

- 3.21** Je dána kružnice $k(S; r)$ a bod A ($A \notin k$). Určete množinu všech bodů X takových, že bod A je středem úsečky XY a $Y \in k$.
- 3.22** Jestliže ve čtyřúhelníku $ABCD$ platí $AB \parallel CD$ a $AB \cong CD$, je čtyřúhelník rovnoběžník. Dokažte.
- 3.23** Je dán trojúhelník ABC a jeho vnitřní bod M . Sestrojte všechny úsečky XY se středem M a s krajními body X, Y na hranici trojúhelníku.
- 3.24** Jsou dány dvě kružnice k_1, k_2 , které se protínají ve dvou bodech Q a R .
a) Bodem Q vedte přímkou, která vytíná na obou kružnicích tečny stejné délky.
b) Sestrojte trojúhelník RST tak, aby $S \in k_1, T \in k_2$ a bod Q byl středem strany ST .
- 3.25** Je dána přímka p , kružnice $k(S; r)$ a body A_1, B_1 ($A_1 \neq B_1, A_1 \notin p, B_1 \notin k, B_1 \notin p, B_1 \notin k$). Sestrojte trojúhelník ABC tak, aby $A \in p, B \in k$ a body A_1 a B_1 byly po řadě středy stran BC a AC .
- 3.26** Jsou dány tři různé body M, N, S , které neleží v přímce. Sestrojte čtverec $ABCD$ se středem S tak, aby bod M ležel na přímce AB a bod N na přímce CD .
- 3.27** Jsou dány čtyři kružnice k_1, k_2, k_3, k_4 a bod S . Sestrojte rovnoběžník $ABCD$ se středem S , jehož vrcholy A, B, C, D leží po řadě na kružnicích k_1, k_2, k_3, k_4 .
- 3.28** Je dána úsečka AA_1 ($|AA_1| = 5$ cm). Sestrojte všechny trojúhelníky ABC , pro které je AA_1 těžnicí t_a a pro které platí
a) $c = 4$ cm, $b = 7$ cm;
b) $\gamma = 45^\circ, \beta = 60^\circ$;
c) $b = 6$ cm, $\beta = 45^\circ$;
d) $b = 6$ cm, $t_b = 6$ cm.

- 3.30** Jsou dány kružnice $k_1(S_1; 3$ cm), $k_2(S_2; 2$ cm), $|S_1S_2| = 7$ cm. Sestrojte všechny úsečky XY , pro které platí: $X \in k_1, Y \in k_2, XY \parallel S_1S_2, |XY| = \frac{1}{2}|S_1S_2|$.
- 3.31** Je dána kružnice $k(S; r)$, přímky p, q ($p \nparallel q$) a na přímce q úsečka délky a . Určete na přímce p bod P a na kružnici k bod K tak, aby platilo $PK \parallel q, |PK| = a$.
- 3.32** Jsou dány dvě různoběžky a, b a úsečka MN . Sestrojte čtverec $ABCD$, pro který platí $A \in a, B \in b, AB \parallel MN, |AB| = |MN|$.
- 3.33** Jsou dány dvě různé rovnoběžky a, b , bod M ($M \notin a, M \notin b$) a úsečka délky d ($d > |ab|$). Vedte bodem M všechny přímky, které protínají přímky a, b v bodech A, B tak, že $|AB| = d$.
- 3.34** Je dána kružnice $k(S; r)$, její dvě tečny $t_1 \parallel t_2$ a úsečka délky a ($a > 2r$). Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky ABC o délce strany a tak, aby $A \in t_1, B \in t_2, C \in k$.
- 3.35** Úlohu 2.38 řešte užitím posunutí.
- 3.36** Jsou dány dvě různoběžky a, b a úsečka délky r . Sestrojte všechny kružnice k se středem na přímce a , poloměrem r , které na přímce b vytínají tečnu délky r .
- 3.37** Jsou dány dvě různé rovnoběžky a, b a bod M uvnitř pásu (a, b). Sestrojte všechny úsečky AB kolmé k přímce a, b s krajními body A, B na přímkách a, b , které z bodu M vidíme pod úhlem 60° .
- 3.38** Je dána kružnice $k(S; r)$ a ve vnitřní oblasti kružnice k bod $A \neq S$. Sestrojte všechny rovnoběžníky $ABCD$, jejichž vrcholy B, C, D leží na kružnici k a strana AB má délku r .
- 3.39** Vyhledejte místo na řece šířky d , ve kterém by měl stát most ve směru kolmém na tok řeky tak, aby cesta z obce A do obce B , které leží na různých stranách řeky mimo její břehy, byla nejkratší.
- 3.40** Sestrojte rovnoběžník $ABCD$, je-li dáno $a = 5$ cm, $b = 3$ cm, $\epsilon = 120^\circ$, kde $\epsilon = |\angle ASB|$, S je průsečík úhlopříček.
- 3.41** Sestrojte lichoběžník $ABCD$ ($AB \parallel CD$), je-li dáno $a = 6,5$ cm, $b = 4$ cm, $c = 3$ cm, $d = 3$ cm.
- 3.42** Sestrojte čtyřúhelník $ABCD$, je-li dáno $a = 5$ cm, $c = 3,5$ cm, $e = 6$ cm, $f = 5,5$ cm, $\epsilon = 120^\circ$, kde $\epsilon = |\angle AEB|$, E je průsečík úhlopříček.

- 3.43** Napište čtverec $ABCD$ a uveďte všechny orientované úhly s vrcholem A a rameny procházejícími zbývajícími vrcholy čtverce. Určete jejich základní velikosti.
- 3.44** a) Určete velikost úhlu otočení malé (velké) hodinové ručičky od 6.30 h do 14.15 h téhož dne.
b) Určete velikost orientovaného úhlu, který svírá velká a malá hodinová ručička ve smyslu chodu v 5 h, ve 3.15 h, v 7.45 h.
- 3.45** Je dána polopřímka VA . Napište orientovaný úhel s počátečním ramenem VA , je-li jedna jeho velikost a) 570° , b) -675° .
- 3.46** Je dán pětiúhelník $ABCDE$. Určete jeho obraz v otočení $R(S, \varphi)$, je-li
a) S vnitřním bodem pětiúhelníku, $\varphi = \frac{1}{3}\pi$;
b) $S = A$, $\varphi = -120^\circ$;
c) $S \in AB$, $\varphi = 90^\circ$;
d) S leží vně pětiúhelníku, $\varphi = -675^\circ$.
- 3.47** Do kružnice $k(S; r)$ je vepsán rovnostranný trojúhelník ABC . Sestrojte trojúhelník $A'B'C'$ jako obraz trojúhelníku ABC v otočení $R(S, 60^\circ)$. Vznikne šestičpá hvězda — dvanaćiúhelník. Určete velikost jeho vnitřních úhlů.
- 3.48** Úlohu 1.42 řešte užitím otočení.
- 3.49** Ve kterém otočení je samodružný
a) rovnostranný trojúhelník,
b) čtverec,
c) kružnice?
- 3.50** Do daného rovnoběžníku $KLMN$ vepište čtverec $ABCD$ tak, aby $A \in KL$, $B \in LM$, $C \in MN$, $D \in KN$.
- 3.51** Jsou dány dvě soustředné kružnice $k_1(S; 4 \text{ cm})$, $k_2(S; 3 \text{ cm})$ a bod A ($|SA| = 2 \text{ cm}$). Sestrojte všechny
a) rovnostranné trojúhelníky ABC tak, aby $B \in k_1$, $C \in k_2$,
b) čtverce $ABCD$ tak, aby $B \in k_1$, $D \in k_2$.
- 3.52** Jsou dány tři různé rovnoběžky a , b , c a bod $C \in c$. Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky ABC tak, aby $A \in a$, $B \in b$.
- 3.53** Je dán bod C , přímka p a kružnice $k(S; 3 \text{ cm})$; $|Sp| = 4 \text{ cm}$, $|Cp| = 2 \text{ cm}$, $|CS| = 5 \text{ cm}$, a body C , S leží v téže polovině s hraniční přímkou p . Sestrojte všechny pravoúhlé rovnostranné trojúhelníky ABC ($\angle C = 90^\circ$) tak, aby $A \in p$, $B \in k$.

- 3.54** Jsou dány dvě nesoustředné kružnice $k_1(S_1; r_1)$, $k_2(S_2; r_2)$, $r_1 \neq r_2$, které se protínají v bodech C , Q . Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky ABC (AB je základna), pro které platí $A \in k_1$, $B \in k_2$, $\angle ACB = 120^\circ$.
- 3.55** Je dána kružnice $k(S; 3 \text{ cm})$ a bod A ($|SA| = 1,5 \text{ cm}$). Sestrojte všechny tětivy XY kružnice k o délce $5,5 \text{ cm}$, které procházejí bodem A .
- *3.56** Je dána kružnice $k(S; r)$, bod B a úsečka délky d ($d < 2r$). Sestrojte tětivy XY kružnice k délky d tak, aby byla vidět z bodu B pod úhlem 60° .
- 3.79** Zvolte libovolný trojúhelník ABC , sestrojte jeho těžiště T a kružnici k trojúhelníku opsanou. Zobraďte kružnici k ve stejnolehlosti $H(T, -\frac{1}{2})$. Kterými body trojúhelníku ABC kružnice k' prochází?
- *3.80** Dokažte, že uvnitř čtverce o straně délky a lze sestrojit rovnostranný trojúhelník se stranou délky a .
- 3.81** Je dán bod M , přímka p a kružnice $k(S; 3 \text{ cm})$, $|Sp| = 4 \text{ cm}$, $|Mp| = 1 \text{ cm}$, $|MS| = 7 \text{ cm}$, body M , S leží v opačných polovinách s hraniční přímkou p . Sestrojte všechny přímky XY tak, aby platilo: $X \in p$, $Y \in k$, $M \in XY$, $|MY| = 2|MX|$.
- 3.82** Úlohu 1.55 řešte užitím stejnolehlosti.
- 3.83** Je dán čtverec $ABCD$ ($|AB| = 5 \text{ cm}$) a bod M uvnitř čtverce ($M \in BD$, $|MB| = 2 \text{ cm}$). Sestrojte všechny úsečky XY , které mají krajní body X , Y na hranici čtverce tak, aby platilo $|MX| : |MY| = 4 : 3$.
- *3.84** Jsou dány dvě kružnice se stejnými poloměry $k_1(O_1; r)$, $k_2(O_2; r)$, které se protínají. Bod O je středem úsečky O_1O_2 . Veďte bodem O přímku tak, aby její průsečky s kružnicemi k_1 , k_2 byly krajními body tří shodných úseků.
- 3.85** Je dán konvexní úhel AVB a bod M , který leží uvnitř daného úhlu. Bodem M veďte přímku m , která protíná ramena VA , VB úhlu AVB po řadě v bodech X , Y a přitom platí: $|VX| : |VY| = 2 : 3$.

3.86 Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dáno

- a) $a : c = 4 : 7$, $\beta = 45^\circ$, $t_c = 4,5$ cm;
- b) $a : b : c = 7 : 4 : 5$, $u_b = 4$ cm;
- c) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $r = 5$ cm, kde r je poloměr opsané kružnice;
- * d) $b + c = 14$ cm, $\alpha = 75^\circ$, $\gamma = 45^\circ$.

3.87 Sestrojte kosočtverec $ABCD$, je-li dáno $e : f = 3 : 4$, $a = 5,5$ cm.

3.88 Sestrojte kosodélník $ABCD$, je-li dáno $a : b = 5 : 3$, $\alpha = 75^\circ$, $f = 6$ cm.

3.89 Do půlkruhu s průměrem AB vepište čtverec $XYUV$ tak, aby jeho strana XY ležela na průměru AB .

3.90 Do kružnice $k(S; 4$ cm) vepište obdélník $ABCD$, pro který platí: $|AB| : |BC| = 3 : 4$.

***3.91** Jsou dány dvě různoběžky a , b a kružnice $l(O; r)$ ležící uvnitř jednoho úhlu určeného přímkami a , b . Sestrojte kružnici, která se dotýká přímek a , b a s kružnicí l má dotyk

- a) vnitřní,
- b) vnější.

***3.92** Vrchol A trojúhelníku ABC leží mimo nákresu. Určete střed strany AB .

***3.93** Sestrojte střed úsečky AB , je-li bod B nepřístupný průsečík přímek p , q .