



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO
DIVISIÓN DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
CAMPUS GUANAJUATO

Tarea 9 (Cálculo Diferencial e Integral I)

Nombre:		
Grupo:	Fecha:	Calificación:
Profesor: Fernando Núñez Medina.		

Instrucciones: Escribe limpia y ordenadamente el procedimiento (si lo hay) de cada ejercicio y no escribas las respuestas en la hoja de la tarea.

1. (**Leyes de los radicales**) Sean x y y números reales, y m y n números naturales tales que las expresiones algebraicas de los incisos siguientes están definidas. Prueba lo siguiente:

$$\begin{aligned}(a) \quad & \sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}. \\(b) \quad & \sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}. \\(c) \quad & \sqrt[n]{x^m} = (\sqrt[n]{x})^m. \\(d) \quad & \sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[n \cdot m]{x}.\end{aligned}$$

2. Sean A y B subconjuntos de números reales. Definimos

$$AB = \{ab : a \in A \text{ y } b \in B\}.$$

Prueba que si A y B son subconjuntos no vacíos y acotados superiormente de números reales positivos, entonces

$$\sup(AB) = \sup(A)\sup(B).$$

Sugerencia: Trata de imitar la prueba del ejercicio 3 de la tarea 8.

3. Sea f una función definida en un intervalo I . Prueba lo siguiente:
 - (a) Si f es creciente, entonces f es 1-1.
 - (b) Si f es decreciente, entonces f es 1-1.

- (b) Si f es 1-1, ¿será f creciente?, ¿será f decreciente? Argumenta tu respuesta.
4. Da un ejemplo de una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que sea discontinua en todo x .
 5. Muestra que la ecuación $x^7 + 3x^5 - x - 2 = 0$ tiene una solución en el intervalo $[0, 1]$.
 6. Sea
- $$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x \neq 2, \\ 5, & \text{si } x = 2. \end{cases}$$
- (a) Dibuja la gráfica de f .
 - (b) Calcula, si existen, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$.
 - (c) Determina si existe $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ (argumenta tu respuesta). En caso afirmativo calcúlalo.
 - (d) Determina si f es continua en 2. Argumenta tu respuesta.
 - (e) Si f no es continua en 2, determina si la discontinuidad en 2 es esencial, de salto o removible.
 - (f) Si f no es continua en 2, ¿puedes redefinir f en 2 para que lo sea? Argumenta tu respuesta.
 7. Prueba que la función $f(x) = x^2$ no es uniformemente continua.
 8. Sea f una función derivable en x . Prueba que

$$f'(x) = \lim_{t \rightarrow x} \frac{f(t) - f(x)}{t - x}.$$

Sugerencia: Ten presente el ejercicio 10 de la tarea 7.

9. Si $f(x) = (x - 5)^3 + \sqrt{x - 2}$, calcula $(f^{-1})'(3)$. Ten en cuenta que $f(6) = 3$.
10. Sea $f(x) = 5 - x^2$.
 - (a) Dibuja la gráfica de f .
 - (b) Encuentra la pendiente de la recta tangente T a la gráfica de f en el punto $(2, 1)$.
 - (c) Encuentra la ecuación de T .
 - (d) Dibuja la gráfica de T .