

Exponenciální a logaritmické rovnice:

Uveďte podmínky a запиšte množinu kořenů (přesně a ve tvaru s logaritmy i přibližně vyčíslené):

1) $2^{x-4} - 3^{2x-2} = 2 \cdot 3^{2x-1}$

2) $\log_{\frac{1}{2}}(x+3) = 3 - \log_2(x-4) \rightarrow \log_2(x-4) = -\log_{\frac{1}{2}}(x-4) \quad !$

3) $\frac{\log_3(x+9)}{\log_3(2+x)} = 2$

1) $2^{x-4} = 2 \cdot (3^{2x})^{-1} + (3^{2x})^{-2}$

$$2^{x-4} = 3^{2x} (2 \cdot 3^{-1} + 3^{-2})$$

$$2^{x-4} = 3^{2x} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{9}\right)$$

$$2^{x-4} = 3^{2x} \cdot \frac{7}{9} \quad / \log$$

$$(x-4) \cdot \log 2 = 2x \cdot \log 3 + \log \frac{7}{9}$$

$$\underline{x} \cdot \log 2 - 4 \cdot \log 2 = \underline{2x} \cdot \log 3 + \log \frac{7}{9}$$

$$x (\log 2 - 2 \log 3) = \log \frac{7}{9} + \log 16$$

$$\boxed{x = \frac{\log 7 - \log 9 + \log 16}{\log 2 - \log 9} \doteq -1,676}$$

2) $\log_{\frac{1}{2}}(x+3) = 3 + \log_{\frac{1}{2}}(x-4)$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{x+3}{x-4} = 3$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{x+3}{x-4}$$

$$\frac{1}{8} \cdot (x-4) = x+3$$

$$x+3 > 0 \wedge x-4 > 0$$

$$x > -3 \wedge x > 4$$

$$\boxed{x > 4}$$

$$x - 4 = 8x + 24$$

$$-28 = 7x$$

$$\underline{x = -4}$$

$$\boxed{K = \emptyset}$$

$$3) \log_3(x+9) = 2 \log_3(2+x)$$

$$x+9 = (2+x)^2$$

$$x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+20}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2} = \begin{cases} 4,19 \\ -1,19 \end{cases}$$

$$\boxed{K = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2} \right\}}$$

$$x+9 > 0 \wedge 2+x > 0$$

$$x > -9 \wedge x > -2$$

$$\boxed{x \in (-2; \infty)}$$