\gamma = 0.8, 保留 80\% 變異)$$

降維後的資料表示為:

$$Z = XV_K$$
 $\sharp + V_K \in \mathbb{R}^{N \times K}$

代號	1101	1102	1103	1104	1108	1109	1110	1201	1203	1210	 9945	9946	9955	9958
年月 日														
2024- 01-02	-0.002165	-0.005219	-0.014056	-0.002767	-0.005313	-0.004713	-0.002146	-0.002210	0.023179	0.004334	0.039062	0.026203	-0.010156	-0.010696
2024- 01-03	-0.003050	-0.001277	0.000528	-0.001123	0.002155	0.001404	-0.002529	0.005310	-0.010925	0.003287	-0.003619	0.001100	0.002266	0.025592
2024- 01-04	-0.002611	0.009798	-0.000939	-0.014179	-0.000165	0.001408	0.010481	-0.001334	-0.009841	-0.010565	-0.004620	0.026024	-0.015271	0.010293
2024- 01-05	0.005589	-0.000096	-0.001497	0.007326	-0.004689	-0.002879	-0.005931	-0.001715	0.012731	-0.012400	-0.014244	-0.003754	0.009786	0.014314
2024- 01-08	-0.003983	0.003281	-0.000410	-0.005332	0.004491	-0.004426	-0.002297	-0.001959	-0.006104	0.001525	-0.011768	-0.000483	-0.010365	0.000736
2025- 05-20	0.009603	0.017284	-0.000230	0.002711	0.000264	0.011895	0.027653	0.001242	0.013680	0.011887	0.001540	0.012862	-0.003876	-0.000569
2025- 05-21	-0.001185	-0.012318	0.008952	0.003314	-0.007531	-0.002142	0.001018	0.000009	-0.005761	-0.006036	0.002513	0.019950	0.011827	-0.008887
2025- 05-22	-0.001735	-0.024767	-0.002937	0.001258	0.008230	-0.001046	0.007824	0.002726	-0.002101	0.006652	-0.013885	-0.003738	0.020781	0.008428

圖 4: PCA 殘差矩陣

4.4 機器學習模型選擇

在本研究中,機器學習模型選擇採用結合卷積神經網路(Convolutional Neural Network, CNN)與 Transformer 架構之深度學習模型,以有效處理殘差序列中隱含之複雜時間結構。首先,CNN 層負責學習殘差序列中的局部特徵,透過滑動窗口提取時間序列的局部模式,如短期趨勢變化、均值反轉現象(mean-reversion)及尖峰異常行爲等。由於 CNN 具備平移不變性與感受野控制能力,能夠有效辨識不同位置上出現的相似訊號結構,因此特別適合用於偵測具有短期依賴性質的金融序列特徵。

接著,Transformer 層則在 CNN 所提取出的局部特徵之上,進一步學習長期依賴與全域時間結構。透過自注意力機制(Self-Attention),Transformer 可動態分配不同時間步之間的權重,捕捉序列中跨期的重要訊號關聯,並建立非線性且非平穩的表示方式。此特性使得模型不僅能應對金融殘差資料中頻繁出現的結構變化與異常點,也能有效識別不同區間的訊號相互影響。透過 CNN 與 Transformer 的結合,模型兼具局部辨識與全域整合能力,有助於提煉出更具代表性的交易訊號,提升統計套利策略之預測表現與穩健性。

4.5 交易策略配置

資產配置與 Sharpe Ratio 優化模型

在獲得機器學習模型所輸出的殘差訊號 $\theta_t \in \mathbb{R}^N$ (其中 N 爲資產數量)後,本研究 將資產配置問題形式化爲一個以**最大化夏普比率 (Sharpe Ratio)**爲目標的優化問題。爲 使模型在訓練時即考慮風險調整後報酬的權衡,我們採用 Sharpe Loss 作爲損失函數,其 形式爲:

$$\mathcal{L}_{\text{Sharpe}} = -\frac{\mathbb{E}[R_p]}{\sqrt{\text{Var}(R_p)}} = -\frac{\mathbb{E}[w_t^\top r_t]}{\sqrt{\text{Var}(w_t^\top r_t)}}$$

其中:

• $w_t \in \mathbb{R}^N$: 配置權重向量;

• $r_t \in \mathbb{R}^N$: 資產在時間 t 的實際報酬;

• $R_p = w_t^{\mathsf{T}} r_t$: 投資組合總報酬。

爲將殘差訊號 θ_t 映射爲實際可交易之資產權重,首先對其進行 softmax 轉換:

$$s_t = \operatorname{softmax}(\theta_t) = \frac{\exp(\theta_t)}{\sum_{i=1}^{N} \exp(\theta_{t,i})}$$

接著,爲滿足**市場中立(market neutrality**)與**多空均衡配置**,採用「分位排序」 法將資產區分爲多頭與空頭。例如若取前 q% 資產做多,後 q% 做空,則權重設爲:

$$w_t^{(i)} = \begin{cases} +\frac{1}{K} & \text{if } \theta_{t,i} \in \text{top-}q\% \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad w_t^{(j)} = \begin{cases} -\frac{1}{K} & \text{if } \theta_{t,j} \in \text{bottom-}q\% \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

其中 K 爲多頭(或空頭)資產的數量,滿足 $\sum w_t = 0$ 與 $\sum |w_t| = 1$,以保證市場中立與槓桿控制。

此外,爲納入實務執行成本,設計交易成本懲罰項如下:

$$Cost(w_t, w_{t-1}) = \lambda_{tc} \cdot ||w_t - w_{t-1}||_1 + \lambda_{short} \cdot ||min(w_t, 0)||_1$$

其中第一項控制調倉成本,第二項懲罰空頭部位,並透過超參數 λ_{tc} 、 λ_{short} 進行調節。

範例說明:

假設模型預測輸出為:

$$\theta_t = \begin{bmatrix} 1.5 \\ -0.8 \\ 0.3 \end{bmatrix} \implies \text{softmax}(\theta_t) = \begin{bmatrix} 0.61 \\ 0.09 \\ 0.30 \end{bmatrix}$$

若設定 top 1 爲 long、bottom 1 爲 short,則:

$$w_t = \begin{bmatrix} +0.5 \\ -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$
 (市場中立,總槓桿 = 1)

若前一日配置為 $w_{t-1} = [0.3, -0.3, 0.4]$,則交易成本為:

 $Cost = 0.0005 \cdot ||w_t - w_{t-1}||_1 + 0.0001 \cdot ||\min(w_t, 0)||_1 = 0.0005 \cdot 1.4 + 0.0001 \cdot 0.5 = 0.00075$

此方法整合了訊號生成、投資組合配置與成本控制,構成一套可執行的統計套利配置架構。

4.6 策略績效評估

本研究所建構之統計套利策略經過歷史資料回測後,展現出穩健的績效表現。整體投資組合在測試期間達成夏普比率(Sharpe Ratio)為 2.29,顯示該策略在風險調整後仍具備良好的報酬潛力。進一步觀察交易勝率(Win Rate),結果顯示策略在所有進場交易中有 59.11% 為正報酬交易,呈現穩定的判斷能力。

此外,最大資本回撤(Max Drawdown)為 10.14%,顯示在風險控制上策略具有一定防禦性,能有效抑制極端情況下之淨值損失。整體而言,透過結合機器學習模型與以夏普比率導向之配置策略,本研究所提出之方法在實證結果中展現出高度風險報酬效率與穩定性,具備作爲實際交易系統之潛力。



圖 5: 績效回測

4.7 模型選擇與實證反思

本研究原先嘗試使用遞迴式神經網路(Recurrent Neural Network, RNN)建構殘差序列的預測模型,以期透過時間序列結構來判斷未來價格走勢。然而,在實際實驗中發現,RNN對金融時間序列的預測效果有限,尤其在預測短期漲跌方向時表現接近隨機,推測其原因可能在於金融市場具高度隨機性與非線性,僅依賴時間順序進行序列建模容易陷入近似賭博式的預測困境。

相對地,改採卷積神經網路(CNN)後,模型能更有效地從殘差序列中萃取出穩定的局部結構與技術型態特徵,如短期反轉、波動擴張等訊號,從而提升整體預測勝率與訊號品質。此結果顯示,與其直接預測價格走勢,不如專注於提取具交易價值的高品質特徵,再搭配風險控管與策略邏輯設計,將更有助於實現穩定的交易表現。

這項經驗也凸顯出在量化策略中,機器學習模型的角色應偏重於辨識可交易機會的結構特徵,而非盲目追求短期點對點之報酬預測。未來可進一步探索結合特徵提取與決策學習之架構(如 CNN + Reinforcement Learning),以持續提升模型決策品質與策略績效。

4.8 結論與展望

從圖5中可觀察到策略出現兩次較明顯的資本回撤。經比對當時市場狀況後發現,該 回撤時點正逢大盤出現大幅下跌。然而,本策略在該期間仍持續發出做多訊號,導致多頭 部位虧損並形成資金回撤。此現象反映出模型在極端市場情境下對下行風險的反應尚有不 足,鑑於模型在極端市場波動下的表現有限,未來研究可考慮納入歷史重大市場事件(如 2008年金融風暴)作爲訓練樣本的一部分,使模型能學習並辨識極端情境下的風險因子與 市場行爲。透過提升資料多樣性,有助於增強模型在黑天鵝事件中的適應能力。

在模型架構方面,亦可進一步探索強化學習(Reinforcement Learning)於資產配置問題上的應用,讓策略能在模擬環境中不斷優化行爲策略,並兼顧報酬與風險。

參考文獻

Fama, Eugene F. and Kenneth R. French (2015). "A Five-Factor Asset Pricing Model". In: *Journal of Financial Economics* 116.1, pp. 1–22.

- Gatev, Evan, William N. Goetzmann, and K. Geert Rouwenhorst (2006). "Pairs Trading: Performance of a Relative-Value Arbitrage Rule". In: *Review of Financial Studies* 19.3, pp. 797–827. doi: 10.1093/rfs/hhj020.
- Gu, Shihao, Bryan Kelly, and Dacheng Xiu (2020). "Empirical Asset Pricing via Machine Learning". In: *Review of Financial Studies* 33.5, pp. 2223–2273.
- Guijarro-Ordonez, Jorge, Markus Pelger, and Greg Zanotti (2021). "Deep Learning Statistical Arbitrage". In: *arXiv preprint arXiv:2106.04028*.
- Zhang, Zihao, Stefan Zohren, and Stephen Roberts (2019). "DeepLOB: Deep Convolutional Neural Networks for Limit Order Books". In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 67.11, pp. 3001–3012. DOI: 10.1109/TSP.2019.2908669.
- Zhou, Tian, Ziqing Ma, Qingsong Wen, Xue Wang, Liang Sun, and Rong Jin (2022). "FED-former: Frequency Enhanced Decomposed Transformer for Long-term Series Forecasting". In: *arXiv* preprint *arXiv*:2201.12740.

附錄:完整程式碼連結

本研究之完整程式碼與資料前處理流程可參見以下 GitHub:

https://github.com/jaychen92123/Residual-Arbitrage-with-ML