

UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO
DIVISIÓN DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
CAMPUS GUANAJUATO

Tarea 3 (Elementos de Probabilidad y Estadística)

Nombre: Ricardo León Martínez

Fecha: 24/2/2026

Calificación: _____

Ejercicio 1

Demuestre que no existe conjunto X que contenga a su conjunto potencia, esto es, no existe conjunto X tal que

$$2^X \subset X.$$

Ejercicio 2

Sean $A, B, C, D \subset \Omega$. Demuestre las siguientes igualdades.

(a) $((A \cap B) \cup (C \cap D))^c = (A^c \cup B^c) \cap (C^c \cup D^c)$

(b) $A \Delta \Omega = A^c$

(c) $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) \cap (A^c \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = \emptyset$

(d) $A \setminus B = A \cap (A \Delta B)$

(e) $A \cup B = (A \Delta B) \Delta (A \cap B)$

(f) $(A \cap B^c) \Delta (B \cap A^c) = A \Delta B$

(g) $A \Delta B = C \Delta D \Rightarrow A \Delta C = B \Delta D$

(h) $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$

(i) $A \Delta B = (A \Delta C) \Delta (C \Delta B)$

Ejercicio 3

Sean $A, B, C, D \subset \Omega$. En cada una de las siguientes demuestre la igualdad, o bien, en caso de no ser cierta, dé condiciones necesarias y suficientes para que ocurra.

(a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(b) $A \cup (B \cup C) = A \setminus (B \setminus C)$

(c) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$

(d) $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$

(e) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

(f) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

Ejercicio 4

Sean A_1, A_2, A_3 eventos de un espacio muestral Ω . Describa mediante uniones, intersecciones y complementos cada uno de los siguientes eventos.

(a) Los tres eventos ocurren.

(b) Sólo ocurre A_2 .

(c) Ocurren A_1 y A_2 pero no A_3 .

(d) Ocurre al menos uno de los tres eventos.

(e) No ocurre ninguno de los tres eventos.

(f) Ocurren al menos dos eventos simultáneamente.

(g) Ocurren exactamente dos eventos.

Ejercicio 5

Sea

$$\Omega = \{AAA, AAS, ASA, SAA, ASS, SAS, SSA, SSS\}$$

el espacio muestral de lanzar una moneda tres veces donde A es águila y S es sol. Describa con palabras cada uno de los siguientes eventos.

- (a) $E_1 = \{AAA, AAS, ASA, ASS\}$
- (b) $E_2 = \{AAA, SSS\}$
- (c) $E_3 = \{AAS, ASA, SAA\}$
- (d) $E_4 = \{AAS, ASA, SAA, ASS, SAS, SSA\}$

Por ejemplo, $\{ASS, SAS, SSA\}$ es el evento de obtener exactamente una águila en los tres lanzamientos.

Ejercicio 6

En los años 2010, se realizó una encuesta de opinión pública que contenía las siguientes tres preguntas:

1. ¿Está afiliado a algún partido político?
2. ¿Aprueba el desempeño del actual presidente?
3. ¿Está a favor de que el INE organice las elecciones?

Se encuestaron a 1000 personas en total cuyas respuestas a cada pregunta sólo podían ser “sí” o “no”. Lamentablemente, se perdieron los registros de esta encuesta excepto por la siguiente información:

- 550 personas respondieron “sí” a la tercera pregunta y 450 respondieron “no”,
- 325 personas respondieron “sí” exactamente dos veces,
- 100 personas respondieron “sí” a las tres preguntas,
- 125 personas afiliadas a algún partido aprobaban además el desempeño del presidente en turno.

Determine el número de personas encuestadas que estaban a favor de que el INE organizara las elecciones pero que ni aprobaban el desempeño del presidente ni tenían afiliación a partido político alguno. **Sugerencia:** Dibuje un diagrama de Venn.

Ejercicio 7

Supongamos que \mathcal{F} es un subconjunto del conjunto potencia 2^Ω tal que $\Omega \in \mathcal{F}$. Demuestre que si \mathcal{F} es cerrado bajo diferencias, es decir, $A, B \in \mathcal{F}$ implica $A \setminus B \in \mathcal{F}$, entonces \mathcal{F} también es cerrado bajo las operaciones de unión, intersección y complemento.

Ejercicio 8

Sea (Ω, \mathcal{F}, P) un espacio de probabilidad con espacio muestral finito. Demuestre que para cualesquiera eventos $A, B \in \mathcal{F}$ se satisfacen las siguientes desigualdades:

$$P(A) + P(B) - 1 \leq P(A \cap B) \leq P(A \cup B) \leq P(A) + P(B).$$

Más aún, para cada desigualdad, dé condiciones necesarias y suficientes para que la igualdad ocurra.