



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO
DIVISIÓN DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
CAMPUS GUANAJUATO

Tarea 6 (Cálculo Diferencial e Integral I)

Nombre:		
Grupo:	Fecha:	Calificación:
Profesor: Fernando Núñez Medina.		

Instrucciones: Escribe limpia y ordenadamente el procedimiento (si lo hay) de cada ejercicio y no escribas las respuestas en la hoja de la tarea.

1. (**Potencias enteras negativas**) Sean $x \neq 0$ y n un número natural. Usa la unicidad del inverso multiplicativo para probar que

$$(x^n)^{-1} = (x^{-1})^n.$$

En vista de esta ecuación se define x^{-n} como $(x^n)^{-1}$ o como $(x^{-1})^n$.

2. Sean A un subconjunto de números reales y $c \in \mathbb{R}$. Definimos

$$cA = \{ca : a \in A\}.$$

Prueba que si A es no vacío y acotado superiormente, y $c \geq 0$, entonces

$$\sup(cA) = c \sup(A).$$

3. (**Binomio de Newton**) Sean a y b números reales y n un número natural. Prueba que

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{n-1} ab^{n-1} + \binom{n}{n} b^n.$$

Sugerencia: Usa el principio de inducción matemática y ten presente el ejercicio 4 de la tarea 5.

4. Prueba, mediante contraejemplos, que es falso que la suma, resta, producto y cociente de números irracionales sea un número irracional.
5. Sean $f : A \rightarrow B$, $C \subset A$ y $D \subset B$. Prueba lo siguiente:

$$(a) C \subset f^{-1}(f(C)). \quad (b) f(f^{-1}(D)) \subset D.$$

6. (**Desigualdad del triángulo generalizada**) Prueba que si $n \in \mathbb{N}$ y $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$, entonces

$$|x_1 + \dots + x_n| \leq |x_1| + \dots + |x_n|.$$

Sugerencia: Usa el principio de inducción matemática y ten presente la desigualdad del triángulo.

7. Prueba, usando la definición de límite, que $\lim_{x \rightarrow 2} 3x = 6$.
8. Prueba, usando la negación de la definición de límite, que es **falso** que $\lim_{x \rightarrow 2} 3x = -1$.
9. Calcula los límites siguientes:
- $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^3 - 2x^2 + 4)$.
 - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$.
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \cos(x^2 + 1)$.
 - $\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x^3 - x + 5$.
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} + \arctan(x)$.
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 4x^2}{3x^4 + 2x}$.
10. Prueba que $\lim_{x \rightarrow p} f(x) = 0$ ssi $\lim_{x \rightarrow p} |f(x)| = 0$.