UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

DIVISIÓN DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
CAMPUS GUANAJUATO

Tarea 1 (Fisica I)

Nombre: Ricardo León Martínez **Fecha:** 16/2/2026 **Calificación:** ______________

Ejercicio 1

Encontrar el resultado de la suma de los siguientes vectores:

(a) $\vec{V}_1 = \vec{u}_x(5) + \vec{u}_y(-2) + u_z(1)$

(b) $\vec{V}_2 = \vec{u}_x(-3) + \vec{u}_y(1) + \vec{u}_z(-7)$

(c) $\vec{V}_3 = \vec{u}_x(4) + \vec{u}_y(7) + \vec{u}_z(6)$

Obtener la magnitud de la resultante y los angulos que hace con los ejes X, Y y Z.

Solución. Consideremos los siguientes vectores

$$\vec{V}_1 = \vec{u}_x(5) + \vec{u}_y(-2) + u_z(1), \qquad \vec{V}_2 = \vec{u}_x(-3) + \vec{u}_y(1) + \vec{u}_z(-7), \qquad \vec{V}_3 = \vec{u}_x(4) + \vec{u}_y(7) + \vec{u}_z(6).$$

La resultante se define como

$$\vec{R} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3.$$

Sumando componente a componente se obtiene

$$\vec{R} = (5 - 3 + 4)\vec{u}_x + (-2 + 1 + 7)\vec{u}_y + (1 - 7 + 6)\vec{u}_z = 6\vec{u}_x + 6\vec{u}_y + 0\vec{u}_z.$$

La magnitud de $\vec{R}$ viene dada por

$$\left\|\vec{R}\right\| = \sqrt{6^2 + 6^2 + 0^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}.$$

Sean α, β, γ los angulos que $\vec{R}$ forma con los ejes X, Y, Z respectivamente. Por definición de cosenos directores,

$$\cos(\alpha) = \frac{R_x}{\left\|\vec{R}\right\|}, \qquad \cos(\beta) = \frac{R_y}{\left\|\vec{R}\right\|}, \qquad \cos(\gamma) = \frac{R_z}{\left\|\vec{R}\right\|}.$$

En este caso,

$$\cos(\alpha) = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \qquad \cos(\beta) = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \qquad \cos(\gamma) = \frac{0}{6\sqrt{2}} = 0.$$

Por lo tanto,

$$\alpha = \frac{\pi}{4}, \qquad \beta = \frac{\pi}{4}, \qquad \gamma = \frac{\pi}{2}.$$

▲

Ejercicio 2

Encontrar la distancia del punto $P(4,5,-7)$ a la recta que pasa por el punto $Q(-3,6,12)$ y es paralela al vector $\vec{V} = \vec{u}_x(4) - \vec{u}_y(1) + \vec{u}_z(3)$. Encontrar también la distancia del punto P al plano que pasa por Q y es perpendicular a $\vec{V}$.

Solución. La recta considerada pasa por Q y tiene como vector director $\vec{V}$. La distancia de un punto P a una recta que pasa por Q con dirección $\vec{V}$ viene dada por

$$d(P,\ell) = \frac{\left\|(P-Q) \times \vec{V}\right\|}{\left\|\vec{V}\right\|}.$$

Se tiene

$$P - Q = (4+3, 5-6, -7-12) = (7, -1, -19).$$

El producto cruz es

$$(P-Q) \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ 7 & -1 & -19 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = (-22, -97, -3).$$

Por lo tanto,

$$\left\|(P-Q) \times \vec{V}\right\| = \sqrt{(-22)^2 + (-97)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9902}, \qquad \left\|\vec{V}\right\| = \sqrt{4^2 + (-1)^2 + 3^2} = \sqrt{26}.$$

La distancia del punto P a la recta es

$$d(P,\ell) = \frac{\sqrt{9902}}{\sqrt{26}} = \sqrt{381}.$$

Ahora consideremos el plano que pasa por Q y es perpendicular a $\vec{V}$. Un vector normal al plano es precisamente $\vec{V}$, y la distancia de un punto P a dicho plano está dada por

$$d(P,\mathcal{P}) = \frac{\left|(P-Q) \cdot \vec{V}\right|}{\left\|\vec{V}\right\|}.$$

Calculamos al producto punto

$$(P-Q)\cdot\vec{V}=(7,-1,-19)\cdot(4,-1,3)=28+1-57=-28.$$

Luego,

$$d(P,\mathcal{P})=\frac{|-28|}{\sqrt{26}}=\frac{28}{\sqrt{26}}.$$

Asi, la distancia de P a la recta es $\sqrt{381}$, y la distancia de P al plano es $\frac{28}{\sqrt{26}}$. ▲

Ejercicio 3

Dado el conjunto de 3 vectores no-coplaneres $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$, los vectores

$$\begin{aligned}\vec{a}^1&=\frac{\vec{a}_2\times\vec{a}_3}{\vec{a}_1\cdot\vec{a}_2\times\vec{a}_3},\\ \vec{a}^2&=\frac{\vec{a}_3\times\vec{a}_1}{\vec{a}_1\cdot\vec{a}_2\times\vec{a}_3},\\ \vec{a}^3&=\frac{\vec{a}_1\times\vec{a}_2}{\vec{a}_1\cdot\vec{a}_2\times\vec{a}_3}\end{aligned}$$

se denominan vectores recíprocos. Demostrar que $\vec{a}^i\cdot\vec{a}_i=1$ y que $a^i\cdot a_j=0$ donde i y j toman los valores de 1,2,3. Discutir la disposición geométrica de los vectores recíprocos $\vec{a}^1,\vec{a}^2,\vec{a}^3$ en relación con $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$. **Sugerencia:**Note que en $\vec{a}^i\cdot\vec{a}_j=0$ con $i\neq j$.

Demostración. Procederemos por casos. Caso $i=j$. Por ejemplo,

$$\vec{a}^1\cdot\vec{a}_1=\frac{(\vec{a}_2\times\vec{a}_3)\cdot\vec{a}_1}{\vec{a}_1\cdot(a_2\times\vec{a}_3)}$$

entonces

$$\vec{a}^1\cdot\vec{a}_1=\frac{\vec{a}_1\cdot(\vec{a}_2\times\vec{a}_3)}{\vec{a}_1\cdot(a_2\times\vec{a}_3)}.$$

Luego

$$\vec{a}^1\cdot\vec{a}_1=1$$

De forma analoga podemos ver que

$$\vec{a}^2\cdot\vec{a}_2=1,\qquad\vec{a}^3\cdot\vec{a}_3=1.$$

Caso $i\neq j$. Consideremos, por ejemplo,

$$\vec{a}^1\cdot\vec{a}_2=\frac{(\vec{a}_2\times\vec{a}_3)\cdot\vec{a}_2}{\vec{a}_1\cdot(\vec{a}_2\times\vec{a}_3)}.$$

Pero $\vec{a}_2 \times \vec{a}_3$ es ortogonal a $\vec{a}_2$, por tanto,

$$(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3) \cdot \vec{a}_2 = 0.$$

Luego

$$\vec{a}^1 \cdot \vec{a}_2 = 0.$$

Analogamente,

$$\vec{a}^1 \cdot \vec{a}_3 = 0, \quad \vec{a}^2 \cdot \vec{a}_1 = 0 \quad \vec{a}^2 \cdot \vec{a}_3 = 0 \quad \vec{a}^3 \cdot \vec{a}_1 = 0 \quad \vec{a}^3 \cdot \vec{a}_2 = 0.$$

■