

UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

DIVISIÓN DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS CAMPUS GUANAJUATO

Tarea 4 (Algebra Lineal I)

Nombre: Ricardo León Martínez

Fecha: 23/2/2026

Calificación: _____

Sea F el campo \mathbb{Q} , \mathbb{R} o \mathbb{C}

Ejercicio 1

Demuestra por inducción en el número de filas que el producto de matrices con coeficientes en un campo F es asociativo.

Ejercicio 2

Sean A, B matrices con coeficientes en un campo F , de tamaño 2×1 , 1×2 , respectivamente.
Demuestra que AB no es invertible.

Ejercicio 3

Determina si la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

es invertible.

Ejercicio 4

Sea A una matriz cuadrada $n \times n$ con coeficientes en F . Demuestra que si A no es invertible, entonces el sistema lineal homogéneo, $AX = 0$ tiene una infinidad de soluciones.

Ejercicio 5

Sea $A \in M_{n \times n}(F)$. Demuestra que si A tiene inversa derecha o inversa izquierda, entonces A es invertible.

Ejercicio 6

Sea A una matriz $n \times n$. Demuestra que si A es invertible y $AB = 0_{n \times n}$ para alguna matriz B de tamaño $n \times n$, entonces $B = 0_{n \times n}$.

Ejercicio 7

Sean

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

matrices con coeficientes en \mathbb{R} . Encuentra las matrices reducidas por filas y escalonadas R_1 , R_2 equivalentes a A_1 y A_2 , respectivamente. Encuentra las matrices invertibles P_1 , P_2 tales que $R_1 = P_1 A_1$ y $R_2 = P_2 A_2$.