Aula 5 - Projeto final

Jayme Anchante

1 de março de 2021

construção do modelo: regressão linear

conceito

Modelo a relação linear entre uma variável resposta (alvo) e uma ou mais variáveis explicativas (características)

Fonte

tipos

Regressão linear simples modela a relação entre uma resposta e uma característica

Regressão linear múltipla modela a relação entre uma resposta e duas ou mais características

otimização

- mínimos quadrados ordinários
- minimização do erro (absoluto ou quadrático)
- minimização de uma função de custo penalizadora (regressão ridge ou lasso)

apresentação matemática

Sendo os dados $\{y_i, x_{i1}, ..., x_{ip}\}_{i=1}^{n}$ de n amostras/linhas e p variáveis/colunas. A relação linear é modelada por meio de um termo de erro ϵ, uma variável aleatória não observável que adiciona/controla o ruído na relação de regressores e regressando tal que

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + ... + \beta_p x_{ip} + \epsilon_i = x_i^T \beta + \epsilon_i, \quad i = 1, ..., n$$

estimação por mínimos quadrados ordinários

Começando com a proposição inicial que

$$\hat{\beta} = argminS(B) = ||\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\beta||^2$$

Depois de algumas transformações, chegamos em

$$\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{y}$$

estimação por mínimos quadrados ordinários: regressão simples

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{1}{n}\sum x_i \sum y_i}{\sum x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum x_i)^2} = \frac{\mathrm{Cov}[x,y]}{\mathrm{Var}[x]}$$

$$\hat{\alpha} = \overline{y} - \hat{\beta}\,\overline{x}\ ,$$

estimação ingênua

$$\hat{\beta} = ||\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\beta||^2$$

1. Gerar valores (aleatórios) para os β
2. Calcular a perda quadrática
3. Se a perda for menor, substituir os melhores parâmetros pelos atuais
4. Voltar ao passo 1

Pode ser incluído um critério de parada opcional baseado em um dos seguintes critérios: i) número de iterações; ii) erro mínimo aceitável; iii) número de iterações sem uma melhora no erro; iv) melhora marginal menor que um mínimo aceitável

exercício

Sendo os dados de X e y:

```python
import numpy as np
rng = np.random.RandomState(42)
e = rng.random(100) * rng.randint(1, 50)
beta_0 = 3
beta_1 = 1.5
X = np.linspace(1, 100, 100)
y = beta_0 + (beta_1 * X) + e
```

1. Qual são os parâmetros que você deverá encontrar?
2. Plote os dados para explorar suas relações.
3. Escolha um dos métodos de estimação vistos anteriormente e estime os parâmetros?
4. Compare suas respostas com `sklearn.linear_model.LinearRegression` (dica: utilize o método `coef_` do estimador ajustado).

interpretação do modelo: regressão linear

dados

Base de dados Guerry do pacote HistData do R. Andre-Michel Guerry (1833) foi o primeiro a sistematicamente coletar dados sociais. As variáveis utilizadas são Lottery (apostas per capita na loteria), Literacy (percentual de militares que são alfabetizados), Wealth (impostos recolhidos per capita), Region (região da França).

```
import statsmodels.api as sm
df = sm.datasets.get_rdataset("Guerry", "HistData").data
columns = ['Lottery', 'Literacy', 'Wealth', 'Region']
df = df[columns].dropna()
df.head()
```

regressão linear

```
import statsmodels.formula.api as smf
formula = 'Lottery ~ Literacy + Wealth + Region'
mod = smf.ols(formula=formula, data=df)
res = mod.fit()
```

resultados

```
print(res.summary())
```

informações gerais

Dep. Variable:	Lottery
Model:	OLS
Method:	Least Squares
Date:	Fri, 26 Feb 2021
Time:	00:56:46
No. Observations:	85
Df Residuals:	78
Df Model:	6
Covariance Type:	nonrobust

Variável dependente (alvo), data número de linhas/observações, df quer dizer degrees of freedom (graud de liberdade), tipo de covariância (existem diferentes especificações de covariância)

informações de ajuste

```
R-squared:                       0.338
Adj. R-squared:                  0.287
F-statistic:                     6.636
Prob (F-statistic):           1.07e-05
Log-Likelihood:                -375.30
AIC:                             764.6
BIC:                             781.7
```

- R2: coeficiente de determinação é a proporção da variância da variável dependente que é explicada pelas variáveis explicativas. Ver mais.
- R2 ajustado: o mesmo que o anterior mas ajustado pelo número de colunas. Ver mais
- Estatística F: poder preditivo das variáveis explicativas.
- Probabilidade F: hipótese nula de que o modelo com intercepto e o modelo ajustado são iguais. Um valor menor que 0.05 rejeita esta hipótese com um grau de confiança de 5%.
- AIC (critério de informação de Akaike) e o BIC (critério de informação de Schwarz) são critérios para seleção de modelo. Quanto menor, melhor.

coeficientes

	coef	std err	t	P>|t|	[0.025	0.975]
Intercept	38.6517	9.456	4.087	0.000	19.826	57.478
Region[T.E]	-15.4278	9.727	-1.586	0.117	-34.793	3.938
Region[T.N]	-10.0170	9.260	-1.082	0.283	-28.453	8.419
Region[T.S]	-4.5483	7.279	-0.625	0.534	-19.039	9.943
Region[T.W]	-10.0913	7.196	-1.402	0.165	-24.418	4.235
Literacy	-0.1858	0.210	-0.886	0.378	-0.603	0.232
Wealth	0.4515	0.103	4.390	0.000	0.247	0.656

- Coeficiente é o valor do beta, o parâmetro que estamos buscando
- t: teste t cuja hipótese nula é de que o verdadeiro valor do parâmetro é zero
- P>|t|: caso seja menor que 0.05 rejeitamos a hipótese de que o parâmetro é zero (insignificante)
- Poderíamos escrever a equação como sendo:

$$y = 38.65 - 15.4Reg[= E] - 10Reg[= N] + ... - 0.18Lit + 0.45Wel$$

coeficientes: intercepto

```
==============================================================================
                 coef    std err          t      P>|t|      [0.025      0.975]
------------------------------------------------------------------------------
Intercept     38.6517      9.456      4.087      0.000      19.826      57.478
```

- Intercepto é o valor do alvo caso todas as variáveis independentes sejam zero
- Interpretação: caso região, alfabetização e riqueza sejam 0, o valor de apostas per capita é 38.65

coeficientes: região

Region[T.E]	-15.4278	9.727	-1.586	0.117	-34.793	3.938
Region[T.N]	-10.0170	9.260	-1.082	0.283	-28.453	8.419
Region[T.S]	-4.5483	7.279	-0.625	0.534	-19.039	9.943
Region[T.W]	-10.0913	7.196	-1.402	0.165	-24.418	4.235

- Para fazermos interpretações, precisamos levar em conta sempre a categoria base (oculta)
- Pessoas da região S jogam, em média, -4.5 francos que pessoas da categoria base (região central), tudo o mais constante (ceteris paribus)

coeficientes: riqueza

Literacy	-0.1858	0.210	-0.886	0.378	-0.603	0.232
Wealth	0.4515	0.103	4.390	0.000	0.247	0.656

- Para variáveis numéricas, a interpretação é em função da própria unidade da variável
- A cada um franco a mais de riqueza per capita, a quantidade de francos colocados em aposta per capita é, em média, de 0.45, tudo o mais constante.
- Vemos que a variável alfabetização não é significativa a 5%, ao contrário da riqueza.

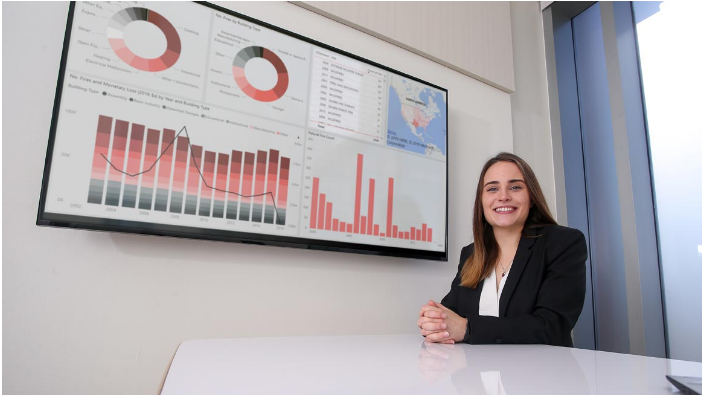
projeto final

formato

1. 20min de apresentação por pessoa
2. 5min de perguntas da platéia
3. 10min de resposta do apresentador

alunos

a vez de vocês



próximos passos

assuntos pertinentes

- nuvem, devops, git, CI/CD, agilidade
- processamento distribuído, em GPUs
- aprendizado profundo para reconhecimento de image, vídeo, som e outras aplicações
- outras linguagens de programação, R, julia, shell
- praticar, praticar, praticar...