

Kombinatorika – cvičení 8: (samostatná práce)

1. Kolika způsoby lze z 20ti žáků, mezi nimiž je A a B,
  - a) vybrat skupinu pěti žáků? **/15 504/**
  - b) vybrat skupinu pěti žáků tak, aby mezi nimi byl A? **/3 876/**
  - c) vybrat skupinu pěti žáků tak, aby mezi nimi byl A i B? **/816/**
  - d) vybrat skupinu pěti žáků tak, aby mezi nimi byl A nebo B (tj. buď jen A, nebo jen B, nebo A i B)? **/6 936/**
2. Kolika způsoby lze uspořádat 12 různých CD na polici vedle sebe? **/479 001 600/**  
Kolika způsoby to lze, má-li být titul X přímo vedle titulu Y? **/79 833 600/**
3. Kolik existuje přirozených čtyřciferných čísel, v jejichž zápise se vyskytují pouze cifry 0, 2, 4, 6, 8?  
**/500/**
4. Ve třídě se učí 11 různým předmětům. Kolika způsoby lze sestavit rozvrh hodin na středu, kdy má výuka probíhat souvisle 1. – 7. vyučovací hodinu a
  - a) každou hodinu se má vyučovat jiný předmět? **/1 663 200/**
  - b) každou hodinu se má vyučovat jiný předmět, ale poslední dvě hodiny je tělocvik? **/30 240/**
  - c) každou hodinu se má vyučovat jiný předmět a tento den se nevyučuje matematika ani dějepis? **/181 440/**
  - d) každou hodinu se má vyučovat jiný předmět a matematika následuje bezprostředně po dějepisu? **/90 720/**
5. Kolik různých šesticiferných čísel lze vytvořit z cifer 1, 2, 3? **/729/**  
Kolik různých šesticiferných čísel lze vytvořit z cifer 0, 2, 3? **/486/**
6. Kolika způsoby lze uspořádat na startu závodu 12 aut, mají-li být ve třech řadách o čtyřech vozech za sebou? **/479 001 600/**  
Kolika způsoby lze uspořádat na startu závodu 12 aut, mají-li být ve třech řadách o čtyřech vozech za sebou a přitom vůz A musí být v první řadě na kraji? **/79 833 600/**  
Kolika způsoby lze uspořádat na startu závodu 12 aut, mají-li být ve třech řadách o čtyřech vozech za sebou a vůz A nesmí být v první řadě? **/319 334 400/**
7. Ve třídě je 26 žáků – 20 dívek (mezi nimi i dívky A a B) a 6 chlapců.
  - a) Kolika způsoby lze vybrat skupinu pěti žáků? **/65 780/**
  - b) Kolika způsoby lze vybrat skupinu pěti žáků tak, aby v ní nebyl žádný chlapec? **/15 504/**
  - c) Kolika způsoby lze vybrat skupinu pěti žáků tak, aby v ní byli právě dva chlapci? **/17 100/**
  - d) Kolika způsoby lze vybrat skupinu pěti žáků tak, aby v ní bylo víc chlapců než dívek? **/4 106/**
  - e) Kolika způsoby lze vybrat skupinu pěti žáků tak, aby v ní byla dívka A. **/12 650/**
  - f) Kolika způsoby lze vybrat skupinu pěti žáků tak, aby v ní byly obě dívky A i B? **/2 024/**
  - g) Kolika způsoby lze vybrat skupinu pěti žáků tak, aby v ní nebyly dívky A a B současně spolu? **/63 756/**
8. Dívka si obléká sukni, tričko a ponožky. Ve skříni vybírá ze 4 různých sukní, osmi různých triček a tři párů ponožek. Kolika způsoby se může obléci? **/96/**
9. Kolika způsoby lze vytvořit taneční pár z 12 chlapců a 15 dívek? **/180/**
10. Podél silnice se má vedle sebe vysadit 5 různých stromů – javor, lípa, bříza, kaštan, topol.
  - a) Kolika způsoby to lze? **/120/**
  - b) Kolika způsoby to lze, má-li být bříza na kraji (první nebo poslední v řadě)? **/48/**
  - c) Kolika způsoby to lze, má-li být javor vedle lípy? **/48/**
  - d) Kolika způsoby to lze, má-li být lípa mezi javorem a břízou? **/12/**
11. Kolika způsoby lze rozdělit 20 dětí do tří skupin, má-li být v jedné skupině 10 dětí, v další 6 dětí a v poslední zbytek? **/38 798 760/**
12. Deset hostů, mezi nimiž je X a Y, se má ubytovat v jednom pětilůžkovém, jednom třílůžkovém a jednom dvoulůžkovém pokoji.
  - a) Kolika způsoby je lze ubytovat? **/2 520/**
  - b) Kolika způsoby je lze ubytovat, má-li být X ve dvoulůžkovém? **/504/**
  - c) Kolika způsoby je lze ubytovat, má-li být X spolu s Y na jednom pokoji? **/784/**
  - d) Kolika způsoby je lze ubytovat, má-li být X na dvoulůžkovém a Y na třílůžkovém pokoji? **/168/**
13. Z kolika prvků tvoříte kombinace páté třídy bez opakování, když víte, že počet těchto kombinací je roven třem pětinaš početu kombinací bez opakování třetí třídy? **/7/**

14. Z jistého počtu uchazečů mají být vybráni 3. Kdyby bylo uchazečů o dva méně, byl by počet možností výběru pětikrát menší. Kolik je uchazečů? **/6/**
15. Kolik je dáno prvků, víte-li, že když zvětšíte počet prvků o dva, zvětší se počet permutací dvanáctkrát? **/2/**
16. Zmenší-li se počet prvků o 27, zmenší se počet variací 2. třídy bez opakování vytvořených z těchto prvků desetkrát. Určete původní počet prvků. **/40/**
17. Zvětší-li se počet prvků o 4, zvětší se počet kombinací 2. třídy bez opakování z těchto prvků o 30. Určete původní počet prvků. **/6/**
18. Z kolika prvků lze vytvořit 992 variací 2. třídy bez opakování? **/32/**
19. Z kolika prvků lze vytvořit 420 variací druhé třídy bez opakování? **/21/**
20. V N řešte rovnici:  $V_2'(x) - x \cdot V_2'(3) = 10$  **/x=10/**
21. Určete počet všech přirozených čísel větších než 2000, v jejichž zápisech se vyskytují cifry 1, 2, 4, 6, 8 a to nejvýše jedenkrát. **/216/**
22. Ve třídě je 12 chlapců a 8 dívek. Kolika způsoby můžeme vybrat čtveřici, v níž bude 1 dívka a 3 chlapci? **/1760/**
23. Kolika způsoby lze ve třídě s 20 žáky vytvořit tříčlennou samosprávu (předseda, pokladník, šatnář), když každý může mít pouze jednu funkci? **/6840/**
24. Máme 4 stejné červené, 3 stejné modré, 2 stejné žluté a 1 zelenou pastelku. Kolika způsoby je můžeme uspořádat do krabičky pro 10 pastelek? **/12600/**
25. Závodu se zúčastnilo 8 závodníků. Kolika způsoby mohli obsadit tři vítězná místa? **/336/**
26. Kolika způsoby lze 4 dívky a 8 chlapců rozdělit do dvou volejbalových družstev, když v každém mají být 2 dívky a 4 chlapci? **/420/**
27. Kolika způsoby lze koupit v obchodě 5 sešitů, mají-li jen 3 druhy (v dostatečném množství)? **/21/**
28. Kolik značek Morseovy abecedy lze sestavit, vytváříme-li jedno až čtyřprvkové? **/30/**
29. Mezi 13 dětmi je celkem 8 chlapců a dívka jménem Alice.
  - Kolika způsoby lze vybrat skupinu pěti dětí? **/1287/**
  - Kolika způsoby lze vybrat skupinu tří děvčat? **/10/**
  - Kolika způsoby lze vybrat skupinu pěti dětí, v níž budou 2 dívky a 3 chlapci? **/560/**
  - Kolika způsoby lze vybrat skupinu pěti dětí, v níž budou 2 chlapci, 3 dívky a nebude tam Alice? **/112/**
  - Kolika způsoby lze vybrat skupinu pěti dětí, kde budou aspoň 3 dívky? **/321/**
30. Kolik existuje šesticiferných čísel dělitelných pěti sestavených z cifer 0, 1, 2, 3, 4, 5? **/12960/**
31. Kolik existuje šesticiferných čísel z cifer 0, 1, 2, 3? **/3072/**
32. Kolik existuje šesticiferných čísel z cifer 0, 1, 2, 3 takových, že jsou větší než 100 000? **/3071/**
33. Kolika způsoby se může 28 žáků posadit v učebně s 30 místy? **/30!:2/**
34. V krabici je 30 výrobků, z toho 1/10 vadných.
  - Kolika způsoby můžeme vybrat čtveřici výrobků? **/27405/**
  - Kolika způsoby můžeme vybrat čtveřici výrobků, v níž bude právě jeden vadný? **/8775/**
  - Kolika způsoby můžeme vybrat čtveřici výrobků, v níž bude nejvýše jeden vadný? **/26325/**
35. Kolika způsoby lze ubytovat 5 hostů do
  - jednoho čtyřlůžkového a jednoho jednolůžkového pokoje? **/5/**
  - dvou jednolůžkových a jednoho třílůžkového pokoje? **/20/**
  - pěti jednolůžkových pokojů? **/120/**
36. Z města A vede do B 5 cest, z B do C 3 cesty. Kolik různých cest z A do C existuje? **/15/**
37. Existují 4 krevní skupiny - A, B, AB, 0. Určete počet všech možností rozdělení 10 lidí podle krevních skupin. **/286/**
38. V sadě 32 karet jsou 4 různá esa. Kolika různými způsoby lze vybrat 5 karet tak, aby mezi nimi byla právě dvě esa? **/19656/**
39. 35 výletníků se při zpáteční cestě rozdělilo do 4 skupin: 17 se vracelo vlakem, 8 autobusem, 6 lodí a zbytek pěšky. Kolika způsoby se mohli do skupin rozdělit? **/35!:(17!.8!.6!.4!)/**
40. Soupravu devíti různých vagónů rozpojíme na dvou místech a vzniknou tři části. Kolik možností rozpojení existuje? **/28/**

41. Do hokejového turnaje je přihlášeno 10 mužstev. Kolik zápasů sehraji, hraje-li každý s každým dvakrát? **/90/**
42. Dítě sestavuje slova z kostek s písmeny. Sestavilo slovo BRNO. Kolik slov lze užitím těchto 4 kostek sestavit celkem? Kolik z nich začíná na B? **/24; 6/**
43. V továrně je při výrobě součástky třeba provést 4 různé pracovní operace A, B, C, D. Kolika způsoby lze součástku vyrobit, jestliže
- operace A nesmí být poslední? **/18/**
  - operace C musí následovat bezprostředně po B? **/6/**
45. Ve společnosti 12 osob si všichni navzájem přitukli sklenkou. Kolikrát celkem se tak stalo? **/66/**
46. Kolika způsoby lze rozmíchat 32 hracích karet? **/32!/**
47. Na lavičce sedí osoby A, B, C, D. Kolika způsoby se mohou posadit, chce-li A sedět vedle B? **/12/**
48. Máme 9 různých temperových barev. Kolik *nových* odstínů můžeme získat, smícháme-li
- dvojici barev? **/36/**
  - trojici barev? **/156/**
49. Na tenisových kurtech se sešlo 12 mužů a 10 žen. Kolika různými způsoby by spolu mohli pro smíšenou čtyřhru vytvořit
- jednu čtveřici (dva smíšené páry)? **/5940/**
  - dvě čtveřice (čtyři smíšené páry)? **/2494800/**
50. Kolika způsoby je možné ze 7 chlapců a 4 děvčat vytvořit šestičlenné volejbalové družstvo tak, aby v něm byla
- právě dvě děvčata? **/210/**
  - alespoň dvě děvčata? **/371/**