浙江大学 2015－2016 学年秋学期考试

《复变函数与积分变换》课程试卷

开课学院：理学院　　考试形式：闭卷　考试时间：2015 年 11 月 15 日　所需时间：120 分钟

考生姓名：______________学号：_________专业：____________________

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							

一、(8*3=24)

(1)求 $(1+i\sqrt{3})^{19}$ 的实部和虚部；

(2)解方程 $e^{2z}-e^{z}+1+i=0$ 并写出解的实部和虚部；

(3) $u=x^3+3x^2y-3xy^2-y^3$ 已知为解析函数，且 $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$，求 $f(z)$(用 z 表示)；

二、计算积分（8*3=24）

(1) $\oint\limits_{|z|=1}\left[\frac{\sin z}{z^6}-\frac{\ln(z+3)}{z^4+3}\right]dz$；

(2) $\oint\limits_{|z|=2}\frac{z}{(1-z^2)(\cos z-1)}dz$；

(3) $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos x}{2-2x+x^2}\mathrm{d}x$；

三、16’

(1)将 $\frac{1}{z^7(1-z^2)^2}$ 展开为 $1<|z|<+\infty$ 内的罗郎级数；

(2)求 $f(z)=\frac{z}{z+1}e^{\frac{1}{z+1}}$ 在 -1 处的留数；

四、16’

(1)求将区域$\left\{z;|z|<1,0<argz<\dfrac{\pi}{2}\right\}$映为区域$\{\omega;|\omega|<1\}$的保角映射；

(2)试作保角映射 w=w(z)将上半平面映射为单位圆内部，且$w(i)=\dfrac{1}{2},w(0)=1$.

五、14’

(1)求$f(t)=\int_0^t e^{\tau}\sin\tau d\tau$的 LT 变换$L[f(t)]$；

(2)求$F(s)=\dfrac{e^s}{s^2+2s+1}$的 LT 逆变换$L^{-1}[F(s)]$；

六、（6 分）$f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$是 D 内的解析函数，且$\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial v}{\partial x}\right)^2$为常数.证明：$f'(z)$在 D 内恒为常数.