UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

DIVISIÓN DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
CAMPUS GUANAJUATO

Tarea 12 (Calculo Diferencial e Integral I)

Nombre: Ricardo León Martínez **Fecha:** 14/11/2025 **Calificación:** ______________

1. Prueba que si $f : B \to \mathbb{R}$ es continua y $A \subset B$, entonces $f|_A : A \to \mathbb{R}$ es continua.

2. **(Las funciones continuas mandan intervalos cerrados y acotados en intervalos cerrados y acotados)** Prueba que si f es continua en $[a, b]$, entonces $f([a, b]) = [m, M]$, donde $m = \text{mín}\{f(x) : x \in [a, b]\}$ y $m = \text{máx}\{f(x) : x \in [a, b]\}$.

3. Prueba que si $f : B \to C$ y $g : A \to B$ son funciones uniformemente continuas, entonces $f \circ g : A \to C$ es uniformemente continua.

4. **(Derivada de las funciones trigonometruicas inversas)** Usa la proposicion 62 (derivada de una funcion inversa) para mostrar lo siguiente

(a) $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad -1 < x < 1.$

(b) $\arccos'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad -1 < x < 1.$

(c) $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad -\infty < x < \infty.$

(d) $\text{arccot}'(x) = \frac{-1}{1+x^2}, \quad -\infty < x < \infty.$

(e) $\text{arcsec}'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}, & x > 1, \\ \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}, & x < -1. \end{cases}$

(f) $\text{arccsc}'(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}, & x > 1, \\ \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}, & x < -1. \end{cases}$

5. Encuentra los minimos y maximos globales de la funcion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ en el intervalo $[-1, 1]$.

6. Supongamos que un diseñador de recipientes desea contruir un recipiente cilindrico de carton sin tapa. Se requiere que el cilindro tenga volumen V de $27\pi cm^3$. ¿Cuales seran las dimensiones del cilindro que minimicen la cantidad de carton empleado para construirlo?

7. Expresa los polinomios siguientes como polinomios de taylor

(a) $f(x) = 5$.

(b) $f(x) = 2x + 1$.

(c) $f(x) = 4x^2 - 9x + 6$.

(d) $f(x) = x^{10} - 2x^3 + 3x^2 + 7x - 11$.

8. Realiza lo siguiente:

(a) Calcula los polinomios de taylor centrados en 0 de la funcion $\cos(x)$.

(b) Estimna el numero $\cos(2)$ con una exactitud de tres cifras decimales.