UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

DIVISIÓN DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
CAMPUS GUANAJUATO

Tarea 11 (Calculo Diferencial e Integral I)

Nombre: Ricardo León Martínez **Fecha:** 06/11/2025 **Calificación:** ____________

1. Prueba las leyes de los exponentes cuando m y n son numeros racionales.

2. **(Funciones trigonometricas Inversas)** Por el criterio de la recta horizontal para determinar si una funcion es 1-1, es claro que las funciones trigonometricas no son funciones 1-1 y, en consecuancia, no son invertibles, sin embargo, restringiremos su dominio para que si lo sean. Las restricciones que se suelen utilizar se muestran en el cuadro siguiente

Funcion	**Restriccion**	**Rango de la restriccion**
$\sin(x)$	$[-\pi/2, \pi/2]$	$[-1, 1]$
$\cos(x)$	$[0, \pi]$	$[-1, 1]$
$\tan(x)$	$(-\pi/2, \pi/2)$	$\mathbb{R}$
$\cot(x)$	$(0, \pi)$	$\mathbb{R}$
$\sec(x)$	$[0, \pi/2) \cup (\pi/2, \pi]$	$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
$\csc(x)$	$[-\pi/2, 0) \cup (0, \pi/2]$	$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

Las restricciones de las funciones trigonometricas señaladas en el cuadro anterior son 1-1 y sobre (su rango) y, en consecuencia, invertibles. A las funciones inversas de las restricciones señaladas en el cuadro anterior se les llama arcoseno, arcocoseno, arcotangente, arcocotangente, arcosecante, arcocosecante, y se les denota por $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$, $\arctan(x)$, $\text{arccot}(x)$, $\text{arcsec}(x)$ y $\text{arccsc}(x)$, respectivamente; son las llamadas funciones trigonometricas inversas.

(a) Dibuja las graficas de las restricciones del cuadro anterior.

(b) A partir de las graficas del inciso (a) dibuja las graficas de las funciones trigonometricas inversas.

Solución. (a) Gráficas de las restricciones.

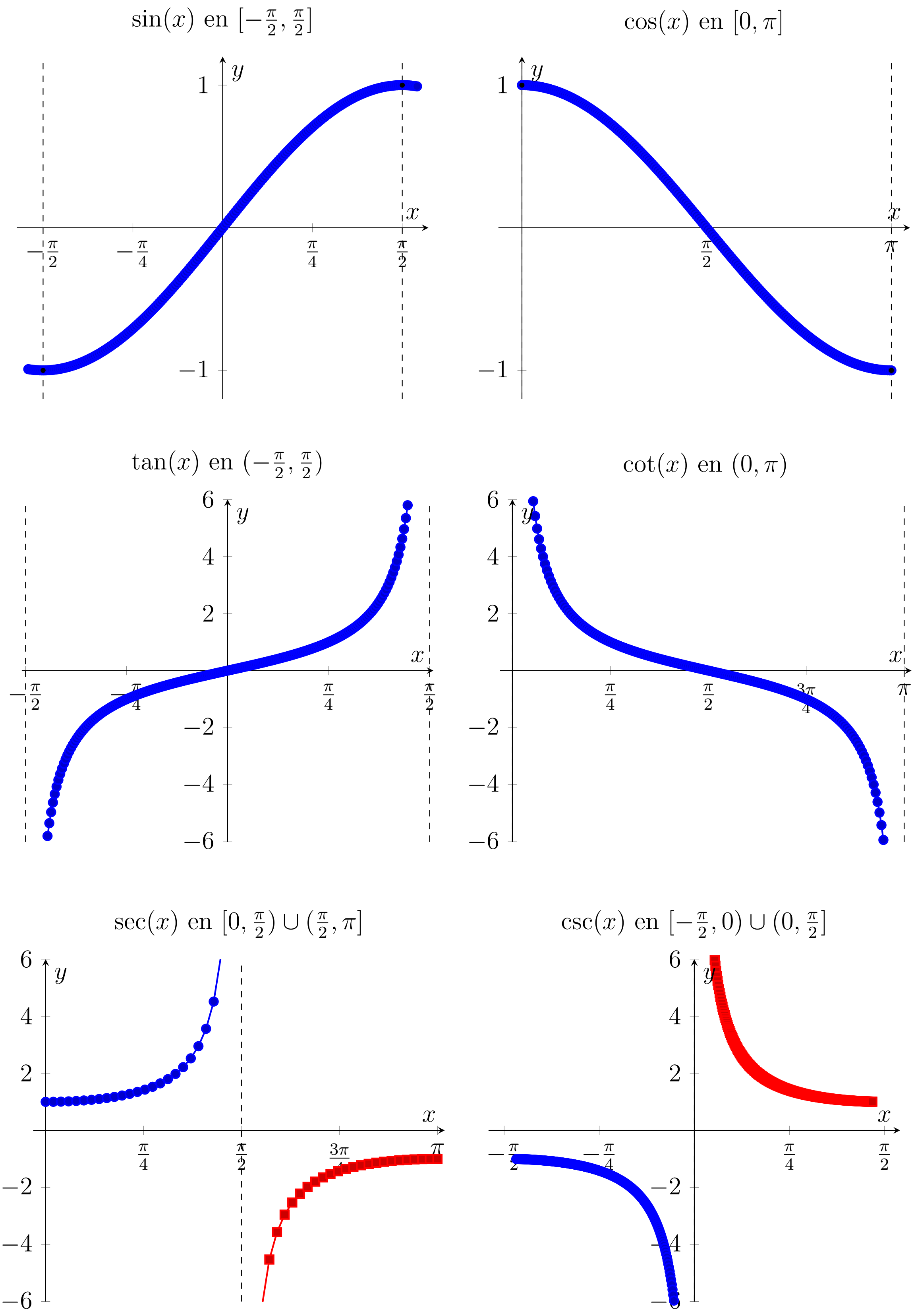

Figura 1: Gráficas de las funciones trigonométricas restringidas.

(b) Gráficas de las funciones trigonométricas inversas.

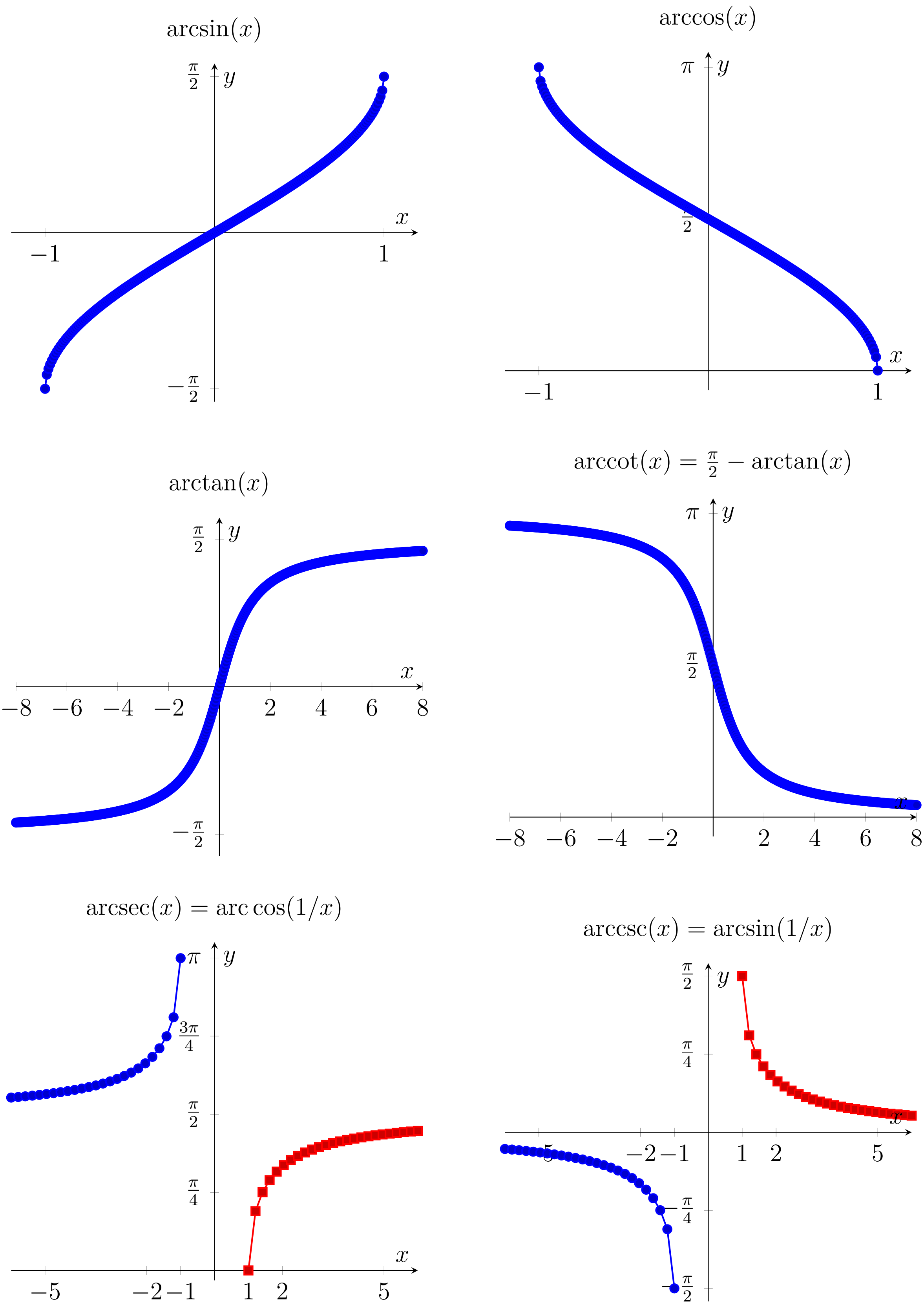

Figura 2: Gráficas de las funciones trigonométricas inversas con sus dominios principales.

◀

3. Da un ejemplo de una funcion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que sea continua solo en un numero finito de puntos $p_1, \dots, p_n$.

4. Prueba que

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \ln(|x|) = \frac{1}{x},\ x \neq 0.$$

5. Prueba que si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tiene derivada acotada, entonces es uniformemente continua.

6. Construye la grafica de una funcion cuya derivada siempre sea positiva.

7. Sea n un numero natural.

(a) Prueba, utilizando los resultados de la seccion 5.8.1, que si n es par, entonces la funcion x^n es decreciente en $(-\infty, 0]$ y es creciente en $[0, \infty)$.

(b) Prueba, utilizando los resultados de la seccion 5.8.1, que si n es impar, entonces la funcion x^n es creciente en todo $\mathbb{R}$.

8. Analiza la grafica de la funcion $f(x) = x^3 + 3x^2$ siguiendo el procedimiento mencionado en la subseccion 5.8.5.