verifica di matematica

I Quadrimestre - num.: 1

Nome e Cognome: ______________________

Classe: 3^a **QA**

Tempo a disposizione: 45 min

prof.: *Diego Fantinelli*

Avvertenze:

- La presente Verifica - che viene somministrata in modalità DDI - contiene 5 quesiti, per un totale di 60 punti, di cui uno facoltativo di 10 punti, che verrà conteggiato soltanto se verranno svolti anche tutti i precedenti.
- La webcam dovrà rimanere accesa per tutto il tempo della verifica (45 min), salvo impossibilità concrete di connessione; il microfono resterà spento e verrà acceso soltanto per chiarimenti e domande, che saranno consentite negli ultimi 20 min di prova.
- E' vietato l'utilizzo di calcolatrici scientifiche, smartphone, tablet e altri dispositivi digitali, nonché la consultazione di testi, appunti e siti web.

1. Risolvi i seguenti problemi, nell'Insieme $\mathbb{N}$ dei Numeri Naturali:

   (a) Tre fari si accendono ad intervalli regolari. [10 *punti*]
   Il primo si accende ogni 8 s, il secondo faro ogni 12 s, il terzo ogni 15 s.
   Se ad un certo istante si accendono contemporaneamente, dopo quanti secondi torneranno ad accendersi insieme?

   Soluzione:
   I secondi che dovranno passare per far sì che i tre fari si accendano contemporaneamente dovranno essere un multiplo di 8, 12 e 15, il minimo comune multiplo. Effettuata la scomposizione in fattori primi, risulta che:

   $$8 = 2^3$$
   $$12 = 2^2 \cdot 3$$
   $$15 = 3 \cdot 5$$

   per cui il $m.c.m. = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = \boxed{120}$
   I tre fari torneranno ad accendersi contemporaneamente dopo 120 secondi.

   (b) Gli studenti che frequentano il primo, il secondo ed il terzo anno di una scuola sono rispettivamente 140, 168 e 154. [10 *punti*]
   Se si vogliono disporre tutti gli allievi in squadre di uguale numero di alunni, formate da alunni della stessa classe e con il numero più alto possibile, quanti alunni devono essere presenti in ogni squadra e quante squadre si formeranno in totale?

   Soluzione:
   Si tratta di un classico problema di M.C.D., si tratta cioè di calcolare il Massimo tra i Divisori Comuni di 140, 168 e 154. Effettuata la scomposizione in fattori primi, risulta che:

   $$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$
   $$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$$
   $$154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$$

   per cui il $M.C.D. = 2 \cdot 7$
   In ogni squadra vi saranno pertanto $\boxed{14}$ alunni.
   In totale si formeranno (il totale degli studenti diviso il numero di studenti per squadra):
   $(140 + 168 + 154) : 14 = 462 : 14 = \boxed{33}$ squadre

2. Calcola il M.C.D. e il m.c.m. fra i seguenti numeri naturali $\mathbb{N}$: [10 *punti*]

   (a) 110, 55, 121

   Soluzione:
   $M.C.D. = \boxed{11}$, $m.c.m. = \boxed{1210}$

   (b) 15, 25, 125, 150

   Soluzione:
   $M.C.D. = \boxed{5}$, $m.c.m. = \boxed{750}$

3. Quale, tra le seguenti definizioni, esprime meglio il procedimento di calcolo del M.C.D.? [5 *punti*]

Suggerimento: leggere con molta attenzione il testo delle risposte perché le differenze potrebbero essere minime.

A. Scomposti in fattori primi i numeri di cui si vuole calcolare il M.C.D., il M.C.D. è il quoziente dei fattori primi non comuni, presi una sola volta, con il massimo esponente.

B. Scomposti in fattori primi i numeri di cui si vuole calcolare il M.C.D., il M.C.D. è il prodotto dei fattori primi comuni e non comuni, presi una sola volta, con il minimo esponente.

C. Scomposti in fattori primi i numeri di cui si vuole calcolare il M.C.D., il M.C.D. è il prodotto dei fattori primi comuni, presi una sola volta, con il minimo esponente.

D. Scomposti in fattori primi i numeri di cui si vuole calcolare il M.C.D., il M.C.D. è il prodotto dei fattori primi non comuni, presi una sola volta, con il minimo esponente.

4. Ricordando le *proprietà delle potenze* e le *regole dei segni*, semplifica le seguenti espressioni, nell'Insieme $\mathbb{Z}$ dei Numeri Interi:

(a) $[(5^7)^2 : (5^5)^2 : 5^2 - 5^0] : (12^3 : 12^2)$ [10 *punti*]

Soluzione:

$$\begin{aligned}[5^{14} : 5^{10} : 5^2 - 1] : (12^1) &= [5^2 - 1] : 12 \\ &= [25 - 1] : 12 \\ &= 24 : 12 = \boxed{2}\end{aligned}$$

(b) $(2^{13} : 2^7)^2 : 2^{10} + (-3)^7 : (-3)^4$ [15 *punti*]

Soluzione:

$$\begin{aligned}(2^6)^2 : 2^{10} + (-3)^3 &= 2^{12} : 2^{10} - 27 \\ &= 2^2 - 27 \\ &= 4 - 27 = \boxed{-23}\end{aligned}$$

5. *Esercizio facoltativo:* [10 *punti bonus*]

Si deve recintare un campo triangolare di lati 60, 126 e 132 metri con una rete metallica sostenuta da paletti di cemento posti a distanze uguali tra loro ed in numero minore possibile.
A che distanza saranno piantati i paletti? Quanti ne serviranno?

Soluzione:

I paletti dovranno essere distribuiti alla stessa distanza tra loro, quindi occorre cercare un divisore comune tra 60, 126 e 132. Poiché la distanza tra i paletti deve essere la massima possibile, dobbiamo cercare il Massimo Divisore Comune, quindi il M.C.D.
Effettuata la scomposizione in fattori primi, risulta che:

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$
$$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$
$$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$$

per cui il $M.C.D. = 2 \cdot 3 = \boxed{6}$

I paletti andranno piantati ad una distanza di 6 metri uno dall'altro.

Poiché il perimetro del triangolo misura $60 + 126 + 132 = 318\,m$, dividendo questa lunghezza per 6 otterremo il numero di pali necessari: $318 : 6 = \boxed{53}$ paletti.

Tabella dei punteggi

Esercizio	1	2	3	4	5	Totale
Punti	20	10	5	25	0	60
Punti Bonus	0	0	0	0	10	10
Punteggio						

La sufficienza è fissata a 35 punti, ma potrà subire delle modifiche in fase di correzione, al fine di garantire la validità della prova anche in caso di andamenti troppo scostanti della media-classe.