

- product between matrix and vector

$M \cdot V$

$$\boxed{M} \boxed{V} = \boxed{MV}$$

$$XW = [C_1, C_2, \dots, C_n] \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = w_1 C_1 + w_2 C_2 + \dots + w_n C_n$$

$$\begin{bmatrix} \boxed{C_1} & \boxed{C_2} & \dots & \boxed{C_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = w_1 \boxed{C_1} + w_2 \boxed{C_2} + \dots + w_n \boxed{C_n}$$

Practice

prove  $XW$  is equal to  $w_1 C_1 + w_2 C_2 + w_3 C_3$  (linear form)

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{1} XW = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+6+12 \\ 8+15+24 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 20 \\ 41 \end{bmatrix}}}$$

$2 \times 3 \quad 3 \times 1 \Rightarrow 2 \times 1$

$$\textcircled{2} w_1 C_1 + w_2 C_2 + w_3 C_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{2} w_1 C_1 + w_2 C_2 + w_3 C_3 = 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 15 \\ 24 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 \\ 24 \\ 16 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 20 \\ 41 \end{bmatrix}}}$$

Answer Proved that both are same