122 $\frac{x-1}{15}-\frac{2-x}{10}\geq-\frac{3-x}{3}-\frac{1}{2}[2-(x-4)]$ $\left[x\leq\frac{28}{5}\right]$

123 $-\frac{1}{2}(x+4)+\frac{1}{3}\left[x-\frac{1}{2}(2-x)\right]\leq\frac{x-2}{12}$ $[x\geq-26]$

124 $-\frac{1}{5}\left[5x-\frac{1}{2}(x-5)\right]\geq\frac{1}{10}-x$ $[x\geq 6]$

125 $\frac{(x-1)^2}{5}-\frac{(x+1)^2}{4}>-\frac{x^2}{20}$ $\left[x<-\frac{1}{18}\right]$

126 $-\frac{1}{5}\left[\frac{(x-5)^2}{2}-\frac{(x+5)^2}{2}\right]\geq\frac{x-10}{2}$ $\left[x\geq-\frac{10}{3}\right]$

127 $\left(\frac{3}{2}x-4\right)^2-\left(\frac{3}{2}x-1\right)\left(\frac{3}{2}x+2\right)\geq 9$ $\left[x\leq\frac{2}{3}\right]$

128 $\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(2-x)^2}{16}\geq\frac{3}{16}x^2+1$ $[x\leq-4]$

129 $\frac{(2-3x)^2}{6}+\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2\geq\frac{21}{12}x^2$ $\left[x\leq\frac{5}{9}\right]$

130 $\frac{1}{2}x[2-(x+2)]>-2(x+3)+(x-1)(x+1)-\frac{3}{2}x^2$ $\left[x>-\frac{7}{2}\right]$

Disequazioni impossibili o sempre verificate

131 ESERCIZIO GUIDATO

Stabilisci se le seguenti disequazioni sono impossibili o sempre verificate:

a. $2(x+1)-x>x+2$ **b.** $3x\leq x+2(x+1)$

a. Svolgendo i calcoli, portando i termini dipendenti da x al primo membro e quelli numerici al secondo, infine riducendo i termini simili ottieni la disequazione

$0x>$ ....

che, per ogni valore reale di x, si trasforma nella disuguaglianza $0>$ .... Poiché questa disuguaglianza è *falsa*, la disequazione è .... L'insieme delle soluzioni è vuoto.

b. Svolgendo i calcoli, portando i termini dipendenti da x al primo membro e quelli numerici al secondo, infine riducendo i termini simili ottieni la disequazione

$0x\leq$ ....

che, per ogni valore reale di x, si trasforma nella disuguaglianza $0\leq$ .... Poiché questa disuguaglianza è *vera*, la disequazione è .... L'insieme delle soluzioni è **R**.

Stabilisci se le seguenti disequazioni sono impossibili o sempre verificate.

132 $2(x-1)-x>x+3$ [Impossibile]

133 $3(x+3)-x>2x+8$ $[\forall x\in\mathbf{R}]$

134 $-4(x+1)<2x-6(x+3)$ [Impossibile]

135 $-3x>3(1-x)$ [Impossibile]

136 $2x+2(x-1)\leq 4x$ $[\forall x\in\mathbf{R}]$

137 $-x\geq 1-x$ [Impossibile]

138 $2(x-1)+3(x-2)\geq 5(x-3)$ $[\forall x\in\mathbf{R}]$

139 $3(x+1)+2(x+3)\geq 2x+3(x+3)$ $[\forall x\in\mathbf{R}]$

140 $\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2-\left(\frac{1}{2}x+3\right)^2\geq-4(x+3)$ $[\forall x\in\mathbf{R}]$

141 $\frac{(x-1)^2}{5}-\frac{(x+1)^2+x^2}{10}\geq 1-\frac{3}{5}x$ [Impossibile]

142 Completa la disequazione

$x-2>2x-(x+$ ....$)$

in modo che il suo insieme delle soluzioni sia **R**.

143 Completa la disequazione

$3x-2>x+$ ....

in modo che il suo insieme delle soluzioni sia vuoto.

Esercizi riassuntivi sulle disequazioni numeriche intere

Risolvi le seguenti disequazioni.

144 $2x+3>5x-12$ $[x<5]$

145 $-\frac{1}{2}x+4\leq 0$ $[x\geq 8]$

146 $2-(x+1)<-2(x-3)$ $[x<5]$

147 $\frac{1}{2}x-\frac{3}{5}\geq 0$ $\left[x\geq\frac{6}{5}\right]$

148 $(2x-1)^2\geq(2x+3)^2$ $\left[x\leq-\frac{1}{2}\right]$

149 $(x-1)^2-(x-2)^2>2x-4$ $[\forall x\in\mathbf{R}]$

150 $\frac{1}{5}(x+2)\geq x+\frac{1}{10}$ $\left[x\leq\frac{3}{8}\right]$

151 $(2x-5)(2x+5)\geq-2x(1-2x)$ $\left[x\geq\frac{25}{2}\right]$

152 $\frac{3-x}{10}\geq\frac{x}{5}$ $[x\leq 1]$

153 $(5x-1)^2-26x^2\geq(3-x)(3+x)$ $\left[x\leq-\frac{4}{5}\right]$

Disequazioni frazionarie che conducono a disequazioni di secondo grado

279 ESERCIZIO GUIDATO

Risolvi la disequazione:

$$\frac{x+3}{x^2-4} \geq 0$$

- Studia il segno del numeratore e del denominatore.

  Numeratore $x+3>0 \Rightarrow x>$ .....

  Denominatore $x^2-4>0 \Rightarrow x<$ ..... $\vee\ x>$ .....

- Completa la tabella dei segni impostata qui sotto.

		-3		-2		2		x
segno di $x+3$	....	0	....		....		....	
segno di x^2-4	....		....	0	....	0	....	
segno di $\frac{x+3}{x^2-4}$	....	0	....	$\nexists$	....	$\nexists$	....	

- La disequazione è verificata dai valori di x che rendono la frazione *positiva* o *nulla*, cioè per:

  .... $\leq x <$ ..... $\vee$ ....

Risolvi le seguenti disequazioni.

280 $\frac{x}{x^2-16} \leq 0$ $\quad [x<-4 \vee 0 \leq x<4]$

281 $\frac{3-x}{x^2-4}<0$ $\quad [-2<x<2 \vee x>3]$

282 $\frac{5-x}{x^2-2x-4} \geq 0$ $\quad [x<1-\sqrt{5} \vee 1+\sqrt{5}<x \leq 5]$

283 $\frac{2x^2+5x-7}{2x} \geq 0$ $\quad \left[-\frac{7}{2} \leq x<0 \vee x \geq 1\right]$

284 $\frac{x^2-3x}{x^2-4}>0$ $\quad x<-2 \vee 0<x<2 \vee x>3]$

285 $\frac{x-3x^2}{2x^2+3x-5} \geq 0$ $\quad \left[-\frac{5}{2}<x \leq 0 \vee \frac{1}{3} \leq x<1\right]$

286 $\frac{x^2-x-12}{x} \leq 0$ $\quad [x \leq -3 \vee 0<x \leq 4]$

287 $\frac{x^2-3x+5}{x^2-9} \leq 0$ $\quad [-3<x<3]$

288 $\frac{2x-x^2-3}{2x^2-x-1} \leq 0$ $\quad \left[x<-\frac{1}{2} \vee x>1\right]$

289 $\frac{2-x}{x^2-2x-5} \geq 0$ $\quad [x<1-\sqrt{6} \vee 2 \leq x<1+\sqrt{6}]$

290 $\frac{2-x}{x^2-1}<0$ $\quad [-1<x<1 \vee x>2]$

291 $\frac{x^2+5x-6}{x} \geq 0$ $\quad [-6 \leq x<0 \vee x \geq 1]$

292 $\frac{x}{x^2-25} \leq 0$ $\quad [x<-5 \vee 0 \leq x<5]$

293 $\frac{x^2}{x^2-4} \geq 0$ $\quad [x=0 \vee x<-2 \vee x>2]$

294 $\frac{16-x^2}{x-3}<0$ $\quad [-4<x<3 \vee x>4]$

295 $\frac{x-3}{-x^2+x+6} \leq 0$ $\quad [x>-2 \wedge x \neq 3]$

296 $\frac{x^2-1}{x^2-2x-6} \geq 0$ $\quad [x<1-\sqrt{7} \vee -1 \leq x \leq 1 \vee x>1+\sqrt{7}]$

297 $\frac{x^2-4(x+1)^2}{3x-x^2} \leq 0$ $\quad \left[-2 \leq x \leq -\frac{2}{3} \vee 0<x<3\right]$

298 $\frac{(2x+1)^2-x^2}{2x-x^2-2}>0$ $\quad \left[-1<x<-\frac{1}{3}\right]$

299 $\frac{3-6x}{x^2-5} \geq 0$ $\quad \left[x<-\sqrt{5} \vee \frac{1}{2} \leq x<\sqrt{5}\right]$

300 $\frac{9x-x^2}{2x-12} \geq 0$ $\quad [x \leq 0 \vee 6<x \leq 9]$

301 $\frac{-x^2+3x-2}{4x} \leq 0$ $\quad [0<x \leq 1 \vee x \geq 2]$

302 $\frac{x^2-4x-5}{2x^2-x-1} \leq 0$ $\quad \left[-1 \leq x<-\frac{1}{2} \vee 1<x \leq 5\right]$

303 $\frac{4x^2-8x}{4x^2-3} \leq 0$ $\quad \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}<x \leq 0 \vee \frac{\sqrt{3}}{2}<x \leq 2\right]$

304 $\frac{9-4x^2}{x^2-25}<0$ $\quad \left[x<-5 \vee -\frac{3}{2}<x<\frac{3}{2} \vee x>5\right]$

305 $\frac{(2x-3)^2-(2x+3)^2}{9x^2-6x+1} \geq 0$ $\quad [x \leq 0]$

306 $\frac{4x^2+\sqrt{2}}{5x^2-4x-1} \geq 0$ $\quad \left[x<-\frac{1}{5} \vee x>1\right]$

307 $\frac{(3x+2)^2}{5x-x^2} \geq 0$ $\quad \left[x=-\frac{2}{3} \vee 0<x<5\right]$

308 $\frac{2x-3x^2}{x-1-x^2}>0$ $\quad \left[x<0 \vee x>\frac{2}{3}\right]$

309 $\frac{x^2-2x-4}{10-2x} \geq 0$ $\quad [x \leq 1-\sqrt{5} \vee 1+\sqrt{5} \leq x<5]$

316 **ESERCIZIO GUIDATO**

Risolvi la seguente disequazione frazionaria:

$$3x - 2 \geq \frac{1}{x}$$

- Portando tutti i termini al primo membro ed eseguendo la somma algebrica, otterrai la disequazione:

  $$\frac{3x^2 - 2x - 1}{x} \geq 0$$

- Studia il segno del numeratore e del denominatore.

  Numeratore $3x^2 - 2x - 1 > 0 \Rightarrow x < .... \vee x > 1$

  Denominatore $x > 0 \Rightarrow x > .....$

- Costruisci la tabella dei segni.

		....		....		1		x
segno di $3x^2 - 2x - 1$	....	0	....		....	0	....	
segno di x	....		....	0	....		....	
segno di $\frac{3x^2 - 2x - 1}{x}$	....	0	....	$\nexists$	....	0	....	

- La disequazione è verificata per i valori di x che rendono la frazione $\frac{3x^2 - 2x - 1}{x}$ *positiva* o *nulla*, cioè per:

  $......... \leq x < .... \vee x \geq ....$.

Risolvi le seguenti disequazioni frazionarie (che portano a risolvere disequazioni di primo o secondo grado).

317 $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-1} > 1$ $[-2 < x < 1]$

318 $\frac{x^2}{x+1} > \frac{1}{2}$ $\left[-1 < x < -\frac{1}{2} \vee x > 1\right]$

319 $x - 3 > \frac{1}{2x-5}$ $\left[2 < x < \frac{5}{2} \vee x > \frac{7}{2}\right]$

320 $x + 2 > \frac{1}{x}$ $[-1 - \sqrt{2} < x < 0 \vee x > \sqrt{2} - 1]$

321 $\frac{6}{x+2} \geq 3 - x$ $[-2 < x \leq 0 \vee x \geq 1]$

322 $\frac{1}{x^2 + x} - \frac{1}{x} \geq \frac{2}{x+1}$ $[x < -1]$

323 $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 1$ $[x \geq 2]$

324 $\frac{x+1}{x} \leq \frac{2}{2-x}$ $[-2 \leq x < 0 \vee 1 \leq x < 2]$

325 $\frac{x+1}{2x - x^2} > -\frac{4}{3}$ $\left[x < -\frac{1}{4} \vee 0 < x < 2 \vee x > 3\right]$

326 $\frac{1}{x} > \frac{1}{x-1}$ $[0 < x < 1]$

327 $\dfrac{1}{x+1} < \dfrac{1}{2x-2}$ $[x < -1 \vee 1 < x < 3]$

328 $\dfrac{2}{x-1} \leq \dfrac{1}{x+2}$ $[x \leq -5 \vee -2 < x < 1]$

329 $\dfrac{2}{x} > x$ $[x < -\sqrt{2} \vee 0 < x < \sqrt{2}]$

330 $\dfrac{1}{x^2-4} + \dfrac{1}{2x-4} > 0$ $[-4 < x < -2 \vee x > 2]$

331 $\dfrac{1}{x^2-2x} > -1$ $[x < 0 \vee x > 2]$

332 $\dfrac{1}{1-x} > \dfrac{6}{x}$ $\left[x < 0 \vee \dfrac{6}{7} < x < 1\right]$

333 $\dfrac{1}{x-3} + \dfrac{1}{6-2x} \geq \dfrac{x}{8}$ $[x \leq -1 \vee 3 < x \leq 4]$

334 $\dfrac{1}{x^2+2x} + \dfrac{1}{x} \leq \dfrac{1}{2x+4}$ $[x \leq -6 \vee -2 < x < 0]$

335 $\dfrac{1}{3x^2-2x-1} > -1$ $\left[x < -\dfrac{1}{3} \vee 0 < x < \dfrac{2}{3} \vee x > 1\right]$

336 $\dfrac{x-1}{2x^2+1} > -1$ $\left[x < -\dfrac{1}{2} \vee x > 0\right]$

337 $\dfrac{1}{x^2-2x-1} \leq -1$ $[1-\sqrt{2} < x \leq 0 \vee 2 \leq x < 1+\sqrt{2}]$

338 $\dfrac{x^2}{4x^2-2x+1} > -1$ $[\forall x \in \mathbf{R}]$

339 $\dfrac{x^2}{3x^2-2x+1} > 1$ [Impossibile]

340 $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x-1} \geq \dfrac{2}{x^2-x}$ $\left[0 < x < 1 \vee x \geq \dfrac{3}{2}\right]$

341 $\dfrac{x}{x+1} \geq \dfrac{1}{x} - \dfrac{5}{3}$ $\left[x < -1 \vee -\dfrac{3}{4} \leq x < 0 \vee x \geq \dfrac{1}{2}\right]$

342 $\dfrac{1}{2x+4} - \dfrac{1}{2-x} \geq \dfrac{1}{3x+6}$ $\left[-2 < x \leq -\dfrac{10}{7} \vee x > 2\right]$

343 $\dfrac{1}{x^2-4} \leq \dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{2x+4}$ $[-4 \leq x < -2 \vee x > 2]$

344 $\dfrac{x+1}{2x+x^2} > \dfrac{3}{8}$ $\left[-2 < x < -\dfrac{4}{3} \vee 0 < x < 2\right]$

345 $\left(\dfrac{x-2}{x+2}\right)^2 \geq 9$ $[-4 \leq x \leq -1 \wedge x \neq -2]$

346 $\dfrac{1}{x+\sqrt{2}} < \dfrac{1}{x\sqrt{2}-2}$ $[x < -\sqrt{2} \vee \sqrt{2} < x < 3\sqrt{2}+4]$

347 $\dfrac{2}{1-x} \geq -\dfrac{1}{x+2}$ $[x \leq -5 \vee -2 < x < 1]$

348 $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x-2} \geq \dfrac{2}{x^2-2x}$ $[x > 0 \text{ con } x \neq 2]$

349 $\dfrac{1}{x^2-6x+9} + \dfrac{1}{3-x} \geq 2$ $\left[2 \leq x \leq \dfrac{7}{2} \wedge x \neq 3\right]$

350 $\left(1-\dfrac{2}{x}\right)\left(\dfrac{1}{x-2} + \dfrac{1}{x+2}\right) \geq 2-x$ $[-2 < x \leq -\sqrt{2} \vee x \geq \sqrt{2} \text{ con } x \neq 2]$

351 $\dfrac{1}{2x+4} - \dfrac{1}{2-x} \geq -\dfrac{x+4}{2x+4}$ $[x \leq -6 \vee -2 < x \leq 1 \vee x > 2]$