UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

DIVISIÓN DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS

CAMPUS GUANAJUATO

Tarea 11 (Cálculo Diferencial e Integral I)

Nombre:		
Grupo:	**Fecha:**	**Calificación:**
Profesor: Fernando Núñez Medina.		

Instrucciones: Escribe limpia y ordenadamente el procedimiento (si lo hay) de cada ejercicio y no escribas las respuestas en la hoja de la tarea.

1. Prueba las leyes de los exponentes (ejercicio 1 de la tarea 7) cuando m y n son números racionales. **Sugerencia:** Ten presente como se define $x^{m/n}$ para m entero y n natural en el ejercicio 1 de la tarea 10.
2. **(Funciones trigonométricas inversas)** Por el criterio de la recta horizontal para determinar si una función es 1-1, es claro que las funciones trigonométricas no son funciones 1-1 y, en consecuencia, no son invertibles, sin embargo, restringiremos su dominio para que si lo sean. Las restricciones que se suelen utilizar se muestran en el cuadro siguiente.

Función	**Restricción**	**Rango de la restricción**
$\sin(x)$	$[-\pi/2, \pi/2]$	$[-1, 1]$
$\cos(x)$	$[0, \pi]$	$[-1, 1]$
$\tan(x)$	$(-\pi/2, \pi/2)$	$\mathbb{R}$
$\cot(x)$	$(0, \pi)$	$\mathbb{R}$
$\sec(x)$	$[0, \pi/2) \cup (\pi/2, \pi]$	$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
$\csc(x)$	$[-\pi/2, 0) \cup (0, \pi/2]$	$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

Las restricciones de las funciones trigonométricas señaladas en el cuadro anterior son 1-1 y sobre (su rango) y, en consecuencia, invertibles. A las funciones inversas de las restricciones señaladas en el cuadro anterior se les llama arcoseno, arcocoseno, arcotangente, arcocotangente, arcosecante y arcocosecante, respectivamente; y se les denota por $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$, $\arctan(x)$, $\operatorname{arccot}(x)$, $\operatorname{arcsec}(x)$ y $\operatorname{arccsc}(x)$, respectivamente; son las llamadas *funciones trigonométricas inversas*.

(a) Dibuja las gráficas de las restricciones del cuadro anterior.

(b) A partir de las gráficas del inciso (a) dibuja las gráficas de las funciones trigonométricas inversas.

3. Da un ejemplo de una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que sea continua solo en un número finito de puntos $p_1, ..., p_n$.
4. Prueba que
$$\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{x}, \quad x \neq 0.$$
Sugerencia: Considera los casos en que $x > 0$ y $x < 0$.
5. Prueba que si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tiene derivada acotada, entonces es uniformemente continua.
6. Construye la gráfica de una función cuya derivada siempre sea positiva.

El ejercicio siguiente es el ejercicio 59 de la sección 2.2; es instructivo probarlo ahora utilizando los resultados de la subsección 5.8.1.

7. Sea n un número natural.
   (a) Prueba, utilizando los resultados de la sección 5.8.1, que si n es par, entonces la función x^n es decreciente en $(-\infty, 0]$ y creciente en $[0, \infty)$.
   (b) Prueba, utilizando los resultados de la sección 5.8.1, que si n es impar, entonces la función x^n es creciente en todo $\mathbb{R}$.

8 Analiza la gráfica de la función $f(x) = x^3 + 3x^2$ siguiendo el procedimiento mencionado en la subsección 5.8.5.