



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO
DIVISIÓN DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
CAMPUS GUANAJUATO

Tarea 10 (Cálculo Diferencial e Integral I)

Nombre:		
Grupo:	Fecha:	Calificación:
Profesor: Fernando Núñez Medina.		

Instrucciones: Escribe limpia y ordenadamente el procedimiento (si lo hay) de cada ejercicio y no escribas las respuestas en la hoja de la tarea.

1. **(Potencias racionales)** Prueba que el inciso (c) del ejercicio 1 de la tarea 9 también se cumple si m es un número entero, es decir, prueba que si x es un número real, m es un número entero y n es un número natural tales que $(x^m)^{1/n}$ y $(x^{1/n})^m$ están definidos, entonces

$$(x^m)^{\frac{1}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m.$$

En vista de este resultado se define $x^{m/n}$ como $(x^m)^{1/n}$ o como $(x^{1/n})^m$. Así pues, este ejercicio nos permite definir, por ejemplo, x^r para todo $x > 0$ y todo número racional r . Nótese que en el caso en que $k = m/n$ es un número entero, este ejercicio nos proporciona una definición alterna de x^k además de la dada en la definición 11, sin embargo, solo consideraremos la definición de x^k dada en la definición 11, pues según este ejercicio el dominio de, por ejemplo, $x^{4/2}$ es el intervalo $[0, \infty)$ y como sabemos, el dominio de x^2 es todo \mathbb{R} .

2. Sea $f : I \rightarrow J$ una función sobre, donde I y J son intervalos. Prueba lo siguiente:
 - Si f es creciente, entonces f es invertible y f^{-1} es creciente.
 - Si f es decreciente, entonces f es invertible y f^{-1} es decreciente.

3. Da un ejemplo de una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que sea continua solo en un punto $x = 0$.

4. Muestra que el rango de un polinomio de grado impar es todo \mathbb{R} .

Sugerencia: Trata de aplicar el teorema del valor intermedio.

5. (**Derivada de la función exponencial**) Como comentamos anteriormente, la función exponencial e^x es la función inversa de la función logaritmo natural $\ln(x)$. Sabiendo que para $x > 0$,

$$\ln'(x) = \frac{1}{x},$$

prueba que la derivada de la función exponencial e^x es la función exponencial e^x .

6. La recta tangente a la gráfica de una función f en el punto $(1, 2)$ pasa por el punto $(3, 4)$. Encuentra $f(1)$ y $f'(1)$.

7. Realiza lo siguiente:

- (a) Dibuja la hipérbola

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1.$$

- (b) Usa derivación implícita para calcular la pendiente de la recta tangente T a la hipérbola del inciso (a) en el punto $(3, \sqrt{5/2})$.

- (c) Encuentra la ecuación de T .

- (d) Dibuja la gráfica de T .

8. Encuentra los intervalos abiertos donde la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ es creciente o decreciente utilizando la receta de la subsección 5.8.1.