

Inteligencia artificial

Lic. en Ciencias de la Computación

Tarea 0

Expediente: [220218775]
Nombre: [Jazmin Alejandra Escobedo Javalera]
Colaboradores: []

Al entregar esta tarea, declaro que todas las respuestas son producto de mi propio trabajo y de las personas que colaboraron especificadas arriba.

Optimización y probabilidad

1. Sean x_1, \dots, x_n números reales representando posiciones sobre una recta. Sean w_1, \dots, w_n números reales positivos representando la *importancia* de cada una de estas posiciones. Considera la función cuadrática,

$$f(\theta) = \sum_{i=1}^n w_i (\theta - x_i)^2$$

y que θ es un escalar. ¿Qué valor de θ minimiza $f(\theta)$? Muestra que el óptimo que encuentres es realmente un mínimo. ¿Qué cuestiones problemáticas pueden surgir si algunas de las w_i son negativas?

Solución:

Lo primero que vamos a hacer es derivar de $f(\theta)$ respecto a θ , nos quedaría de la siguiente manera:

$$f(\theta) = 2 \sum_{i=1}^n w_i (\theta - x_i)$$

vamos a igualar a 0 la formula

$$2 \sum_{i=1}^n w_i (\theta - x_i) = 0$$

y vamos a dividir entre 2, para no tener el 2 y hacer la formula mas simple

$$\sum_{i=1}^n w_i (\theta - x_i) = 0$$

$$\theta \sum_{i=1}^n w_i - \sum_{i=1}^n w_i x_i = 0$$

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

2. Considera las siguientes funciones,

$$f(\mathbf{x}) = \min_{s \in [-1,1]} \sum_{i=1}^d s x_i$$

$$g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^d \min_{s_i \in [-1,1]} s_i x_i$$

donde $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d) \in \mathbb{R}^d$ es un vector real y $[-1, 1]$ el intervalo cerrado entre -1 a 1 . ¿Cuál de las siguientes desigualdades es cierta para toda \mathbf{x} ? Demuéstralo.

$$f(\mathbf{x}) \leq g(\mathbf{x})$$

$$f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x})$$

$$f(\mathbf{x}) \geq g(\mathbf{x})$$

Solución:

3. Supongamos que lanzas repetidamente un dado justo de seis caras hasta que obtienes un resultado de 1 (y luego te detienes). Cada vez que lanzas un 3 ganas a puntos, y cada vez que lanzas un 6 pierdes b puntos. No ganas ni pierdes puntos si lanzas un 2, 4 o 5. ¿Cuál es la cantidad de puntos (como función de a y b) que esperamos tener cuando te detengas?

Solución:

El problema nos indica que se lanza un dado de 6 caras, si obtienes 1 se detienes, si sale 3 ganas a puntos, si sale 6 pierdes puntos, en los demás números no pierdes ni ganas, nos sugiere que se defina V como la cantidad de puntos cuando se detenga el juego.

Vamos a definir cada caso y vamos a usar la fórmula $P(A) = \text{casos a favor} / \text{casos totales}$

Caso 1: Sería cuando obtienes el 1, se detiene, no ganas ni pierdes puntos, la probabilidad que salga 1 es $1/6$, se puede definir como $V = 0 + V$

Caso 2: Sería cuando obtienes el 3, sumas a puntos, la probabilidad que salga 3 es de $1/6$, lo vamos a definir como $V = 1/6 (V + a)$

Caso 3: Sería cuando se obtiene el 6, restas b puntos, la probabilidad que salga 6 es de $1/6$, se define como $V = 1/6 (V - b)$

Caso 4: Sería cuando se obtiene los demás números 2,4,5 en este caso no sumas o restas puntos se queda igual. Entonces lo defino como $V = 3/6 V$

Con los datos obtenidos se puede escribir de la siguiente manera:

$$V = 1/6 (V + a) + 1/6 (V - b) + 3/6 V$$

$$V = 1/6 V + 1/6 a + 1/6 V - 1/6 b + 3/6 V$$

$$V = 5/6 V + 1/6 a - 1/6 b$$

$$1/6 V = 1/6 a - 1/6 b$$

$$V = a - b$$

4. Supongamos que la probabilidad de que una moneda caiga en águila es p (donde $0 < p < 1$), y que lanzas esta moneda cinco veces obteniendo (S, A, A, A, A) . Sabemos que la probabilidad de obtener esta secuencia es,

$$L(p) = (1 - p)pppp = p^4(1 - p)$$

¿Qué valor de p maximiza $L(p)$? Muestra que este valor de p maximiza $L(p)$. ¿Cuál es una interpretación intuitiva de este valor de p ?

Solución:

El problema lo voy a resolver calculando la derivada de $\log(p)$

$$\log(p^4(1-p))$$

vamos a usar lo siguiente $\log(ab) = \log a + \log b$ y nos quedaría

$$\log p^4 + \log(1-p)$$

vamos a derivar

$$\log(p^4) + \log(1-p)$$

$$\text{quedaría } \frac{4}{p} - \frac{1}{1-p}$$

5. Supongamos que A y B son dos eventos tales que $P(A | B) = P(B | A)$. También sabemos que $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ y que $P(A \cap B) > 0$. Muestra que $P(A) > \frac{1}{6}$.

Solución: Vamos a analizar los datos que nos da el problema:

(a) Sabemos que $P(A|B) = P(B|A)$.

(b) $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$.

(c) $P(A \cap B) > 0$.

Queremos demostrar que $P(A) > \frac{1}{6}$.

Vamos a usar la regla de la probabilidad total:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A \cap B) + P(A \cap B') \\ \frac{1}{3} &= P(A \cap B) + (1 - P(A|B)) \cdot (1 - P(B)). \end{aligned}$$

Después, utilizaremos la simetría de la probabilidad condicional para $P(A \cap B')$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= P(A \cap B) + (1 - P(A|B)) \cdot (1 - P(B)) \\ P(A) &= P(A|B) \cdot P(B) + (1 - P(A|B)) \cdot (1 - P(B)). \end{aligned}$$

6. Considera un vector columna $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^d$ y vectores columna constantes $\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_j \in \mathbb{R}^d$, $\lambda \in \mathbb{R}$ y un entero positivo n . Define la función con valor escalar,

$$f(\mathbf{w}) = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\mathbf{a}_i^\top \mathbf{w} - \mathbf{b}_j^\top \mathbf{w})^2 \right) + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{w}\|_2^2,$$

donde el vector es $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_d)^\top$ y $\|\mathbf{w}\|_2 = \sqrt{\sum_{k=1}^d w_k^2} = \sqrt{\mathbf{w}^\top \mathbf{w}}$ es conocida como la norma L_2 . Calcula el gradiente $\nabla f(\mathbf{w})$.

Solución:

Complejidad computacional

- Supongamos que tienes una cuadrícula de puntos de $n \times n$, donde nos gustaría colocar 3 rectángulos alineados a los ejes (los lados del rectángulo son paralelos a los ejes). Cada esquina de cada rectángulo debe ser uno de los puntos en la cuadrícula, pero fuera de eso no hay restricciones sobre la ubicación o tamaño de los rectángulos. Por ejemplo, es posible que las cuatro esquinas de un rectángulo estén en el mismo punto (resultando en un rectángulo de tamaño 0), o que todos los 3 rectángulos estén encimados. ¿De cuántas maneras se pueden colocar los 3 rectángulos sobre la cuadrícula? En general, solo nos importa la complejidad asintótica, entonces escribe tu respuesta de la forma $O(n^c)$ o de la forma $O(c^n)$ para algún entero c .

Solución:

Vamos a analizar la información del problema:

- Tenemos una cuadrícula de puntos de $n \times n$, donde tenemos que colocar 3 rectángulos
- Cada esquina de cada rectángulo debe ser uno de los puntos en la cuadrícula

Entonces como son $n \times n$ puntos en la cuadrícula, hay $n+1$ líneas horizontales y $n+1$ líneas verticales que dividen la cuadrícula en segmentos y no hay restricciones sobre la ubicación o tamaño de los rectángulos.

la cantidad total de maneras que se puede poner los 3 rectángulos sería $(n+1)^3$, esto nos ayuda a $O((n+1)^3)$, esto nos ayuda a decir que la respuesta sería $O(n^3)$.

- Supongamos que tienes una cuadrícula de puntos de $n \times 2n$. Comenzamos en el punto de la esquina superior izquierda (el punto en la posición $(1, 1)$), y nos gustaría llegar al punto de la esquina inferior derecha (el punto en la posición $(n, 2n)$) moviéndose exclusivamente o hacia abajo o hacia la derecha. Supongamos que se nos provee una función $c(i, j)$ que produce el costo asociado con la posición (i, j) , y supongamos que para cada posición toma tiempo constante calcular este costo. El costo puede ser negativo. Define el costo de un camino como la suma de $c(i, j)$ para todos los puntos (i, j) sobre el camino, incluyendo ambos extremos. Presenta un algoritmo para calcular el costo del camino de costo mínimo desde $(1, 1)$ hasta $(n, 2n)$ de la manera más eficiente posible (con la complejidad en tiempo más pequeña). ¿Cuál es el tiempo de ejecución?

Solución:

Consideraciones éticas

1. Una empresa de inversión desarrolla un modelo simple de aprendizaje automático para predecir si es probable que un individuo incumpla con un préstamo a partir de una variedad de factores, incluida la ubicación, la edad, la puntuación crediticia y los registros públicos. Después de examinar sus resultados, se encuentra que el modelo predice principalmente en función de la ubicación y que el modelo acepta principalmente préstamos de centros urbanos y niega préstamos a solicitantes rurales. Además, al observar el género y el origen étnico de los solicitantes, se encuentra que el modelo tiene una tasa de falsos positivos significativamente mayor para los solicitantes negros y masculinos que para otros grupos. En una predicción falsa positiva, un modelo clasifica erróneamente a alguien que no incumple como probable que incumpla.

Solución:

En este escenario se puede observar que exista codificar, contener o potencialmente exacerbar prejuicios contra personas de cierto género, raza, sexualidad o que tengan otras características protegidas. Porque cuando están dando el préstamo se están fijando en el género, raza, entre cosas, pero las personas solicitantes negros y masculinos tiene falsos positivos mucho mas mayor que otros grupos, también se fijan en la su zona geográfica y esto puede afectar cuando estén autorizando el préstamo, tal vez una persona viva en una zona donde no es muy favorable y le negar el prestamos, aunque tenga todos los requisitos bien.

2. La estilometría es una forma de predecir la autoría de un texto anónimo o impugnado, mediante el análisis de los patrones de escritura en el texto anónimo y otros textos escritos por los autores potenciales. Recientemente, se han desarrollado algoritmos de aprendizaje automático de alta precisión para esta tarea. Si bien estos modelos se utilizan normalmente para analizar documentos históricos y literatura, podrían usarse para desanonimizar una amplia gama de textos, incluido el código.

Solución:

Se puede observar en el texto que exista Contener información que podría deducirse sobre personas que no han dado su consentimiento para compartir y también existe Consentimiento para utilizar o compartir los datos. Porque podría violar la privacidad y tener implicaciones negativas en términos de seguridad, en el texto se dice que se usan para analizar patrones de escrituras, pero a lo mejor lo pueden usar para hacer cosas negativas de analizar documentos donde tenga información de personas sin su consentimiento.

3. Un grupo de investigación analizó millones de rostros de celebridades de las imágenes de Google para desarrollar una tecnología de reconocimiento facial. Las celebridades no dieron permiso para que sus imágenes se utilizaran en el conjunto de datos y muchas de las imágenes tienen derechos de autor. Para fotografías con derechos de autor, el conjunto de datos proporciona enlaces URL a la imagen original junto con cuadros delimitadores para la cara.

Solución:

Este escenario plantea varias preocupaciones como Consentimiento para utilizar o compartir

los datos. Contener información que podría deducirse sobre personas que no han dado su consentimiento para compartir. Por que los actores no están dando autorización para que les analicen sus rostros, que sean usadas y posiblemente violando derechos de autor. Hace poquito sucedió una huelga de actores, en donde se planteaba el uso de la inteligencia artificial como en este escenario, donde los actores no están de acuerdo en cómo se está haciendo el uso de estas tecnologías, se nos plantea el uso de las imágenes, pero también existe el uso con voz, con la inteligencia artificial se hacen canciones con voz del artista sin su consentimiento.

4. Los investigadores han creado recientemente un modelo de aprendizaje automático que puede predecir especies de plantas automáticamente y directamente a partir de una sola fotografía. El modelo fue entrenado usando fotografías cargadas en una aplicación por usuarios que dieron su consentimiento para usar sus fotografías con fines de investigación, y el modelo solo se usa dentro de la aplicación para ayudar a los usuarios a identificar plantas que podrían encontrar en la naturaleza.

Solución:

En este escenario que se plantea, parece ser positivo, ya que si están dando autorización para el uso de las imágenes y el consentimiento de la información de la aplicación, también nos informa en el texto que el modelo solo se usa en la aplicación, se escucha interesante la aplicación por que nos ayudaría a cuidar las plantas.

Programación

Solución: Incorporada en `tarea0.py`.