

Problema 1. Una carga puntual $q_1 = +12,40\mu C$ se mantiene estacionaria en el origen. Una segunda carga puntual $q_2 = -4,30\mu C$ se mueve del punto $x = 0,150m$, $y = 0$, al punto $x = 0,250m$, $y = 0,250m$. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza eléctrica sobre q_2 ?

Solución:

Datos:

$$q_1 = +12,40 \mu C = 12,40 \times 10^{-6} C$$

$$q_2 = -4,30 \mu C = -4,30 \times 10^{-6} C$$

Punto inicial A :

$$x = 0,150 \text{ m}, \quad y = 0$$

Punto final B :

$$x = 0,250 \text{ m}, \quad y = 0,250 \text{ m}$$

La carga q_1 está fija en el origen $(0,0)$.

Paso 1: Distancias desde q_1

Para A :

$$r_A = \sqrt{(0,150)^2 + 0^2} = 0,150 \text{ m}$$

Para B :

$$r_B = \sqrt{(0,250)^2 + (0,250)^2} = \sqrt{0,0625 + 0,0625} = \sqrt{0,125} = 0,353553 \text{ m (aprox.)}$$

Paso 2: Energía potencial eléctrica

La fórmula es:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,9875 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$$

En A :

$$U_A = k \frac{q_1 q_2}{r_A} = (8,9875 \times 10^9) \frac{(12,40 \times 10^{-6})(-4,30 \times 10^{-6})}{0,150}$$

Primero $q_1 q_2$:

$$12,40 \times 10^{-6} \times (-4,30 \times 10^{-6}) = -53,32 \times 10^{-12} = -5,332 \times 10^{-5}$$

Entonces:

$$U_A = (8,9875 \times 10^9) \times \frac{-5,332 \times 10^{-5}}{0,150}$$

$$8,9875 \times 10^9 \times (-5,332 \times 10^{-5}) = -479,0$$

$$U_A = \frac{-479,0}{0,150} = -3193,3 \text{ J}$$

En B :

$$U_B = k \frac{q_1 q_2}{r_B} = (8,9875 \times 10^9) \frac{-5,332 \times 10^{-5}}{0,353553}$$

$$8,9875 \times 10^9 \times (-5,332 \times 10^{-5}) = -479,0$$

$$U_B = \frac{-479,0}{0,353553} \approx -1354,8 \text{ J}$$

Paso 3: Trabajo de la fuerza eléctrica

El trabajo hecho por la fuerza eléctrica es:

$$W = U_A - U_B$$

(porque $W_{\text{electric}} = -\Delta U = U_{\text{inicial}} - U_{\text{final}}$)

$$W = -3193,3 - (-1354,8) = -3193,3 + 1354,8 = -1838,5 \text{ J}$$

Respuesta final:

$$-1,84 \times 10^3 \text{ J}$$

El signo negativo indica que la fuerza eléctrica realiza trabajo negativo (el campo eléctrico frena a q_2 porque se mueve hacia una zona de mayor energía potencial, ya que q_2 es negativa y q_1 positiva).

Problema 2. Una carga puntual q_1 se mantiene estacionaria en el origen. Se coloca una segunda carga q_2 en el punto a , y la energía potencial eléctrica del par de cargas es $+5,4 \times 10^{-8} J$. Cuando la segunda carga se mueve al punto b , la fuerza eléctrica sobre la carga realiza $-1,9 \times 10^{-8} J$ de trabajo. ¿Cuál es la energía potencial eléctrica del par de cargas cuando la segunda carga se encuentra en el punto b ?

Solución:

Paso 1: Relación entre trabajo y energía potencial

El trabajo realizado por la fuerza eléctrica cuando la carga se mueve del punto a al punto b es:

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b$$

Donde: - U_a es la energía potencial en el punto a - U_b es la energía potencial en el punto b

Paso 2: Datos del problema

$$U_a = +5,4 \times 10^{-8} J$$

$$W_{a \rightarrow b} = -1,9 \times 10^{-8} J$$

Paso 3: Aplicar la fórmula

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b$$

$$-1,9 \times 10^{-8} = 5,4 \times 10^{-8} - U_b$$

Paso 4: Despejar U_b

$$-U_b = -1,9 \times 10^{-8} - 5,4 \times 10^{-8}$$

$$-U_b = -7,3 \times 10^{-8}$$

$$U_b = 7,3 \times 10^{-8} J$$

Respuesta final:

$7,3 \times 10^{-8} J$

Explicación: El trabajo negativo realizado por la fuerza eléctrica indica que se ha hecho trabajo en contra del campo para mover la carga de a a b , por lo tanto la energía potencial final U_b es mayor que la inicial U_a .

Problema 3. Energía del núcleo. ¿Cuánto trabajo se necesita para ensamblar un núcleo atómico que contiene tres protones (como el del *Be*) si se modela como un triángulo equilátero de lado $2,00 \times 10^{-15} m$ con un protón en cada vértice? Suponga que los protones parten desde muy lejos.

Solución:

Paso 1: Comprender el problema

Tenemos 3 protones ubicados en los vértices de un triángulo equilátero de lado $a = 2,00 \times 10^{-15} m$. Todos parten desde el infinito (donde la energía potencial es cero). El trabajo necesario para ensamblar el sistema es igual a la energía potencial total del sistema.

Paso 2: Energía potencial de un par de cargas

Para dos cargas q separadas una distancia r :

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r}$$

donde $q = 1,602 \times 10^{-19} C$ (carga del protón) y $k = 8,9875 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2$.

Paso 3: Número de pares en el sistema

En un triángulo con 3 cargas idénticas, hay:

$$\text{Número de pares} = \binom{3}{2} = 3$$

Cada par tiene la misma separación a .

Paso 4: Energía potencial total

$$U_{\text{total}} = 3 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a}$$

$$U_{\text{total}} = 3k \frac{q^2}{a}$$

Paso 5: Cálculo numérico

Primero calculamos q^2 :

$$q^2 = (1,602 \times 10^{-19})^2 = 2,566 \times 10^{-38} C^2$$

Ahora calculamos $k \frac{q^2}{a}$:

$$k \frac{q^2}{a} = (8,9875 \times 10^9) \frac{2,566 \times 10^{-38}}{2,00 \times 10^{-15}}$$

$$= (8,9875 \times 10^9) \times (1,283 \times 10^{-23})$$

$$= 1,153 \times 10^{-13} J$$

Finalmente multiplicamos por 3:

$$U_{\text{total}} = 3 \times 1,153 \times 10^{-13} = 3,459 \times 10^{-13} J$$

Paso 6: Conversión a electrón-voltios (opcional pero común en física nuclear)

$$1 eV = 1,602 \times 10^{-19} J$$

$$U_{\text{total}} = \frac{3,459 \times 10^{-13}}{1,602 \times 10^{-19}} = 2,159 \times 10^6 eV = 2,16 MeV$$

Respuesta final:

$3,46 \times 10^{-13} J$

o equivalentemente

$$2,16 \text{ MeV}$$

Explicación: El trabajo necesario para ensamblar el sistema es igual a la energía potencial electrostática total del sistema, que resulta ser positiva debido a que todas las cargas son del mismo signo (protones) y por lo tanto se repelen.

Problema 4. a) ¿Cuánto trabajo se requiere para empujar dos protones con mucha lentitud desde una separación de $2,00 \times 10^{-10} m$ (una distancia atómica común) a $3,00 \times 10^{-15} m$ (una distancia nuclear común)? b) Si los dos protones se liberan desde el reposo en la distancia más cercana del inciso a, ¿con qué rapidez se moverán cuando alcancen su separación original?

Solución:

Parte (a)

Paso 1: Trabajo para acercar dos protones

El trabajo realizado contra la fuerza eléctrica es igual al cambio en la energía potencial:

$$W = U_f - U_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_f} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_i}$$

Paso 2: Datos

$$- q = 1,602 \times 10^{-19} C - k = 8,9875 \times 10^9 N \cdot m^2 / C^2 - r_i = 2,00 \times 10^{-10} m - r_f = 3,00 \times 10^{-15} m$$

Paso 3: Cálculo de q^2

$$q^2 = (1,602 \times 10^{-19})^2 = 2,566 \times 10^{-38} C^2$$

Paso 4: Cálculo de kq^2

$$kq^2 = (8,9875 \times 10^9) \times (2,566 \times 10^{-38}) = 2,306 \times 10^{-28} J \cdot m$$

Paso 5: Cálculo del trabajo

$$\begin{aligned} W &= kq^2 \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) \\ W &= 2,306 \times 10^{-28} \left(\frac{1}{3,00 \times 10^{-15}} - \frac{1}{2,00 \times 10^{-10}} \right) \\ W &= 2,306 \times 10^{-28} (3,333 \times 10^{14} - 5,000 \times 10^9) \\ W &= 2,306 \times 10^{-28} \times 3,333 \times 10^{14} \quad (\text{el segundo término es despreciable}) \\ W &= 7,687 \times 10^{-14} J \end{aligned}$$

Respuesta parte (a):

$7,69 \times 10^{-14} J$

Parte (b)

Paso 1: Conservación de la energía

Cuando se liberan desde r_f , la energía potencial se convierte en energía cinética:

$$\begin{aligned} U_i + K_i &= U_f + K_f \\ \frac{kq^2}{r_f} + 0 &= \frac{kq^2}{r_i} + 2 \times \frac{1}{2} mv^2 \end{aligned}$$

Paso 2: Datos adicionales

$$- m_p = 1,673 \times 10^{-27} kg \text{ (masa del protón)}$$

Paso 3: Despejar la velocidad

$$\frac{kq^2}{r_f} - \frac{kq^2}{r_i} = m_p v^2$$

$$v^2 = \frac{kq^2}{m_p} \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)$$

Paso 4: Cálculo de $\frac{kq^2}{m_p}$

$$\frac{kq^2}{m_p} = \frac{2,306 \times 10^{-28}}{1,673 \times 10^{-27}} = 0,1378 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Paso 5: Cálculo de v^2

$$v^2 = 0,1378 \times \left(\frac{1}{3,00 \times 10^{-15}} - \frac{1}{2,00 \times 10^{-10}} \right)$$

$$v^2 = 0,1378 \times 3,333 \times 10^{14} = 4,593 \times 10^{13} \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Paso 6: Cálculo de v

$$v = \sqrt{4,593 \times 10^{13}} = 6,777 \times 10^6 \text{ m/s}$$

Respuesta parte (b):

$6,78 \times 10^6 \text{ m/s}$

Explicación: En la parte (a) el trabajo es positivo porque se realiza contra la fuerza de repulsión. En la parte (b), la energía potencial almacenada se convierte en energía cinética, dando a los protones una velocidad muy alta (alrededor del 2 % de la velocidad de la luz).

Problema 5. Una esfera pequeña de metal tiene una carga neta de $q_1 = -2,80\mu C$ y se mantiene en posición estacionaria por medio de soportes aislantes. Una segunda esfera metálica también pequeña con carga neta de $q_2 = -7,80\mu C$ y masa de $1,50g$ es proyectada hacia q_1 . Cuando las dos esferas están a una distancia de $0,800m$ una de otra, q_2 se mueve hacia q_1 con una rapidez de $22,0m/s$. Suponga que las dos esferas pueden considerarse como cargas puntuales y que se ignora la fuerza de gravedad. a) ¿Cuál es la rapidez de q_2 cuando las esferas están a $0,400m$ una de la otra? b) ¿Qué tan cerca de q_1 llega la q_2 ?

Solución:

Datos:

$$\begin{aligned} - q_1 &= -2,80 \times 10^{-6} C \quad - q_2 = -7,80 \times 10^{-6} C \quad - m_2 = 1,50 \times 10^{-3} kg \quad - r_i = 0,800 m \quad - v_i = 22,0 m/s \\ - k &= 8,9875 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2 \end{aligned}$$

Parte (b) - Distancia de máximo acercamiento

Paso 1: Conservación de la energía

En el punto de máximo acercamiento, $v_f = 0$:

$$\begin{aligned} K_i + U_i &= U_{\max} \\ \frac{1}{2}mv_i^2 + k\frac{q_1q_2}{r_i} &= k\frac{q_1q_2}{r_{\min}} \end{aligned}$$

Paso 2: Calcular q_1q_2

$$q_1q_2 = (-2,80 \times 10^{-6}) \times (-7,80 \times 10^{-6}) = +2,184 \times 10^{-5} C^2$$

Paso 3: Calcular kq_1q_2

$$kq_1q_2 = (8,9875 \times 10^9) \times (2,184 \times 10^{-5}) = 196,2 J \cdot m$$

Paso 4: Energía cinética inicial

$$K_i = \frac{1}{2}(1,50 \times 10^{-3})(22,0)^2 = 0,363 J$$

Paso 5: Energía potencial inicial

$$U_i = \frac{196,2}{0,800} = 245,4 J$$

Paso 6: Aplicar conservación de energía

$$\begin{aligned} 0,363 + 245,4 &= \frac{196,2}{r_{\min}} \\ 245,763 &= \frac{196,2}{r_{\min}} \\ r_{\min} &= \frac{196,2}{245,763} = 0,798 m \end{aligned}$$

Parte (a) - Análisis

Dado que la distancia de máximo acercamiento es $r_{\min} = 0,798 m$, y esta es **mayor** que $0,400 m$, la esfera q_2 **no alcanza** la distancia de $0,400 m$.

Respuestas finales:

- a) La esfera q_2 **no alcanza** la distancia de $0,400 m$

b) La distancia mínima de aproximación es:

$$0,798 \text{ m}$$

Explicación: Ambas cargas son negativas, por lo que se repelen. La energía cinética inicial es muy pequeña comparada con la energía potencial de repulsión, haciendo que la partícula se frene casi inmediatamente y no pueda acercarse significativamente a q_1 .

Problema 6. ¿Qué tan lejos de una carga puntual de $-7,20\mu C$ debe situarse una carga puntual de $+2,30\mu C$ para que la energía potencial eléctrica U del par de cargas sea $-0,400J$? (Considere U igual a cero cuando las cargas tengan separación infinita.)

Solución:

Paso 1: Fórmula de energía potencial eléctrica

La energía potencial eléctrica entre dos cargas puntuales es:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

Paso 2: Datos

$$- q_1 = -7,20 \times 10^{-6} \text{ C} - q_2 = +2,30 \times 10^{-6} \text{ C} - U = -0,400 \text{ J} - k = 8,9875 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$$

Paso 3: Calcular $q_1 q_2$

$$q_1 q_2 = (-7,20 \times 10^{-6}) \times (+2,30 \times 10^{-6}) = -16,56 \times 10^{-12} = -1,656 \times 10^{-5} \text{ C}^2$$

Paso 4: Sustituir en la fórmula y despejar r

$$U = k \frac{q_1 q_2}{r}$$

$$-0,400 = (8,9875 \times 10^9) \frac{-1,656 \times 10^{-5}}{r}$$

Paso 5: Simplificar

$$-0,400 = \frac{-1,488 \times 10^5}{r}$$

Multiplicando ambos lados por -1:

$$0,400 = \frac{1,488 \times 10^5}{r}$$

Paso 6: Despejar r

$$r = \frac{1,488 \times 10^5}{0,400} = 3,720 \times 10^5 \text{ m}$$

Paso 7: Conversión a kilómetros

$$r = 372,000 \text{ m} = 372 \text{ km}$$

Respuesta final:

372 km

Explicación: La energía potencial es negativa porque las cargas tienen signos opuestos (atracción). Para obtener un valor específico de energía potencial negativa, las cargas deben estar separadas por una gran distancia, ya que la energía potencial es inversamente proporcional a la separación. El valor grande de la distancia se debe a que la energía potencial especificada ($-0,400 \text{ J}$) es relativamente pequeña en magnitud comparada con el producto $kq_1 q_2$.

Problema 7. Una carga puntual $Q = +4,60\mu C$ se mantiene fija en el origen. Una segunda carga $q = +1,20\mu C$ con masa de $2,80 \times 10^{-4} kg$ se coloca en el eje x , a $0,250m$ del origen. a) ¿Cuál es la energía potencial eléctrica U del par de cargas? (Considere U igual a cero cuando las cargas tengan separación infinita.) b) La segunda carga puntual se libera del reposo. ¿Cuál es su rapidez cuando su distancia al origen es i) $0,500m$; ii) $5,00m$; iii) $50,0m$?

Solución:

Parte (a)

Paso 1: Fórmula de energía potencial eléctrica

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r}$$

Paso 2: Datos

$$- Q = +4,60 \times 10^{-6} C - q = +1,20 \times 10^{-6} C - r = 0,250 m - k = 8,9875 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2$$

Paso 3: Calcular Qq

$$Qq = (4,60 \times 10^{-6}) \times (1,20 \times 10^{-6}) = 5,52 \times 10^{-12} C^2$$

Paso 4: Calcular energía potencial

$$U = (8,9875 \times 10^9) \frac{5,52 \times 10^{-12}}{0,250} = 0,1985 J$$

Respuesta parte (a):

$0,199 J$

Parte (b)

Paso 1: Conservación de la energía

$$\begin{aligned} U_i + K_i &= U_f + K_f \\ k \frac{Qq}{r_i} + 0 &= k \frac{Qq}{r_f} + \frac{1}{2} mv_f^2 \end{aligned}$$

Paso 2: Datos adicionales

$$- m = 2,80 \times 10^{-4} kg - r_i = 0,250 m - K_i = 0 \text{ (se libera del reposo)}$$

Paso 3: Despejar v_f

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} mv_f^2 &= kQq \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right) \\ v_f &= \sqrt{\frac{2kQq}{m} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)} \end{aligned}$$

Paso 4: Calcular constante $\frac{2kQq}{m}$

$$kQq = (8,9875 \times 10^9) \times (5,52 \times 10^{-12}) = 0,04961 J \cdot m$$

$$\frac{2kQq}{m} = \frac{2 \times 0,04961}{2,80 \times 10^{-4}} = 354,36 m^2/s^2$$

Paso 5: Calcular velocidades para cada caso

i) $r_f = 0,500 m$

$$\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} = \frac{1}{0,250} - \frac{1}{0,500} = 4,000 - 2,000 = 2,000 \text{ m}^{-1}$$

$$v_f = \sqrt{354,36 \times 2,000} = \sqrt{708,72} = 26,62 \text{ m/s}$$

ii) $r_f = 5,00 \text{ m}$

$$\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} = 4,000 - 0,200 = 3,800 \text{ m}^{-1}$$

$$v_f = \sqrt{354,36 \times 3,800} = \sqrt{1346,57} = 36,69 \text{ m/s}$$

iii) $r_f = 50,0 \text{ m}$

$$\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} = 4,000 - 0,020 = 3,980 \text{ m}^{-1}$$

$$v_f = \sqrt{354,36 \times 3,980} = \sqrt{1410,35} = 37,55 \text{ m/s}$$

Respuestas parte (b):

i) 26,6 m/s

ii) 36,7 m/s

iii) 37,6 m/s

Explicación: Ambas cargas son positivas, por lo que se repelen. Al liberar la carga q , esta se aleja de Q convirtiendo energía potencial en energía cinética. La velocidad aumenta con la distancia, pero se approxima a un valor máximo cuando $r_f \rightarrow \infty$, que en este caso sería $v_{\max} = \sqrt{354,36 \times 4,000} = 37,65 \text{ m/s}$.

Problema 8. Se colocan tres cargas puntuales iguales de $1,20\mu C$ en las esquinas de un triángulo equilátero cuyos lados miden $0,500m$ de longitud. ¿Cuál es la energía potencial del sistema? (Considere la energía potencial de las tres cargas igual a cero cuando se encuentren separadas por una distancia infinita.)

Solución:

Paso 1: Comprender el problema

Tenemos 3 cargas idénticas ubicadas en los vértices de un triángulo equilátero. Todas las separaciones son iguales a $a = 0,500 m$.

Paso 2: Fórmula de energía potencial para un par de cargas

Para dos cargas q separadas una distancia r :

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r}$$

Paso 3: Número de pares en el sistema

En un triángulo con 3 cargas idénticas, hay:

$$\text{Número de pares} = \binom{3}{2} = 3$$

Cada par tiene la misma separación $a = 0,500 m$.

Paso 4: Energía potencial total

$$U_{\text{total}} = 3 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a}$$

Paso 5: Datos

- $q = 1,20 \times 10^{-6} C$ - $a = 0,500 m$ - $k = 8,9875 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2$

Paso 6: Cálculo de q^2

$$q^2 = (1,20 \times 10^{-6})^2 = 1,44 \times 10^{-12} C^2$$

Paso 7: Cálculo de la energía potencial para un par

$$U_{\text{par}} = k \frac{q^2}{a} = (8,9875 \times 10^9) \frac{1,44 \times 10^{-12}}{0,500}$$

$$U_{\text{par}} = (8,9875 \times 10^9) \times (2,88 \times 10^{-12}) = 0,025884 J$$

Paso 8: Cálculo de la energía potencial total

$$U_{\text{total}} = 3 \times 0,025884 = 0,077652 J$$

Paso 9: Expresión general

La energía potencial total también se puede escribir como:

$$U_{\text{total}} = \frac{3kq^2}{a}$$

$$U_{\text{total}} = \frac{3 \times 8,9875 \times 10^9 \times 1,44 \times 10^{-12}}{0,500} = 0,07765 J$$

Respuesta final:

$0,0777 J$

Explicación: La energía potencial total del sistema es la suma de las energías potenciales de los tres pares de cargas. Como todas las cargas son iguales y todas las distancias son iguales, simplemente multiplicamos por 3 la energía potencial de un par. El resultado es positivo, lo cual es consistente con el hecho de que todas las cargas son del mismo signo (positivas) y por lo tanto se repelen entre sí.