第4章 电路分析方法与电路定理

之2 电路分析方法

本部分主要讨论：

- 支路电流法
- 回路电流法（含网孔电流法）
- 节点电压法（含改进节点法）

4.2 电路分析法

- 本节讨论电路网络的一般分析方法，本节内容是电路分析的基础，掌握各种计算方法对电路分析是十分重要的。
- 分析方法的理论基础是通过基尔霍夫定律（KCL、KVL）建立电路方程组来计算电路中的电压电流。
- 主要问题有：如何选择待求变量？如何选取一组独立回路？如何列写方程？
- 选择待求变量：支路电流法 、回路/网孔电流法、节点电压法。
- 选择独立回路：网孔回路、单连支回路。

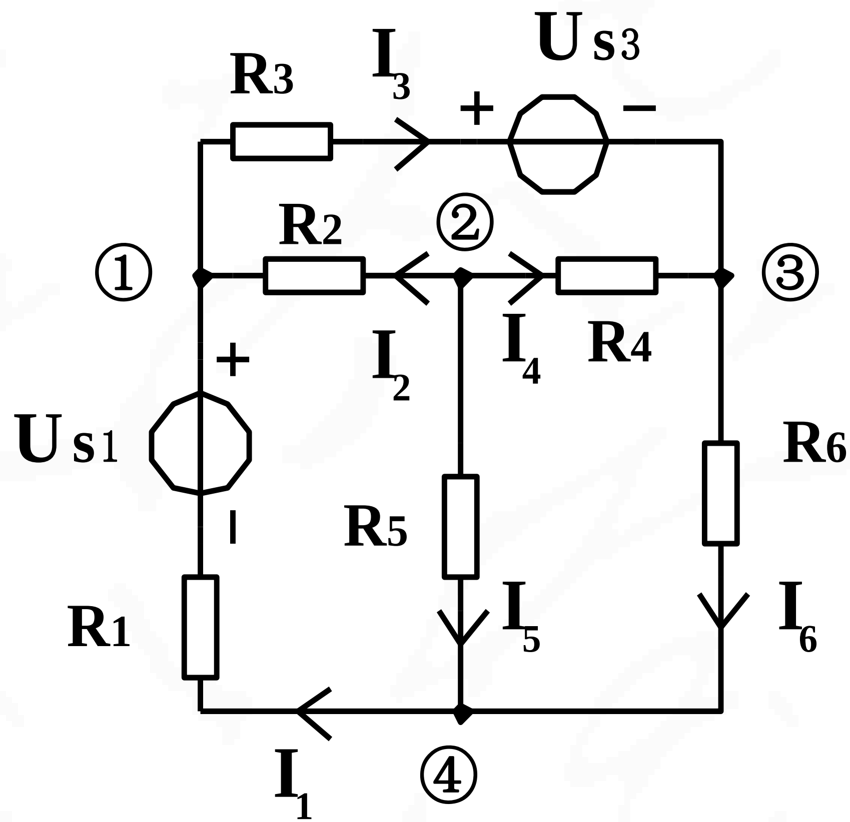
一、支路电流法

- 支路电流法，又称支路分析法，是以b个支路电流作为未知量，直接应用KCL和KVL建立电路方程，然后求解所列的方程组解出各支路电流。
- 设电路节点数为n，支路数为b， 为求b个支路电流，支路电流法必须建立b个独立方程。
- 根据KCL可列出$(n-1)$个独立的节点电流方程，根据KVL可列出$(b-n+1)$个独立的回路电压方程（选网孔回路或选单连支回路）。
- 下面以示例介绍支路电流法的步骤及方程的选取。

该电路有4个节点，6条支路，设电源和电阻的参数已知，用支路电流法求各支路电流。

① 对各支路、节点编号，并标出支路电流的参考方向。

② 根据KCL定律，列出节点电流方程：



节点①：$-I_1-I_2+I_3=0$

节点②：$+I_2+I_4+I_5=0$

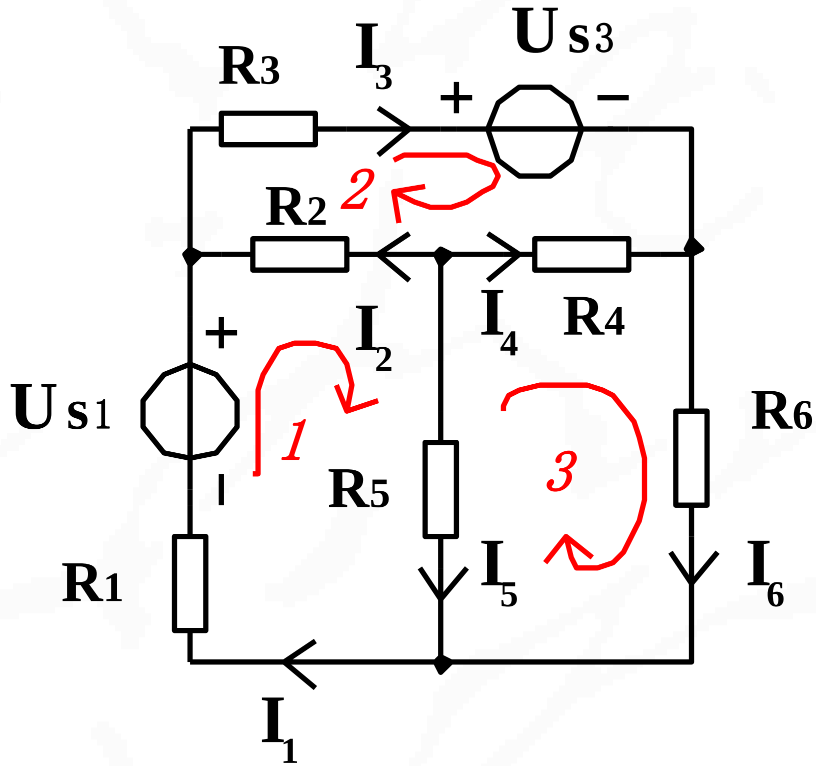
节点③：$-I_3-I_4+I_6=0$

节点④：$+I_1-I_5-I_6=0$

注：节点④的电流方程是前面3个方程的线性组合，无需列出。

③ 根据KVL定律，列出回路电压方程。

- 回路可选取网孔回路或单连支回路。
- 电路中无电流源支路时，可选择网孔回路。
- 设定网孔回路的绕行方向（通常取顺时针）。



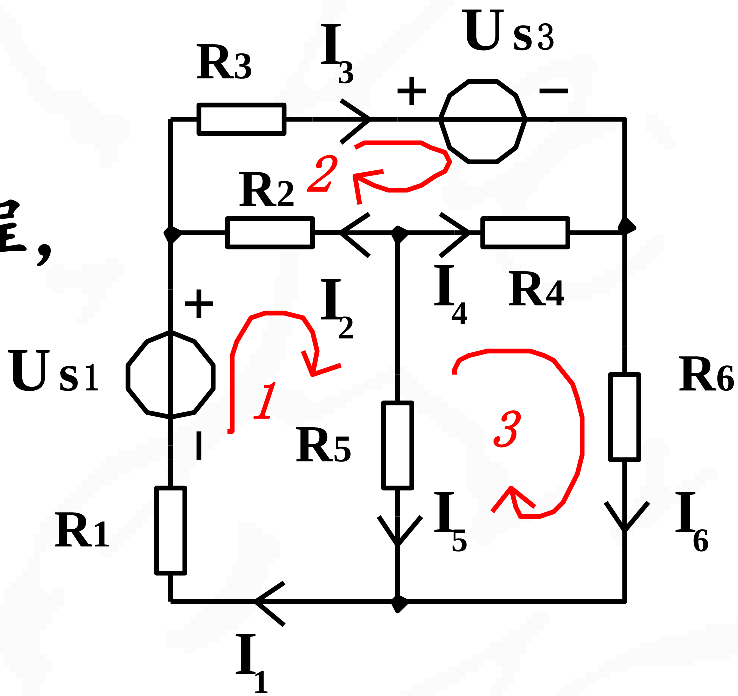
回路1：$I_1 \times R_1 - U_{S1} - I_2 \times R_2 + I_5 \times R_5 = 0$

回路2：$I_3 \times R_3 + U_{S3} - I_4 \times R_4 + I_2 \times R_2 = 0$

回路3：$I_4 \times R_4 + I_6 \times R_6 - I_5 \times R_5 = 0$

- (*b*-*n*+1)个网孔回路电压方程必定为独立方程。

④ 解出各支路电流：由$(n\text{-}1)$个节点电流方程和$(b\text{-}n\text{+}1)$个网孔电压方程组成b个独立方程，可解出b个支路电流变量。



节点①：$-I_1-I_2+I_3=0$

节点②：$+I_2+I_4+I_5=0$

节点③：$-I_3-I_4+I_6=0$

回路1：$I_1\times R_1-U_{S1}-I_2\times R_2+I_5\times R_5=0$

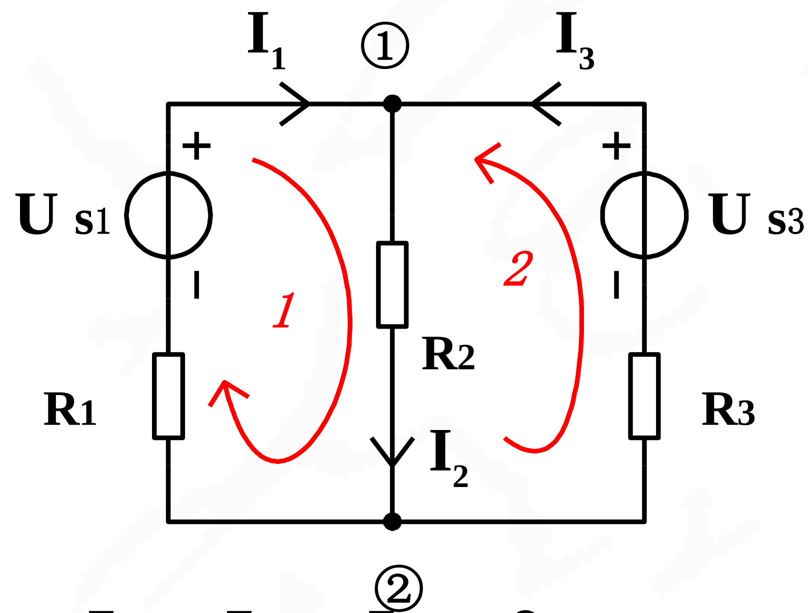
回路2：$I_3\times R_3+U_{S3}-I_4\times R_4+I_2\times R_2=0$

回路3：$I_4\times R_4+I_6\times R_6-I_5\times R_5=0$

由上面的六个方程可解出六个支路电流变量。

〖例1〗支路电流法示例

已知U_{S1}=10V， U_{S3}=13 V， R_1=1Ω，R_2=3 Ω，R_3=2 Ω，求各支路电流及电压源功率。



〖解〗 标出参考方向见图。

$$-I_1+I_2-I_3=0 \qquad\qquad -I_1+I_2-I_3=0$$

$$I_1\times R_1-U_{S1}+I_2\times R_2=0 \longrightarrow I_1-10+3\times I_2=0$$

$$I_2\times R_2+I_3\times R_3-U_{S3}=0 \qquad 3\times I_2+2\times I_3-13=0$$

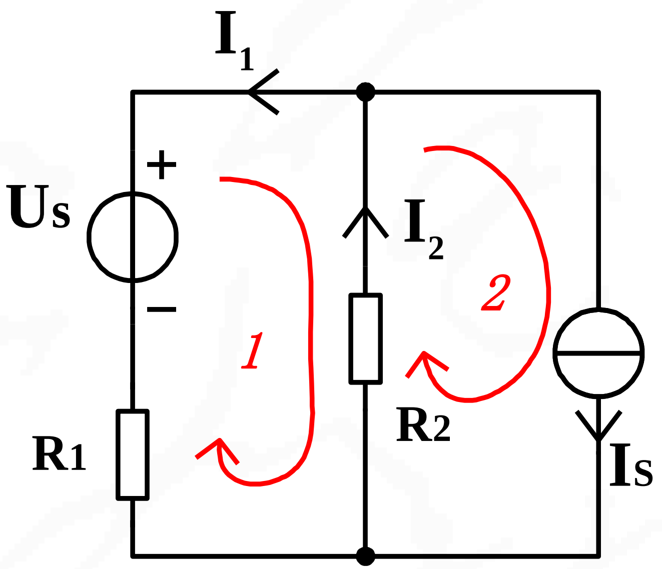
解得：I_1=1A，I_2=3A，I_3=2A

电压源U_{S1}功率：$P_{US1}=U_{S1}\times I_1=10\times 1=10\text{W}$（发出）

电压源U_{S3}功率：$P_{US3}=U_{S3}\times I_3=13\times 2=26\text{W}$（发出）

〖例2〗外围有电流源支路

已知U_S=7V，I_S=1A，R_1=1Ω，R_2=3 Ω，求各支路电流及电流源的功率。



〖解〗

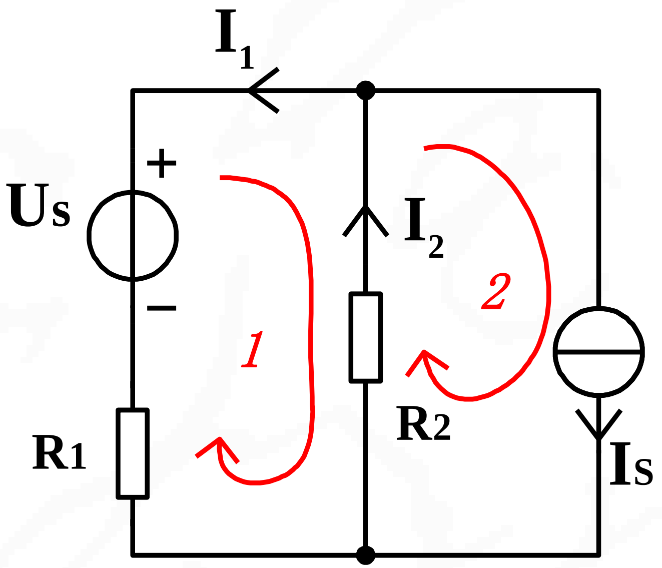
网孔回路2由于存在电流源，无法列写以支路电流为变量的回路电压方程。

但实际上由于电流源支路的电流已知，支路电流变量数减少一个，网孔2的电压方程无需列写。

列出方程：

$$I_1 - I_2 + I_S = 0$$

$$-I_1 \times R_1 - I_2 \times R_2 - U_S = 0$$



代入数据：

$$I_1 - I_2 + 1 = 0$$

$$-I_1 - 3 \times I_2 - 7 = 0$$

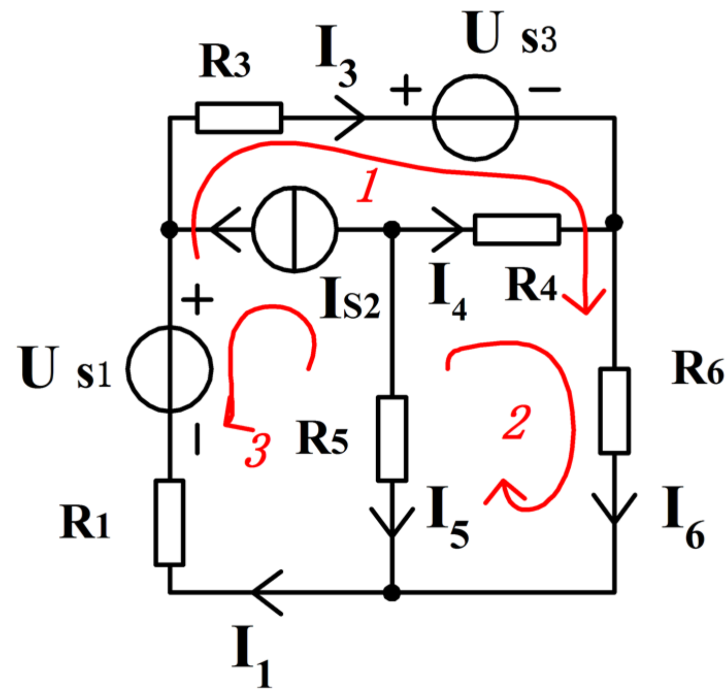
解得：$I_1 = -2.5\text{ A}$， $I_2 = -1.5\text{ A}$

电流源I_S功率：$P_{IS} = (I_2 \times R_2) \times I_S = -4.5\text{W}$ (吸收功率)

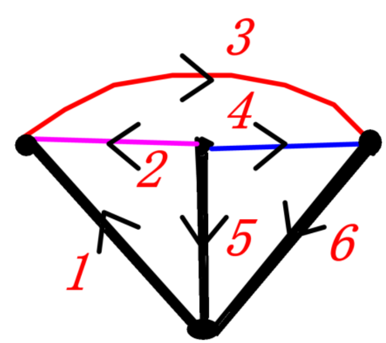
➢ 建立单连支回路电压方程

✧ 当电路内部存在电流源支路时，支路电流法不能选择网孔回路。想一想为什么？

✧ 此时支路电流法电压方程的建立应选择单连支回路，并将电流源支路选为连支。

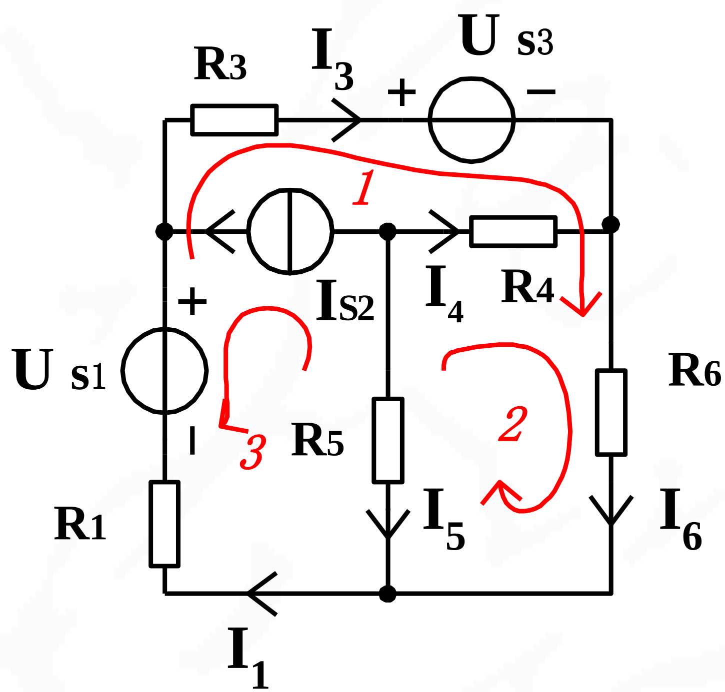


电路中，支路2为电流源。选1、5、6支路为树支，得到3个单连支回路。



6条支路，3个节点电流方程，3个回路方程。

但支路2为电流源，电流已知，因此回路3不必列电压方程。



节点①： $-I_1 - I_{S2} + I_3 = 0$

节点②： $I_{S2} + I_4 + I_5 = 0$

节点③： $-I_3 - I_4 + I_6 = 0$

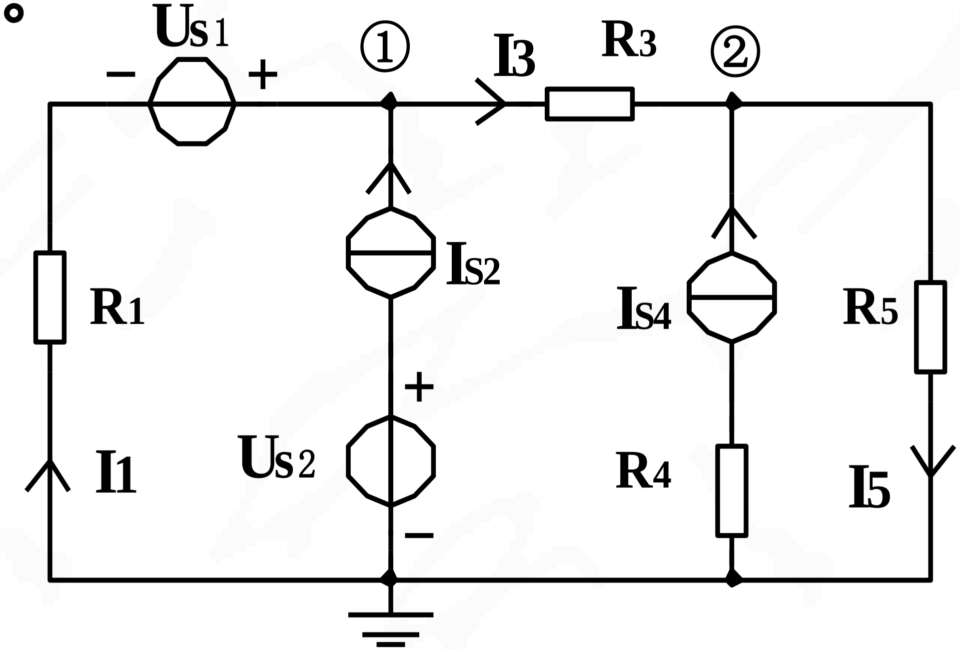
回路1： $I_3 \times R_3 + U_{S3} + I_6 \times R_6 + I_1 \times R_1 - U_{S1} = 0$

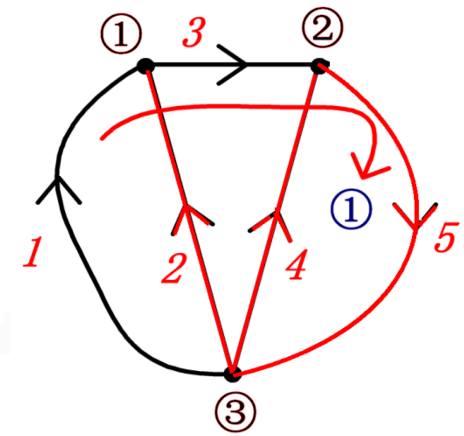
回路2： $I_4 \times R_4 + I_6 \times R_6 - I_5 \times R_5 = 0$

由上面的5个方程可解出5个支路电流变量。

〖例3〗含多条电流源支路

已知U_{S1}=1V，U_{S2}=5V，I_{S2}=2A，I_{S4}=4A， R_1=1Ω，R_3=3 Ω，R_4=5 Ω，R_5=5 Ω，求各支路电流及电流源的功率。





〖解〗

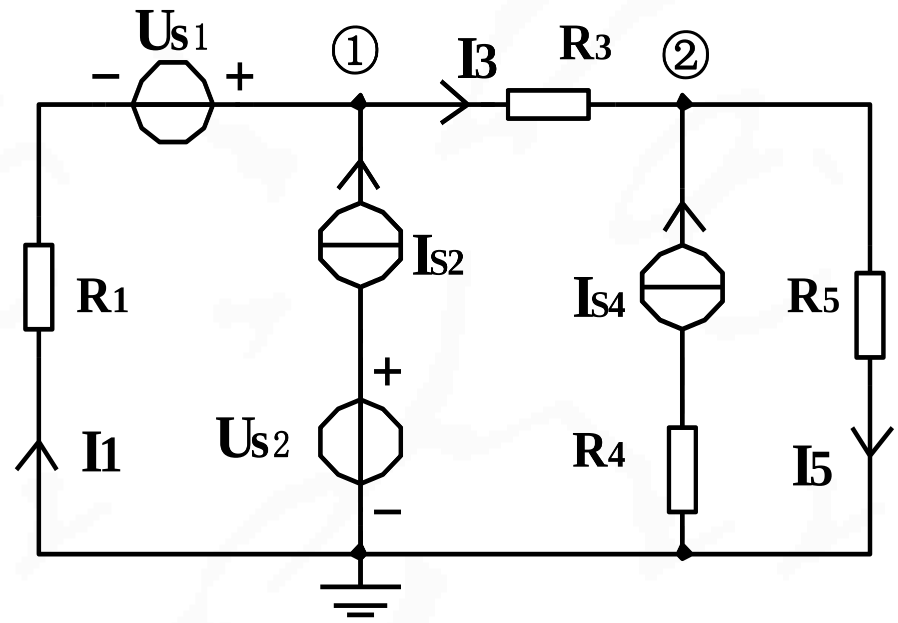
电路中存在两条电流源支路，选取支路1、3为树支。

列出方程：

$$-I_1-I_{S2}+I_3=0$$

$$-I_3-I_{S4}+I_5=0$$

$$I_5\times R_5+I_1\times R_1-U_{S1}+I_3\times R_3=0$$

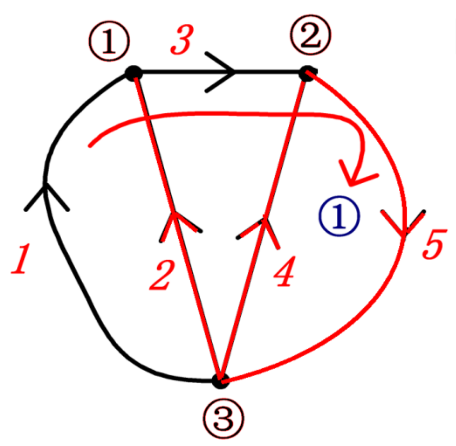


代入数据：

$$-I_1-2+I_3=0$$

$$-I_3-4+I_5=0$$

$$5\times I_5+I_1-1+3\times I_3=0$$

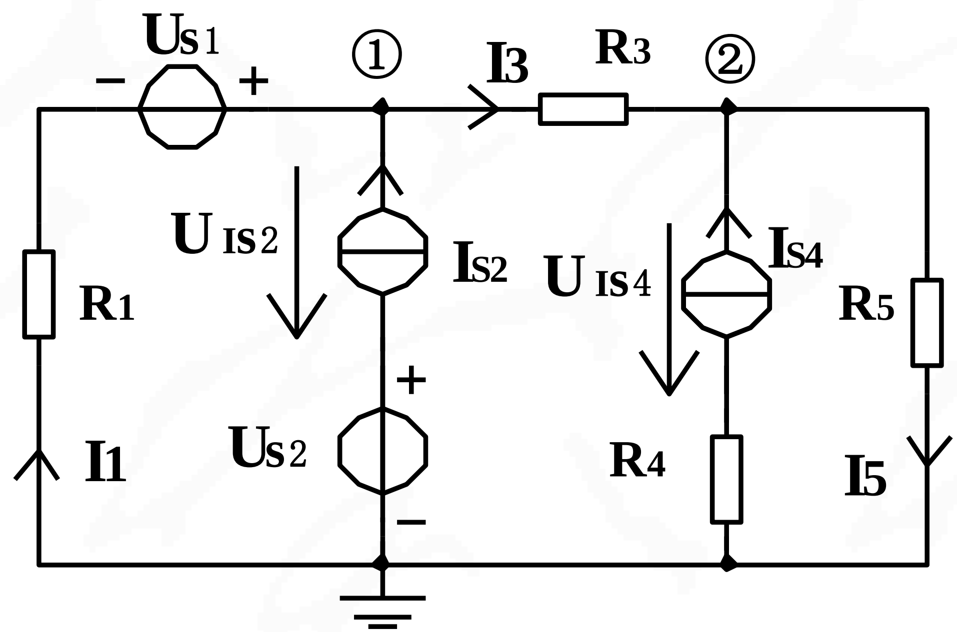


解得： $I_1=-3.89\text{ A}$， $I_3=-1.89\text{ A}$， $I_5=2.11\text{A}$

求电流源功率，先求电压：

$$U_{IS2}=U_{S1}-R_1\times I_1-U_{S2}=1-1\times(-3.89)-5=-0.11\text{V}$$

$$U_{IS4}=R_5\times I_5+R_4\times I_{S4}=5\times 2.11+4\times 4= 26.55\text{V}$$

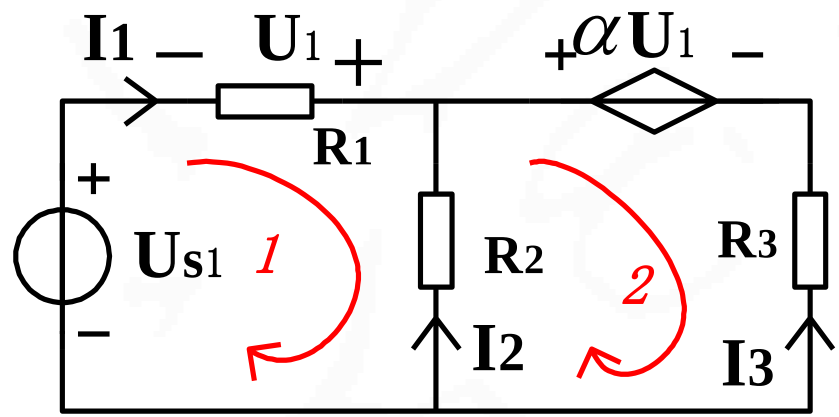


I_{S2}功率: $P_{IS2}= U_{IS2}\times I_{S2}=-0.22\text{W}$（吸收功率）

I_{S4}功率: $P_{IS4}= U_{IS4}\times I_{S4}=106.2\text{ W}$（发出功率）

〖例4〗含受控源支路

已知U_{S1}=1V，R_1=1Ω，R_2=2 Ω，R_3=3 Ω，α=3，求各支路电流。



〖解〗

电路中存在一个电压控制电压源（VCVS）。对于存在受控源电路，用支路电流法解题时，①将受控源作为独立电源处理，列节点方程和网孔方程。

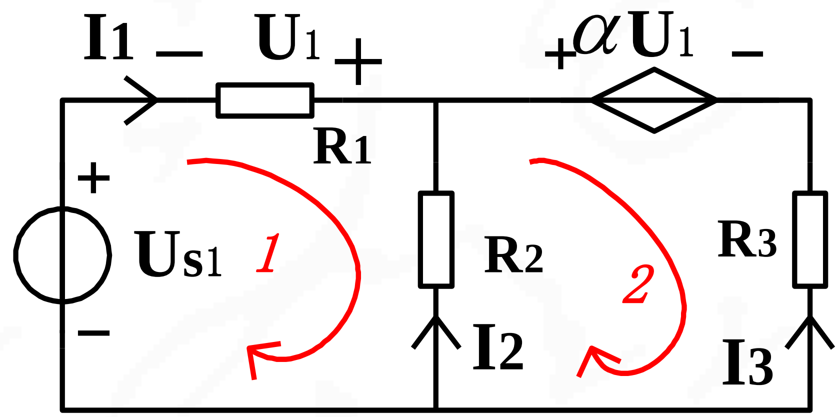
$$I_1+I_2+I_3=0$$

$$I_1\times R_1-I_2\times R_2-U_{S1}=0$$

$$I_2\times R_2+\alpha U_1-I_3\times R_3=0$$

②补充受控源控制变量关系式（将控制变量表示为支路电流）。

$$U_1 = -I_1 \times R_1$$



代入数据：

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_1 - 2I_2 - 1 = 0$$

$$2I_2 + 3U_1 - 3I_3 = 0$$

$$U_1 = -I_1$$

解得：$I_1 = 1\ \mathrm{A}$， $I_2 = 0\ \mathrm{A}$， $I_3 = -1\ \mathrm{A}$

➢ 小结：支路电流法

✧ 以b个支路电流为变量，分别对n-1个独立节点列KCL方程，对b-n+1个独立回路列KVL方程。

✧ 电流源处于外围时：选网孔回路，电流源支路电流已知，无需列KVL方程。

✧ 电路内部含电流源：将含电流源的支路作为单连支回路（含电流源支路选为连支）。

✧ 若电路中含受控源：先将受控源当作独立电源，列写方程，然后再列出附加方程（建立受控源的控制变量与支路电流之间的关系）。

✧ 当电路结构复杂（支路较多）时，支路电流法列出的方程数将较多，计算量大。

➢ 拓展：利用MATLAB作计算

$$
\begin{aligned}
I_1 + I_2 + I_3 &= 0 \\
I_1 - 2\times I_2 &= 1 \\
2\times I_2 - 3\times I_3 + 3\times U_1 &= 0 \\
I_1 + U_1 &= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ U_1 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

输入MATLAB源程序：

```
a=[1,1,1,0;1,-1,0,0;0,2,-3,3;1,0,0,1]
b=[0;1;0;0]
x=a\b
x =1
    0
   -1
   -1
```

$[A]\,[X] = [B]$

$[X]=[A]^{-1}[B]$

二、回路电流法

✧ 支路电流法须建立b个方程，求解工作量大。

✧ 回路电流法的出发点是：对于电路中实际流动的支路电流，用一组假设的回路电流来替代。以回路电流作为独立变量求解，然后求取支路电流。

✧ 回路电流法，又称为回路分析法。

✧ 当选择网孔回路作为独立回路时，则称为网孔电流法（网孔分析法）。

✧ 当选择单连支回路作为独立回路时，则称为基本回路电流法。

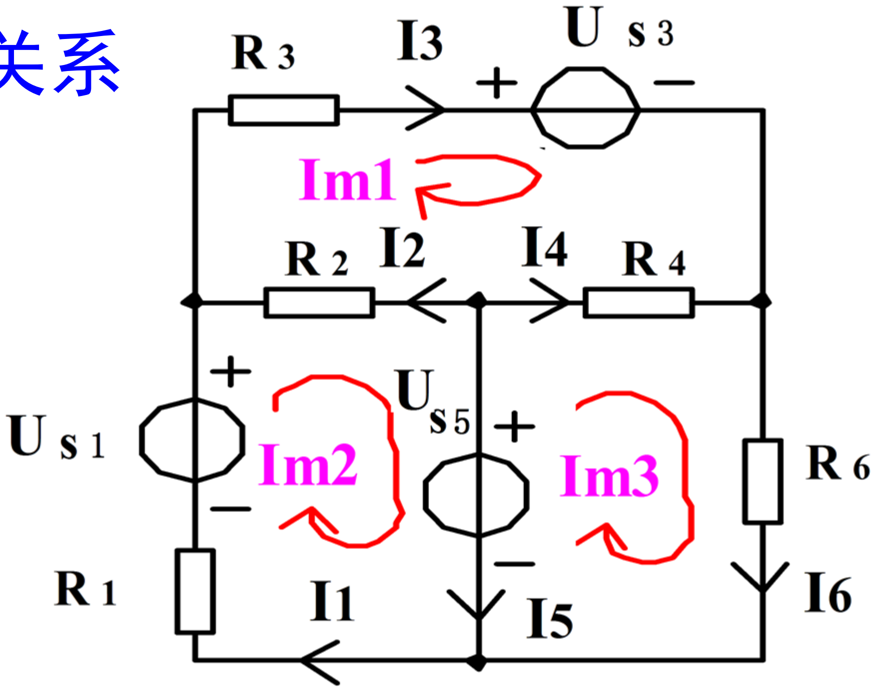
1、网孔电流法

➢ 网孔电流与支路电流的关系

$I_1 = I_{m2}$　　$I_2 = I_{m1} - I_{m2}$

$I_3 = I_{m1}$　　$I_4 = I_{m3} - I_{m1}$

$I_6 = I_{m3}$　　$I_5 = I_{m2} - I_{m3}$



✧ 网孔电流实际上是外围支路的电流（参考方向一致时）。

✧ 网孔回路是一组独立回路（列写出的方程线性无关）。

➢ 网孔回路电压方程

以网孔回路1为例，根据KVL定律：

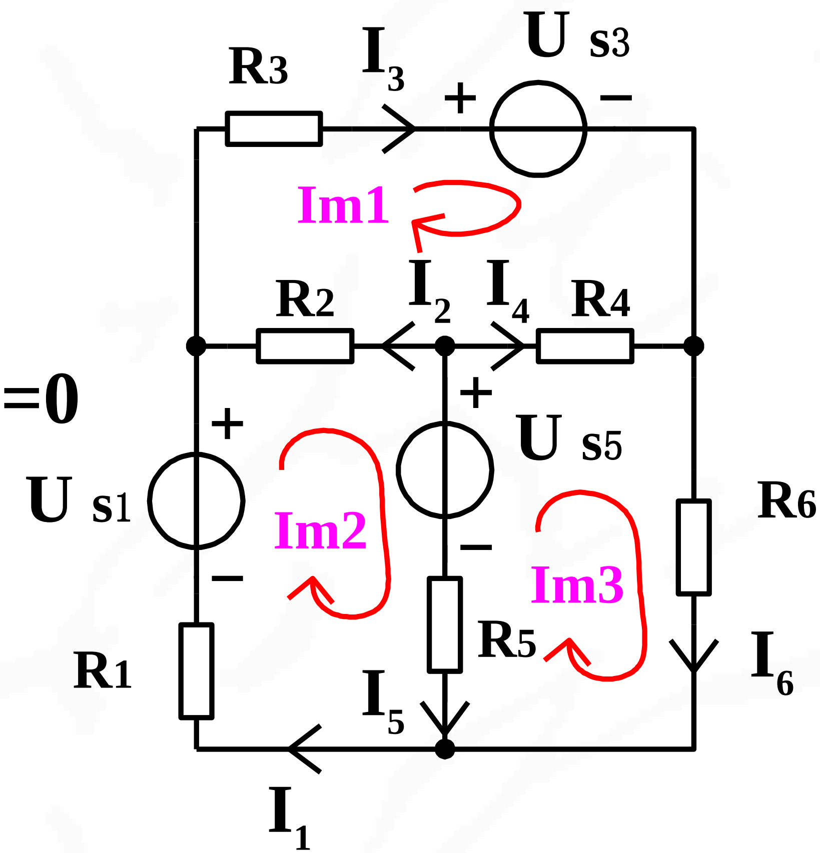
$$I_2 \times R_2 + I_3 \times R_3 + U_{S3} - I_4 \times R_4 = 0$$

代入网孔电流：

$$(I_{m1} - I_{m2}) \times R_2 + I_{m1} \times R_3 + U_{S3} - (I_{m3} - I_{m1}) \times R_4 = 0$$

整理后：

$$(R_2 + R_3 + R_4) I_{m1} - R_2 \times I_{m2} - R_4 \times I_{m3} = -U_{S3}$$

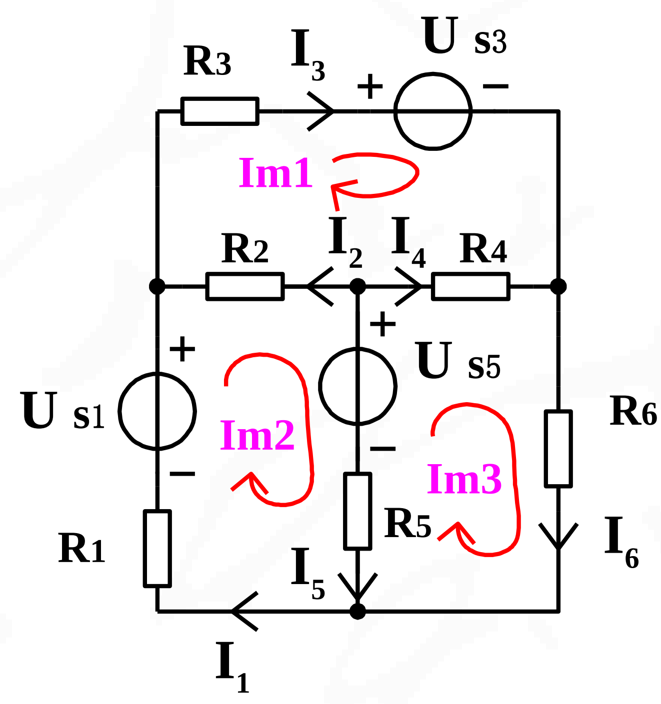


$$(R_2+R_3+R_4)I_{m1}-R_2\times I_{m2}-R_4\times I_{m3}=-U_{S3}$$

自回路电压降　　互回路电压降　　回路电压源电压升

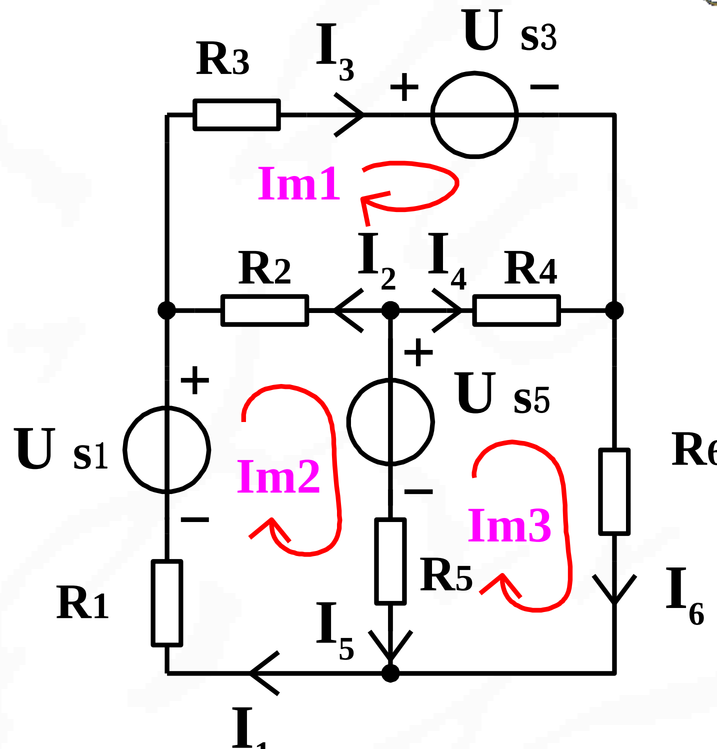
网孔回路电压方程分为三部分：

- 第一部分为本身网孔电流产生的压降。
- 第二部分为相邻网孔电流在该支路上产生的压降。自回路和相邻回路在该支路上的参考方向一致时为正，反之为负。
- 第三部分为回路电压源电动势的代数和。电压升与参考方向一致时为正，反之为负。



➤ 网孔电流法步骤

① 标出支路电流和网孔电流的参考方向。网孔回路的参考方向一般应选为一致（全为顺时针或逆时针）。



② 列写网孔回路电压方程：

网孔1: $(R_2+R_3+R_4)\,I_{m1}-R_2\times I_{m2}-R_4\times I_{m3}=-U_{S3}$

网孔2: $-R_2\times I_{m1}+(R_1+R_2+R_5)\,I_{m2}-R_5\times I_{m3}=U_{S1}-U_{S5}$

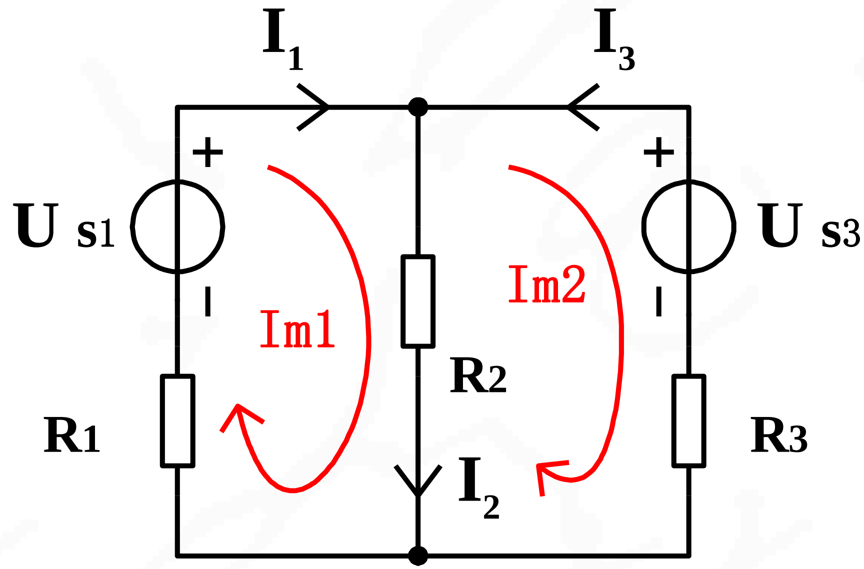
网孔3: $-R_4\times I_{m1}-R_5\times I_{m2}+(R_4+R_5+R_6)\,I_{m3}=U_{S5}$

③ 由网孔电压方程可解出所有的网孔电流。

④ 最后由网孔电流得到各个支路电流。

〖例1〗网孔电流法示例

已知U_{S1}=10V，U_{S3}=13 V，R_1=1Ω，R_2=3 Ω，R_3=2 Ω，试用网孔电流法求各支路电流。



〖解〗 参考方向见图。

网孔1：$(R_1+R_2) I_{m1} - R_2 \times I_{m2} = U_{S1}$

网孔2：$(R_2+R_3) I_{m2} - R_2 \times I_{m1} = -U_{S3}$

代入数据：$4I_{m1} - 3I_{m2} = 10$

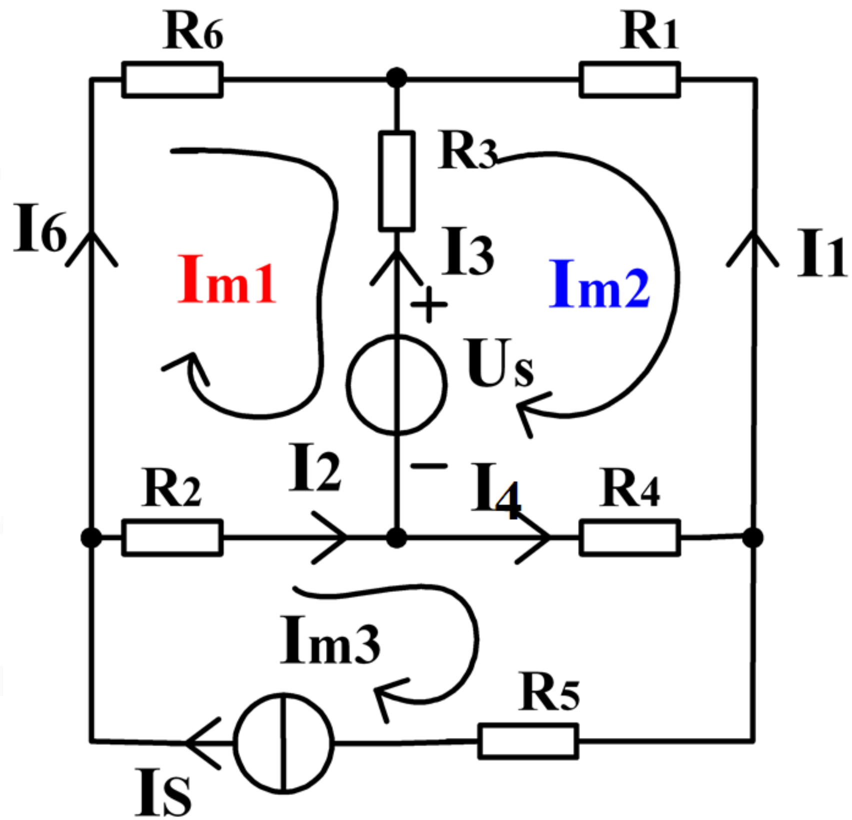
$5I_{m2} - 3I_{m1} = -13$

解得：$I_{m1} = 1A$

$I_{m2} = -2A$

支路电流：I_1=1A，$I_2 = I_{m1} - I_{m2} = 3A$，$I_3 = -I_{m2}$=2A

〖例2〗外围支路含电流源



已知U_S=27V， I_S=2 A，R_1=1Ω，R_2=2 Ω，R_3=3Ω，R_4=4Ω， R_5=5Ω， R_6=6Ω，求各支路电流。

〖解〗

取网孔回路如图，电路中最外围支路存在一个电流源，直接得到网孔3的电流$I_{m3}=I_S$，只需对网孔1和2列出回路电压方程：

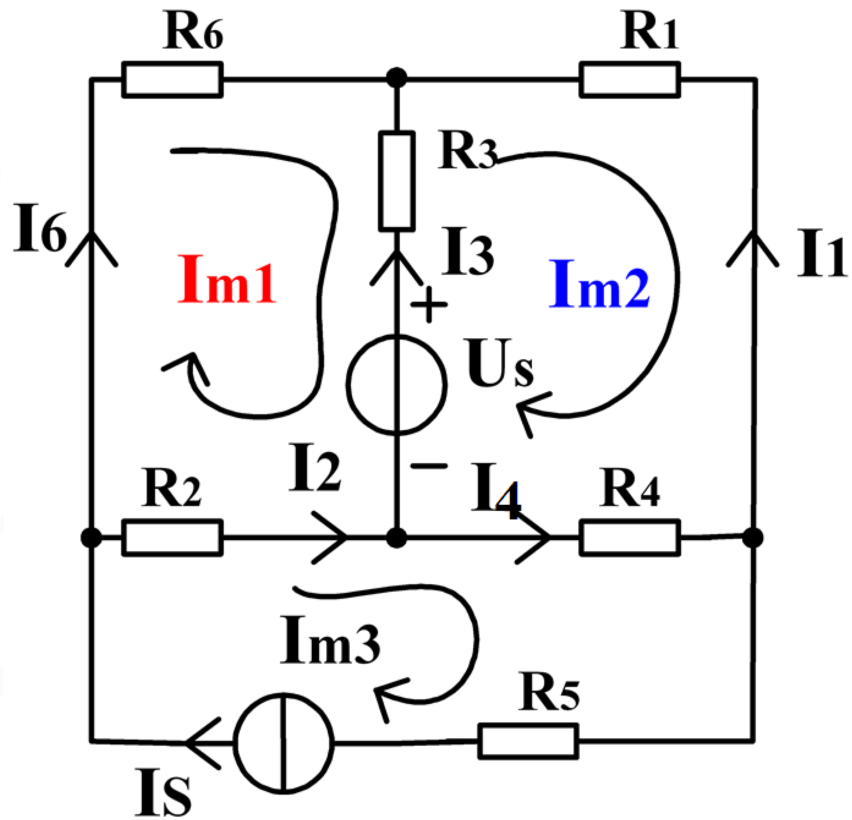
网孔1： $(R_2+R_3+R_6)I_{m1}-R_3\times I_{m2}-R_2\times I_S=-U_S$

网孔2： $(R_1+R_3+R_4)I_{m2}-R_3\times I_{m1}-R_4\times I_S=U_S$

代入数据：

$$11I_{m1}-3I_{m2}-4=-27$$

$$8I_{m2}-3I_{m1}-8=27$$



解得：

$$I_{m1}=-1\text{A},\quad I_{m2}=4\text{A}$$

$$I_{m3}=I_S=2\text{A}$$

支路电流为：

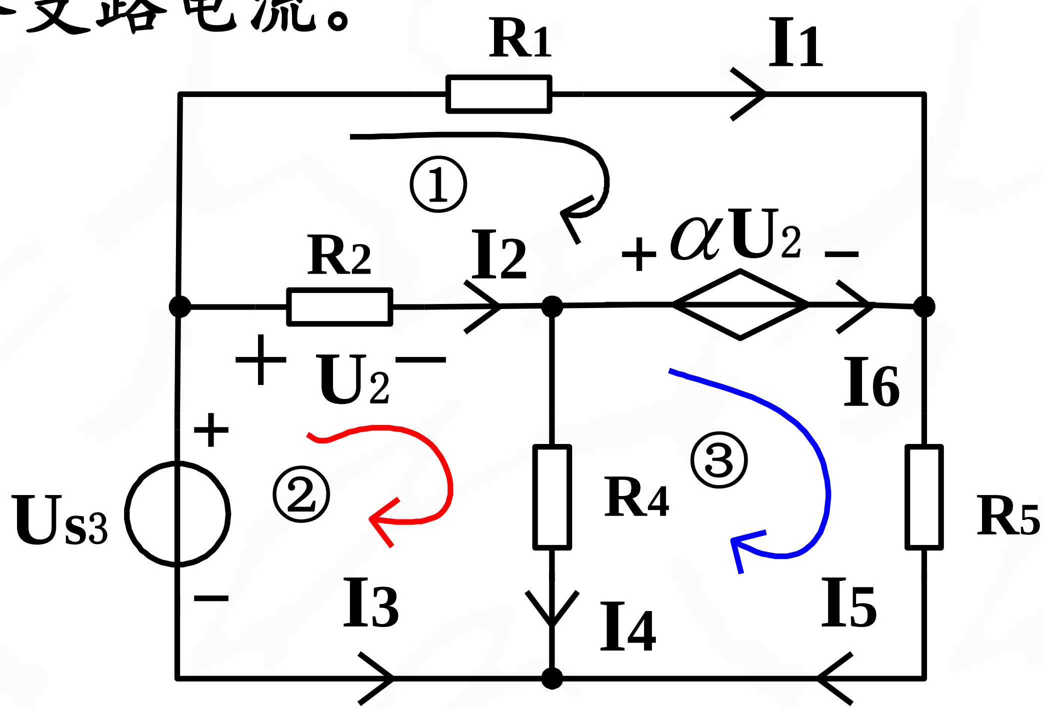
$$I_1=-I_{m2}=-4\text{A} \qquad I_2=I_{m3}-I_{m1}=3\text{A}$$

$$I_3=I_{m2}-I_{m1}=5\text{A} \qquad I_4=I_{m3}-I_{m2}=-2\text{A}$$

$$I_5=I_{m3}=2\text{A} \qquad I_6=I_{m1}=-1\text{A}$$

〖例3〗含受控源支路

已知U_{S3}=7V，R_1=R_2= 1 Ω，R_4=2 Ω， R_5=4 Ω，α=2，求各支路电流。



〖解〗

对于含受控电源的电路，在列网孔回路电压方程时，先将受控源作为独立电源处理，然后列一个补充方程，将受控变量表示为网孔电流。

列出网孔回路方程：

$$(R_1+R_2)I_{m1}-R_2\times I_{m2}=\alpha U_2$$

$$-R_2\times I_{m1}+(R_2+R_4)I_{m2}-R_4\times I_{m3}=U_{S3}$$

$$-R_4\times I_{m2}+(R_4+R_5)I_{m3}=-\alpha U_2$$

列补充方程：

$$U_2=R_2\times(-I_{m1}+I_{m2})$$

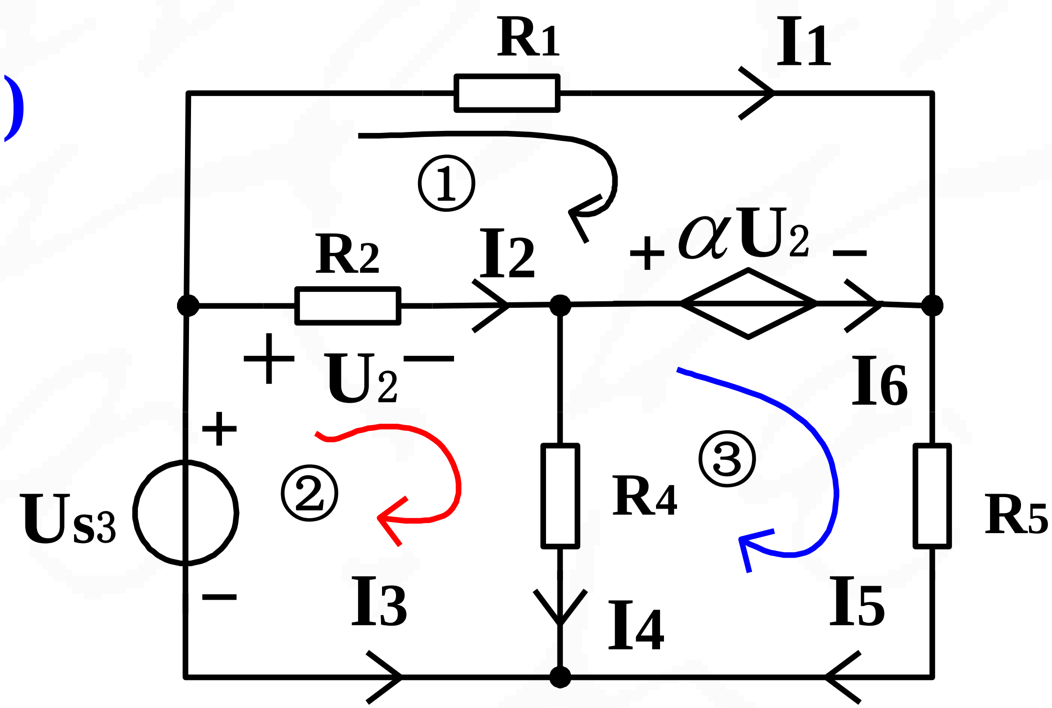
代入数据：

$$2I_{m1}-I_{m2}=2U_2$$

$$-I_{m1}+3I_{m2}-2I_{m3}=7$$

$$-2I_{m2}+6I_{m3}=-2U_2$$

$$U_2=I_{m2}-I_{m1}$$

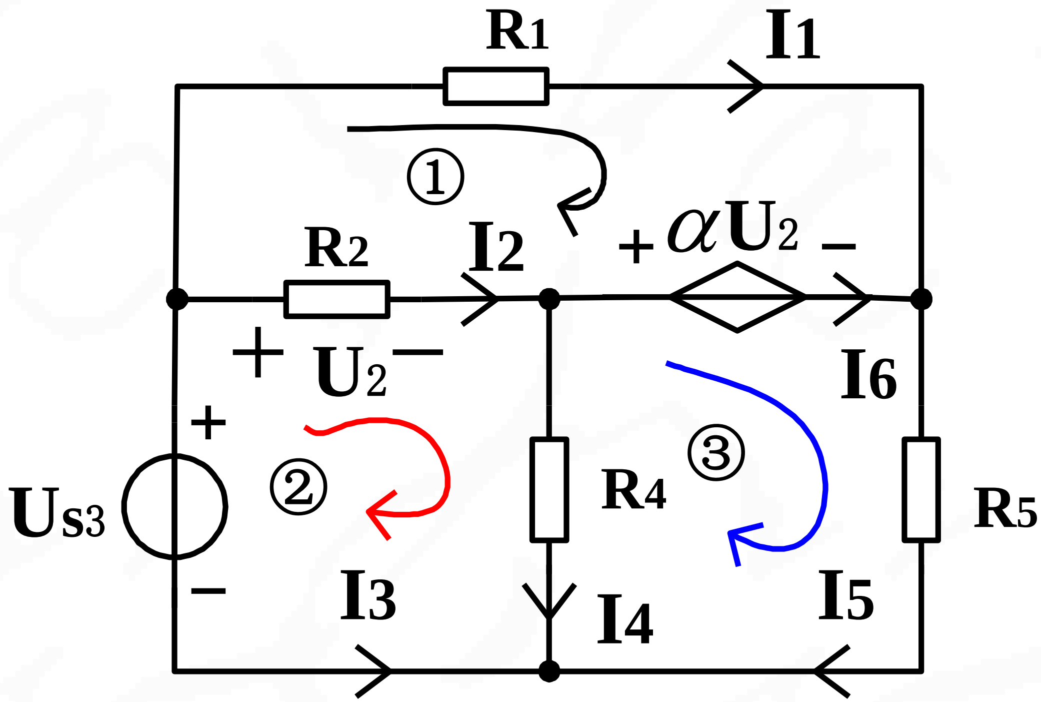


解得：

$$I_{m1} = 3\text{ A}$$

$$I_{m2} = 4\text{A}$$

$$I_{m3} = 1\text{A}$$



支路电流为：

$I_1 = I_{m1} = 3\text{ A}$ $\quad$ $I_2 = I_{m2} - I_{m1} = 1\text{A},$

$I_3 = -I_{m2} = -4\text{ A}$ $\quad$ $I_4 = I_{m2} - I_{m3} = 3\text{ A},$

$I_5 = I_{m3} = 1\text{ A}$ $\quad$ $I_6 = I_{m3} - I_{m1} = -2\text{ A}$

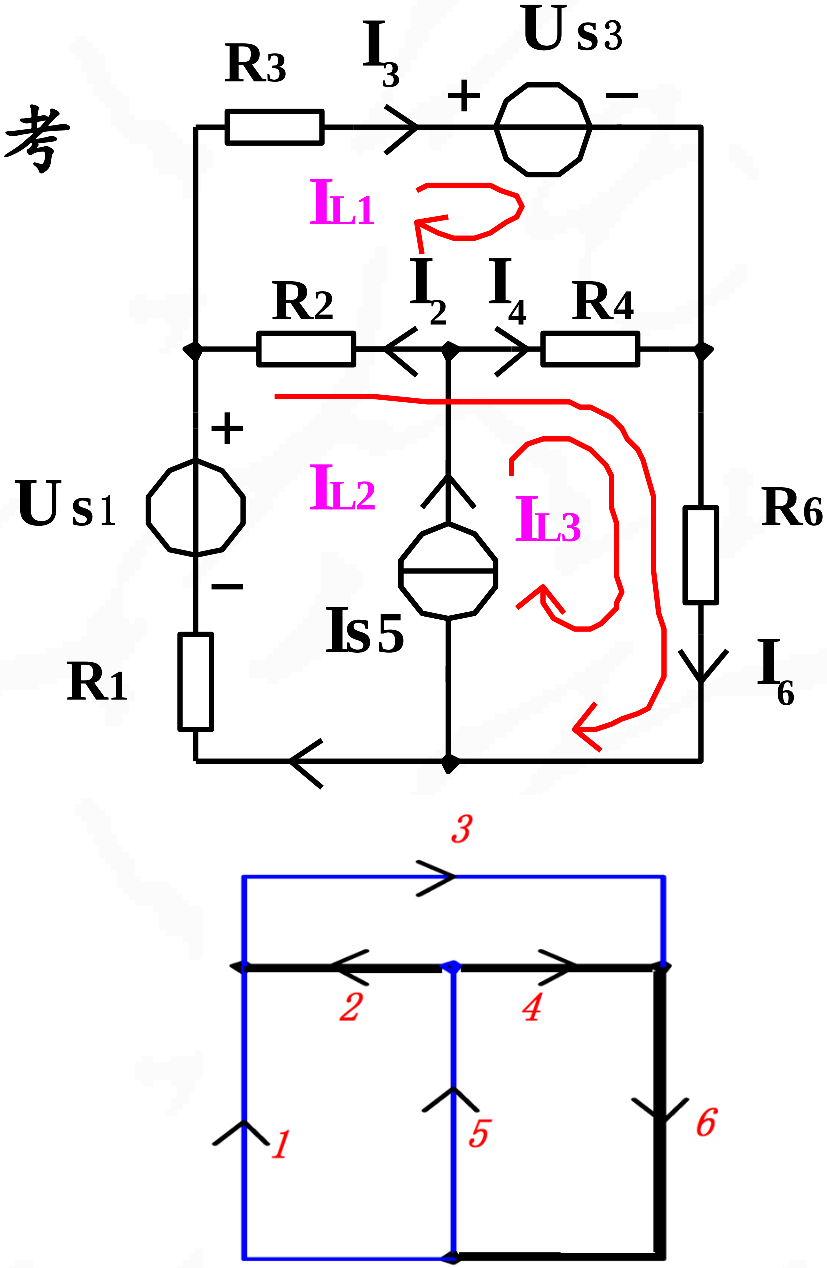
2、基本回路电流法

- 当电路中有电流源支路不在外围周界上时，网孔电流法无法列回路电压方程，这时可以采用基本回路电流法。
- 基本回路电流法是以选定的单连支回路电流作为变量来分析计算电路的一种方法。
- 与支路电流法相比，单连支回路数为$(b\text{-}n+1)$要比支路数b小。
- 选择单连支回路电流作为求解变量，建立的回路电压方程必定是独立方程。

➢ 基本回路电流法步骤

① 选择单连支回路并标出参考方向。

- 选择单连支回路时，电流源支路不能选为树支，只能选为连支。
- 回路的参考方向为连支电流的参考方向。



支路5为电流源支路，选2、4、6支路为树支

② 列写回路电压方程。方程类似于网孔电流法。

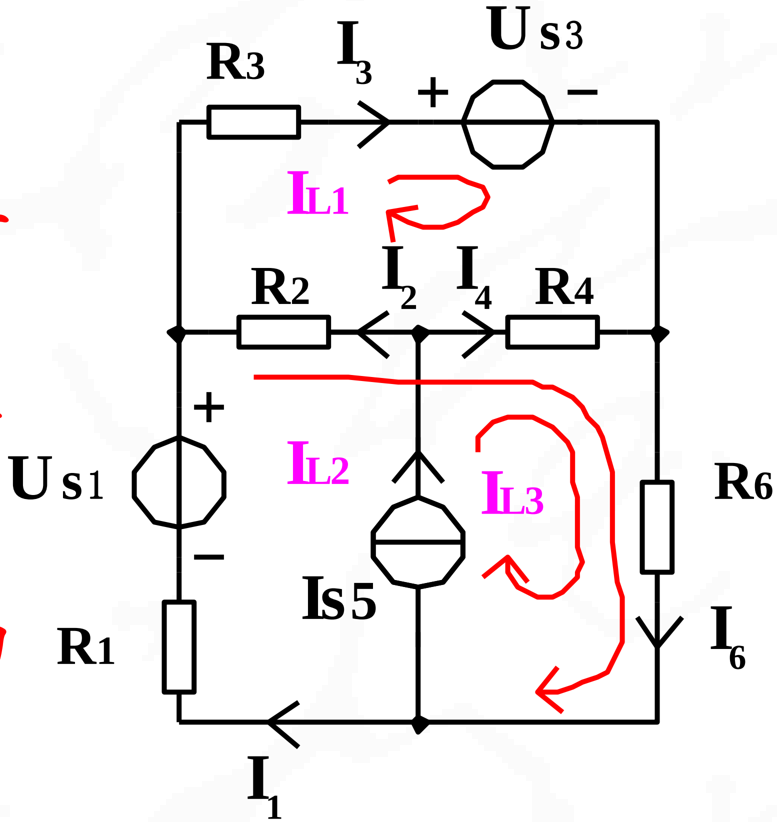
以回路1为例，回路电压方程为：

$$(R_2+R_3+R_4)I_{L1}-(R_2+R_4)I_{L2}-R_4I_{L3}=-U_{S3}$$

自回路电压降　　互回路电压降　　回路电压源电压升

回路电压方程分为三部分：

- 第一部分为自回路电流产生的压降。
- 第二部分为相邻回路电流产生的压降。
- 第三部分为回路电压源电动势的代数和。



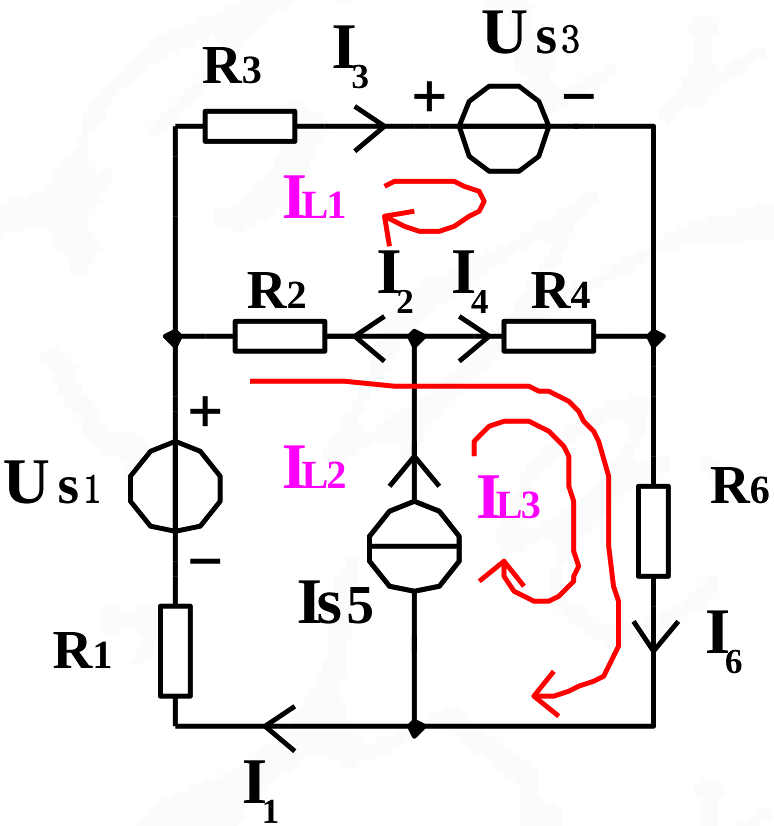
同理，可列出回路2的电压方程：

$$(R_1+R_2+R_4+R_6)I_{L2}-(R_2+R_4)I_{L1}+(R_4+R_6)I_{L3}=U_{S1}$$

回路3是电流源所在的回路，因此回路电流即为该连支电流： $I_{L3}=I_{S5}$

列回路电压方程时应注意：

- 列写互回路压降时很容易漏写。
- 电压源是以电压升为正。
- 电流源支路的回路电压方程无需列写，可直接写出回路电流值。

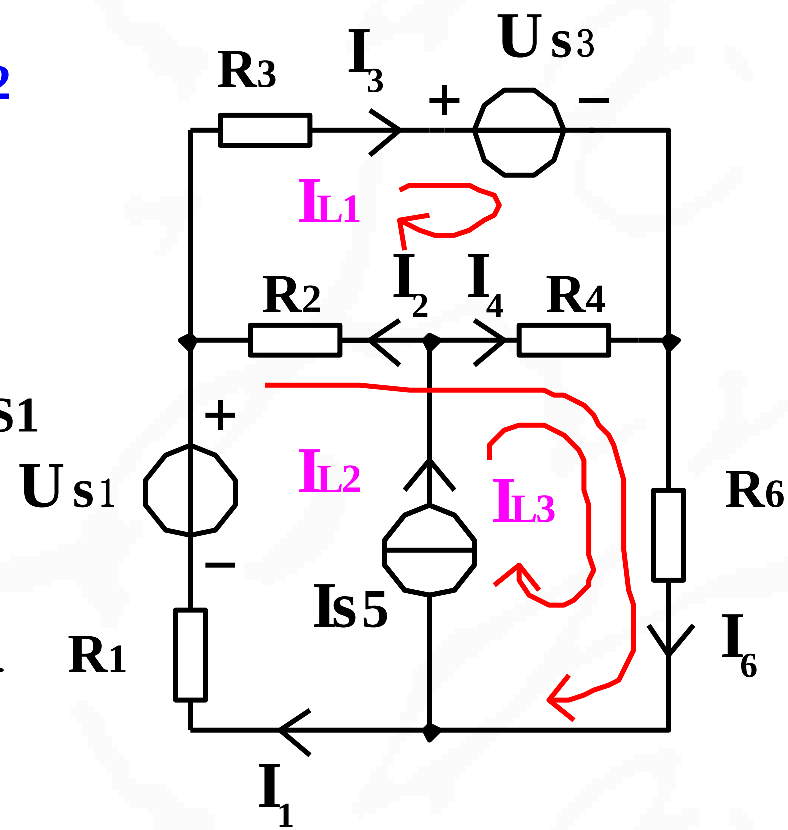


③ 由回路电压方程可解出回路电流。

$$(R_2+R_3+R_4)\,I_{L1}-(R_2+R_4)I_{L2}-R_4I_{L3}=-U_{S3}$$

$$(R_1+R_2+R_4+R_6)\,I_{L2}-(R_2+R_4)I_{L1}+(R_4+R_6)\,I_{L3}=U_{S1}$$

$$I_{L3}=I_{S5}$$



④ 最后由回路电流写出各个支路电流。

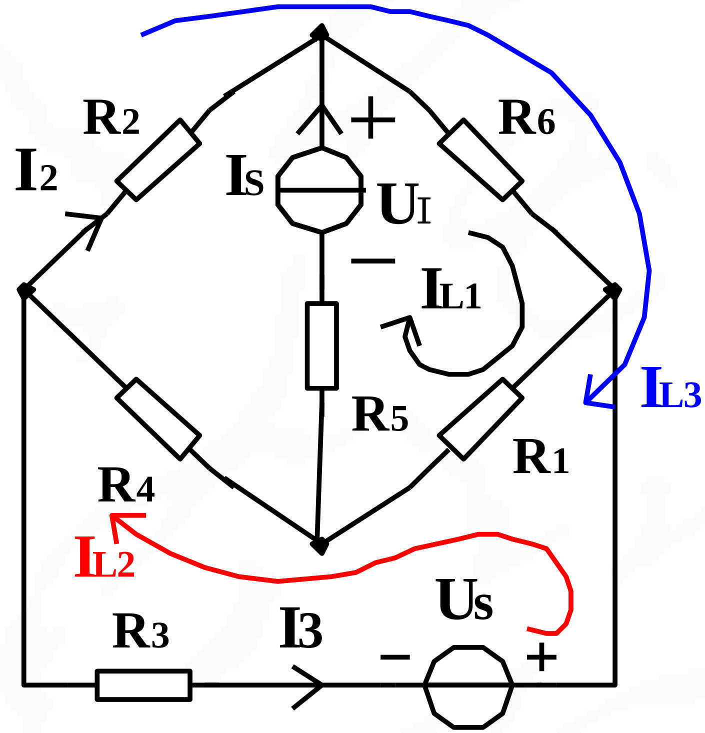
$I_1=I_{L2}$　　$I_2=I_{L1}-I_{L2}$

$I_3=I_{L1}$　　$I_4=-I_{L1}+I_{L2}+I_{L3}$

$I_5=I_{L3}=I_{S5}$　　$I_6=I_{L2}+I_{L3}$

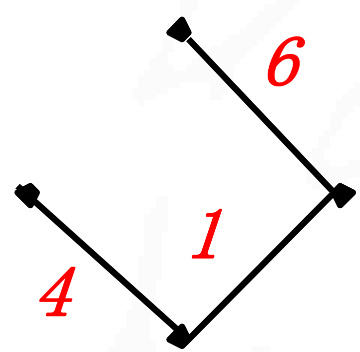
〖例4〗回路电流法示例

已知 R_1=1Ω，R_2=2 Ω，R_3=3Ω，R_4=4Ω，R_5=5Ω，R_6=6Ω，U_S=27V，I_S=2 A，用回路电流法求电压源和电流源发出的功率。



〖解〗

支路5为电流源支路，因此选1、4、6支路为树支，得（**6-4+1=3**）条单连支回路如图所示。



列回路电压方程：

$$I_{L1} = I_S$$

$$(R_1+R_3+R_4)I_{L2} + R_1\times I_{L1} + (R_1+R_4)I_{L3} = U_S$$

$$(R_1+R_2+R_4+R_6)I_{L3}+(R_1+R_6)I_{L1}+(R_1+R_4)I_{L2}=0$$

代入数据：

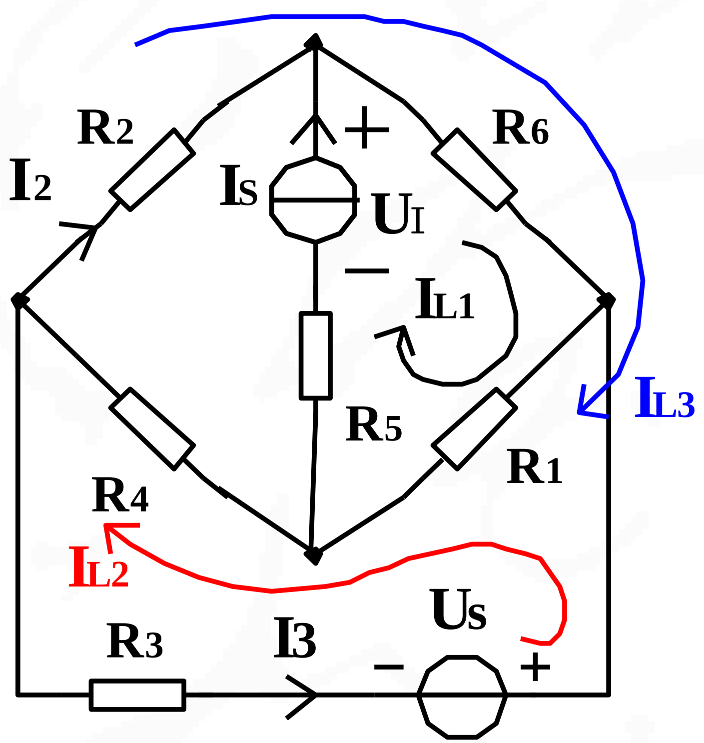
$$I_{L1} = 2$$

$$8I_{L2} + 1\times 2 + 5I_{L3} = 27$$

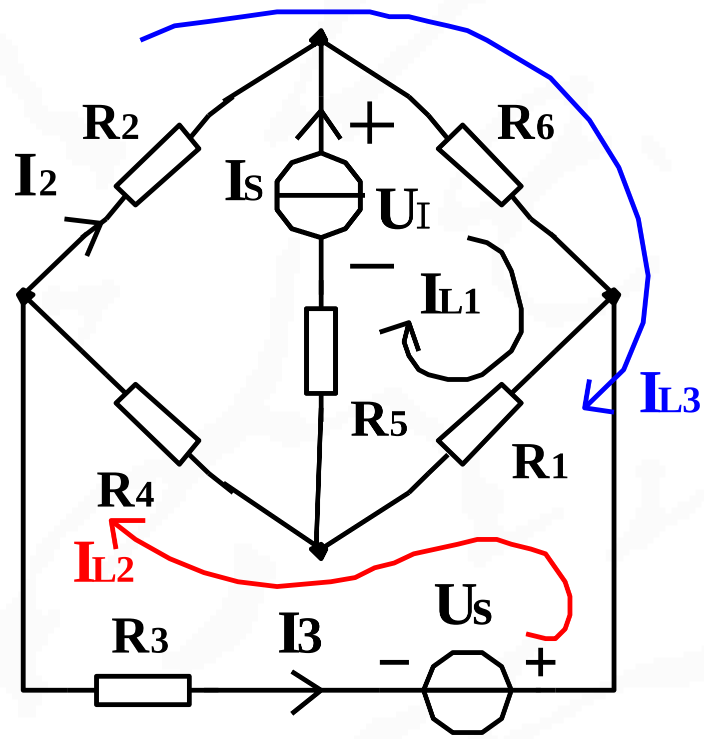
$$13I_{L3}+7\times 2+ 5I_{L2}=0$$

解得：

$I_{L1}=2A$，$I_{L2}=5A$，$I_{L3}=-3A$



I_{L1}=2A，I_{L2}= 5A，I_{L3}= – 3A



电压源功率为：

$$P_{US} = U_S \times I_3 = U_S \times I_{L2}$$

$$=27 \times 5 = 135\text{W}$$ (发出功率)

电流源两端的电压降为：

$$U_I = R_6\,(I_{L1} + I_{L3}) + R_1\,(I_{L1} + I_{L2} + I_{L3}) + R_5 \times I_{L1}$$

$$= 6 \times (-1) + 1 \times 4 + 5 \times 2 = 8\text{ V}$$

电流源功率为：

$$P_{IS} = U_I \times I_S = 8 \times 2 = 16\text{ W}$$ (发出功率)

➢ 小结：回路电流法

✧ 以b-n+1 个独立回路电流为变量，解出回路电流后再计算支路电流。

✧ 回路电压方程形式：自回路电流×自回路电阻±相邻回路电流×相邻回路电阻＝回路电压源电压升

✧ 电流源处于外围时：可选网孔电流法。

✧ 电路内部含电流源：只能选基本回路电流法（含电流源支路选为连支）。

✧ 若电路中含受控源：同支路电流法。

✧ 网孔电流法通常是基本回路电流法的特殊情形。

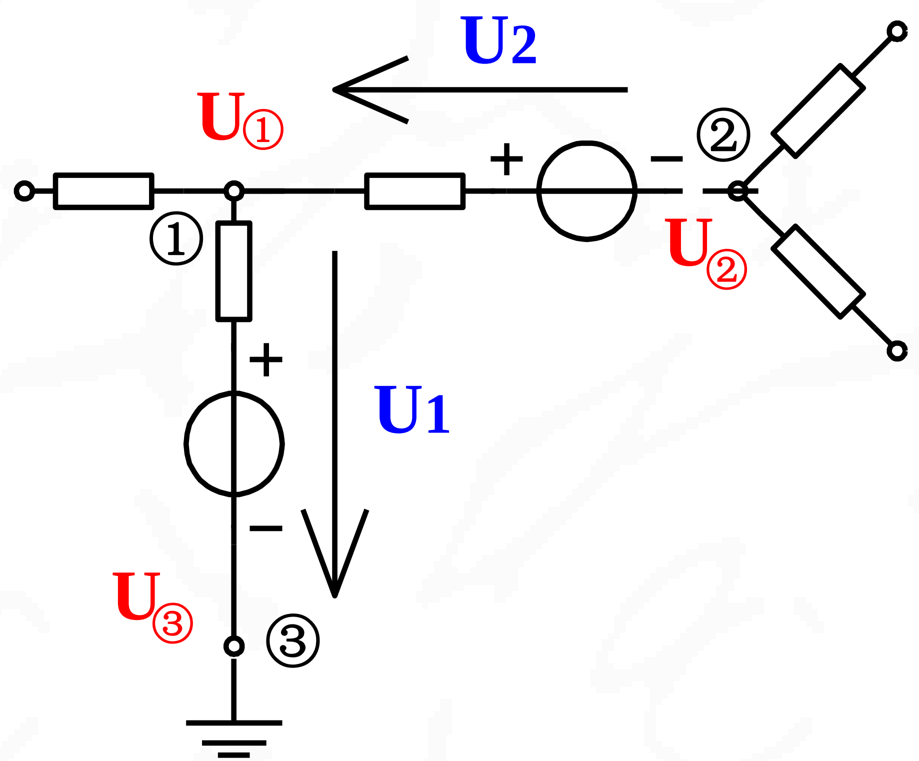
✧ 计算量相对较小。

三、节点电压法

节点电压法，又称为节点分析法。

➢ 节点电压的概念

✧ 电路分析时通常选取一个节点作为参考节点（称为地），其余节点与地之间的电压称为该节点的电位，也称为节点电压。



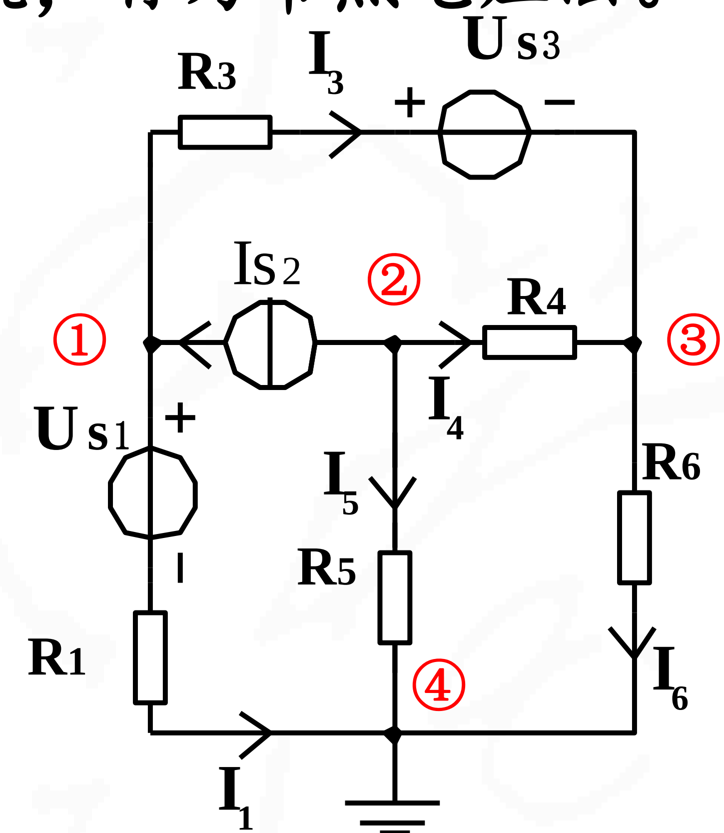
✧ 参考节点的电位为零。

$U_{①}=U_1 \qquad U_2=U_{②}-U_{①}$

➢ 节点电压法概述

✧ 以节点电压作为独立变量，建立节点电压方程，求解节点电压后再确定支路电流，称为节点电压法。

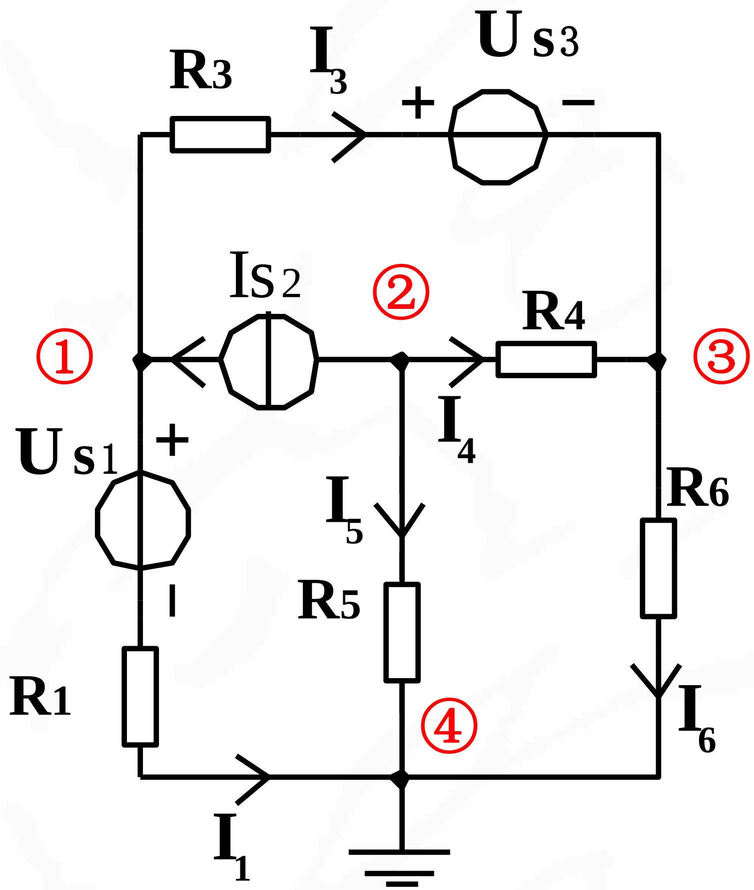
✧ 设电路有n个节点，以其中任一节点作为参考节点，有$n-1$个独立节点电压变量，须建立$n-1$个独立方程才可求解。



✧ 当各节点电压已经求出，则各支路电流便可确定。

如对于支路电流 I_5，有 $I_5 = \dfrac{U_②}{R_5}$

节点电压与支路电流的关系



取节点4为参考节点，则

$U_{①}=U_{S1}+I_1\times R_1$

$U_{②}=I_5\times R_5$

$U_{③}=I_6\times R_6$

若节点电压已知，则可计算支路电流。

$I_1=(U_{①}-U_{S1})/R_1=G_1(U_{①}-U_{S1})$

$I_5=U_{②}/R_5$

$I_6=U_{③}/R_6$

支路2为电流源：$I_2 = I_{S2}$

对于支路3、4：

$$U_{①} - U_{③} = I_3 \times R_3 + U_{S3}$$

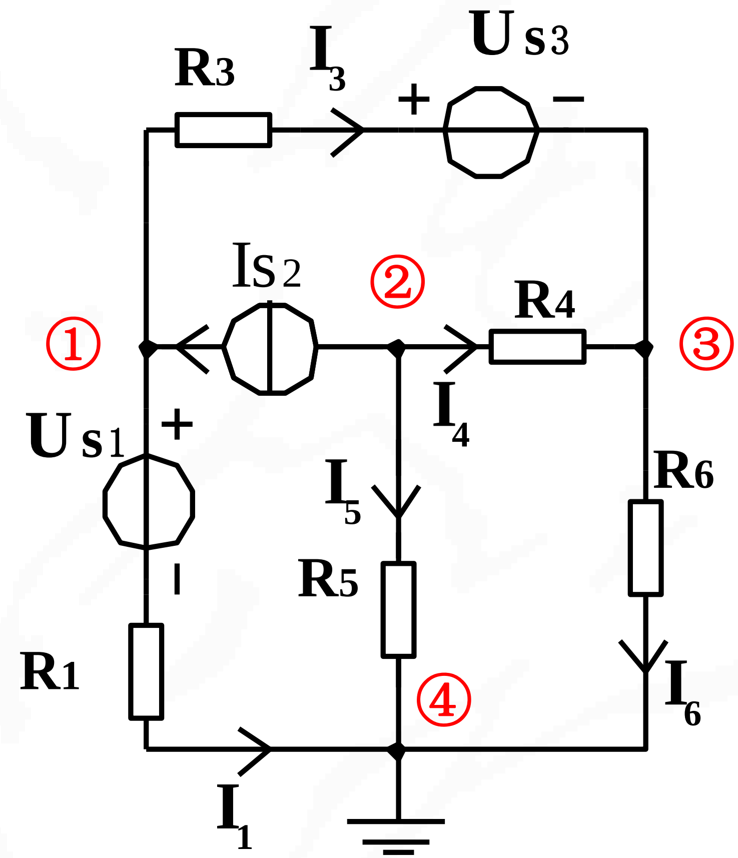
$$U_{②} - U_{③} = I_4 \times R_4$$

可得支路3、4的电流为：

$$I_3 = (U_{①} - U_{③} - U_{S3}) / R_3$$

$$= G_3 (U_{①} - U_{③} - U_{S3})$$

$$I_4 = (U_{②} - U_{③}) / R_4 = G_4 (U_{②} - U_{③})$$



支路电流的一般形式：

支路电流 = 支路电导×(电流流出节点电压—电流流入节点电压—支路电压源压降)

节点电压方程

以节点①为例，由KCL定律可得节点电流方程：

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

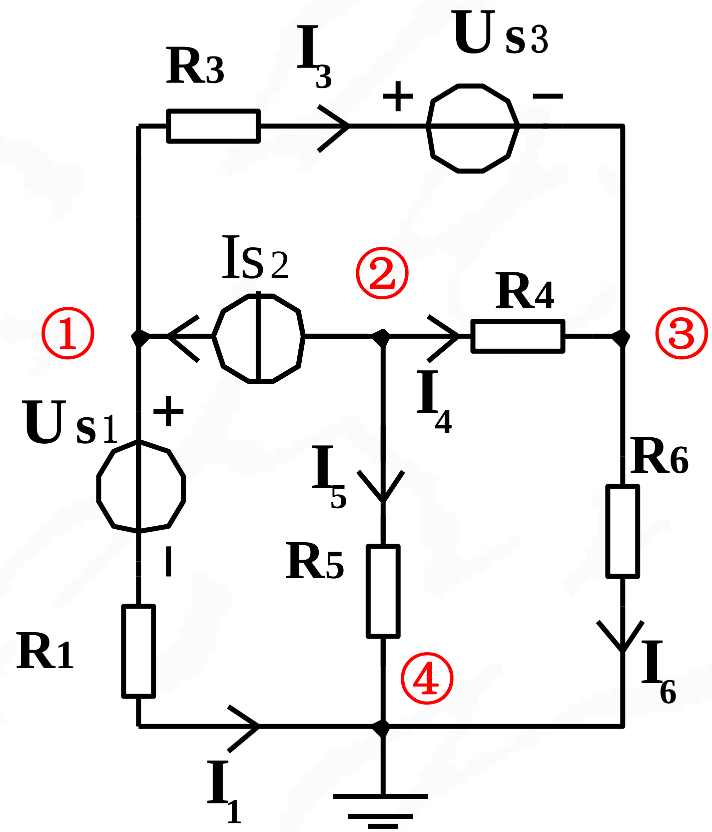
支路电流用节点电压代入：

$$G_1(U_{①} - U_{S1}) - I_{S2} + G_3(U_{①} - U_{③} - U_{S3}) = 0$$

整理后：

$$(G_1 + G_3)U_{①} - G_3 U_{③} = G_1 U_{S1} + G_3 U_{S3} + I_{S2}$$

上式即为节点电压方程。节点电压方程的实质是用节点电压表示的KCL表示式。



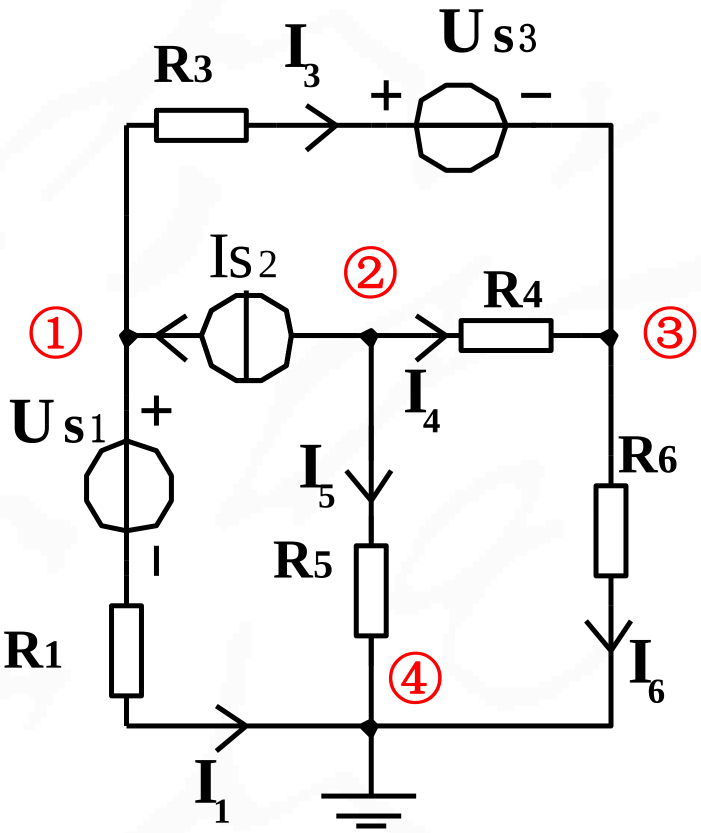
$$(G_1+G_3)U_{①}-G_3U_{③}=G_1U_{S1}+G_3U_{S3}+I_{S2}$$

主节点电压项　互节点电压项　支路电压源项　支路电流源项

节点电压方程分为四部分：

✧ 第一部分为主节点电压项：主节点电压与自电导之和的乘积。

- 当前节点称为主节点。
- 与主节点相连的各支路电导称为自电导。主节点①的自电导记为$G_{11}=G_1+G_2+G_3$。
- 电流源支路（如支路2）的内阻为∞，故电导G_2为零。
- 第一部分永远为正。

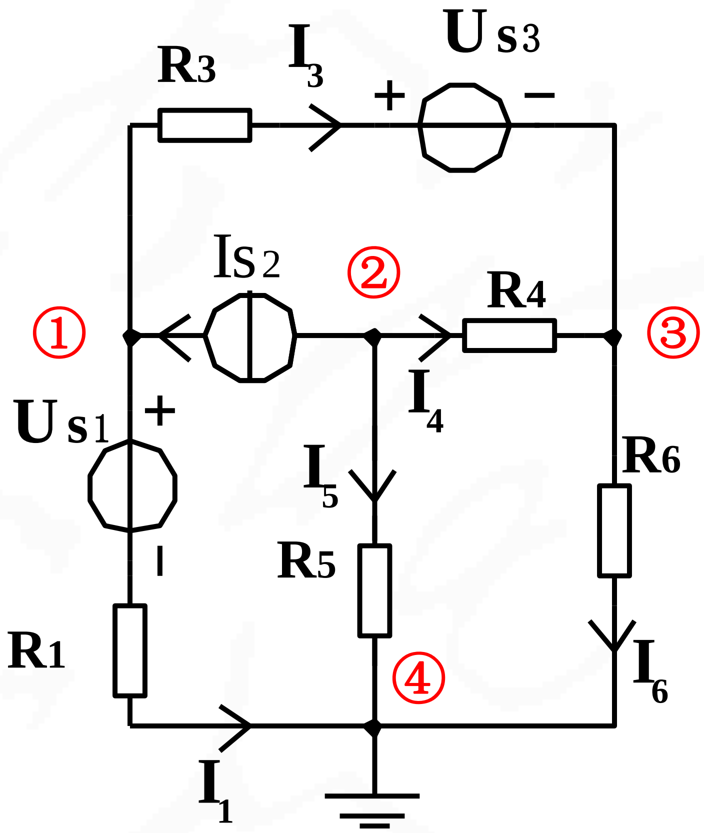


$$(G_1+G_3)U_{①}-G_3U_{③}=G_1U_{S1}+G_3U_{S3}+I_{S2}$$

主节点电压项　　互节点电压项　　支路电压源项　　支路电流源项

✧ 第二部分为互节点电压项：相邻节点电压与互电导乘积之和的负值。

- 主节点的相邻节点称为互节点。
- 主节点与相邻节点之间相联接的各支路电导称为互电导。节点①与③的互电导为G_3。
- 节点②也与主节点①相邻，但由于其互电导为零，因此式中未出现该项。
- 第二部分总是为负。

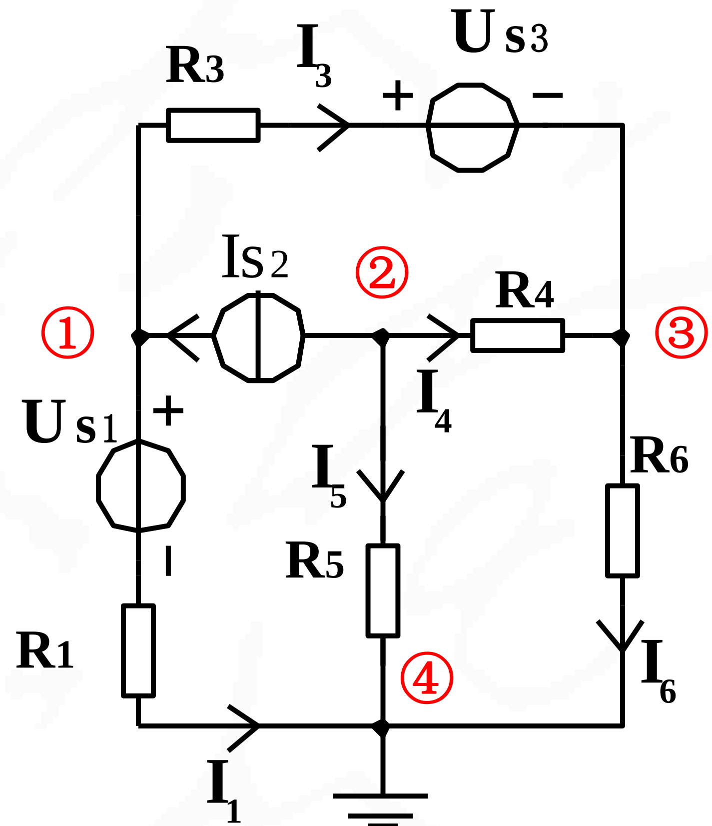


$$(G_1+G_3)U_{①}-G_3U_{③}=G_1U_{S1}+G_3U_{S3}+I_{S2}$$

主节点电压项　互节点电压项　支路电压源项　支路电流源项

- 第三部分为支路电压源项：独立电压源与该支路电导乘积的代数和。电压源电压升（电动势）指向主节点时为正，反之为负。

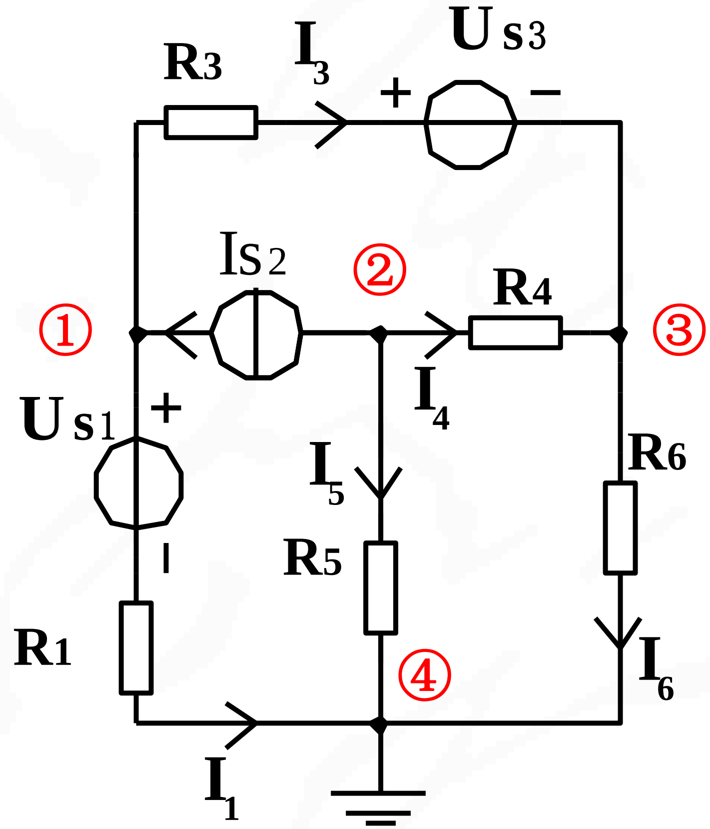
- 第四部分为支路电流源项：与主节点相连的各支路上的独立电流源的代数和。电流源指向主节点时为正，反之为负。



节点电压法步骤

① 选择参考节点，对其余节点编号。

② 列出$(n\text{-}1)$个节点电压方程。



$$(G_1+G_3)U_{①}-G_3U_{③}=G_1U_{S1}+G_3U_{S3}+I_{S2}$$

$$(G_4+G_5)U_{②}-G_4U_{③}=-I_{S2}$$

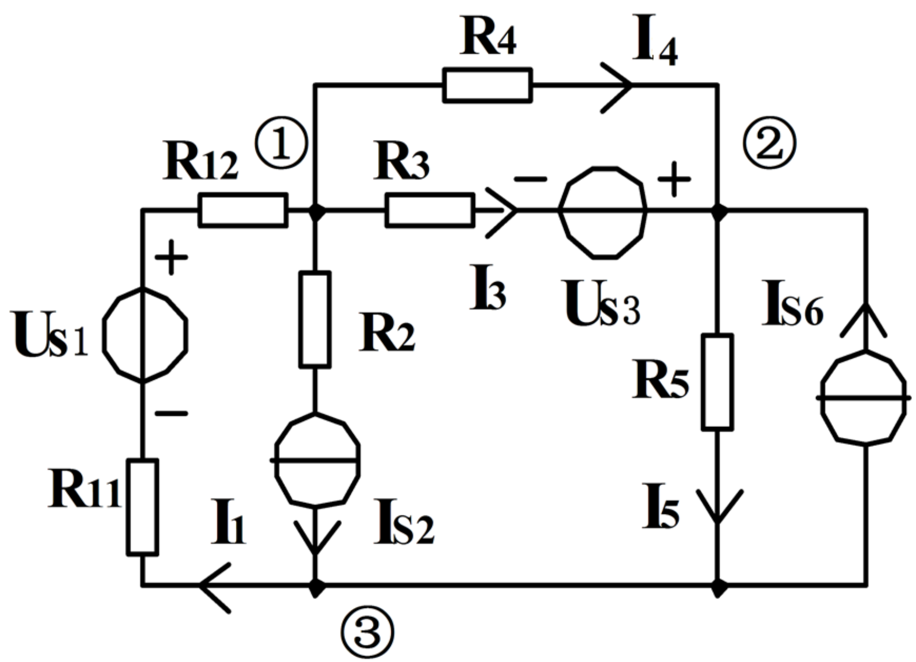
$$(G_3+G_4+G_6)U_{③}-G_3U_{①}-G_4U_{②}=-G_3U_{S3}$$

③ 由节点电压方程解出所有的节点电压。

④ 最后由节点电压计算各支路电流。

〖例1〗节点电压法示例

已知 $R_{11}=R_{12}=0.5\ \Omega$，$R_2=R_3=R_4=R_5=1\ \Omega$，$U_{S1}=1\ \text{V}$，$U_{S3}=3\ \text{V}$，$I_{S2}=2\ \text{A}$，$I_{S6}=6\ \text{A}$，试用节点电压法求各支路电流。



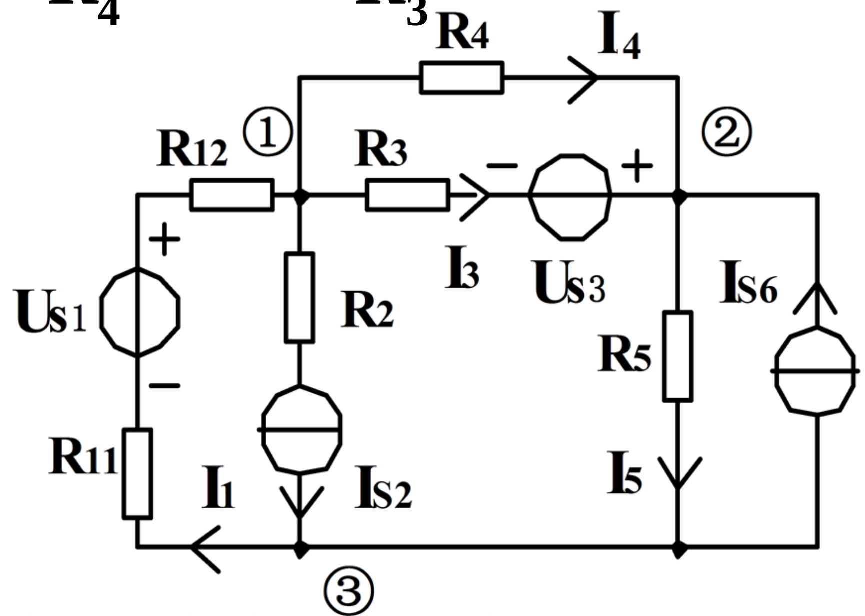
〖解〗 取节点3为参考节点。节点1的电压方程为：

$$\left(\frac{1}{R_{11}+R_{12}}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)U_1-\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)U_2=\frac{U_{S1}}{R_{11}+R_{12}}-\frac{U_{S3}}{R_3}-I_{S2}$$

需特别注意：电阻R_2与电流源串联，在节点电压方程中无需列出。想一想为什么？

节点2的节点电压方程为：

$$\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)U_2-\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)U_1=\frac{U_{S3}}{R_3}+I_{S6}$$



代入数据：
$$3U_1-2U_2=-4$$
$$3U_2-2U_1=9$$

解得：

$U_1=1.2\text{V}$　　$U_2=3.8\text{ V}$

支路电流为：

$I_1=(U_{S1}-U_1)/(R_{11}+R_{12})=(1-1.2)/(0.5+0.5)=-0.2\text{A}$

$I_3=(U_1-U_2+U_{S3})/R_3=0.4\text{A}$

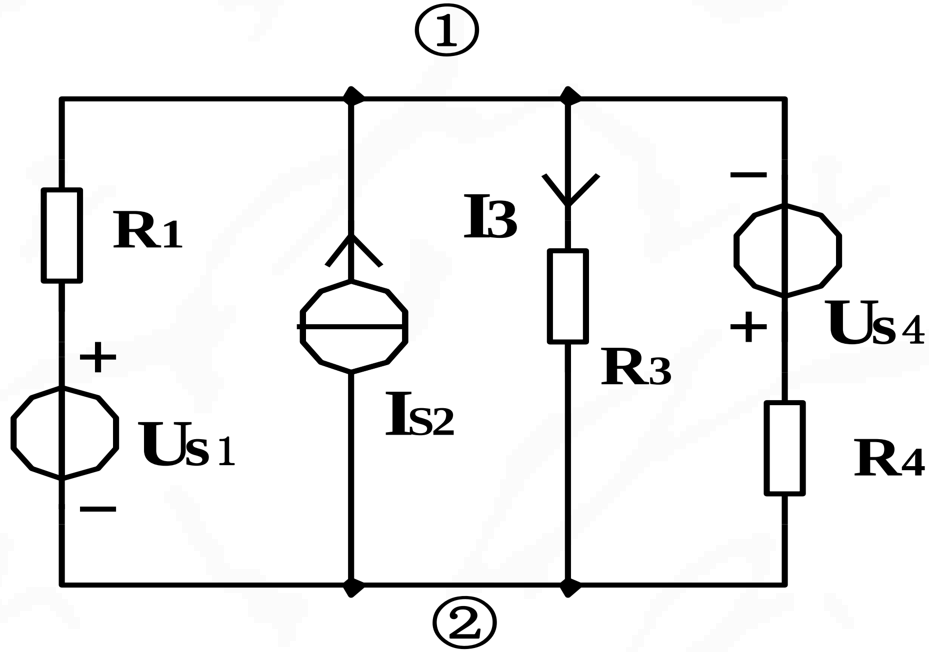
$I_4=(U_1-U_2)/R_4=-2.6\text{A}$

$I_5=U_2/R_5=3.8\text{A}$

➢ 米尔曼公式

✧ 当电路只包含两个节点时，若设节点2为参考节点，则节点1的电压表达式可由节点法直接列写为：

$$U_1=\frac{\dfrac{U_{S1}}{R_1}-\dfrac{U_{S4}}{R_4}+I_{S2}}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}}$$

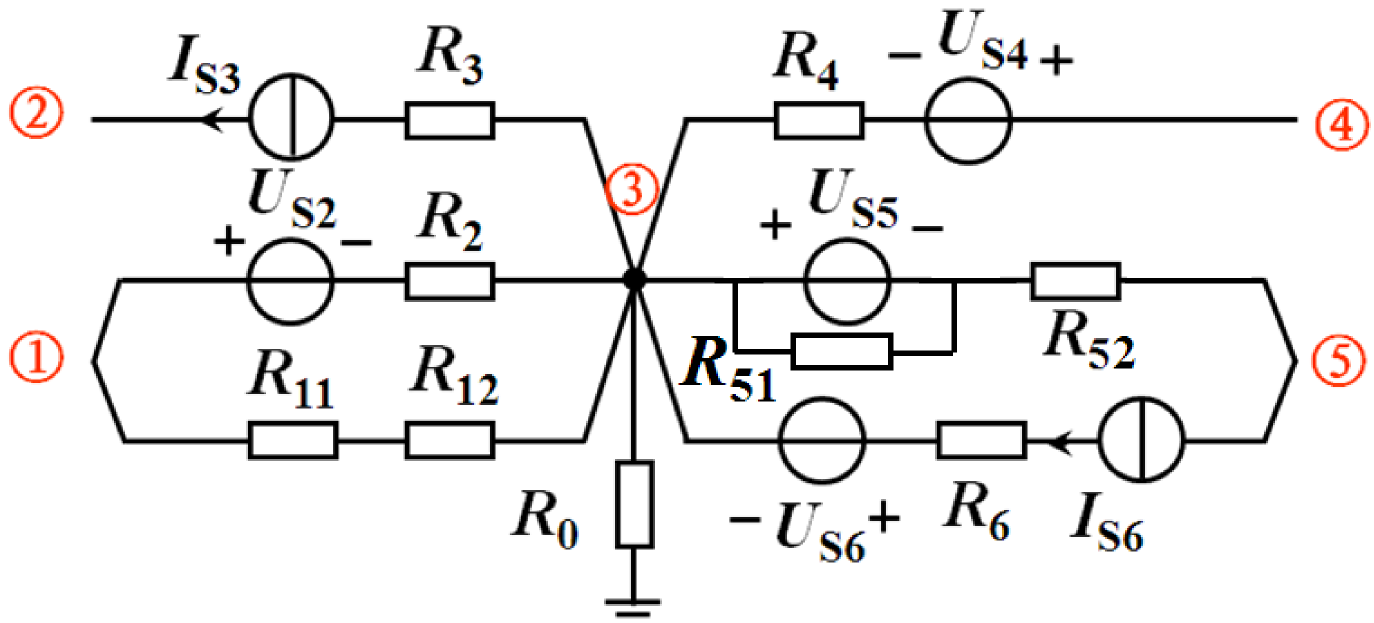


✧ 一般表达式：

$$U_N=\frac{\sum(\pm U_{Sj}\times G_j\pm I_{Si})}{\sum G_K}$$

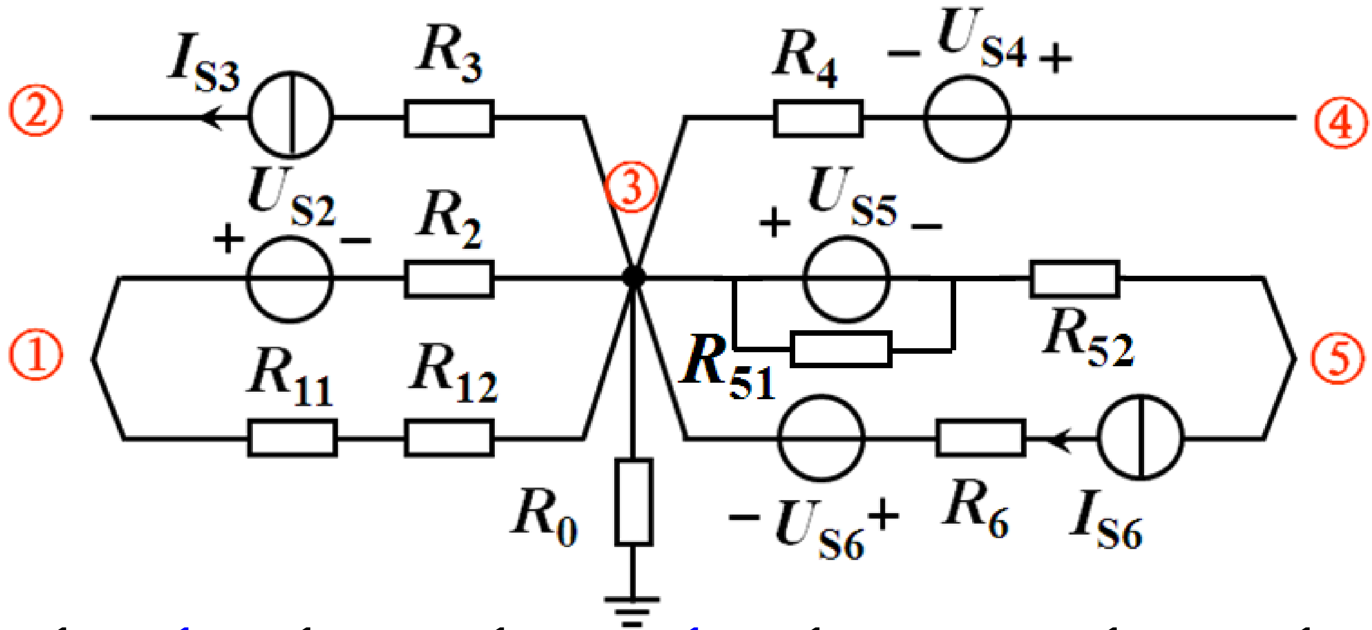
〖例2〗改错

改错并列出节点3正确的节点电压方程。



$$(\frac{1}{R_{11}+R_{12}}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_{51}+R_{52}}+\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_0})U_3-(\frac{1}{R_{11}+R_{12}}+\frac{1}{R_2})U_1$$

$$-\frac{1}{R_3}U_2-\frac{1}{R_4}U_4-(\frac{1}{R_{51}+R_{52}}+\frac{1}{R_6})U_5=-\frac{U_{S2}}{R_2}-I_{S3}-\frac{U_{S4}}{R_4}+\frac{U_{S5}}{R_{51}+R_{52}}+I_{S6}-\frac{U_{S6}}{R_6}$$



〖解〗

$$\left(\frac{1}{R_{11}+R_{12}}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_{51}+R_{52}}+\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_0}\right)U_3-\left(\frac{1}{R_{11}+R_{12}}+\frac{1}{R_2}\right)U_1$$

$$-\frac{1}{R_3}U_2-\frac{1}{R_4}U_4-\left(\frac{1}{R_{51}+R_{52}}+\frac{1}{R_6}\right)U_5=-\frac{U_{S2}}{R_2}-I_{S3}-\frac{U_{S4}}{R_4}+\frac{U_{S5}}{R_{51}+R_{52}}+I_{S6}-\frac{U_{S6}}{R_6}$$

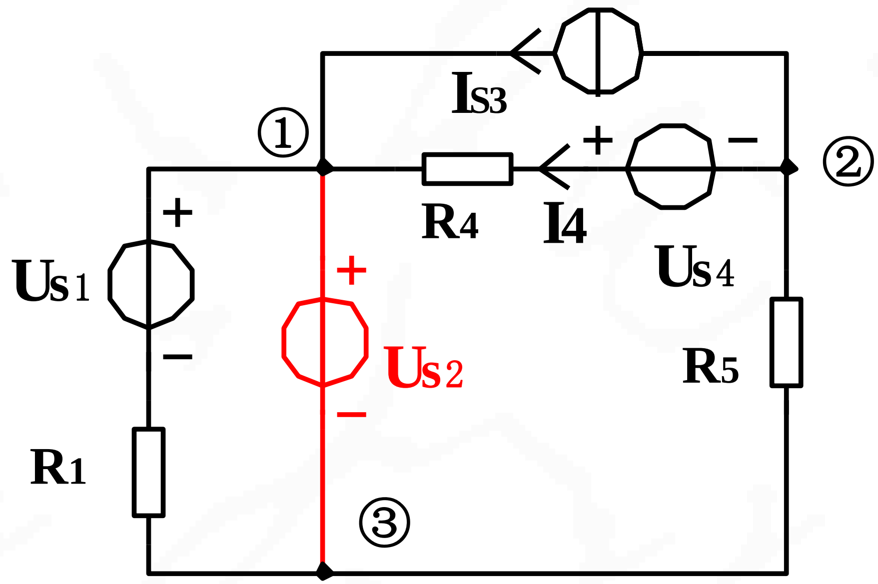
正确：

$$\left(\frac{1}{R_{11}+R_{12}}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_{52}}+\frac{1}{R_0}\right)U_3-\left(\frac{1}{R_{11}+R_{12}}+\frac{1}{R_2}\right)U_1$$

$$-\frac{1}{R_4}U_4-\frac{1}{R_{52}}U_5=-\frac{U_{S2}}{R_2}-I_{S3}-\frac{U_{S4}}{R_4}+\frac{U_{S5}}{R_{52}}+I_{S6}$$

〖例3〗含纯电压源支路

已知 U_{S1}=4 V，U_{S2}=4 V，U_{S4}=10 V，I_{S3}=1 A，R_1=R_4=R_5=2 Ω，求支路电流I_4。



〖解〗

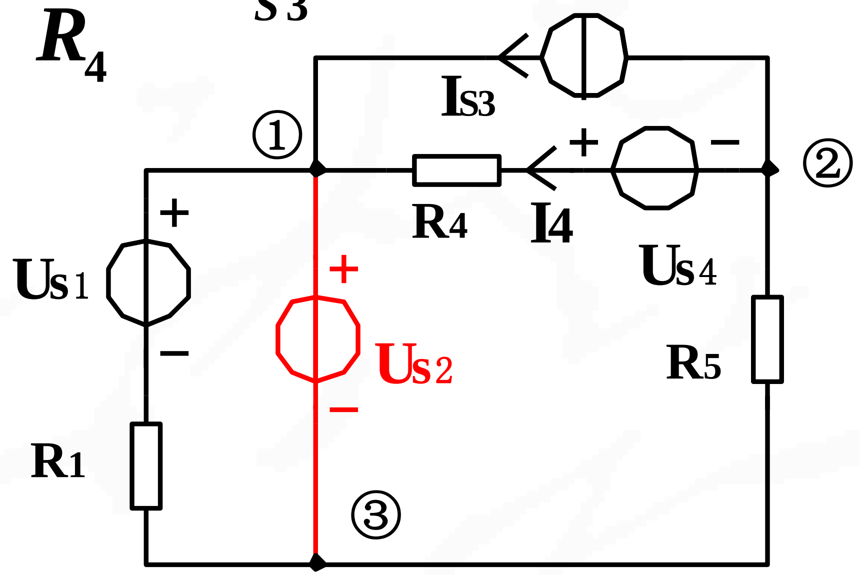
该电路包含一条纯电压源支路，该支路的电导为无穷大，因此无法列写节点1和3的节点电压方程。

取纯电压源支路的任一节点为参考节点。设节点3为参考节点，则节点1的电压可直接得到：

$$U_1 = U_{S2} = 4\text{ V}$$

节点2的节点电压方程为：

$$\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)U_2-\frac{1}{R_4}U_1=-\frac{U_{S4}}{R_4}-I_{S3}$$



代入数据：

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)U_2-\frac{4}{2}=-\frac{10}{2}-1$$

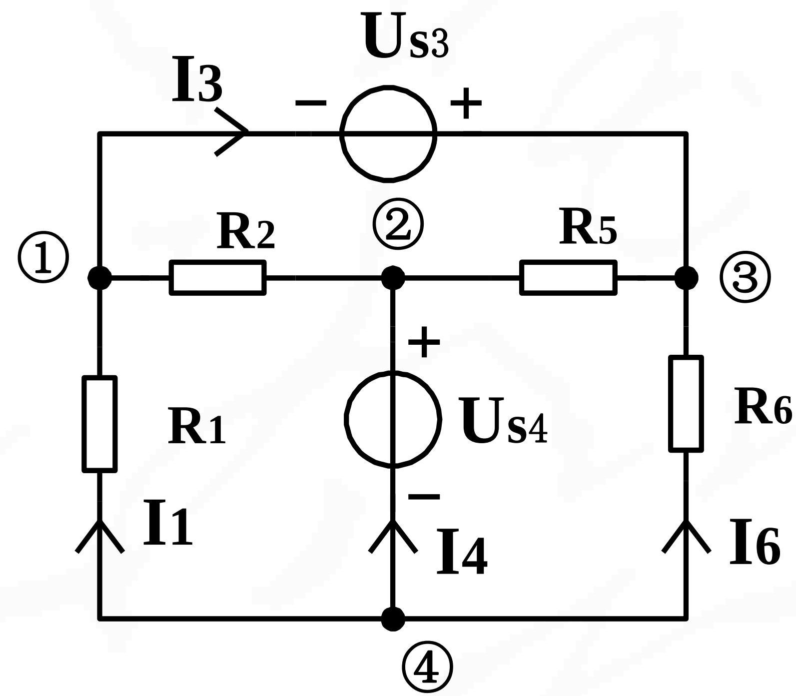
解得： $U_2=-4\text{ V}$

$$I_4=\frac{U_2-U_1+U_{S4}}{R_4}=\frac{-4-4+10}{2}=1\text{A}$$

小结：含一条纯电压源支路的电路，选合适的参考节点，可直接得到纯电压源支路另一节点的电压。

➢ 改进节点电压法

✧ 当电路包含多条且不相连的纯电压源支路时，无论选哪个参考节点，都无法列写节点电压方程（支路电导无穷大）。



✧ 在列写节点电压方程时，将电压源支路用一电流源来替代，电流源数值为该支路电流，同时对电压源支路的两个节点列电压补充方程，从而解出节点电压。该方法称为改进节点电压法。

取节点4为参考节点，支路3中电压源U_{S3}用一个$I_S=I_3$的电流源来替代。

列出节点电压方程：

节点1： $$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)U_1-\frac{1}{R_2}U_2=-I_3$$

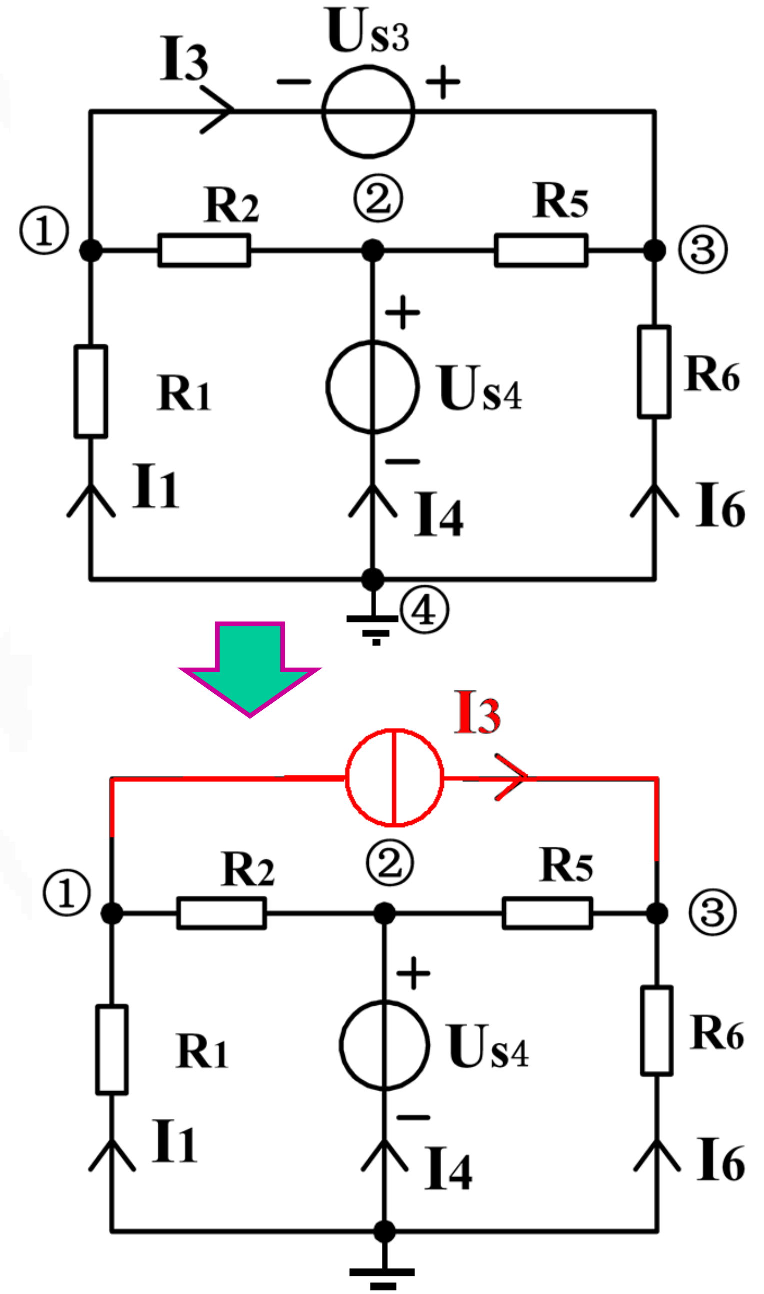
节点2： $$U_2=U_{S4}$$

节点3： $$\left(\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_3-\frac{1}{R_5}U_2=I_3$$

还需要列一个补充方程：

$$U_3-U_1=U_{S3}$$

可解出所有节点电压。



➢ 小结：节点电压法

✧ 先选参考节点，再以n-1 个节点电压为变量，列写节点电压方程。

✧ 节点电压方程形式：主节点电导×主节点电压 －互节点电导×互节点电压 =节点电压源支路电导×节点电压源电压升 ＋节点电流源

✧ 含电流源支路：没有影响。

✧ 若电路中含受控源：同支路电流法。

✧ 含一条纯电压源支路：该支路一端选为参考节点。

✧ 含多条纯电压源支路： 用电流源替代电压源，增列电压补充方程。

本节重点提示：

本节介绍电路分析的基本计算方法，包括支路电流法、回路电流法(网孔/基本回路)、节点电压法(改进节点法)等。

- ✧ 支路电流法：以b个支路电流为待求变量。
- ✧ 回路电流法：以独立回路电流为待求变量；自回路电压总为正，互回路电压在方向一致时为正，不一致时为负，回路电压源以电压升为正。
- ✧ 节点电压法：以节点电压为待求变量；自电压总为正，互电压总为负，电压源以电压升指向主节点时为正，电流源以流向主节点时为正。
- ✧ 考虑含电流源支路、含受控源、含纯电压源支路等情况。

作 业：

题4.13 题4.16 题4.19

题4.18 题4.22

提示：题4.19书后答案U_a有误， U_a=24V。

Thank you for your attention

蔡忠法
浙江大学电工电子教学中心