第9章 非线性电路分析

✧ **线性元件**：元件的伏安特性可用一次线性（代数、微分）方程描述；

✧ **非线性元件**：元件的伏安特性随电路参数（电压、电流、磁链、电荷的大小或方向）变化而变化。

✧ **非线性电路**：含有非线性元件的电路。

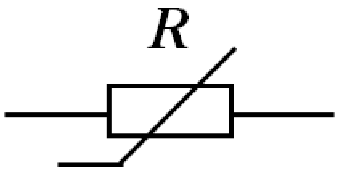
本章主要讨论：

- 非线性电阻元件特性
- 非线性电路分析方法

9.1 非线性电阻元件的特性及分类

一、非线性电阻元件

✧ 非线性电阻符号：

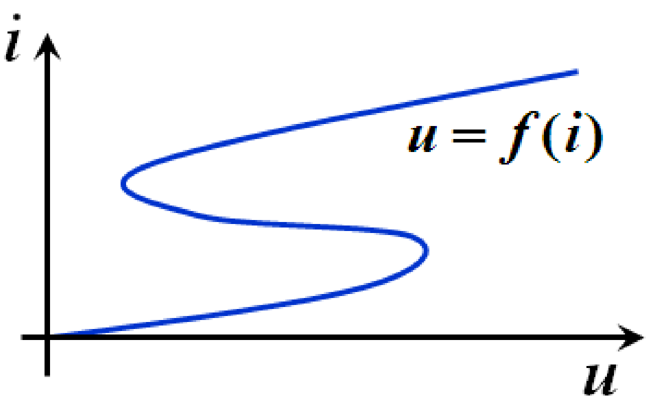


✧ 非线性元件的描述：可用元件特性$f(u,i)=0$来描述，但通常采用**特性曲线**来描述。

✧ 非线性电阻的分类：

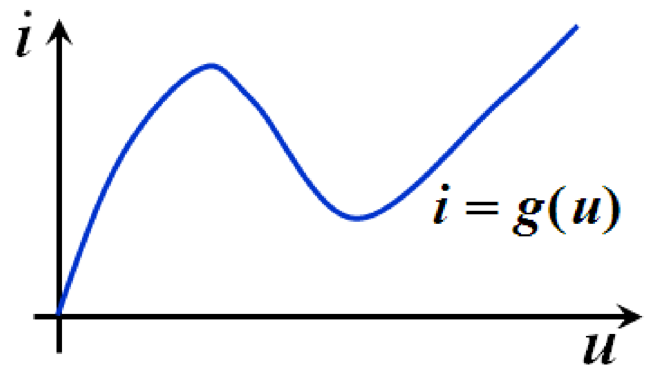
① **流控型电阻**：元件端电压是其电流的单值函数（给定某电流值，可确定唯一的电压值）。

如：辉光二极管。



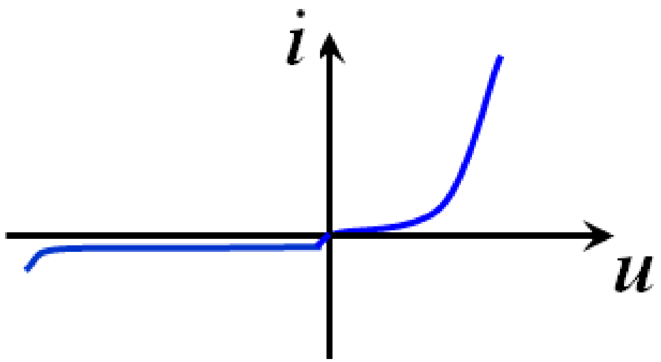
② **压控型电阻**：通过元件的电流是其端电压的单值函数（给定某电压值，可确定唯一的电流值）。

如：隧道二极管。



③ **单调型电阻**：元件端电压与其电流的关系是单调变化的。

如：普通二极管。



单调型电阻既是压控型，也是流控型。

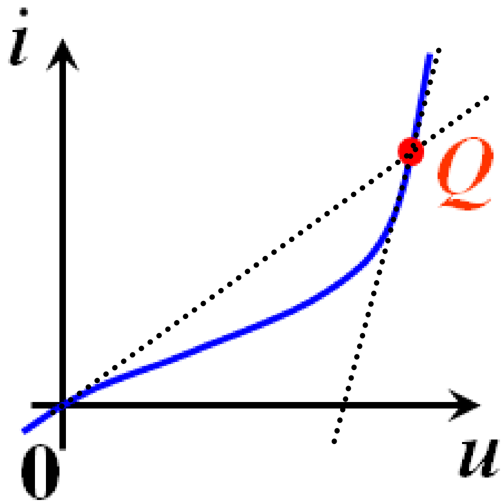
二、非线性元件的静态电阻与动态电阻

✧ 非线性元件的端电压与端电流之比（即等效电阻阻值），与特性曲线及其工作点有关（工作点通常用Q表示）。

✧ **静态电阻：** 工作点的电压与电流之比。

$$R = \frac{u}{i}$$

静态电阻R为直线OQ斜率的倒数。



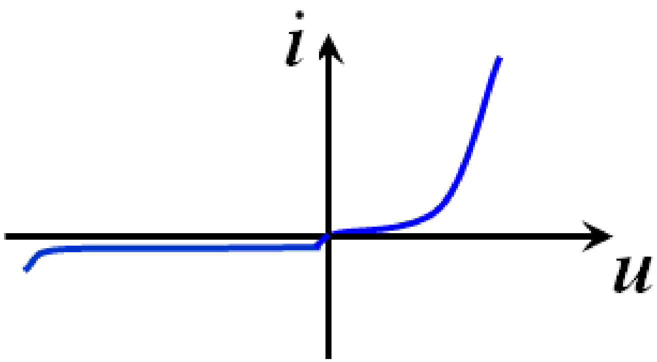
✧ **动态电阻：** 工作点的电压增量与电流增量之比。

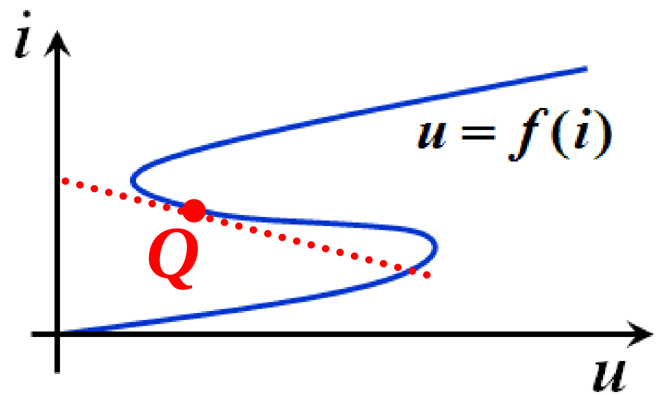
$$r = \frac{du}{di}$$

动态电阻r为Q点切线斜率的倒数。

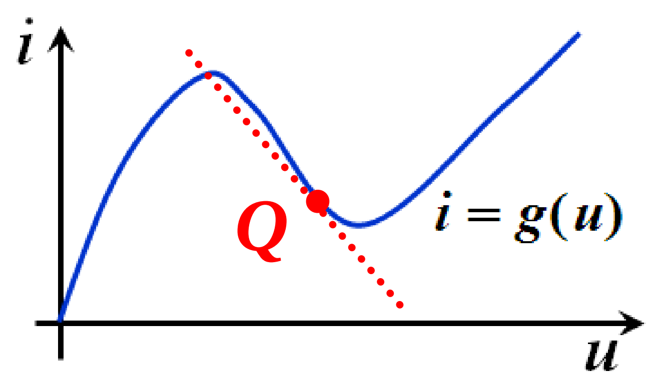
✧ **负阻元件**：对于单调型电阻，它的特性曲线斜率总是正的，动态电阻总为正值。对于流控型或压控型电阻，在有的区域内特性曲线斜率为负值，因此该处的动态电阻为负值，称为**负阻元件**。

单调型电阻的动态电阻总为正值



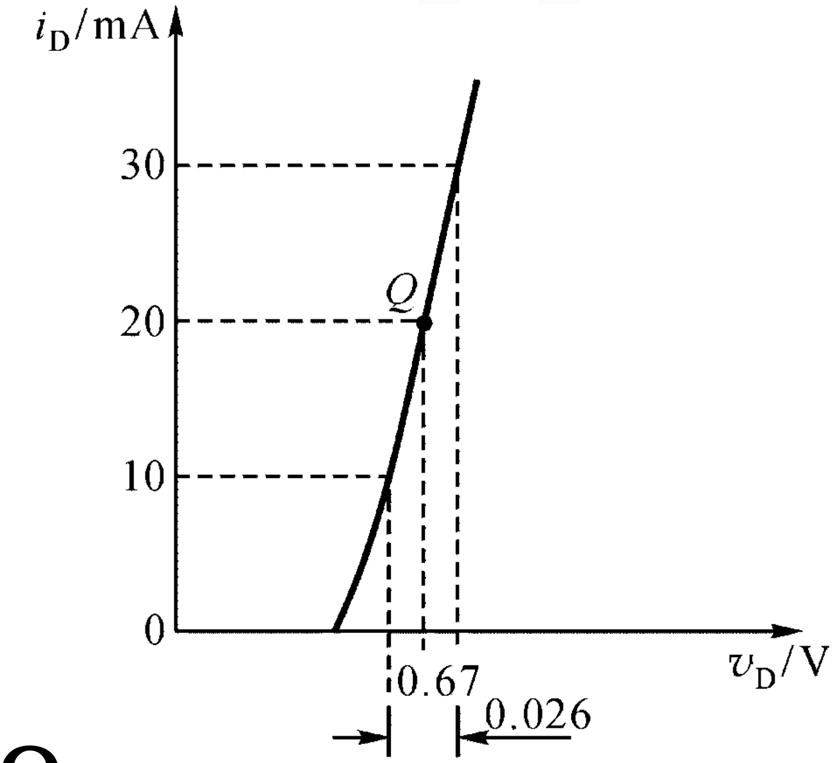


流控型或压控型电阻的动态电阻可以为负值



〖例1〗

二极管正向伏安特性曲线如图所示，若工作点为Q点，则其静态电阻R_D和动态电阻r_d分别为多少？



〖解〗

$$R_D = \frac{u_Q}{i_Q} = \frac{0.67\text{V}}{20\text{mA}} = 33.5\ \Omega$$

$$r_d = \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{0.026\text{V}}{30\text{mA-}10\text{mA}} = 1.3\ \Omega$$

9.2 简单非线性电阻电路的分析

- 线性电路的常用分析方法：基于KCL、KVL的列写方程的方法（支路法、回路法、节点法）；基于电路定理的等效变换法（叠加、戴维南、诺顿等）。
- 列写方程方法：KCL、KVL是基于电路的拓扑约束，与元件特性无关，因此仍然适用于非线性电路，但在电路变量和方程类型上需视情况选择。
- 等效变换法：叠加、戴维南、诺顿等定理的实质是系统的线性特性，因此不适用于非线性电路。
- 非线性电路的常用分析方法：解析法、图解法、分段线性化法、小信号分析法。

一、解析法

✧ 解析法步骤：

① 列写基于 KCL、KVL 的电路方程组（线性、非线性、微分）；

② 写出基于非线性元件特性的非线性方程；

③ 求出方程解。

✧ 电路方程的列写方法：

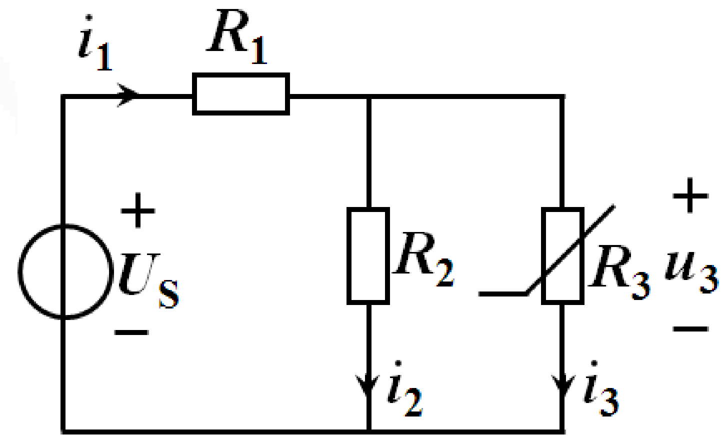
支路/回路电流法：适宜于流控型元件；

节点电压法：适宜于压控型元件。

✧ 解析法的特点：原理简单、理论上计算准确；但当非线性特性方程复杂时，则难以手工计算。

〖例1〗

电路如图，已知$R_1 = R_2 =$ $2\ \Omega$，$U_S = 6\ \text{V}$，$u_3 = 2\sqrt{i_3}$ 。用解析法求I_3。



〖解1〗采用支路电流法：

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ R_1 I_1 + R_2 I_2 = U_S \\ R_2 I_2 = U_3 = 2\sqrt{I_3} \end{cases}$$

代入数据：

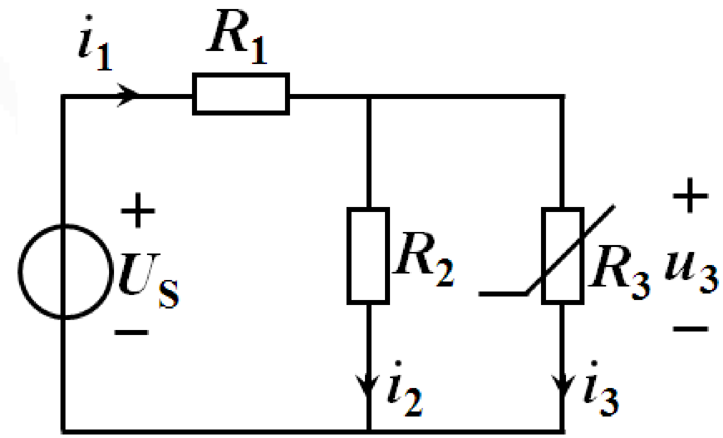
$$\begin{cases} 4I_2 + 2I_3 = 6 \\ 2I_2 = 2\sqrt{I_3} \end{cases}$$

即： $I_3 + 2\sqrt{I_3} - 3 = 0$

解得： $I_3 = 1\ \text{A}$ （注：另一解$\sqrt{I_3} = -3$ 舍去）

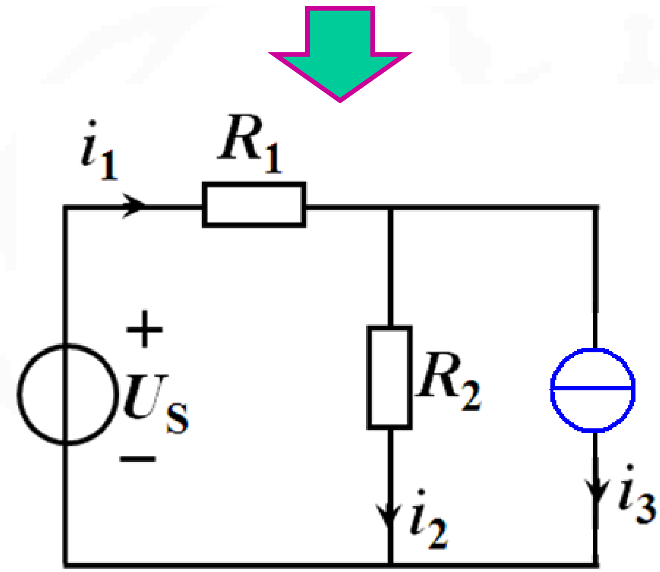
〖解2〗采用节点电压法：

$$\begin{cases} U_3\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)=\dfrac{U_S}{R_1}-I_3 \\ U_3=2\sqrt{I_3} \end{cases}$$



代入数据：

$$\begin{cases} U_3=3-I_3 \\ U_3=2\sqrt{I_3} \end{cases}$$



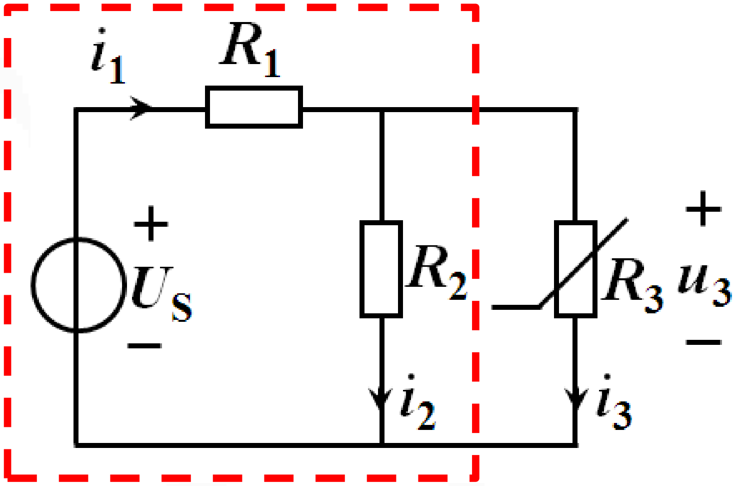
即： $I_3+2\sqrt{I_3}-3=0$

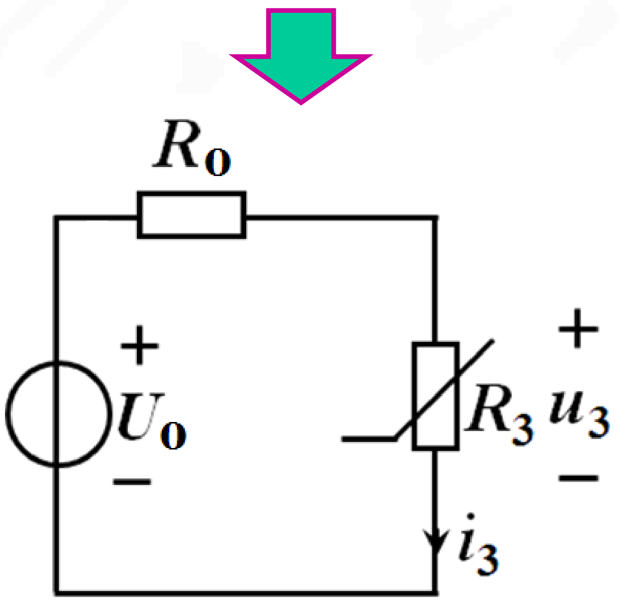
解得： $I_3=1\ \text{A}$

〖解3〗采用戴维南等效：

$$U_o = \frac{2}{2+2} \times 6 = 3\ \mathrm{V}$$

$$R_o = 2//2 = 1\ \Omega$$





由等效电路得：

$$U_o - I_3 R_o = U_3 = 2\sqrt{I_3}$$

代入数据： $3 - I_3 = 2\sqrt{I_3}$

即： $I_3 + 2\sqrt{I_3} - 3 = 0$

解得： $I_3 = 1\ \mathrm{A}$

二、图解法

✧ 适用于：难以直接写出非线性伏安特性方程的非线性元件。

✧ 图解法步骤：

① 画出外电路的伏安特性曲线（通常为直线，称为负载线）；

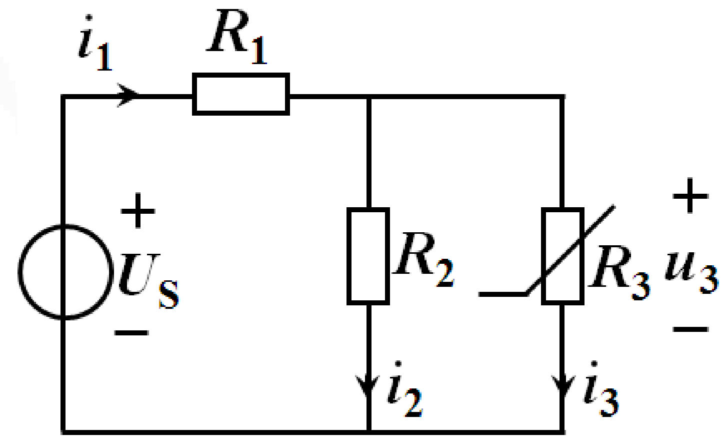
② 画出非线性元件的伏安特性曲线（通常为非线性）；

③ 从图表中读出交点的数值。

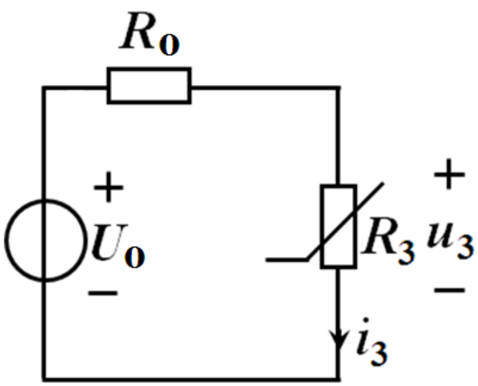
✧ 图解法的特点：直观，但数值精度差。

〖例2〗

电路如图，已知$R_1=R_2=2\ \Omega$，$U_S=6\ \text{V}$，$u_3=2\sqrt{i_3}$。用图解法求I_3。

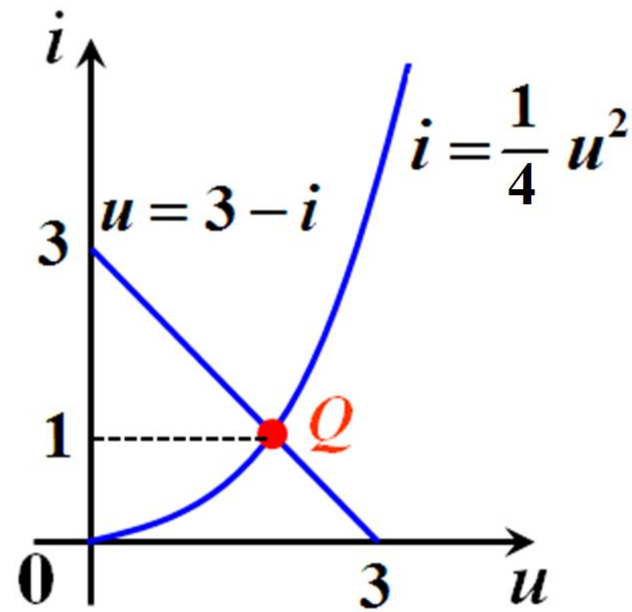


〖解〗先采用戴维南等效：



$$U_o=3\ \text{V}$$

$$R_o=1\ \Omega$$



外回路方程：$u_3=U_o-R_oi_3=3-i_3$

非线性特性：$i_3=\dfrac{1}{4}u_3^2$

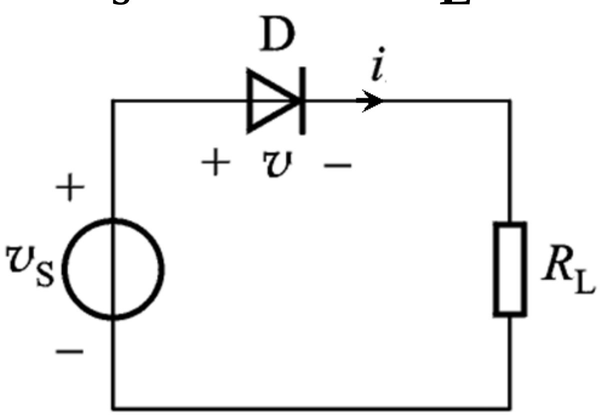
读出：$I_3=1\ \text{A}$

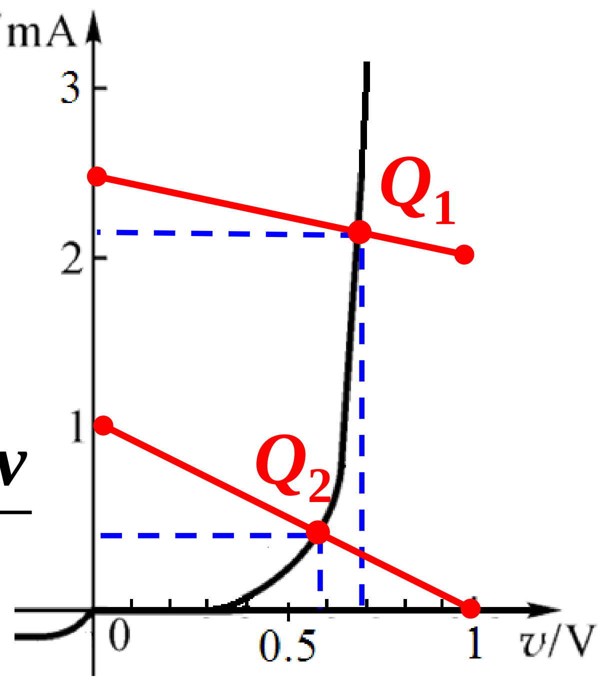
〖例3〗

电路如图，已知二极管的伏安特性曲线，试求：

（1）当v_s＝5 V，R_L＝2 kΩ时，求i和v为多少？

（2）当v_s＝1 V，R_L＝1 kΩ时，求i和v为多少？





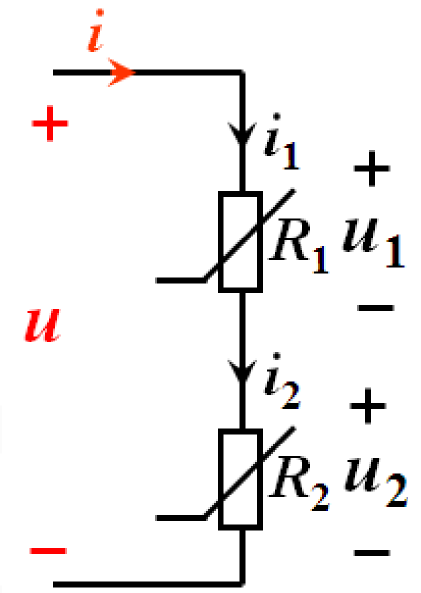
〖解〗

（1）外回路方程：$i=\dfrac{v_S-v}{R_L}=\dfrac{5-v}{2}$

读出：i＝2.1 A，v＝0.7 V

（2）方程：$i=\dfrac{1-v}{1}$　　读出：i＝0.4 A，v＝0.6 V

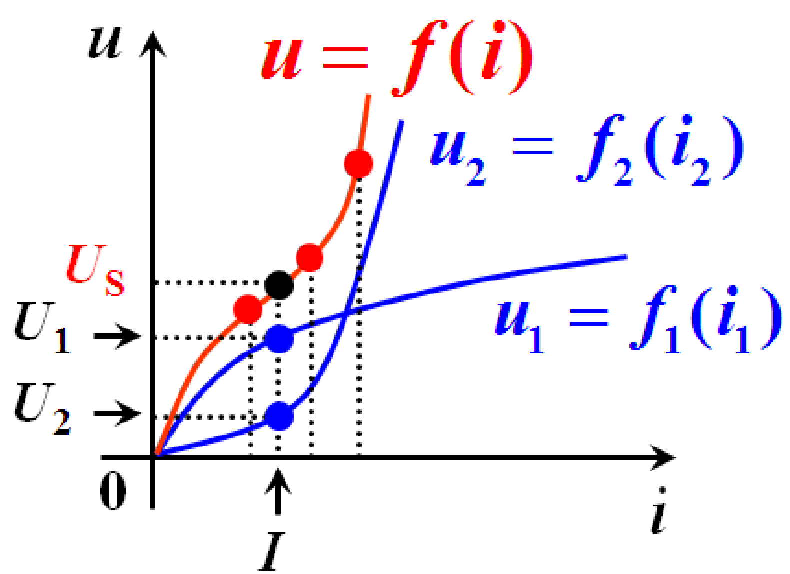
➢ 非线性电阻串联的端口特性



✧ 两个非线性电阻串联，可以用一个非线性电阻等效。

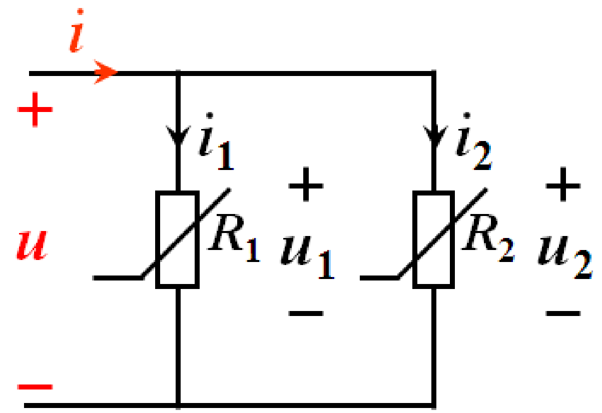
✧ 若它们的伏安特性为：$u_1 = f_1(i_1)$、$u_2 = f_2(i_2)$，则等效非线性电阻的伏安特性为：$u = u_1 + u_2 = f_1(i_1) + f_2(i_2)$。

✧ 可用图解法逐点画出等效非线性电阻的伏安特性曲线。



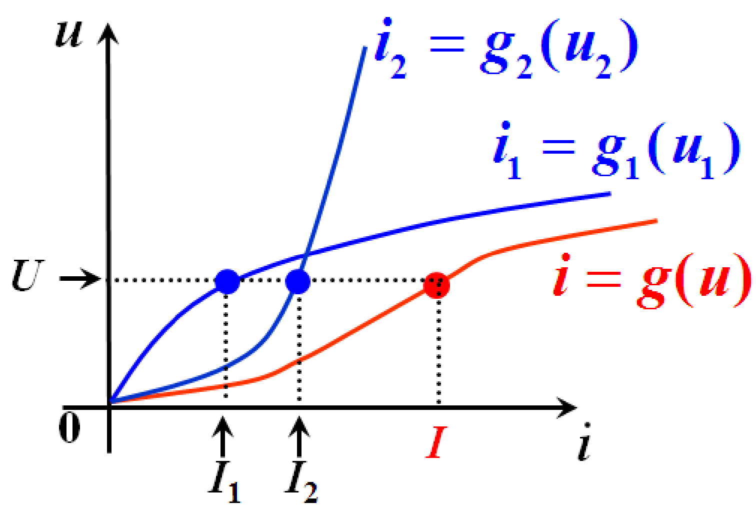
➢ 非线性电阻并联的端口特性

✧ 两个非线性电阻并联，可以等效为一个非线性电阻。



✧ 设它们的伏安特性为：$i_1=g_1(u_1)$、$i_2=g_2(u_2)$，则等效非线性电阻的伏安特性为：$i=i_1+i_2=g_1(u_1)+g_2(u_2)$。

✧ 可用图解法逐点画出等效非线性电阻的伏安特性曲线。



9.3 复杂非线性电阻电路的分析

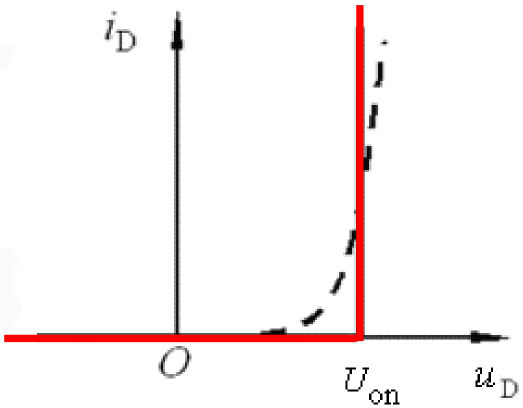
略

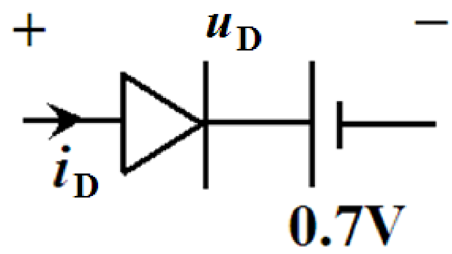
9.4 非线性电路的分段线性化法

- 分段线性化法：也称为折线法，是将非线性特性曲线用若干段直线来近似地逼近。
- 对于每个线段来说，可以用线性电路的方法来分析计算。
- 分段数、分段直线斜率等，取决于应用场合、分析精度及计算成本等。以半导体二极管为例，分段线性化模型可以有理想二极管、恒压降模型及折线化模型等。
- 分段线性化法的具体形式有：折线等效电路法、折线方程法、分段线性迭代法。

➢ 折线等效电路法（以二极管为例）

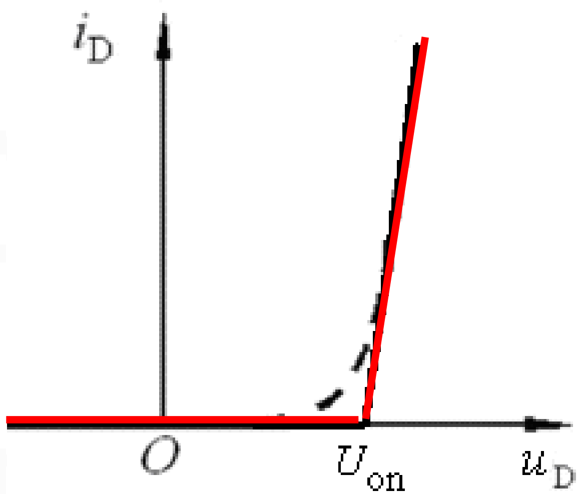
✧ 二极管的恒压降模型

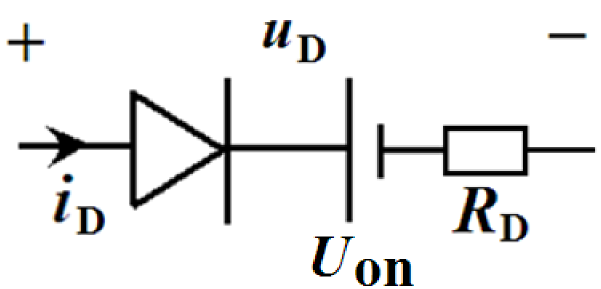




等效电路

✧ 二极管的折线模型

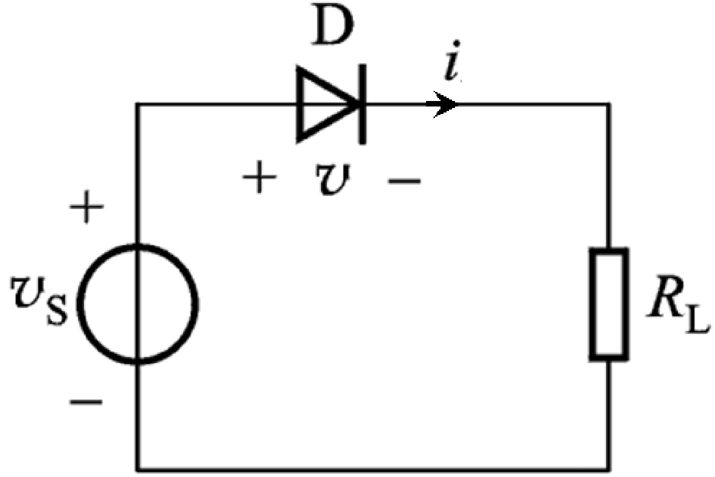


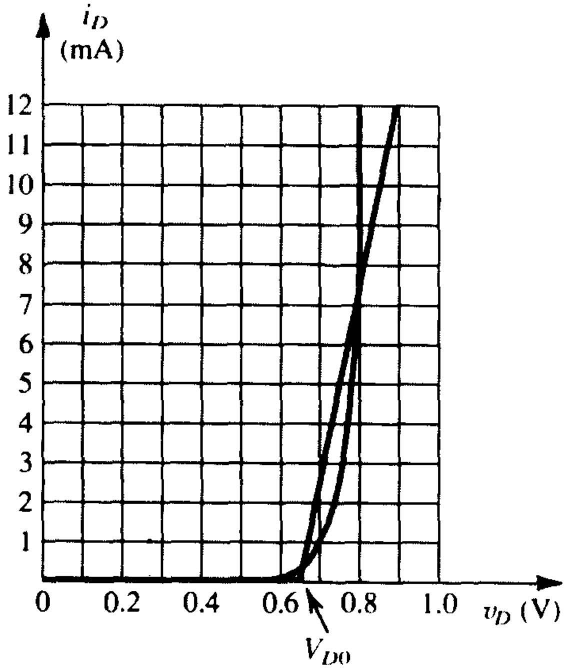


等效电路

〖例4〗

电路如图，已知二极管的伏安特性，v_s＝5 V，R_L＝2 kΩ，分别用恒压降模型和折线模型计算i 为多少？

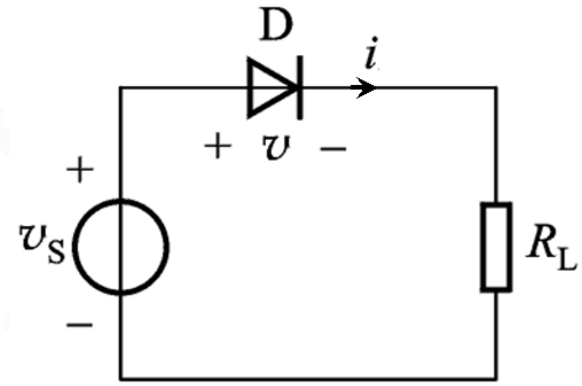




〖解〗

（1）采用恒压降模型： $i = \dfrac{5-0.7}{2} = 2.15\ \text{mA}$

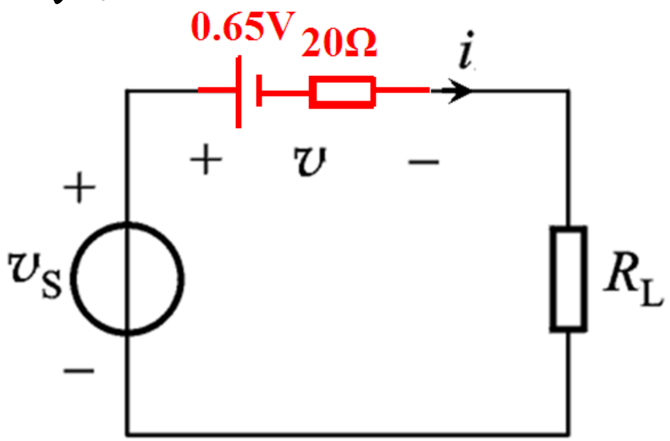
（2）采用折线模型：

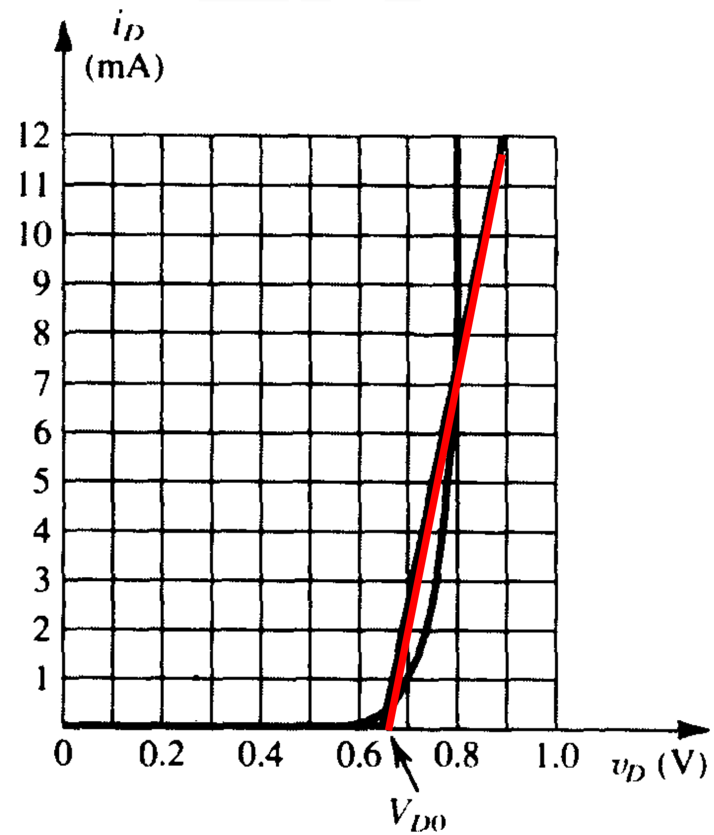


取V_{on}=0.65 V，

$$R_D=\frac{0.9-0.65}{12}=0.02\ \text{k}\Omega$$

等效电路为：





$$i=\frac{5-0.65}{2+0.02}=2.153\ \text{A}$$

- **折线方程法：略**
  - 将伏安特性曲线用凹凸电阻的连接来表示称为分段线性化特性曲线的规范化。
  - 凹电阻元件和凸电阻元件是两个理想的分段线性模型。

- **分段线性迭代法：略**
  - 将每段折线用戴维南或诺顿支路来等效。
  - 分别计算每段折线对应的线性电路，然后验证是否是实际的工作点。

9.5 非线性电路的小信号分析法

✧ 小信号：在原有信号上叠加一个振幅很小的信号，其值不足以影响非线性元件的原有工作状态。

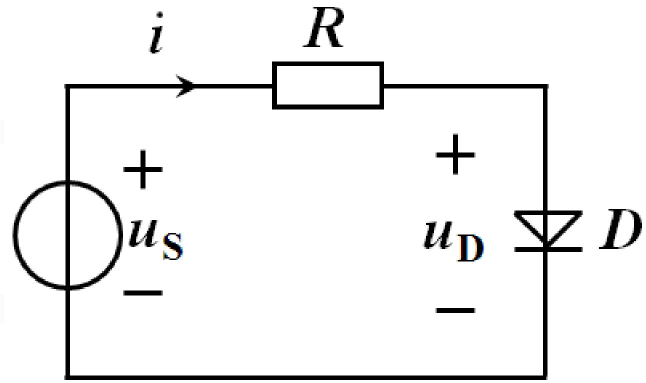
✧ 小信号分析主要应用于电子电路的分析。

✧ 小信号分析的步骤：

- 计算电路的静态工作点（称为Q点）。
- 确定静态工作点处的动态电阻r_d。
- 画出小信号等效电路，并计算小信号响应。
- 求出总的响应：$u=U_Q+u_\delta(t)$、$i=I_Q+i_\delta(t)$。

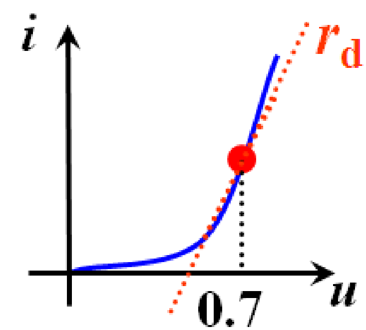
〖例5〗

电路如图，已知 $R = 5\ \text{k}\Omega$，$u_S = 12+\sin\omega t$ V，设二极管的动态电阻r_d =10 Ω，求u_D。



〖解〗 (1)求静态工作点（$U_S = 12$ V）：

$$U_D = 0.7\ \text{V}$$

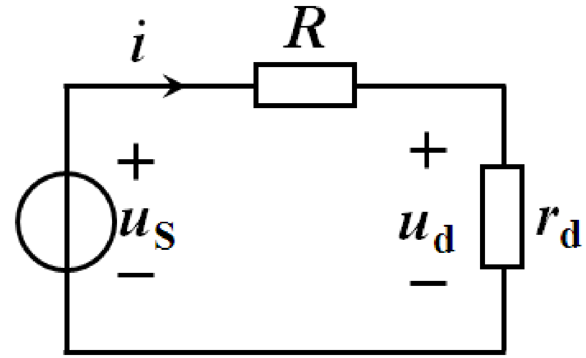


(2)求小信号模型： $r_d = 10\ \Omega$

(3)求小信号响应（$u_S = \sin\omega t$ V）：

$$u_d = \frac{r_d}{R + r_d} u_s = \frac{10}{5000 + 10} u_S$$

$$= 2\sin\omega t\ \text{mV}$$



微变等效电路

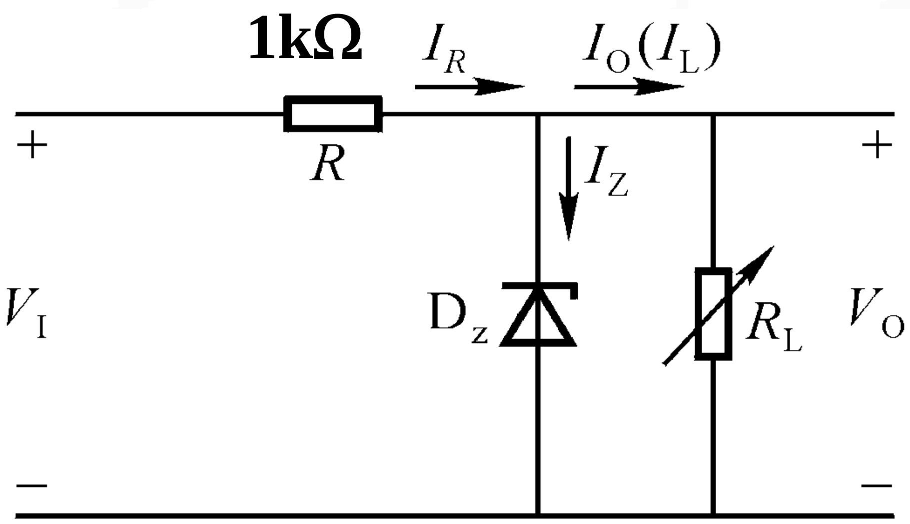
(4)总的响应：$u_D = 0.7\text{V} + 2\sin\omega t\ \text{mV}$

〖例6〗

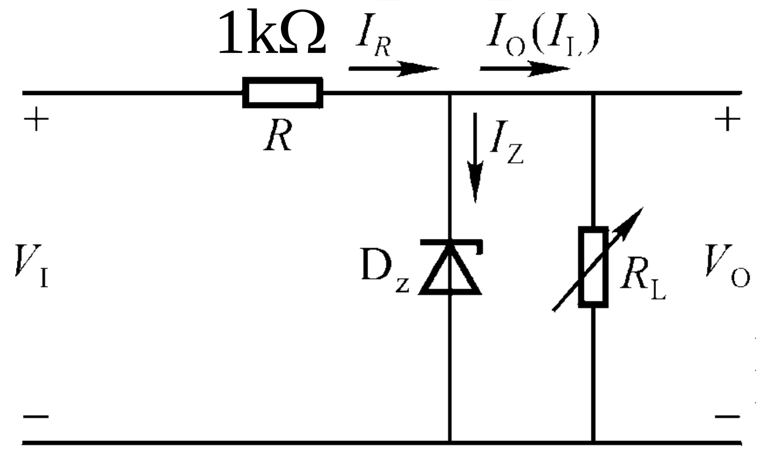
稳压电路如图，已知V_I=12 V，V_Z＝6 V，稳压管动态电阻r_Z=20 Ω。

(1) 当R_L=2 kΩ时，求各支路电流I_R、I_Z、I_L。

(2) 当R_L由开路变化至2 kΩ时，输出电压V_O变化多少？



〖解〗 (1) 是大信号问题：



$$I_R = \frac{V_I - V_O}{R} = 6\,\text{mA}$$

$$I_L = \frac{V_O}{R_L} = 3\,\text{mA}$$

$$I_Z = I_R - I_L = 3\,\text{mA}$$

(2) 是小信号问题，先画出微变等效电路：

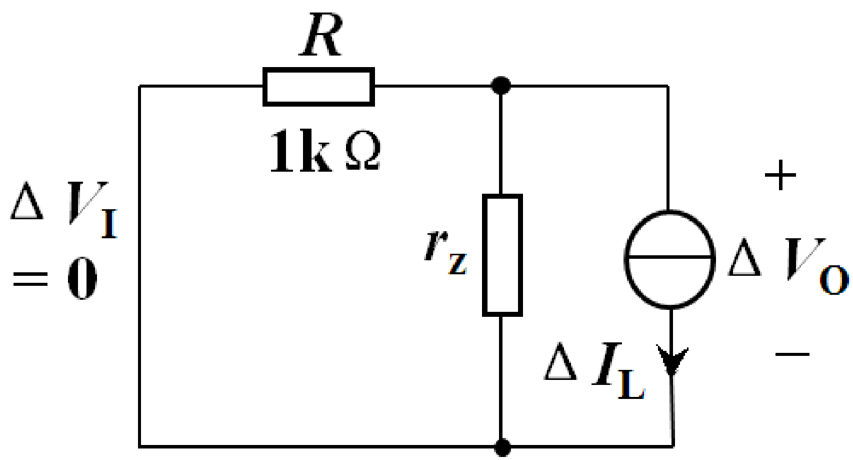
$$\Delta I_L = I_L - I_{L\infty} = 3\ \text{mA}$$

$$\Delta V_O = -\Delta I_L \left(R // r_z \right)$$

$$\approx -\Delta I_L \cdot r_z$$

$$= -3\text{mA} \times 20\Omega$$

$$= -0.06\ \text{V}$$



本章重点提示：

- ✧ 了解非线性元件和非线性电路的特点。
- ✧ 理解非线性电路的几种分析方法：解析法、图解法、分段线性化法、小信号分析法。
- ✧ 解析法：列出非线性方程，直接求解。
- ✧ 图解法：用作图方法求解非线性方程。
- ✧ 分段线性化法：用直线去近似非线性的曲线。
- ✧ 小信号分析法：在工作点处用切线去近似曲线。
- ✧ 会用图解法分析非线性元件串并联的特性曲线。
- ✧ 理解大信号与小信号的区别，会用小信号分析方法对简单电路进行分析。

作 业：

题9.3 （选做）

题9.7 （选做）

题9.10 （选做）

Thank you for your attention

蔡忠法
浙江大学电工电子教学中心

Ver2.0