

資訊之芽手寫作業

第一周

李杰穎

1 第一題

我們首先假設 n 個人中沒有人不認識其他人，否則其可以視為 $n - 1$ 的情況。
已知一人最多認識 $n - 1$ 個人，但現在總共有 n 個人。
故根據鴿籠原理可知至少有兩個人的認識人數相同。

2 第二題

1. 當 $n = 3$ 時， $3^3 + 4^3 < 5^3$ 成立
2. 令 $n = k$ 時， $3^k + 4^k < 5^k$ 成立
3. 當 $n = k + 1$ 時：

$$3^{k+1} + 4^{k+1} = 3 \cdot 3^k + 4 \cdot 4^k < 4 \cdot 3^k + 4 \cdot 4^k = 4 \cdot (3^k + 4^k) < 4 \cdot 5^k < 5 \cdot 5^k = 5^{k+1}$$

故得證當 $n \geq 3$ 時 $3^n + 4^n < 5^n$

3 第四題

1. 當 $n = 1$ 時，序列 $s = \{1\}$ ，得分總和為 0，故 $\frac{n(n-1)}{2} = 0$ 成立
2. 令 $n = k$ 時，得分總和 $= \frac{k(k-1)}{2}$ 成立

3. 當 $n = k + 1$ 時：序列 $s = \{k + 1\}$ ，我們可以將 $k + 1$ 分成 k 及 1 ，此分數為 $k \cdot 1 = k$ 。
已知 k 的操作總和 $= \frac{k(k-1)}{2}$ ，故當 $n = k + 1$ 時，其得分總和為：

$$\frac{k(k-1)}{2} + k = \frac{k^2 - k + 2k}{2} = \frac{k^2 + k}{2} = \frac{k(k+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+1-1)}{2}$$

故得證。