

E_1	E_2	E_3	E_4	Calif.

Resuelve los siguientes ejercicios justificando totalmente cada paso en tu procedimiento. La falta de alguna justificación y/o la mala redacción, serán severamente penalizadas.

El examen debe resolverse utilizando únicamente tinta azul estándar y sin escribir en esta hoja algo mas que tu nombre y numero de inscripción.

Utiliza ambos lados de las hojas de respuestas e indica claramente donde termina un ejercicio/inciso y comienza uno nuevo.

Puedes utilizar todos los resultados vistos en cursos previos siempre y cuando estos no sean lo que se pide demostrar. **No** puede utilizar resultados probados en las tareas y/o en las ayudantías. En caso de requerir alguno de tales resultados, deberás incluir su demostración.

Se penalizarán los pasos innecesarios.

La calificación final del examen será el promedio de las puntuaciones obtenidas en cada ejercicio.

1. Considera la afirmación

“Todo profesor de matemáticas tiene un curso que adora impartir y que se sabe de memoria”.

- (a) (35 pts.) Traduce la afirmación en símbolos.
- (b) (35 pts.) Escribe la negación (en símbolos) de la afirmación obtenida en el inciso anterior.
- (c) (30 pts.) Traduce en palabras la afirmación del inciso anterior.

2. Considera el siguiente argumento:

Ninguno de los conejos de jonás come manzanas rojas y tampoco manzanas verdes. Si estos conejos comieran frutas, tambien comerian manzanas rojas o manzanas verdes. Cierto día, jonás llegó a la sospecha de que, quizá, alguno de sus conejos no comió heno o comió una fruta. Si todos estos conejos no fueran traviesos, entonces comerían heno y también comerían vegetales, así que jonás tiene la sospecha de que alguno de sus conejos es travieso.

- (a) (20 pts.) Escribe el argumento en símbolos.

- (b) (80 pts.) Deriva el argumento.
3. (100 pts.) Sean $a, b \in [0, 1]$ tales que $a < b$. Prueba que

$$0 \leq \frac{b-a}{1-ab} \leq 1.$$

4. En cada numeral, escribe el argumento dado en símbolos (10 pts. c/u) y demuestra cada argumento (40 pts. c/u). Cada demostración debe estar redactada con argumentos matemáticos formales (puedes usar sin demostracion el resultado visto en clase que dice que para cualquier entero m entero, si m^2 es par, entonces m es par).
- (a) Sea m un entero. Prueba que si $m^2 = 2k$ para algún entero k , entonces k debe ser par.
 - (b) Para cualesquiera enteros a, b , $a^2 - 4b - 2$ nunca puede ser cero.