第六章

频率特性分析法

浙江大学控制科学与工程学系
CONTROL SCIENCE AND ENGINEERING
SINCE 1956

Bode图——从开环对数幅频曲线看闭环稳态性能

单位负反馈下，闭环系统稳态误差与型别和误差系数的关系：

系统型别(v)	稳态误差系数			阶跃输入 $R_0u_{-1}(t)$	斜坡输入 $R_1tu_{-1}(t)$	加速度输入 $1/2R_2t^2u_{-1}(t)$
	K_0	K_1	K_2	位置误差 $e_{ss}=\frac{R_0}{1+K_0}$	速度误差 $e_{ss}=\frac{R_1}{K_1}$	加速度误差 $e_{ss}=\frac{R_2}{K_2}$
0	K_0	0	0	$R_0/(1+K_0)$	∞	∞
I	∞	K_1	0	0	R_1/K_1	∞
II	∞	∞	K_2	0	0	R_2/K_2
III	∞	∞	∞	0	0	0

开环传递函数的对数幅频曲线 ⟷ 开环传递函数的型别

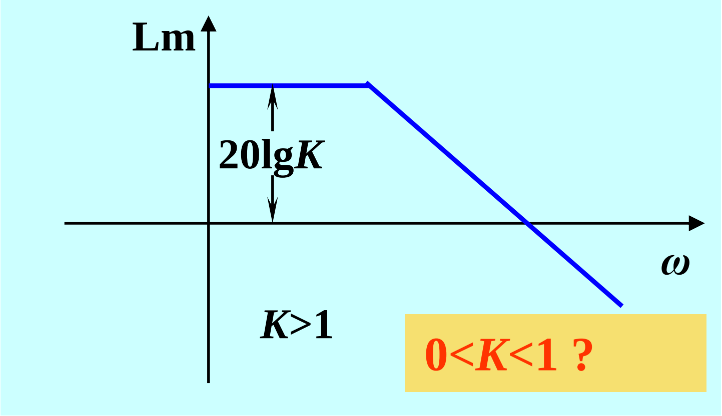
开环传递函数的增益

0型系统：

开环频率特性（K>0）

$$G(j\omega)=K\frac{\prod_a(1+j\omega T_a)\prod_b\left(1+\frac{2\zeta}{\omega_b}j\omega+\frac{1}{\omega_b^2}(j\omega)^2\right)}{\prod_c(1+j\omega T_c)\prod_d\left(1+\frac{2\zeta}{\omega_d}j\omega+\frac{1}{\omega_d^2}(j\omega)^2\right)}$$

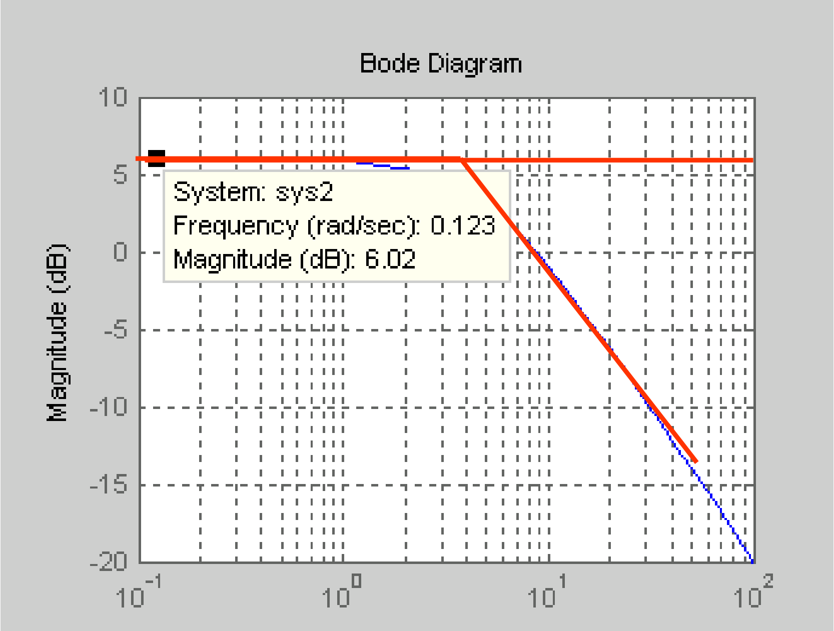
无积分环节

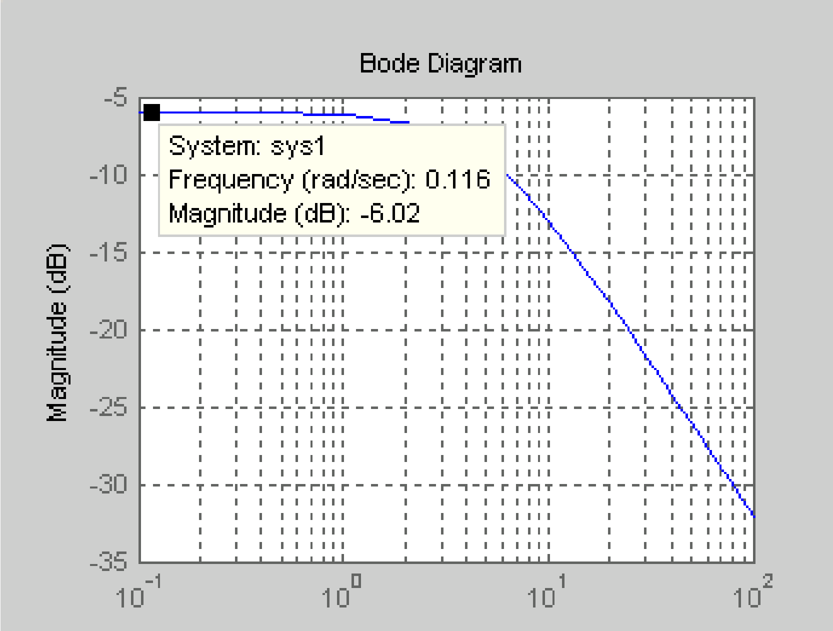


Lm线的低频部分：水平线

低频水平线的幅值20lg$K$

例 6-8： 开环对数幅频特性曲线





0型系统

0型系统

$$20\lg K = 6.02, K = 10^{6.02/20} \approx 2$$

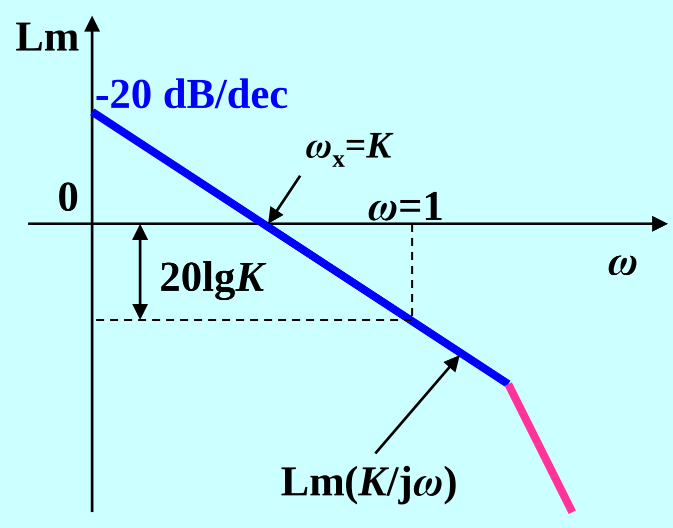
$$K = 10^{-6.02/20} \approx 0.5$$

Bode图——从开环对数幅频曲线看闭环稳态性能

1型系统：

开环频率特性（K>0）

$$G(j\omega)=K\frac{\prod_{a}(1+j\omega T_a)\prod_{b}\left(1+\frac{2\zeta}{\omega_b}j\omega+\frac{1}{\omega_b^2}(j\omega)^2\right)}{j\omega\prod_{c}(1+j\omega T_c)\prod_{d}\left(1+\frac{2\zeta}{\omega_d}j\omega+\frac{1}{\omega_d^2}(j\omega)^2\right)}$$

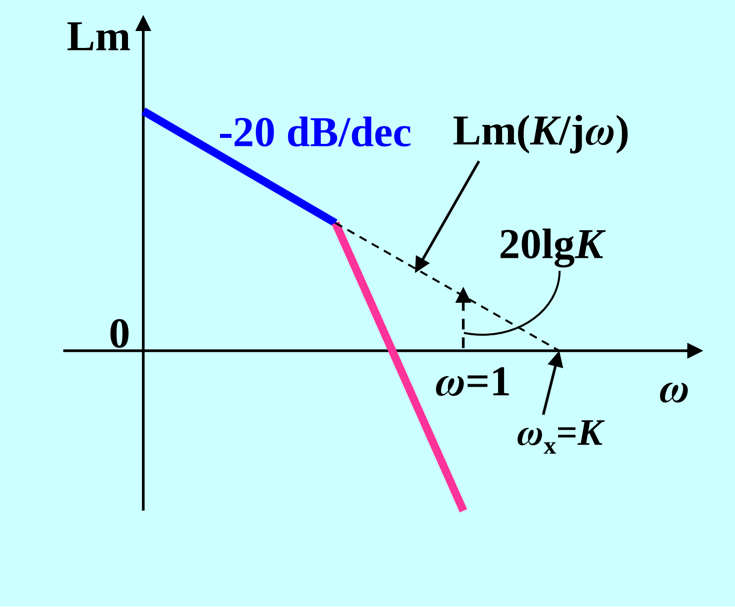


1个积分环节

Lm线的低频部分：斜率-20dB/dec的斜线

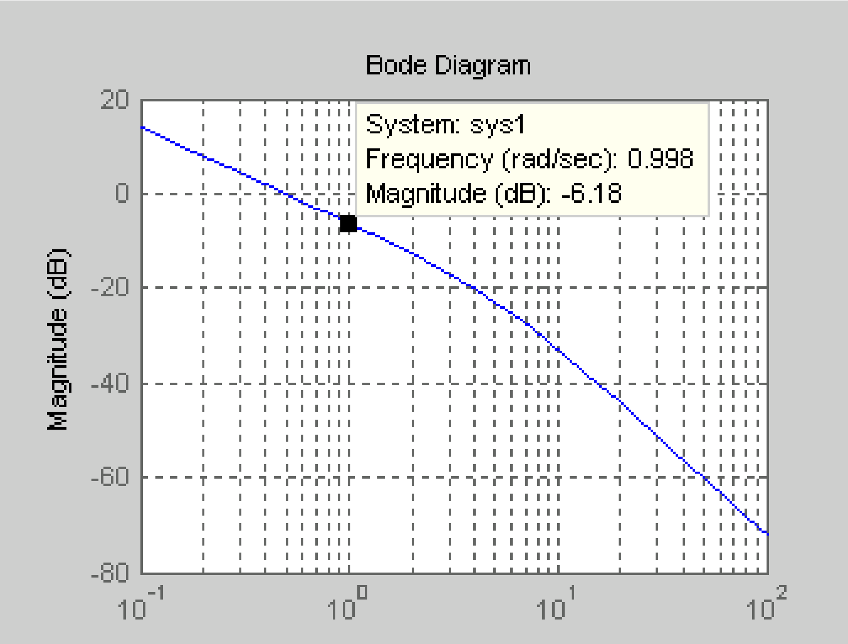
低频斜线（或其延长线）与0dB线交点： $\omega_x = K$

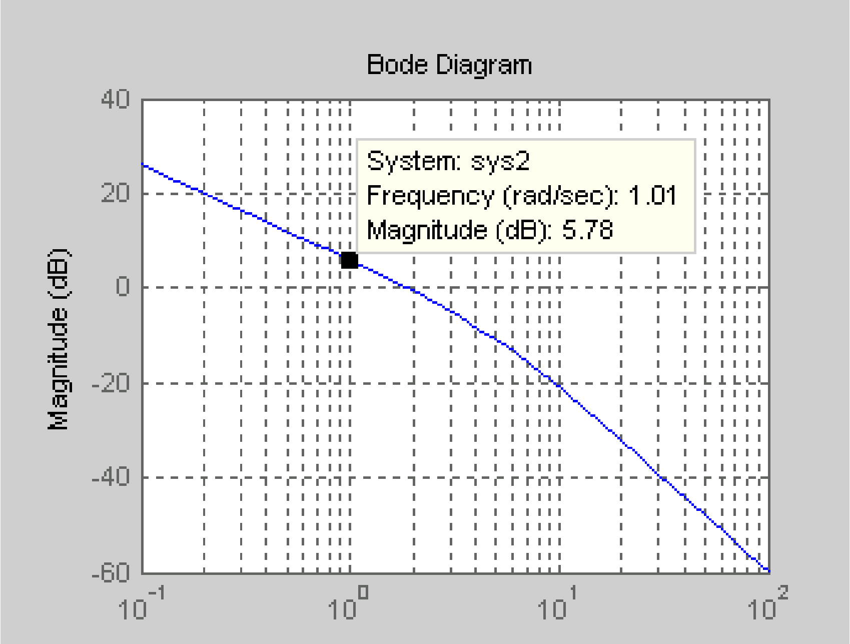
低频斜线（或其延长线）在ω=1处的读数为20lg$K$



Bode图——从开环对数幅频曲线看闭环稳态性能

例 6-9： 开环对数幅频特性曲线





1型系统

$20\lg K = -6.18, K = 10^{-6.18/20} \approx 0.5$

低频斜线与0dB线交点：$\omega_x = K \approx 0.5$

1型系统

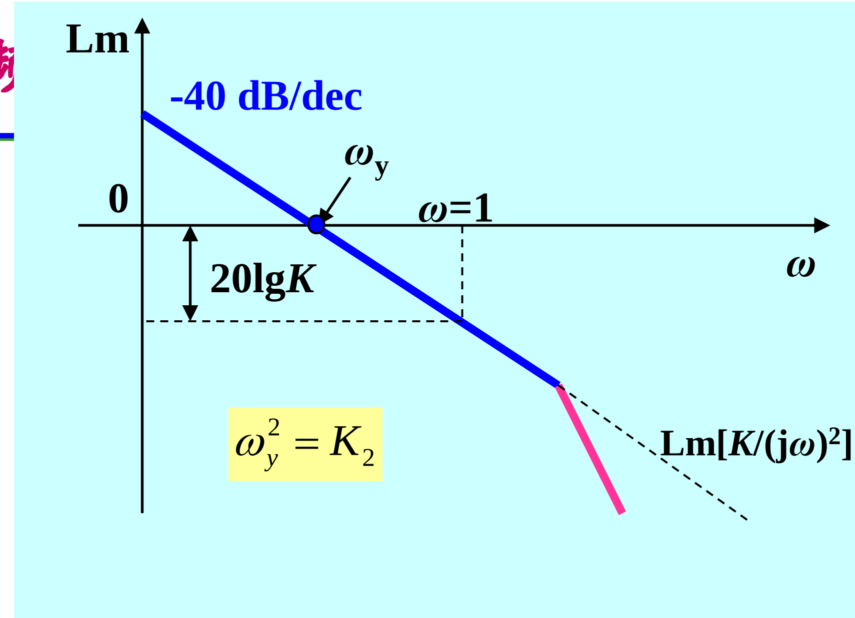
$K = 10^{5.78/20} \approx 1.95$

Bode图——从开环对数幅频

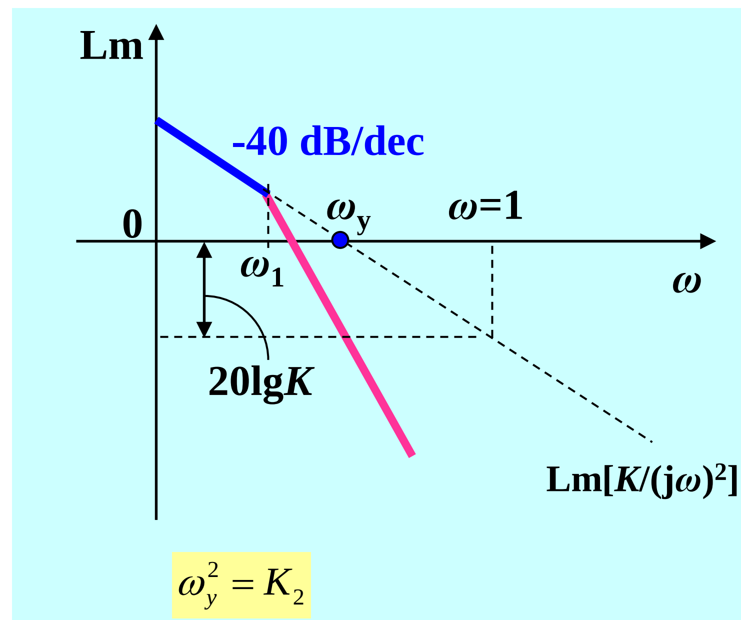
2型系统：

开环频率特性（K>0）

$$G(j\omega)=K\frac{\prod_{a}(1+\mathrm{j}\omega T_a)\prod_{b}\left(1+\frac{2\zeta}{\omega_b}\mathrm{j}\omega+\frac{1}{\omega_b^2}(\mathrm{j}\omega)^2\right)}{(\mathrm{j}\omega)^2\prod_{c}(1+\mathrm{j}\omega T_c)\prod_{d}\left(1+\frac{2\zeta}{\omega_d}\mathrm{j}\omega+\frac{1}{\omega_d^2}(\mathrm{j}\omega)^2\right)}$$



2个积分环节



Lm线的低频部分：斜率-40dB/dec的斜线

低频斜线（或其延长线）与0dB线交点：$\omega_y^2 = K$

低频斜线（或其延长线）在ω=1处的读数为20lg$K$

Bode图——传递函数的实验确定方法

对于稳定的线性系统，输入各种频率的正弦信号，到达稳态后，得到频率相同的正弦信号，计算输入输出信号的幅值比和相位差

↓

分别用幅值比和相位差绘制精确的对数幅频曲线和相频曲线

↓

在精确Lm曲线的基础上，绘制渐近特性曲线，近似斜率为±20dB/dec的倍数

↓

在确定各基本环节型式和参数的基础上，得到传递函数

注意： 传递函数的零点是否在右半开平面 最小相位 vs 非最小相位

通过对相频曲线的分析来确定传递函数中是否有右半开平面的零点出现

许多实际系统的开环传递函数都是最小相位的，这时无需使用相频曲线

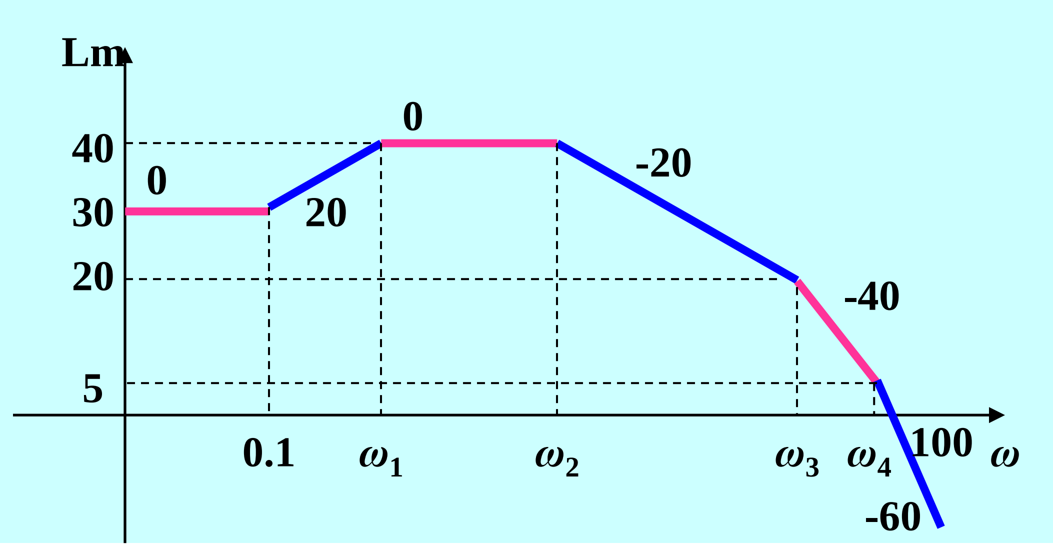
Bode图——传递函数的实验确定方法

例 6-11：最小相位系统的对数幅频特性曲线（Lm曲线）如图所示，确定系统传递函数。

低频段斜率为0

0型系统

无积分、无微分



$\omega=0.1$，斜率变化20，环节 $1+j\omega T$，$1/T=0.1$，$T=10$

$\omega=\omega_1$，斜率变化 -20，环节 $(1+j\omega T_1)^{-1}$

$\omega=\omega_2$，斜率变化 -20，环节 $(1+j\omega T_2)^{-1}$

$\omega=\omega_3$，斜率变化 -20，环节 $(1+j\omega T_3)^{-1}$

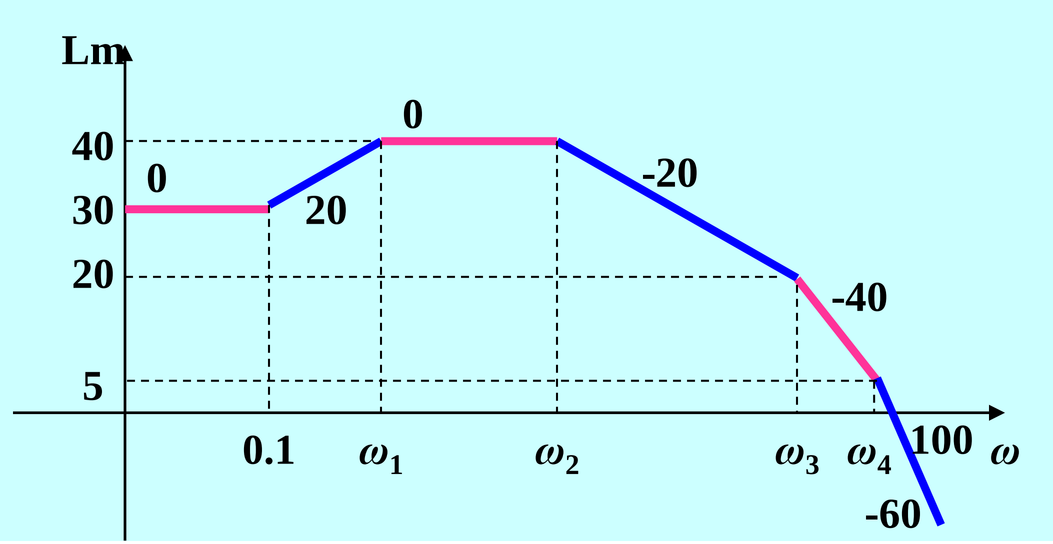
$\omega=\omega_4$，斜率变化 -20，环节 $(1+j\omega T_4)^{-1}$

Bode图——传递函数的实验确定方法

传递函数形式：

$$G(s)=\frac{K(1+10s)}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)(T_4s+1)}$$

$20\lg K=30$ ⇒ $K=31.62$



直线方程

$$f(\omega_a)-f(\omega_b)=k\left[\lg\omega_a-\lg\omega_b\right]$$

$$\omega_a=\omega_b\times 10^{\frac{f(\omega_a)-f(\omega_b)}{k}}$$

若 $\omega_a=\omega_1$，$\omega_b=0.1$，$k=20$，$f(\omega_a)=40$ 和 $f(\omega_b)=30$

$$\omega_1=0.1\times 10^{\frac{40-30}{20}}=0.316$$ ⇒ $$T_1=1/\omega_1=3.16$$

若 $\omega_a=\omega_4$，$\omega_b=100$，$k=-60$，$f(\omega_a)=5$ 和 $f(\omega_b)=0$

$$\omega_4=100\times 10^{\frac{5-0}{-60}}=82.54$$ ⇒ $$T_4=1/\omega_4=0.012$$

Bode图——传递函数的实验确定方法

若 $\omega_a=\omega_3$，$\omega_b=82.54$，$k=-40$，$f(\omega_a)=20$ 和 $f(\omega_b)=5$

$$\omega_3=82.54\times10^{\frac{20-5}{-40}}=34.81 \quad\Rightarrow\quad T_3={1}/{\omega_3}=0.0287$$

若 $\omega_a=\omega_2$，$\omega_b=34.81$，$k=-20$，$f(\omega_a)=40$ 和 $f(\omega_b)=20$

$$\omega_2=34.81\times10^{\frac{40-20}{-20}}=3.481 \quad\Rightarrow\quad T_2={1}/{\omega_2}=0.287$$

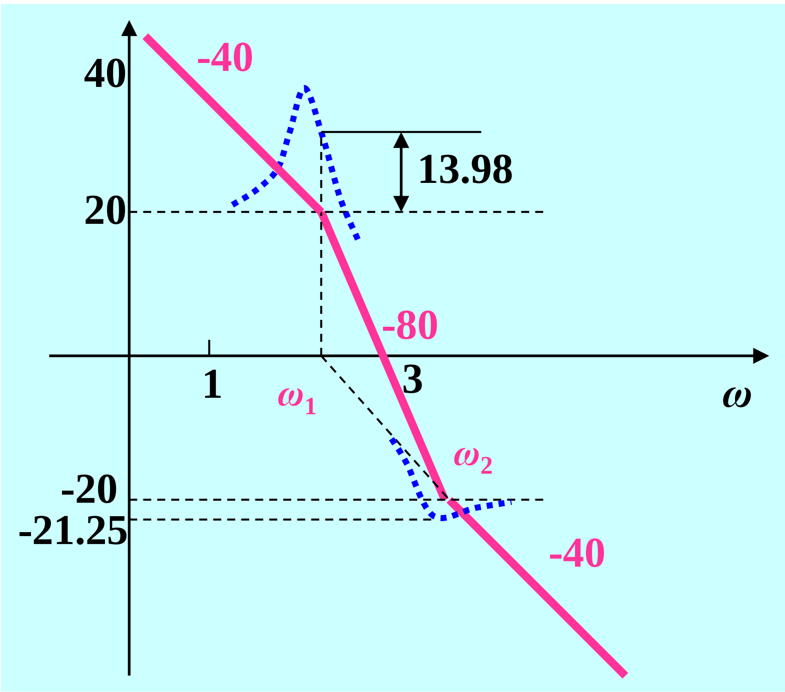
系统传递函数：

$$G(s)=\frac{K(10s+1)}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)(T_4s+1)}$$

$$=\frac{31.62(10s+1)}{(3.16s+1)(0.287s+1)(0.0287s+1)(0.012s+1)}$$

Bode图——传递函数的实验确定方法

例 6-12：最小相位系统Lm曲线如图所示确定系统的传递函数。



由于低频段斜率为 –40dB/dec，所以系统为 2型系统

按照转折频率处斜率的变化，确定典型环节

当 $\omega=\omega_1$， 斜率变化–40 且Lm出现峰值，因此典型环节为

$$[1+j2\zeta\omega/\omega_1+(j\omega/\omega_1)^2]^{-1}$$

当 $\omega=\omega_2$， 斜率变化40且 Lm出现峰值，因此典型环节为

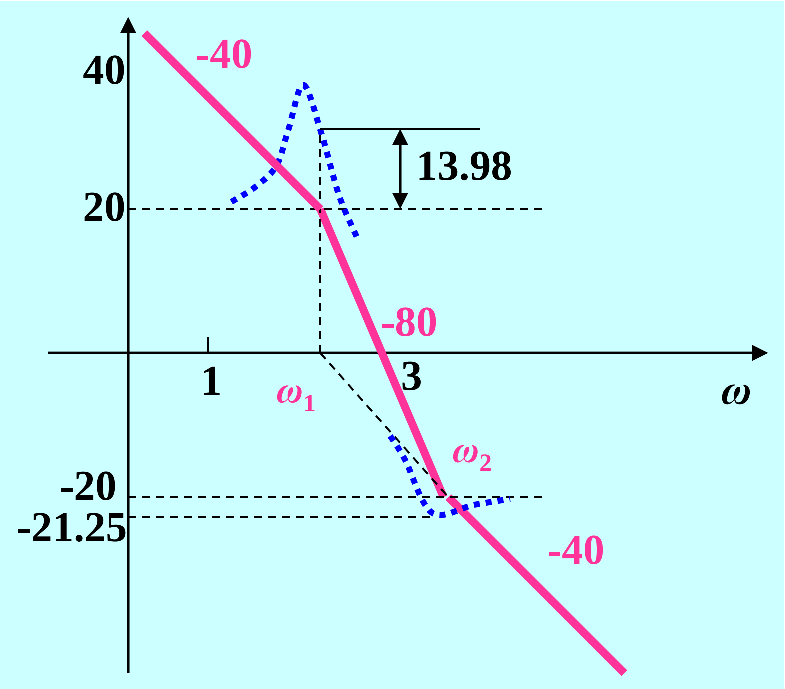
$$1+j2\zeta\omega/\omega_2+(j\omega/\omega_2)^2$$

Bode图——传递函数的实验确定方法

系统频率特性形式

$$G(j\omega)=\frac{K\left[1+j2\zeta_2\frac{\omega}{\omega_2}+\left(\frac{j\omega}{\omega_2}\right)^2\right]}{(j\omega)^2\left[1+j2\zeta_1\frac{\omega}{\omega_1}+\left(\frac{j\omega}{\omega_1}\right)^2\right]}$$

$K=?\quad \omega_1=?\quad \omega_2=?\quad \zeta_1=?\quad \zeta_2=?$



$$0-20=-80(\lg 3-\lg\omega_1)\qquad \omega_1=1.6870$$

$$-20-0=-80(\lg\omega_2-\lg 3)\qquad \omega_2=5.3348$$

$$20-20\lg K=-40(\lg 1.6870-\lg 1)\qquad K=28.4597$$

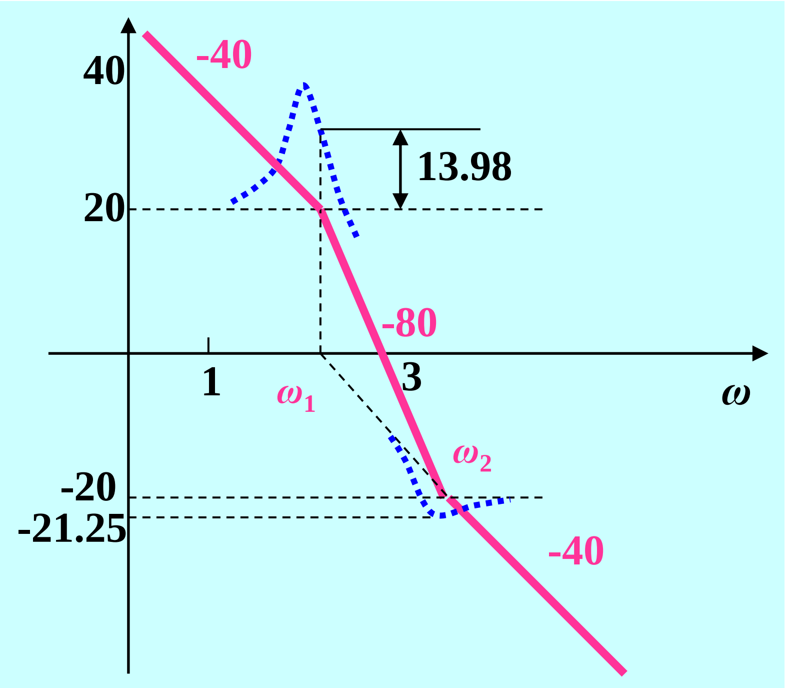
Bode图——传递函数的实验确定方法

对于环节：$\dfrac{1}{1+\mathrm{j}2\zeta_1\dfrac{\omega}{\omega_1}+\left(\dfrac{\mathrm{j}\omega}{\omega_1}\right)^2}$

$\omega=\omega_1$时，对数幅值

$$20\lg\left|\frac{1}{\mathrm{j}2\zeta_1}\right|=20\lg\frac{1}{2\zeta_1}=13.98 \Rightarrow \zeta_1=0.1$$

对于环节：$1+j2\zeta_2\dfrac{\omega}{\omega_2}+\left(\dfrac{j\omega}{\omega_2}\right)^2$



峰值（放大倍数）为

$$\boxed{M_r=\frac{1}{2\zeta_2\sqrt{1-\zeta_2^2}}} \Rightarrow 20\lg\frac{1}{2\zeta_2\sqrt{1-\zeta_2^2}}=-20-(-21.25)=1.25$$

$$\Rightarrow \zeta_2=0.5$$

传递函数

$$G(s)=\frac{28.4567\left[1+\dfrac{s}{5.3348}+\left(\dfrac{s}{5.3348}\right)^2\right]}{s^2\left[1+0.2\dfrac{s}{1.6870}+\left(\dfrac{s}{1.6870}\right)^2\right]}$$

Thanks !