



# 第4章 电路分析方法与电路定理

## 之1 等效变换法

本部分主要讨论：

- 无源电阻网络的简化
- Y- $\Delta$ 变换
- 电压源-电流源的等效替换

## 4.1 等效变换法

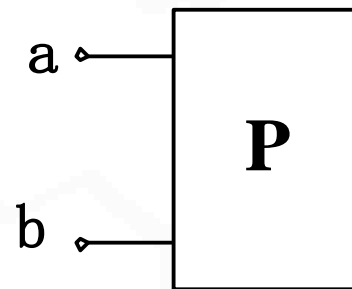
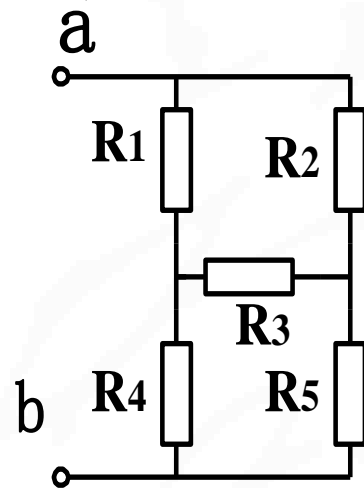
### 一、等效电路定义及等效原则

等效变换是电路分析中常用的一种方法，可将复杂的电路变换成简单的电路，从而简化分析。

✧ **一端口网络**：任一电路通过两个连接端子与外电路相连。

✧ **无源一端口网络**：一端口网络内无**独立电源**，称为无源一端口网络。常用方框加P来表示一个无源网络。

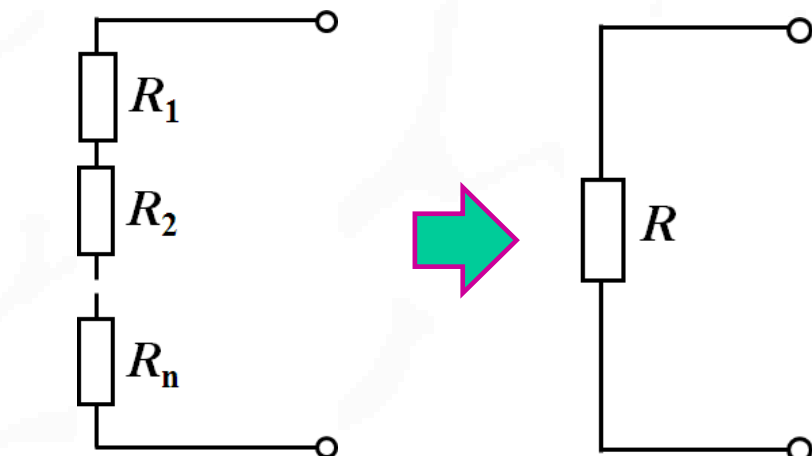
✧ **有源一端口网络**：一端口网络内部有**独立电源**，称为有源一端口网络。有源网络常用方框加A来表示。



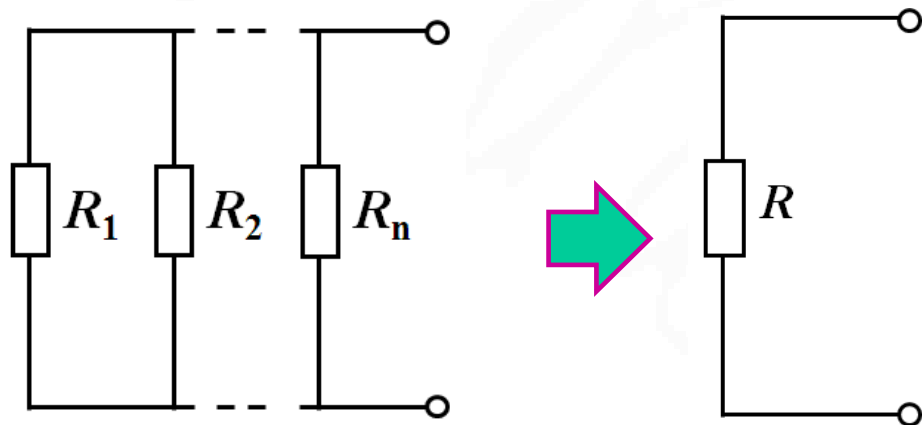
- ✧ **等效**：两个**内部结构**完全不同的一端口网络P1、P2，如果它们的**端口特性**方程（电压-电流之间的伏安特性）**完全相同**，则称为两者等效。
- ✧ **等效变换**：根据端口电压电流关系相同原则，将一个复杂的电路等效为一个简单的电路。
- ✧ **等效变换注意点**：
  - 变换条件：等效后的端口特性不变。
  - 变换对象：外电路（未被等效部分）的端口特性。或者说，**等效对外**（网络端口以外）**有效，对内不成立**；等效电路与外部电路无关。
  - 变换目的：简化电路，简化分析。
- ✧ 无源一端口网络可等效为一等值电阻。

## 二、无源网络的等效变换

➤ 方法1：利用串并联方法进行简化



$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

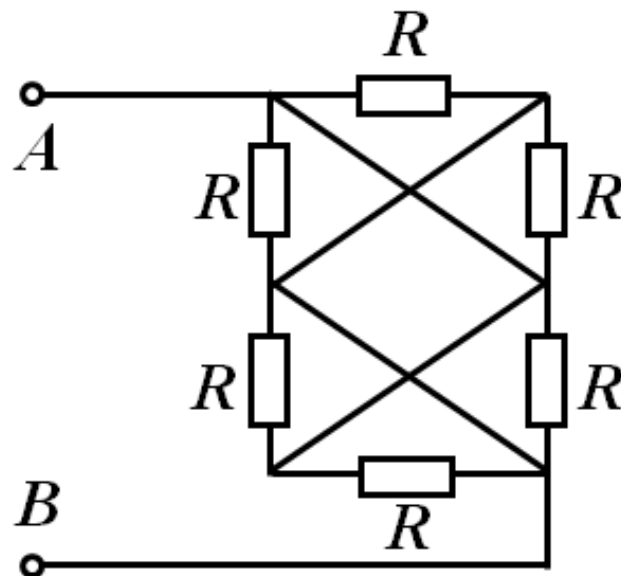


$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$



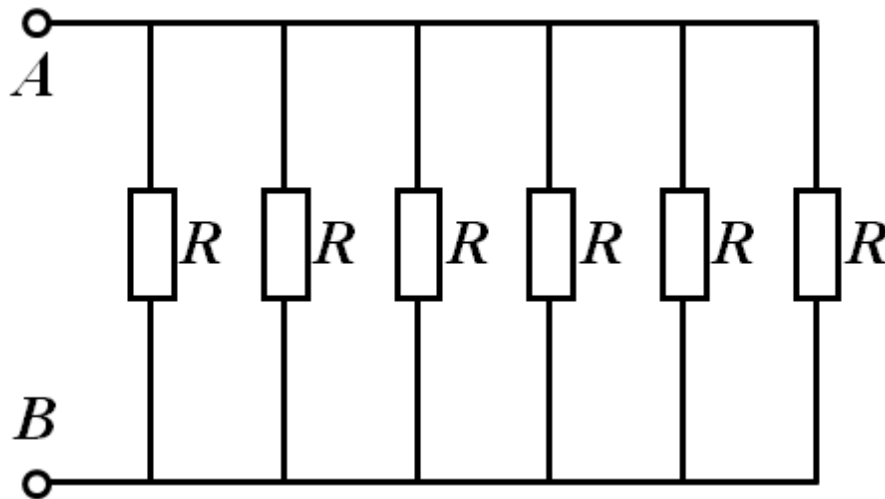
## 【例1】

电路如图，求A、B两点间的等效电阻 $R_{AB}$ 。



【解】

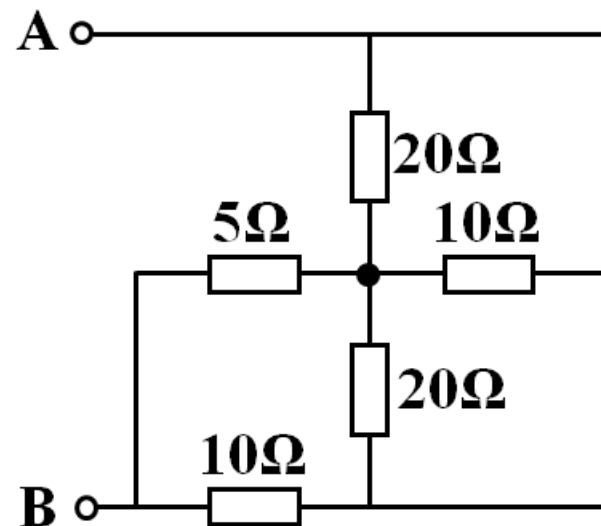
$$R_{AB} = \frac{R}{6}$$





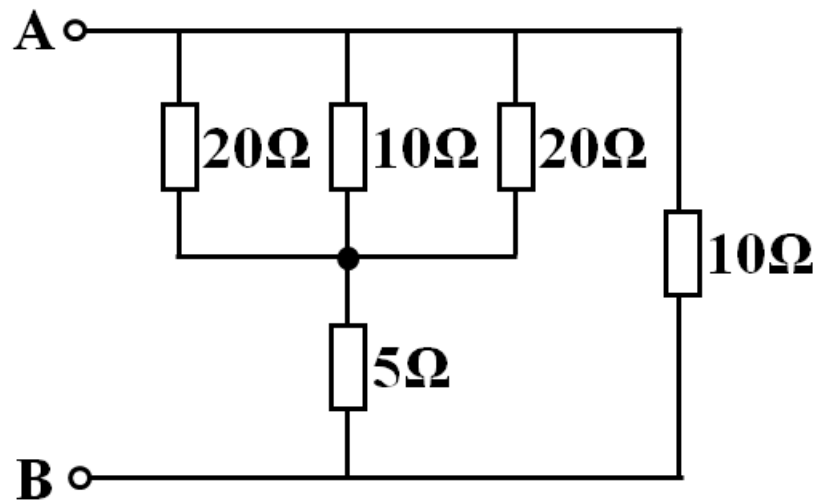
## 【例2】

电路如图，求A、B两点间的等效电阻 $R_{AB}$ 。



【解】

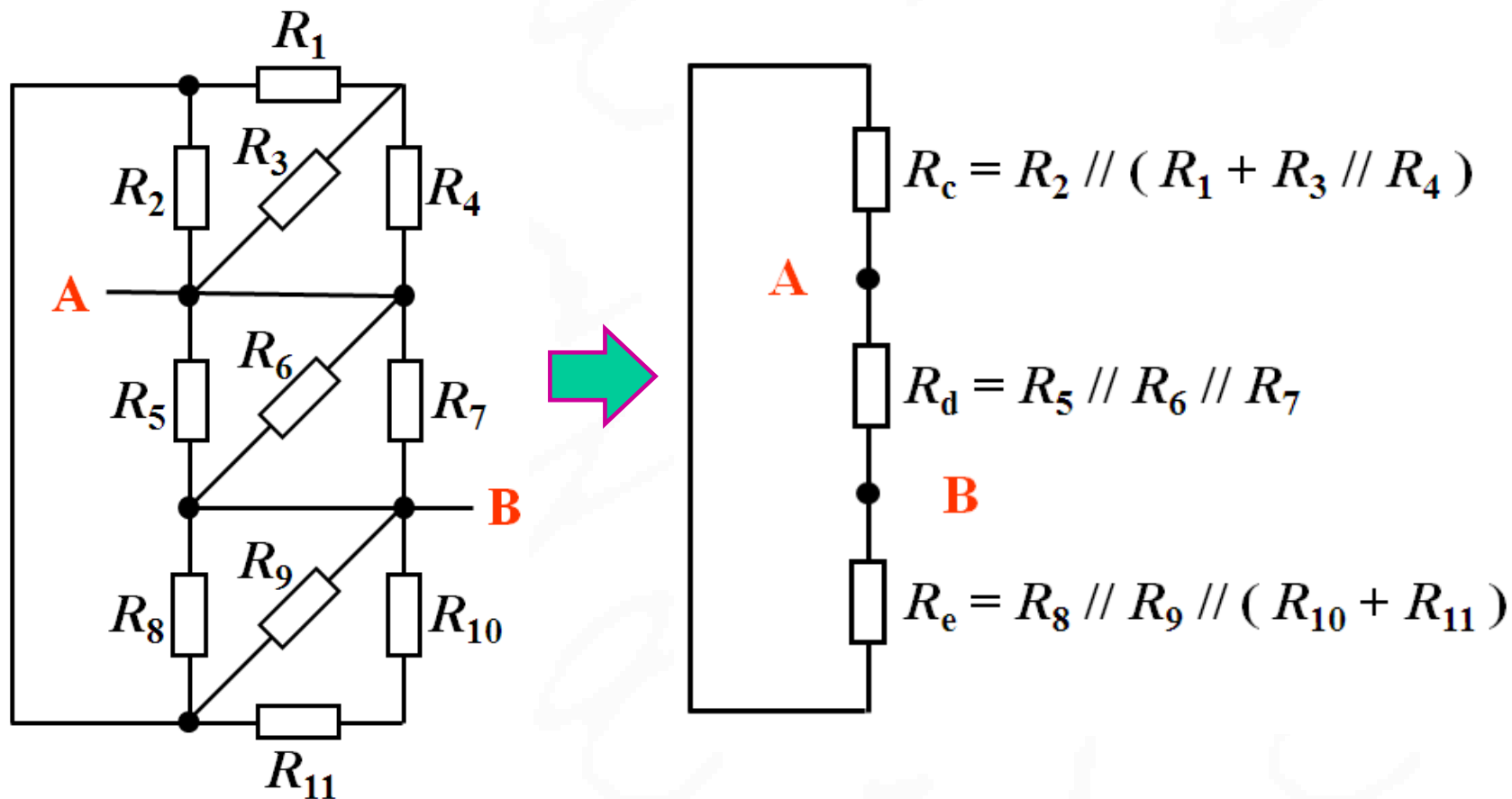
$$\begin{aligned} R_{AB} &= (20 // 10 // 20 + 5) // 10 \\ &= 5 \Omega \end{aligned}$$





## 【例3】

电路如图，求A、B两点间的等效电阻 $R_{AB}$ 。



【解】  $R_{AB} = (R_c + R_e) \parallel R_d$

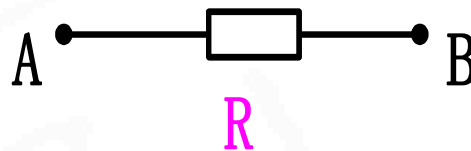
## ➤ 方法2：利用自然等位点进行简化

### ✧ 简化规则1：

电路中某一条支路电流为零，则该支路可开路

电路中某一条支路电压为零，则该支路可短路

✧ 自然等位点：当A、B两点间的电阻R从 $0 \rightarrow \infty$ 变化时， $U_A \equiv U_B$ ，则称A、B为自然等位点。



### ✧ 简化规则2：

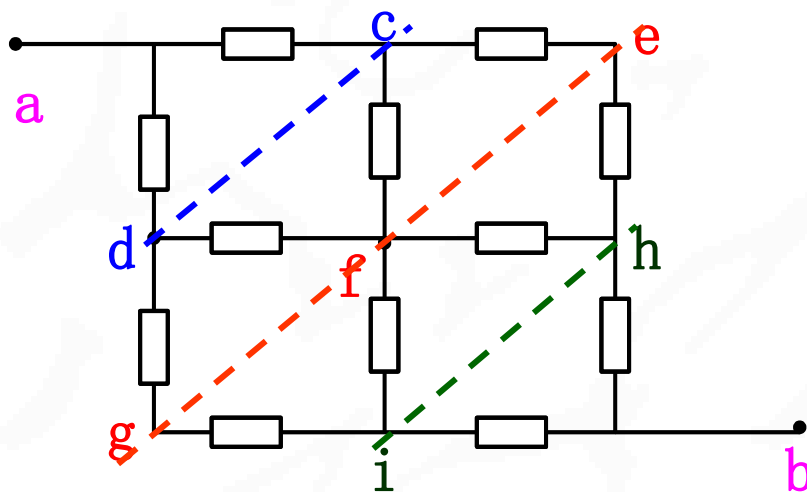
如果A、B为自然等位点，则A、B之间可以短接或开路，对外界电路没有影响。





## 【例4】电路对称性

图中各电阻都是 $R$ ，求a、b间的等效电阻 $R_{ab}$ 。



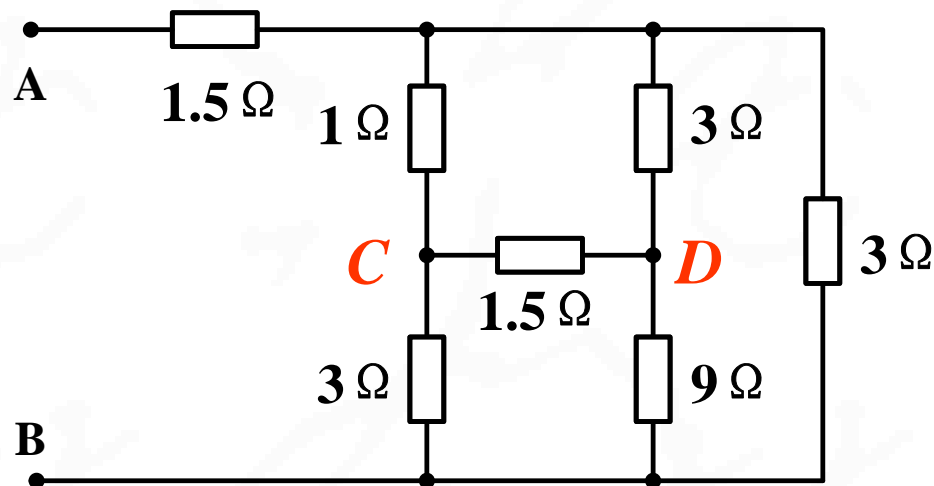
【解】

$$R_{ab} = \frac{R}{2} + \frac{R}{4} + \frac{R}{4} + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$



## 【例5】平衡电桥

电路如图，求AB端口的等效电阻 $R_{AB}$ 。



【解】 电桥中，  
 $1\ \Omega / 3\ \Omega = 3\ \Omega / 9\ \Omega$ ，  
 $C$ 、 $D$ 为自然等位点。

可以将 $C$ 、 $D$ 断开

$$R_{AB} = 1.5 + [(1 + 3) // (3 + 9)] // 3 = 3\ \Omega$$

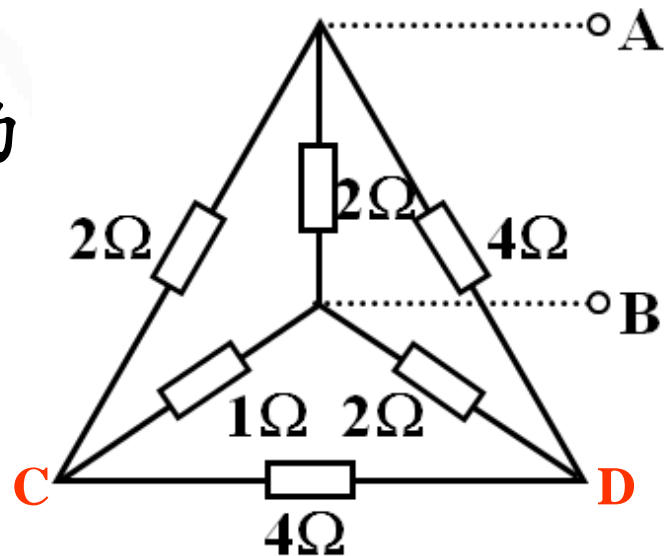
也可将 $C$ 、 $D$ 短路

$$R_{AB} = 1.5 + (1 // 3 + 3 // 9) // 3 = 3\ \Omega$$



## 【例6】

电路如图，求A、B两点间的  
等效电阻 $R_{AB}$ 。



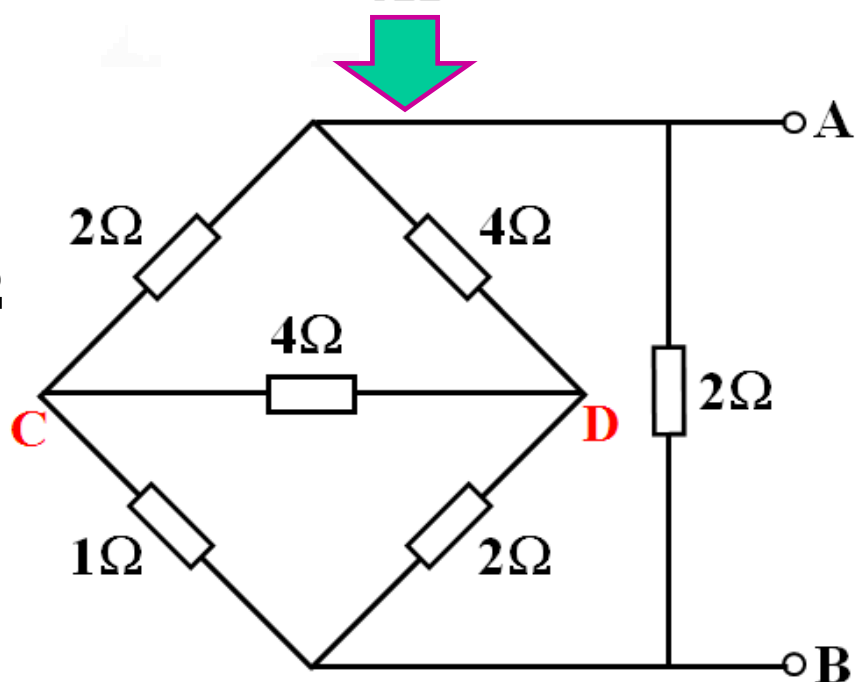
## 【解】

C、D 两点为自然等位点。

$$R_{AB} = (2 + 1) // (4 + 2) // 2 = 1 \Omega$$

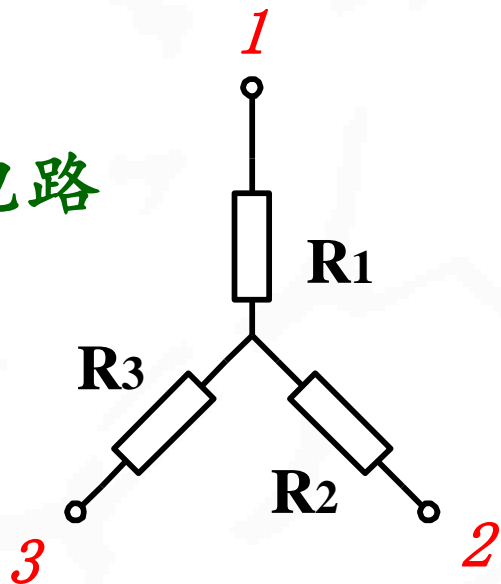
或：

$$R_{AB} = [(4 // 2 + 2 // 1) // 2 = 1 \Omega]$$

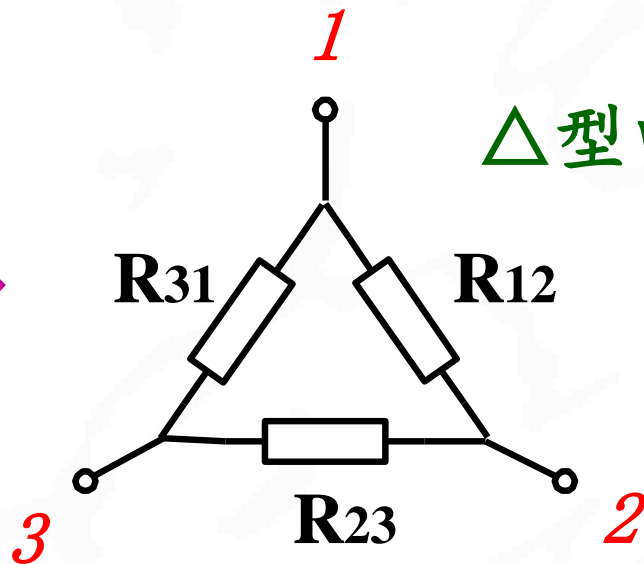


## ➤ Y- $\Delta$ 变换

Y型电路



$\Delta$ 型电路



Y- $\Delta$ 等效变换：两种联接的外部特性相同。即，对外部电路而言，三个端口的电压和流入三个端口的电流都保持不变。

# ➤ $\Delta \rightarrow Y$ 变换

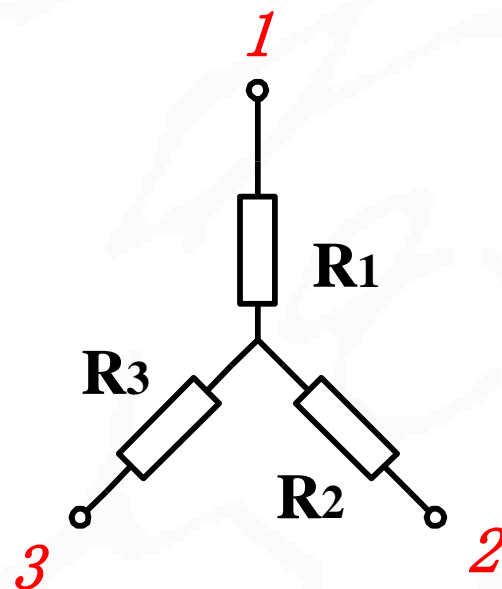
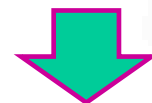
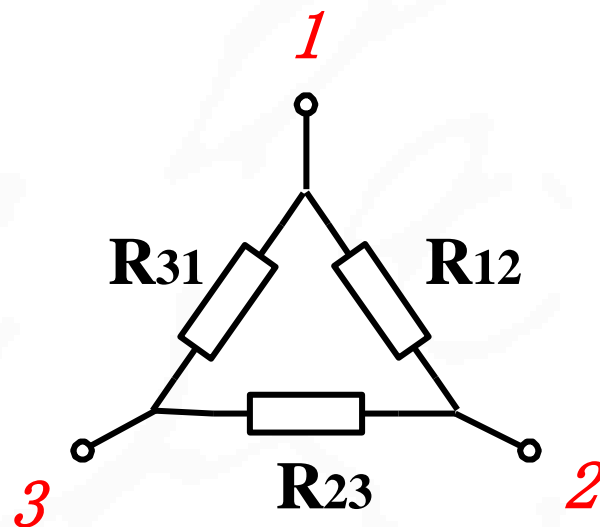
断开3端，1—2端电阻应相等：

$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

同理：

$$R_2 + R_3 = \frac{R_{23}(R_{12} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 + R_1 = \frac{R_{31}(R_{23} + R_{12})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$



由上面三式，解得：

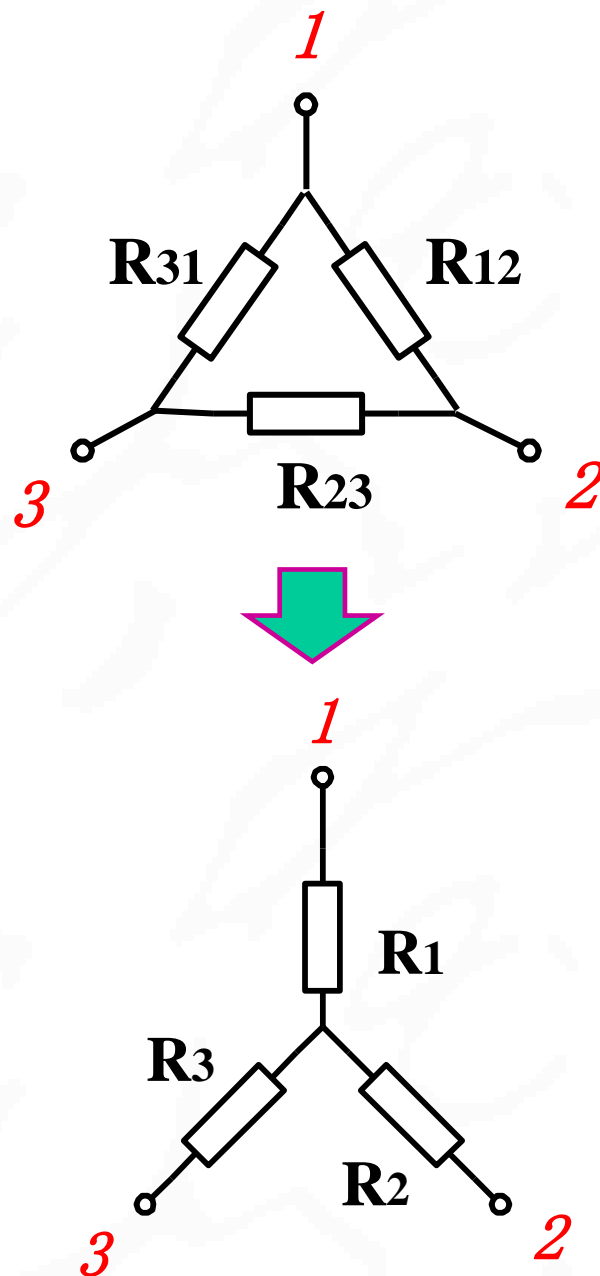
$$R_1 = \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$\Delta \rightarrow Y$ 等效变换记忆法：

$$R_Y = \frac{R_{\Delta} \text{夹边电阻乘积}}{\sum R_{\Delta}}$$



## ➤ Y → Δ 变换

由上面三式求出逆变换：

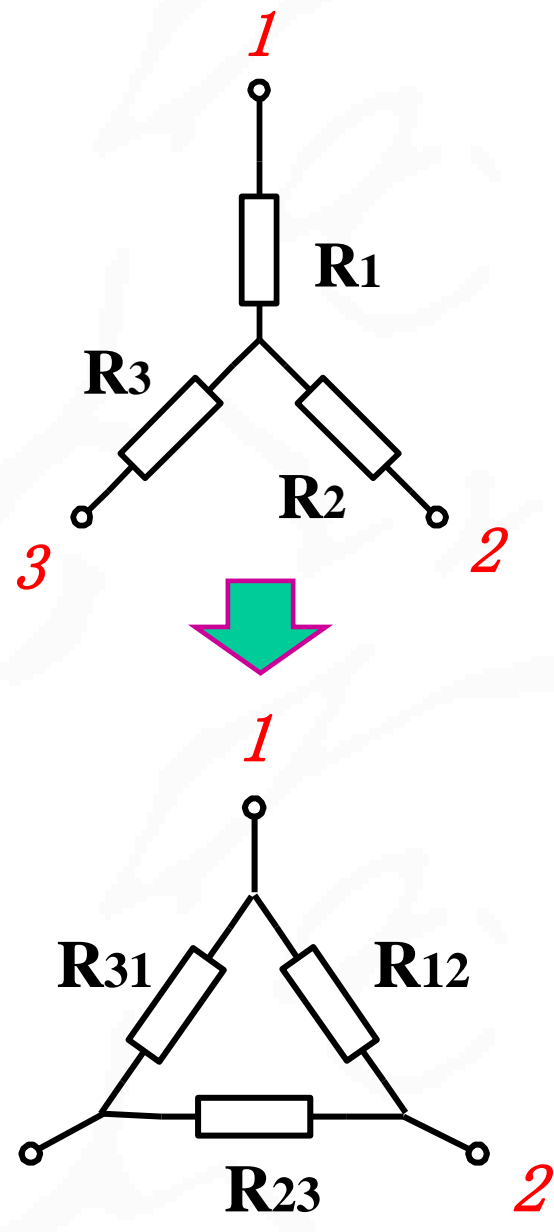
$$R_{12} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

$$R_{23} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

$$R_{31} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

Y → Δ 等效变换记忆法：

$$R_{\Delta} = \frac{R_Y \text{ 两两相乘之和}}{R_Y \text{ 相对电阻}}$$





## 结论：

✧ 当Y和 $\Delta$ 三个电阻相等时，有： $R_{\Delta} = 3 R_Y$



## 【例7】不平衡电桥

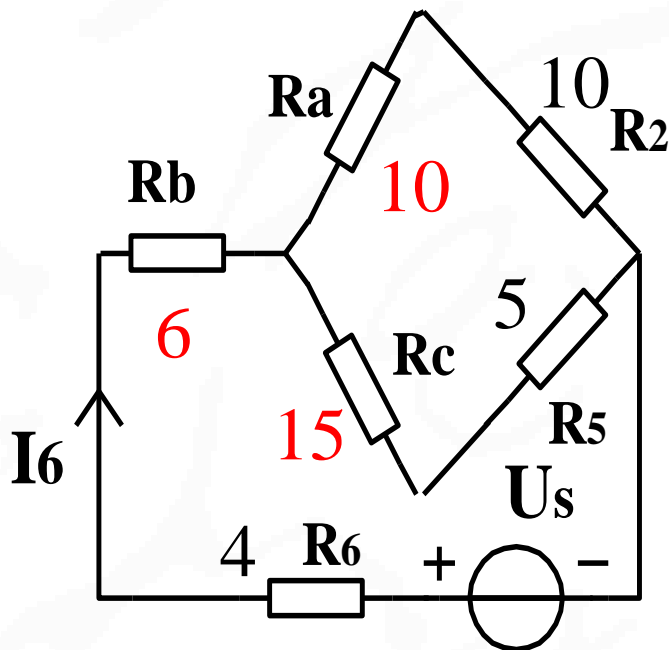
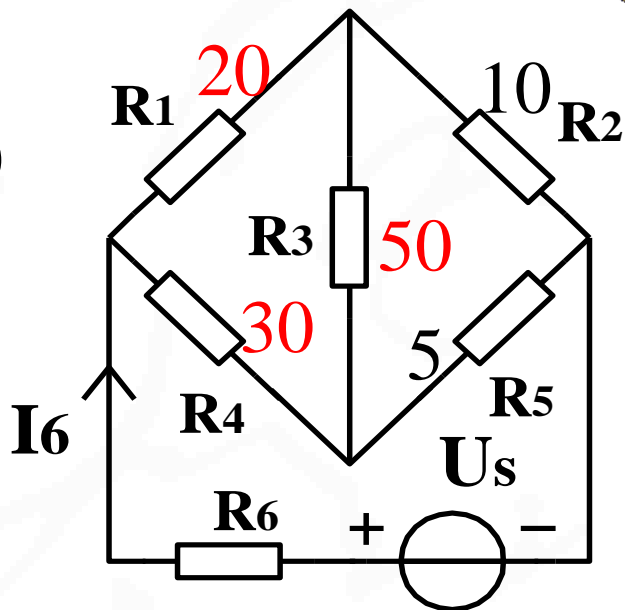
已知  $R_1=20\Omega$ ,  $R_2=10\Omega$ ,  $R_3=50\Omega$ ,  $R_4=30\Omega$ ,  $R_5=5\Omega$ ,  $R_6=4\Omega$ ,  $U_S=10V$ , 求支路电流  $I_6=?$

【解】 将  $\Delta$  转换为 Y 连接:

$$R_a = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{20 \times 50}{100} = 10\Omega$$

$$R_b = \frac{R_1 \times R_4}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{20 \times 30}{100} = 6\Omega$$

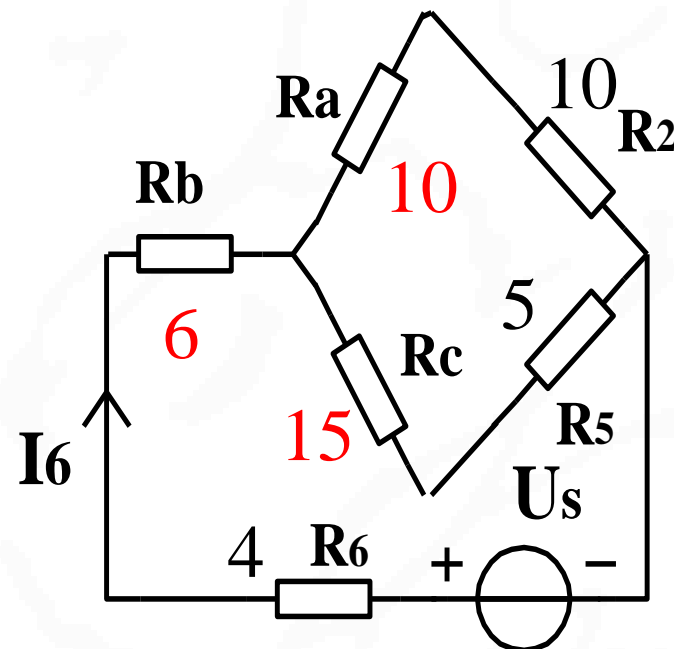
$$R_c = \frac{R_4 \times R_3}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{30 \times 50}{100} = 15\Omega$$





$$R_{eq} = R_b + \frac{(R_2 + R_a)(R_5 + R_c)}{R_2 + R_5 + R_a + R_c} = 16\Omega$$

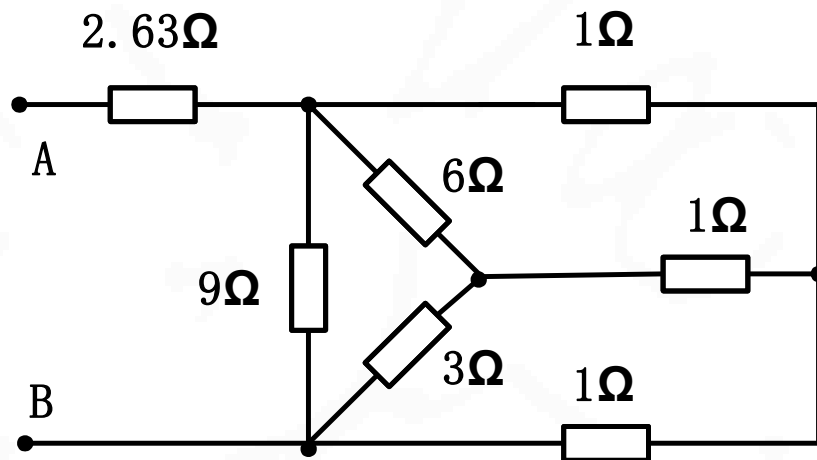
$$I_6 = \frac{U_s}{R_6 + R_{eq}} = \frac{10}{4 + 16} = 0.5A$$



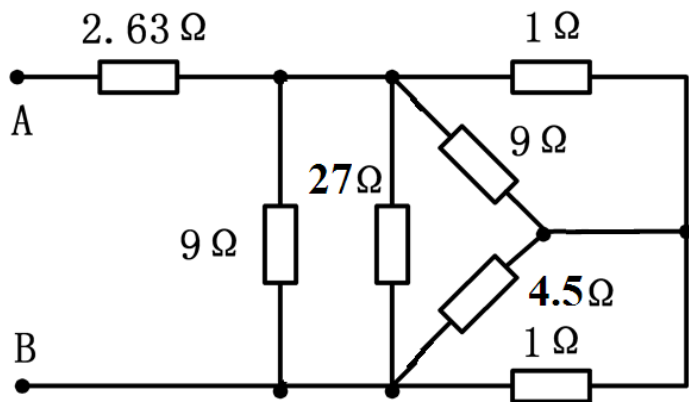


# 〔例8〕

求A、B间的等效  
电阻 $R_{AB}$ 。

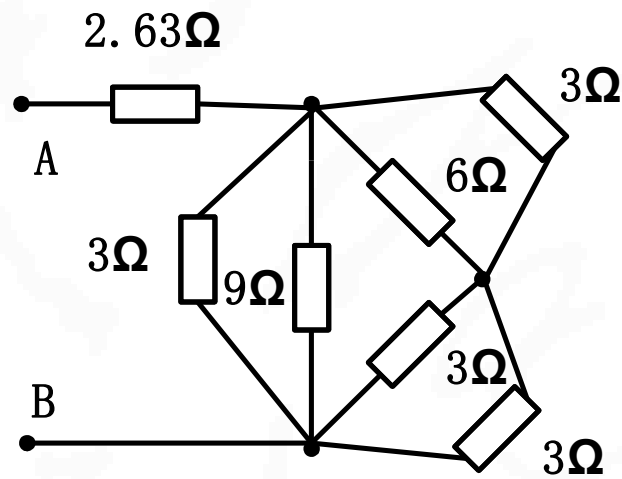


## 〔解1〕



$$R_{AB} = 2.63 + 9 // 27 // (9 // 1 + 4.5 // 1) \\ = 4\Omega$$

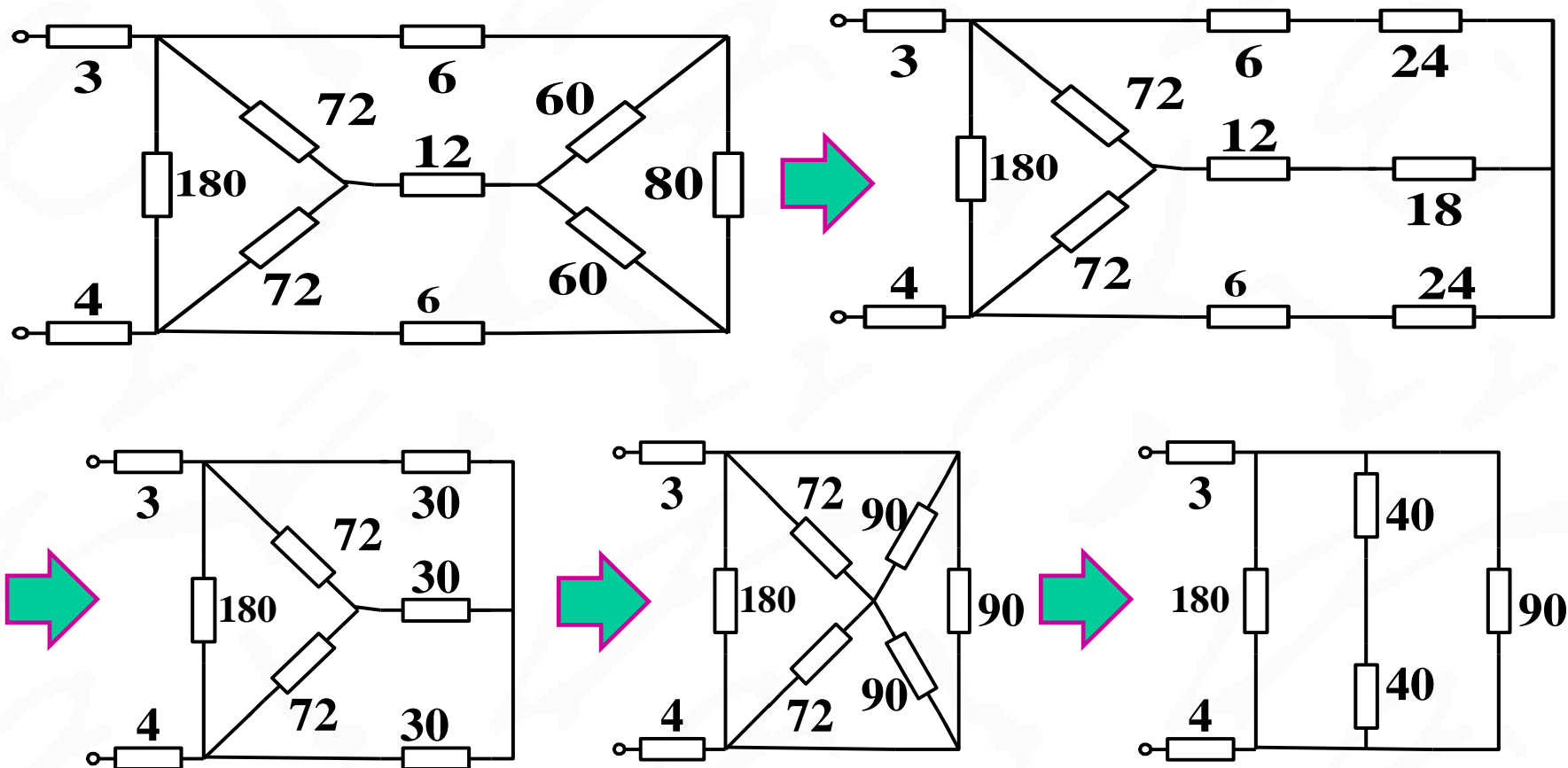
## 〔解2〕



$$R_{AB} = 2.63 + 3 // 9 // (2 + 1.5) \\ = 4\Omega$$



# 【例9】求等效电阻。

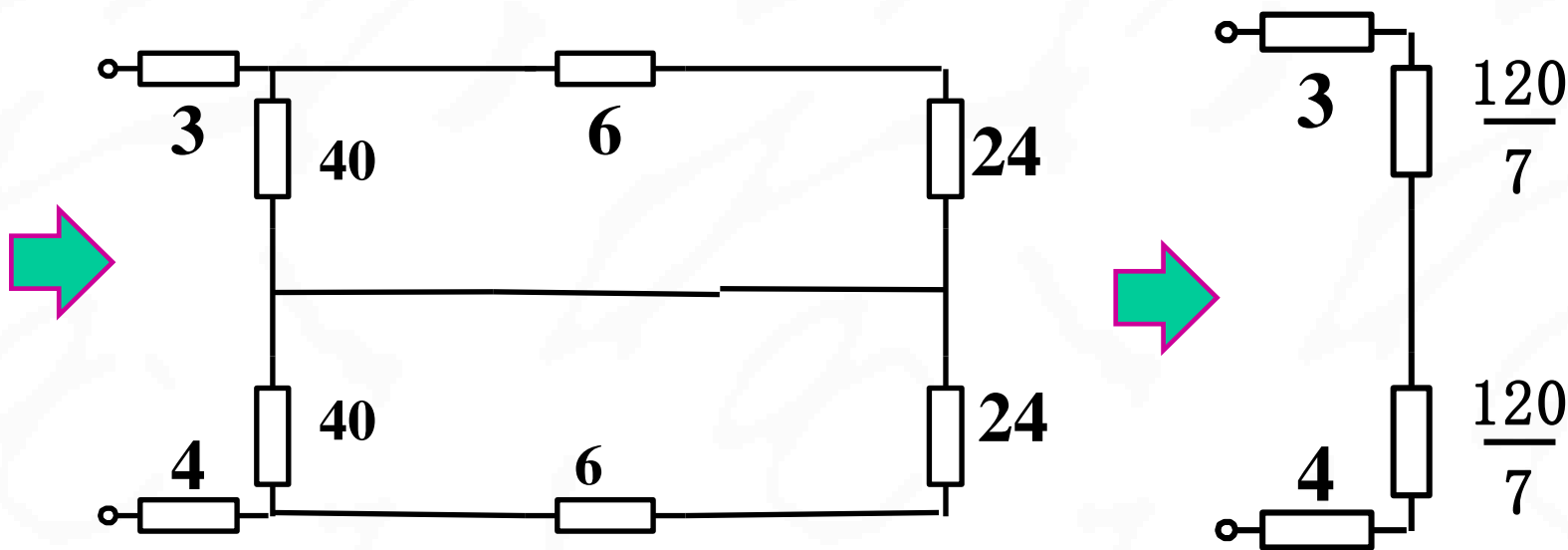
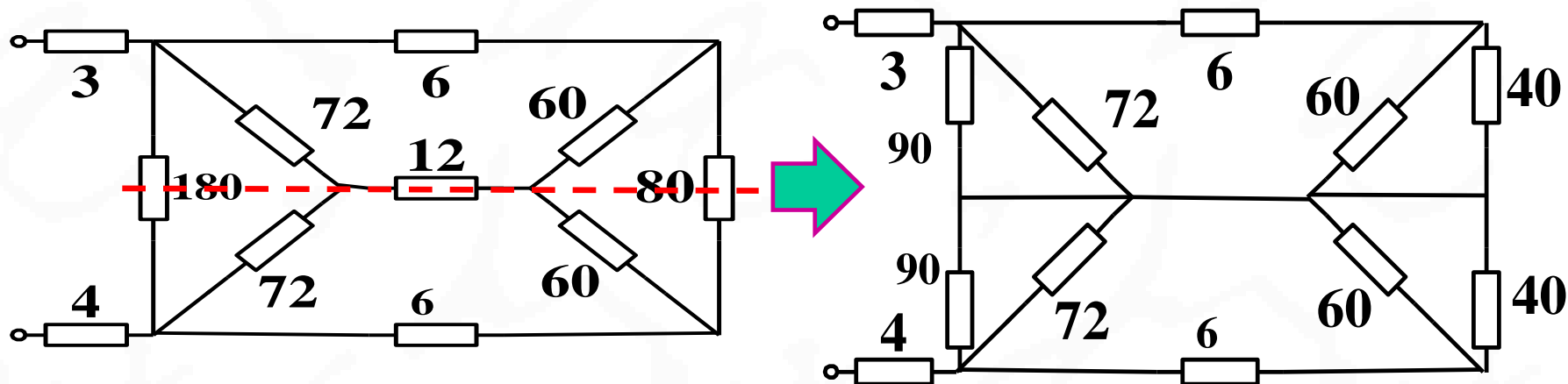


【解1】 利用 $\Delta \rightarrow Y$ 变换。

$$R = 3 + 180 // 80 // 90 + 4 = 41.29\Omega$$



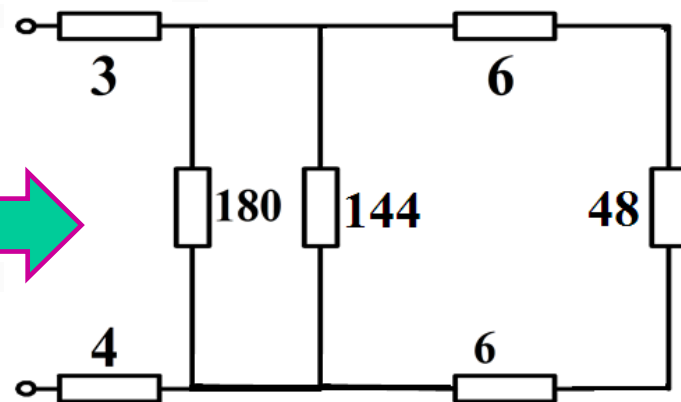
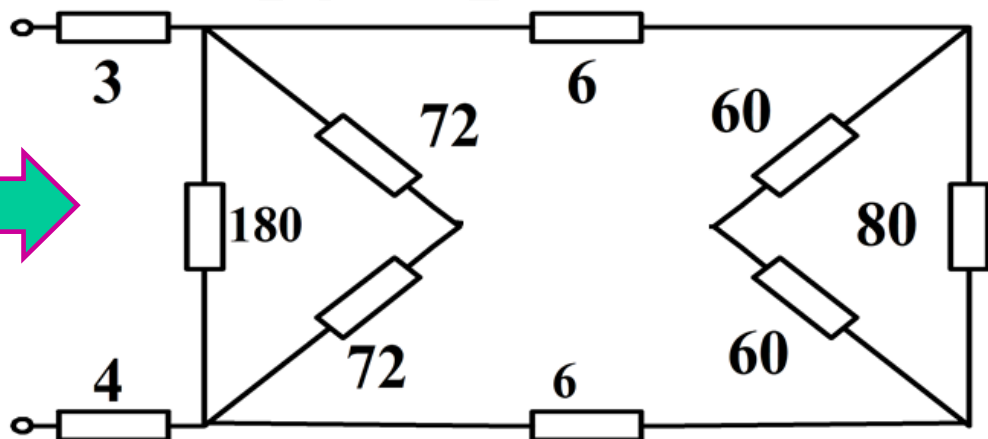
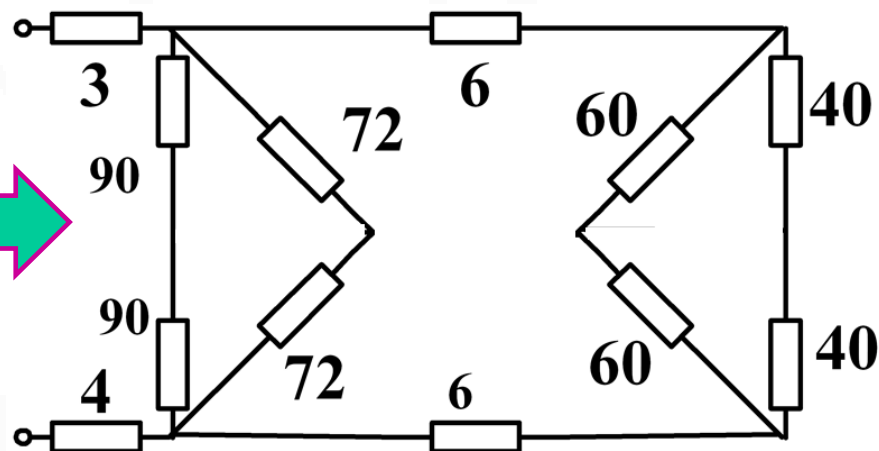
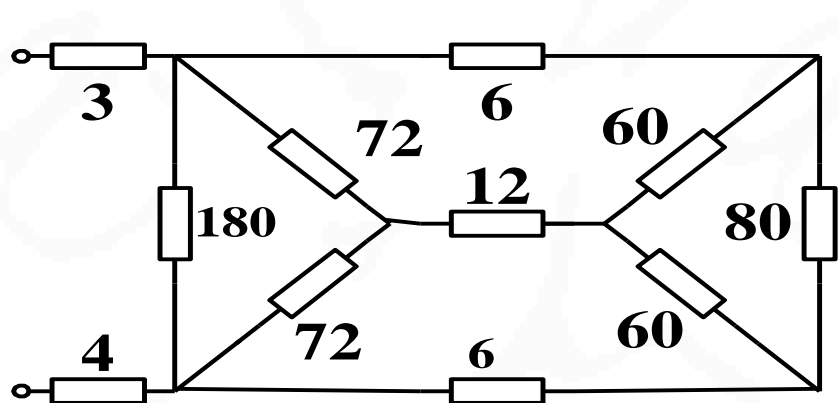
【解2】 利用自然等位点（对称性）。



$$R = 3 + \frac{120}{7} + \frac{120}{7} + 4 = 41.29\Omega$$



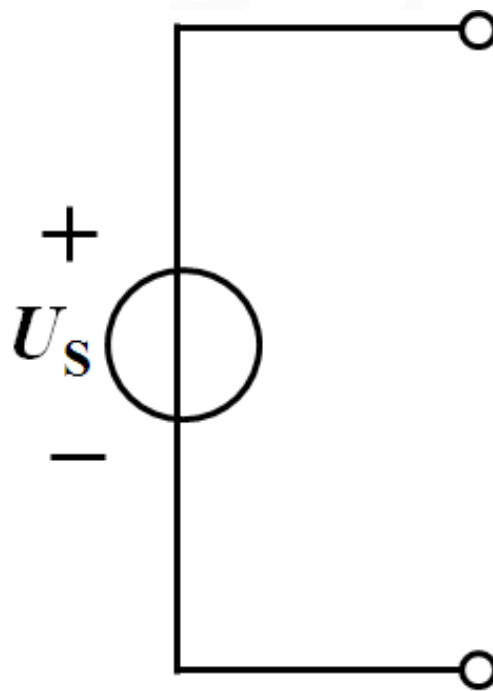
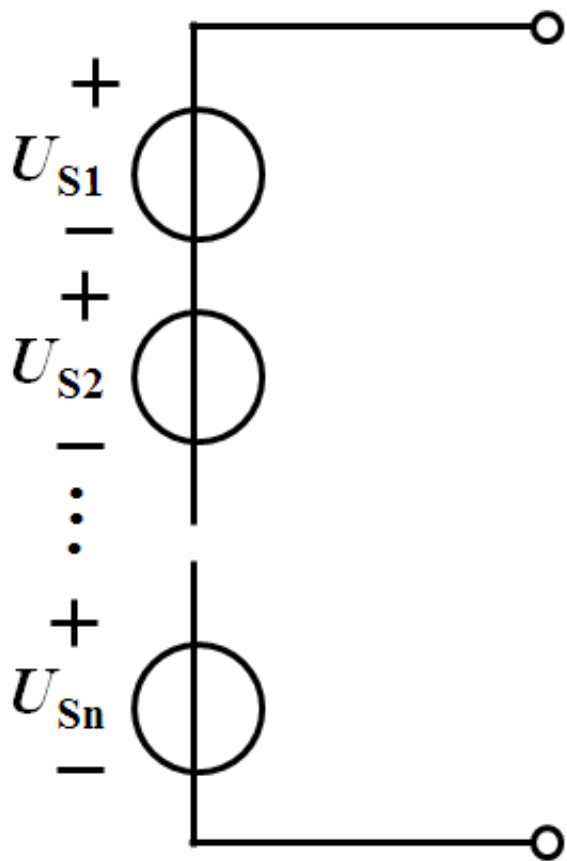
【解3】 自然等位点视为开路。



$$R = 3 + 180 // 144 // 60 + 4 = 41.29\Omega$$

### 三、理想电源的等效变换

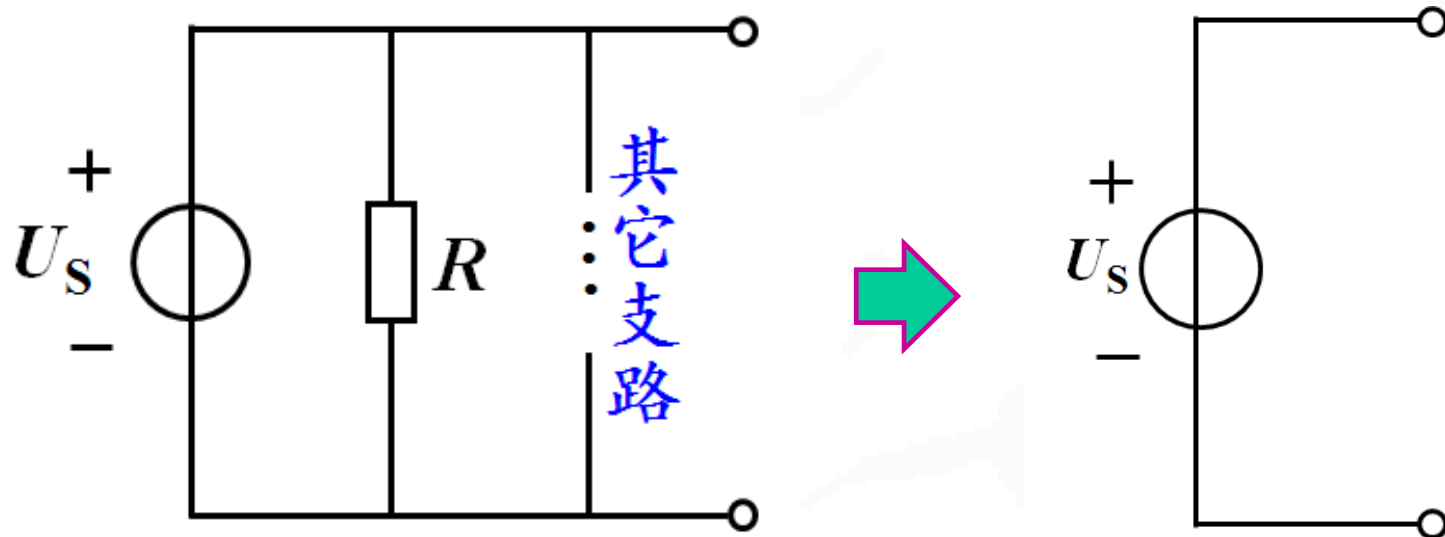
✧  $n$  个理想电压源串联，可用一个理想电压源等效。



$$U_S = U_{S1} + U_{S2} + \dots + U_{Sn} = \sum_{k=1}^n U_{Sk}$$



✧ 理想电压源与其它支路并联时，可用原理想电压源等效。

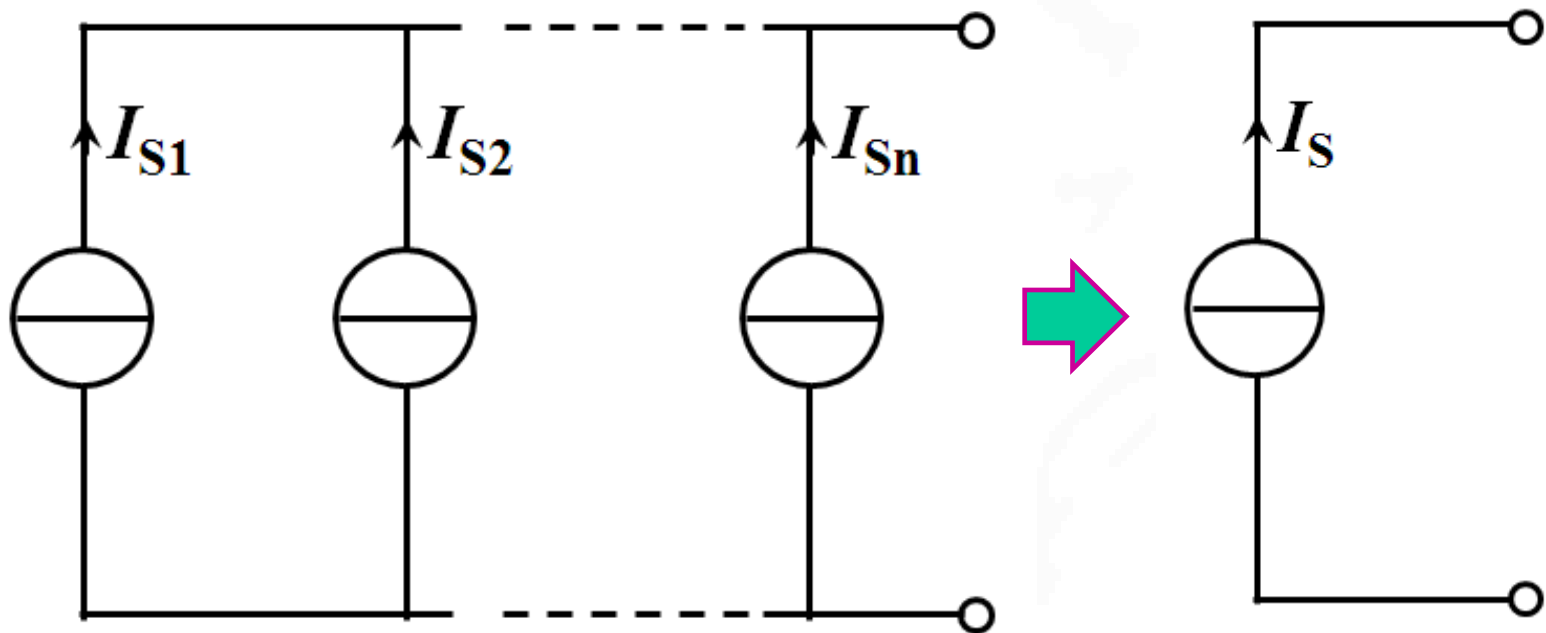


✧ 只有当 $n$ 个理想电压源大小相同、极性相同时，才能并联；否则违背KVL定律。





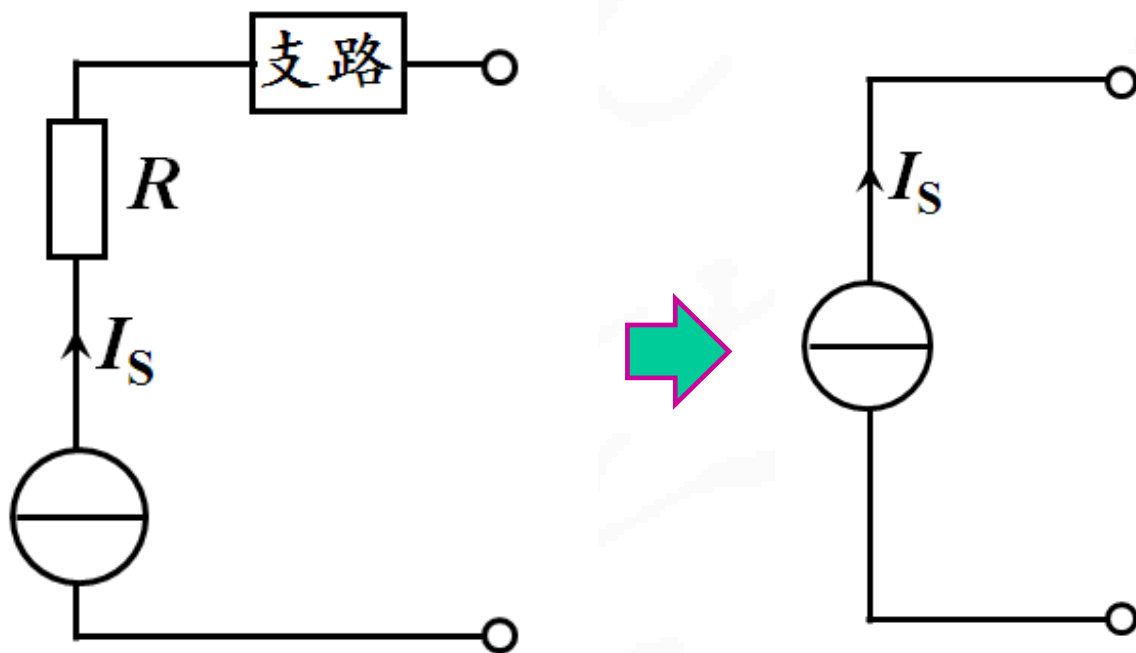
✧  $n$  个理想电流源并联，可用一个理想电流源等效。



$$I_S = I_{S1} + I_{S2} + \dots + I_{Sn} = \sum_{k=1}^n I_{Sk}$$



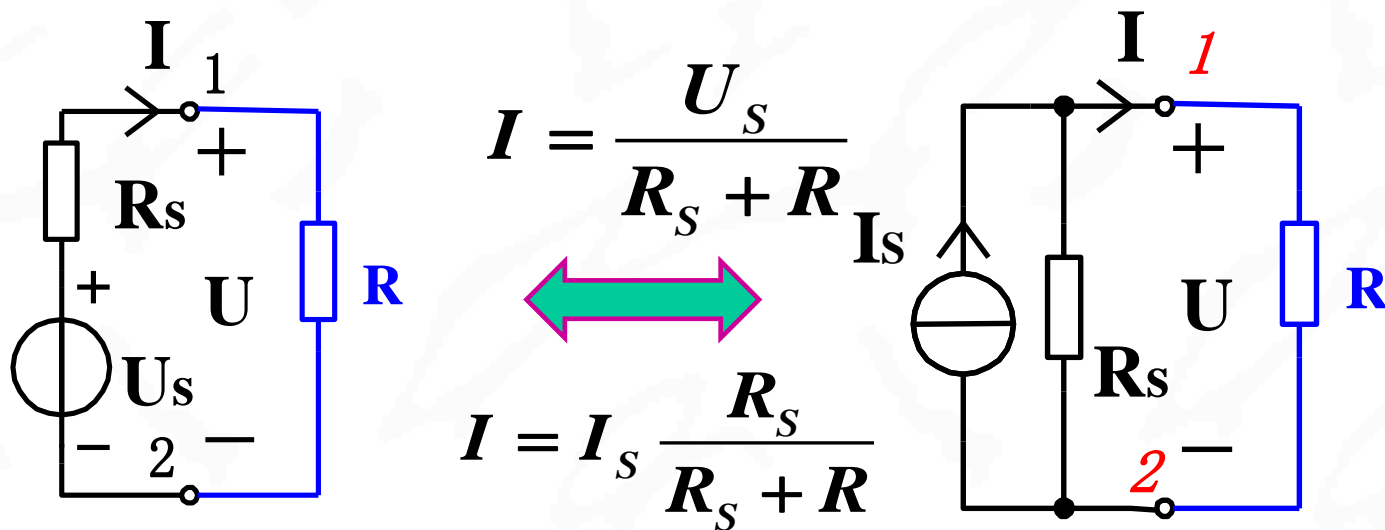
✧ 理想电流源与其它支路串联时，可用原理想电流源等效。



✧ 只有当 $n$ 个理想电流源大小相同、极性相同时，才能串联；否则违背KCL定律。

## 四、实际电源的等效变换

- 电路计算时，与内电阻 $R_S$ 串联的电压源 $U_S$ 可等效为与 $R_S$ 并联的电流源 $I_S$ 。
- 等效的条件： $U_S = I_S \times R_S$  或  $I_S = U_S / R_S$ 。



- 电源等效替换同时适用于独立源和受控源。



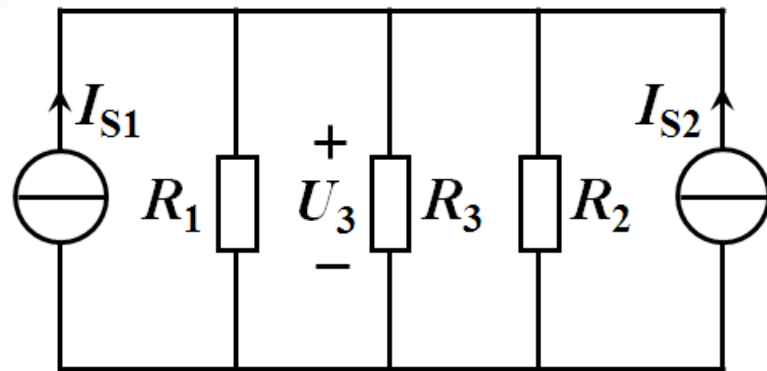
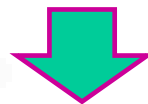
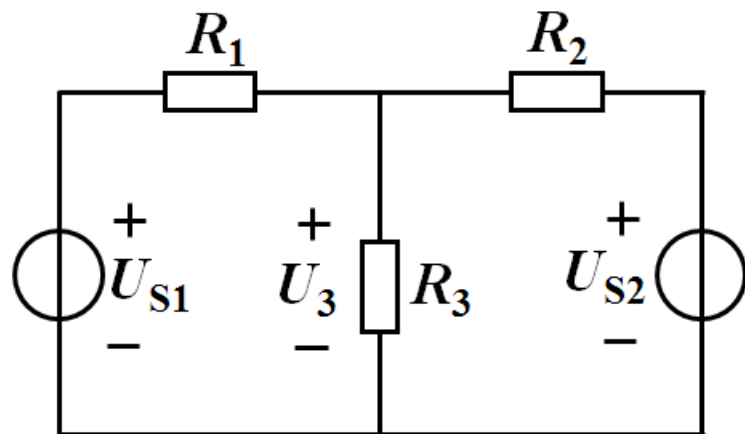
## 【例1】

电路如图，已知  $U_{S1}=7\text{ V}$ ，  
 $U_{S2}=3\text{ V}$ ， $R_1=2\ \Omega$ ， $R_2=1\ \Omega$ ，  
 $R_3=0.2\ \Omega$ ，求  $R_3$  两端电压  $U_3$  为多少？

【解】

$$\begin{aligned} I_S &= I_{S1} + I_{S2} = \frac{U_{S1}}{R_1} + \frac{U_{S2}}{R_2} \\ &= \frac{7}{2} + \frac{3}{1} = \frac{13}{2} \text{ A} \end{aligned}$$

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{2}{13} \Omega$$



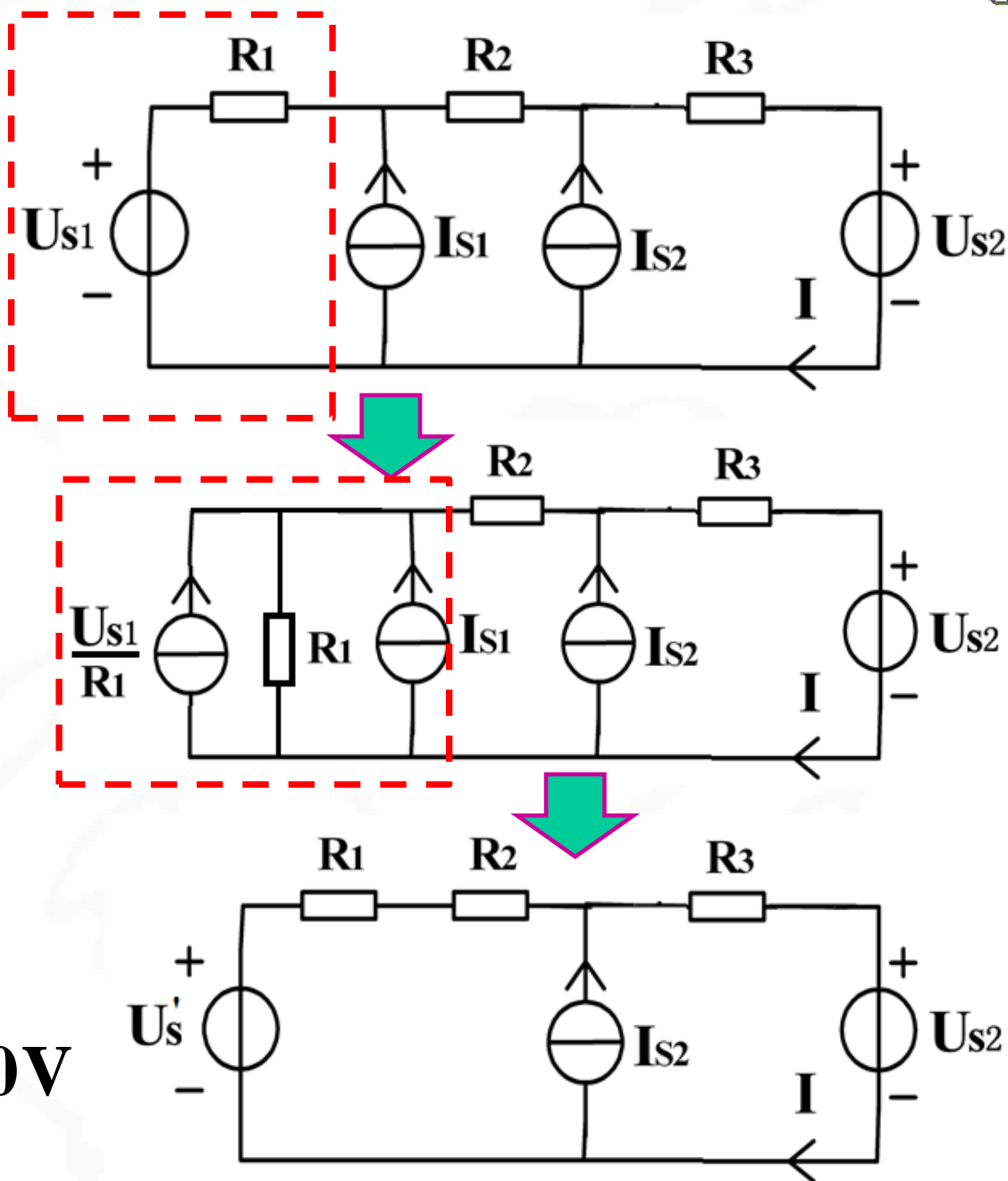
$$U_3 = I_S R = 1 \text{ V}$$

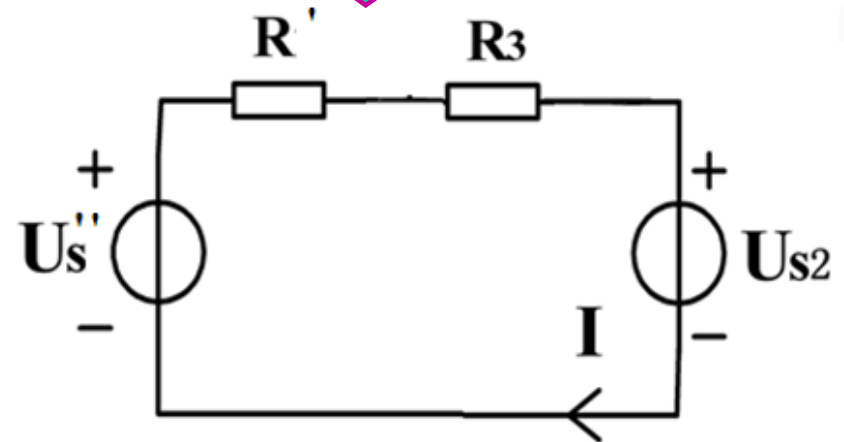
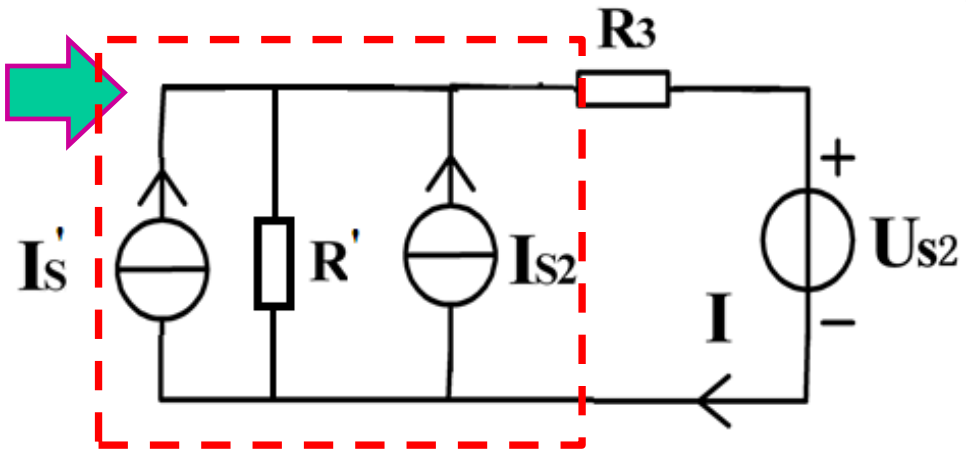
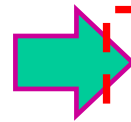
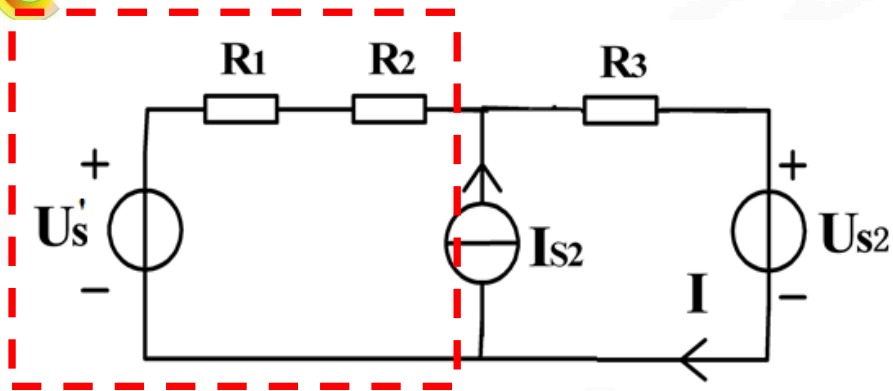
## 【例2】

$R_1=5\Omega$ ,  $R_2=15\Omega$ ,  
 $R_3=10\Omega$ ,  $U_{S1}=10V$ ,  
 $U_{S2}=20V$ ,  $I_{S1}=2A$ ,  
 $I_{S2}=3A$ , 求  $I$  的值。

【解】 采用电源等效  
 替换以简化计算。

$$\begin{aligned} U'_S &= \left( \frac{U_S}{R_1} + I_{S1} \right) R_1 \\ &= (2 + 2) \times 5 = 20V \end{aligned}$$





$$R' = R_1 + R_2 = 20\Omega$$

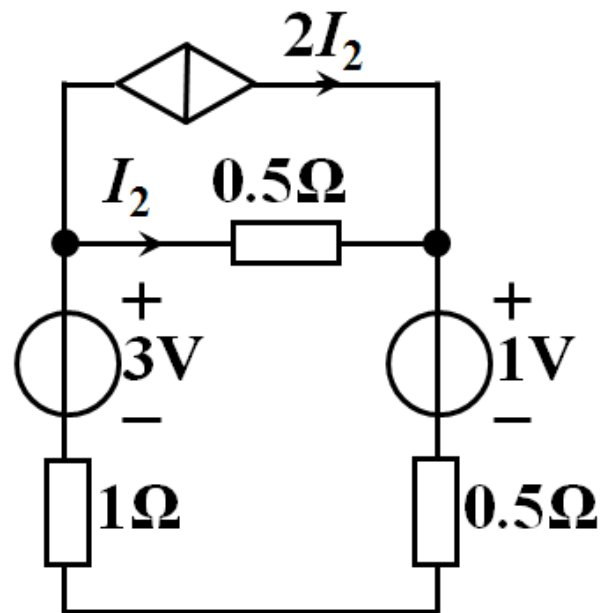
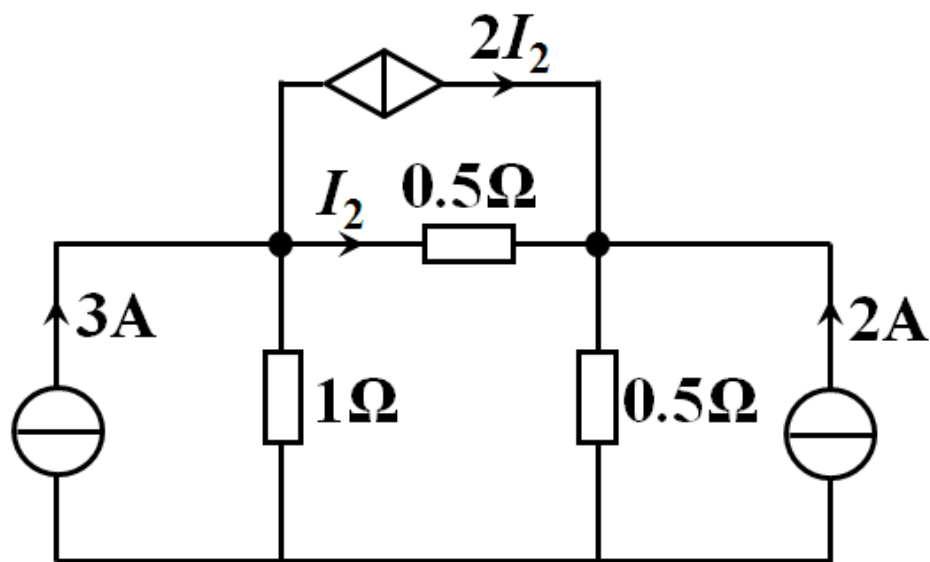
$$I_s' = \frac{U_s'}{R'} = \frac{20}{20} = 1A$$

$$U_s'' = (I_s' + I_{s2})R' \\ = (1 + 3) \times 20 = 80V$$

$$I = \frac{U_s'' - U_{s2}}{R' + R_3} = \frac{80 - 20}{20 + 10} = 2A$$



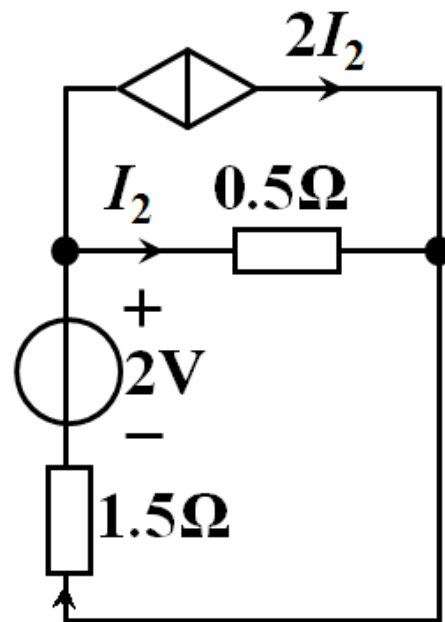
【例3】 电路如图，求 $I_2$ 。



【解】

$$2\text{ V} = I_2 \times 0.5 + 3I_2 \times 1.5$$

$$I_2 = 0.4\text{ A}$$





## 【例4】

已知  $I_{S1}=1.5\text{A}$ ,  $R_2=R_3=8\ \Omega$ ,  
 $\gamma=4\ \Omega$ , 求  $I_2$  和  $I_3=?$

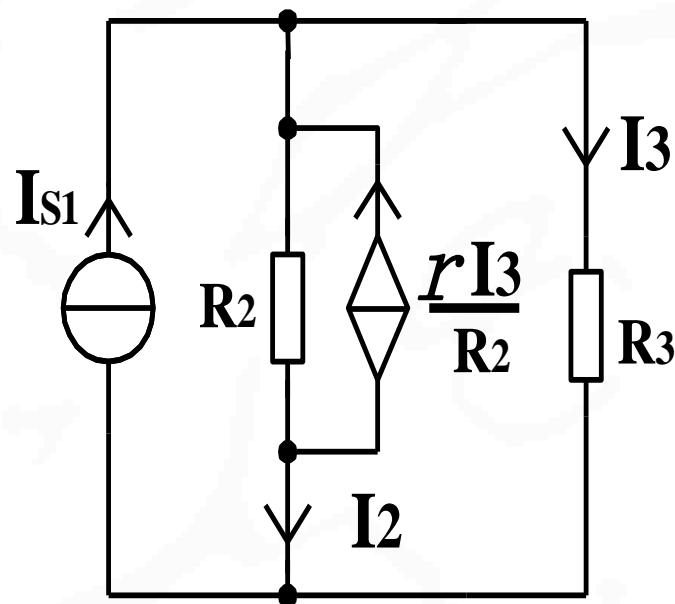
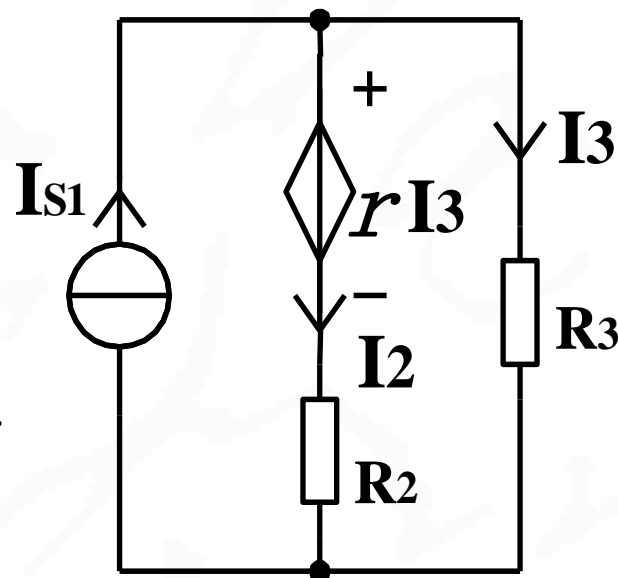
【解】 将受控电压源转换为受控电流源  $\gamma I_3/R_2$ 。

$$I_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} (I_{S1} + \frac{\gamma I_3}{R_2})$$

$$\text{即: } I_3 = 0.5 (1.5 + 0.5 I_3)$$

$$I_3 = 1\text{ A}$$

$$I_2 = I_{S1} - I_3 = 0.5\text{ A}$$







## 本节重点提示:

- ✧ 会应用电阻串并联、平衡电桥、自然等位点对电路进行简化分析
- ✧ 理解Y- $\Delta$ 等效变换，掌握对称电阻时的等效变换公式
- ✧ 掌握电压源-电流源的等效替换，会应用电源等效替换来简化电路分析



# 作业：

**题4.3**

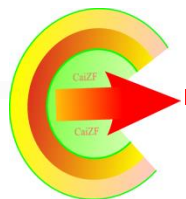
**题4.6**

**题4.8**

**提示：**题4.8用电源等效替换来做。



Thank you for your attention



蔡忠法

浙江大学电工电子教学中心

Ver2.01

版权所有©

2019年