

UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO
DIVISIÓN DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
CAMPUS GUANAJUATO

Tarea 1 (Fisica I)

Nombre: Ricardo León Martínez

Fecha: 16/2/2026

Calificación: _____

Ejercicio 1

Encontrar el resultado de la suma de los siguientes vectores:

(a) $\vec{V}_1 = \vec{u}_x(5) + \vec{u}_y(-2) + \vec{u}_z(1)$

(b) $\vec{V}_2 = \vec{u}_x(-3) + \vec{u}_y(1) + \vec{u}_z(-7)$

(c) $\vec{V}_3 = \vec{u}_x(4) + \vec{u}_y(7) + \vec{u}_z(6)$

Obtener la magnitud de la resultante y los angulos que hace con los ejes X, Y y Z .

Solución. Consideremos los siguientes vectores

$$\vec{V}_1 = \vec{u}_x(5) + \vec{u}_y(-2) + \vec{u}_z(1), \quad \vec{V}_2 = \vec{u}_x(-3) + \vec{u}_y(1) + \vec{u}_z(-7), \quad \vec{V}_3 = \vec{u}_x(4) + \vec{u}_y(7) + \vec{u}_z(6).$$

La resultante se define como

$$\vec{R} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3.$$

Sumando componente a componente se obtiene

$$\vec{R} = (5 - 3 + 4)\vec{u}_x + (-2 + 1 + 7)\vec{u}_y + (1 - 7 + 6)\vec{u}_z = 6\vec{u}_x + 6\vec{u}_y + 0\vec{u}_z.$$

La magnitud de \vec{R} viene dada por

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{6^2 + 6^2 + 0^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}.$$

Sean α, β, γ los angulos que \vec{R} forma con los ejes X, Y, Z respectivamente. Por definición de cosenos directores,

$$\cos(\alpha) = \frac{R_x}{\|\vec{R}\|}, \quad \cos(\beta) = \frac{R_y}{\|\vec{R}\|}, \quad \cos(\gamma) = \frac{R_z}{\|\vec{R}\|}.$$

En este caso,

$$\cos(\alpha) = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos(\beta) = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos(\gamma) = \frac{0}{6\sqrt{2}} = 0.$$

Por lo tanto,

$$\alpha = \frac{\pi}{4}, \quad \beta = \frac{\pi}{4}, \quad \gamma = \frac{\pi}{2}.$$



Ejercicio 2

Encontrar la distancia del punto $P(4, 5, -7)$ a la recta que pasa por el punto $Q(-3, 6, 12)$ y es paralela al vector $\vec{V} = \vec{u}_x(4) - \vec{u}_y(1) + \vec{u}_z(3)$. Encontrar también la distancia del punto P al plano que pasa por Q y es perpendicular a \vec{V} .

Solución. La recta considerada pasa por Q y tiene como vector director \vec{V} . La distancia de un punto P a una recta que pasa por Q con dirección \vec{V} viene dada por

$$d(P, \ell) = \frac{\|(P - Q) \times \vec{V}\|}{\|\vec{V}\|}.$$

Se tiene

$$P - Q = (4 + 3, 5 - 6, -7 - 12) = (7, -1, -19).$$

El producto cruz es

$$(P - Q) \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ 7 & -1 & -19 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = (-22, -97, -3).$$

Por lo tanto,

$$\|(P - Q) \times \vec{V}\| = \sqrt{(-22)^2 + (-97)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9902}, \quad \|\vec{V}\| = \sqrt{4^2 + (-1)^2 + 3^2} = \sqrt{26}.$$

La distancia del punto P a la recta es

$$d(P, \ell) = \frac{\sqrt{9902}}{\sqrt{26}} = \sqrt{381}.$$

Ahora consideremos el plano que pasa por Q y es perpendicular a \vec{V} . Un vector normal al plano es precisamente \vec{V} , y la distancia de un punto P a dicho plano está dada por

$$d(P, \mathcal{P}) = \frac{|(P - Q) \cdot \vec{V}|}{\|\vec{V}\|}.$$

Calculamos al producto punto

$$(P - Q) \cdot \vec{V} = (7, -1, -19) \cdot (4, -1, 3) = 28 + 1 - 57 = -28.$$

Luego,

$$d(P, \mathcal{P}) = \frac{|-28|}{\sqrt{26}} = \frac{28}{\sqrt{26}}.$$

Así, la distancia de P a la recta es $\sqrt{381}$, y la distancia de P al plano es $\frac{28}{\sqrt{26}}$. ▲

Ejercicio 3

Dado el conjunto de 3 vectores no-coplaneriores $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$, los vectores

$$\begin{aligned}\vec{a}^1 &= \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \times \vec{a}_3}, \\ \vec{a}^2 &= \frac{\vec{a}_3 \times \vec{a}_1}{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \times \vec{a}_3}, \\ \vec{a}^3 &= \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_2}{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \times \vec{a}_3}\end{aligned}$$

se denominan vectores recíprocos. Demostrar que $\vec{a}^i \cdot \vec{a}_i = 1$ y que $\vec{a}^i \cdot \vec{a}_j = 0$ donde i y j toman los valores de 1,2,3. Discutir la disposición geométrica de los vectores recíprocos $\vec{a}^1, \vec{a}^2, \vec{a}^3$ en relación con $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$. **Sugerencia:** Note que en $\vec{a}^i \cdot \vec{a}_j = 0$ con $i \neq j$.

Demostración. Procederemos por casos. Caso $i = j$. Por ejemplo,

$$\vec{a}^1 \cdot \vec{a}_1 = \frac{(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3) \cdot \vec{a}_1}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}$$

entonces

$$\vec{a}^1 \cdot \vec{a}_1 = \frac{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}.$$

Luego

$$\vec{a}^1 \cdot \vec{a}_1 = 1$$

De forma análoga podemos ver que

$$\vec{a}^2 \cdot \vec{a}_2 = 1, \quad \vec{a}^3 \cdot \vec{a}_3 = 1.$$

Caso $i \neq j$. Consideremos, por ejemplo,

$$\vec{a}^1 \cdot \vec{a}_2 = \frac{(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3) \cdot \vec{a}_2}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}.$$

Pero $\vec{a}_2 \times \vec{a}_3$ es ortogonal a \vec{a}_2 , por tanto,

$$(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3) \cdot \vec{a}_2 = 0.$$

Luego

$$\vec{a}^1 \cdot \vec{a}_2 = 0.$$

Analogamente,

$$\vec{a}^1 \cdot \vec{a}_3 = 0, \quad \vec{a}^2 \cdot \vec{a}_1 = 0 \quad \vec{a}^2 \cdot \vec{a}_3 = 0 \quad \vec{a}^3 \cdot \vec{a}_1 = 0 \quad \vec{a}^3 \cdot \vec{a}_2 = 0.$$

■