

密级

编号	编号
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10
11	11
12	12
13	13
14	14
15	15
16	16
17	17
18	18
19	19
20	20
21	21
22	22
23	23
24	24
25	25
26	26
27	27
28	28
29	29
30	30
31	31
32	32
33	33
34	34
35	35
36	36
37	37
38	38
39	39
40	40
41	41
42	42
43	43
44	44
45	45
46	46
47	47
48	48
49	49
50	50
51	51
52	52
53	53
54	54
55	55
56	56
57	57
58	58
59	59
60	60
61	61
62	62
63	63
64	64
65	65
66	66
67	67
68	68
69	69
70	70
71	71
72	72
73	73
74	74
75	75
76	76
77	77
78	78
79	79
80	80
81	81
82	82
83	83
84	84
85	85
86	86
87	87
88	88
89	89
90	90
91	91
92	92
93	93
94	94
95	95
96	96
97	97
98	98
99	99
100	100

基于隐式表示的复杂结构高效设计与优化

工作完成日期 2021 年 7 月—2024 年 7 月

报告提交日期 2024 年 7 月

大 连 理 工 大 学 (辽 宁)

2024 年 7 月

基于隐式表示的复杂结构高效设计与优化

Efficient Design and Optimization of Complex Structures Based on Implicit Representations

博 士 后 姓 名 胡江北

流动站（一级学科）名称 计算机科学与技术

专 业（二级学科）名称 计算机应用技术

研究工作起始时间 2021 年 7 月 31 日

研究工作期满时间 2024 年 7 月 4 日

大连理工大学人事处（辽宁）

2024 年 7 月

摘 要

拓扑优化利用计算手段优化材料分布，旨在获得预期性能并满足特定约束的结构，是现代智能制造领域的重要设计方法。然而，拓扑优化过程中产生的结构通常具有非常复杂的几何与拓扑特征，给结构的表示、分析和优化都带来了极大的挑战。本工作利用隐式表示灵活性和可微分性的特点，针对不同的结构设计目标和约束，以提高算法效率和应用可扩展性为目的，开展了以下创新性研究工作：

(1) 传统显式方法在设计多样化、轻量化和物理可靠的薄壳结构时仍存在诸多挑战，针对于此，本文通过开发一种新颖的隐式设计框架，实现了在薄壳结构上的高效雕刻设计。基于参数化表示的雕刻模板（包括规则、非规则和个性化三种），本文通过优化模板尺寸和方向等参数，达到在指定材料消耗下的结构刚度最大化。本文的方法通过完全的隐式函数操作完成结构的表示、分析和优化，避免了传统有限元方法中繁琐耗时的重新网格化步骤，极大地提高了薄壳结构的设计效率。

(2) 空心化通过从三维模型内部体积中去除材料来实现轻量化，同时还可保持可行的机械性能。然而，空心化模型在增材制造过程中往往需要额外的支撑材料，大大抵消了轻量化效果。本文提出了两种创新方法以解决该问题：第一种使用基于椭球体的连续函数表示，设计和优化自然具有自支撑性的空心化结构，本文提出了一种高效的优化策略，以确定椭球空腔的形状、位置和拓扑结构，旨在实现最小化材料成本、最大化结构刚度和确保自支撑性等多种目标；第二种通过一种高效的微分通道设计框架，以连通空心腔体使其能够顺利导出打印过程中残留在腔体内的制造材料。

(3) 拓扑优化较高的计算复杂性和周期较长的迭代过程严重影响了效率，这给其实际应用都带来了严重阻碍。为了解决这一挑战，本文提出了创新框架 IF-TONIR，利用神经网络隐式表示复杂结构形状，并基于数据驱动的方式实现端到端的拓扑优化，能够从不同设计域的不同边界条件直接预测最优化结构。此外，本文提出了基于持续同调技术的拓扑损失函数来训练网络模型，有效惩罚了预测结构中断裂的存在，从而提高了生成结构的整体物理可靠性。

本文研究提出的基于隐式方法的复杂结构表示、分析和优化方法，具有计算效率高、设计效率高和适用性强等优点，有望在工程设计领域得到广泛应用，推动相关领域的技术进步。

关键词：拓扑优化；隐式表示；变分自编码器，薄壳结构；自支撑结构

Abstract

Topology optimization utilizes computational methods to optimize material distribution, aiming to obtain structures with expected performance and specific constraints. It is an important design method in the field of modern intelligent manufacturing. However, the structures generated during the topology optimization process often have very complex geometric and topological features, posing great challenges to the representation, analysis, and optimization of the structures. This work leverages the flexibility and differentiability of implicit representations to address different structural design objectives and constraints, with the goal of improving algorithmic efficiency and application scalability. The following innovative research work has been carried out:

(1) Traditional explicit methods still face many challenges when designing diverse, lightweight, and physically reliable thin-shell structures. To address this, this paper develops a novel implicit design framework to achieve efficient carving design on thin-shell structures. Based on parameterized carving templates (including regular, irregular, and personalized types), this paper optimizes template size, orientation, and other parameters to maximize structural stiffness under specified material consumption. The method in this paper completes the representation, analysis, and optimization of the structure through fully implicit function operations, avoiding the tedious and time-consuming remeshing steps in traditional finite element methods, greatly improving the design efficiency of thin-shell structures.

(2) Hollowing achieves lightweight design by removing material from the internal volume of three-dimensional models while maintaining feasible mechanical performance. However, hollowed models often require additional support materials during the additive manufacturing process, greatly offsetting the lightweight effect. This paper proposes two innovative methods to solve this problem: The first uses a continuous function representation based on ellipsoids to design and optimize naturally self-supporting hollowed structures. An efficient optimization strategy is proposed to determine the shape, position, and topological structure of ellipsoidal cavities, aiming to achieve multiple objectives such as minimizing material cost, maximizing structural stiffness, and ensuring self-supportability. The second method uses an efficient differentiable channel design framework to connect hollow cavities, allowing for smooth extraction of manufacturing

materials remaining inside the cavities during the printing process.

(3) The high computational complexity and long iterative process of topology optimization seriously affect efficiency, posing significant obstacles to its practical application. To address this challenge, this paper proposes an innovative framework, IF-TONIR, which utilizes neural networks to implicitly represent complex structural shapes and achieves end-to-end topology optimization based on a data-driven approach, enabling direct prediction of optimized structures from different design domains and boundary conditions. Furthermore, this paper proposes a topology loss function based on persistent homology techniques to train the network model, effectively penalizing the existence of discontinuities in the predicted structures, thus improving the overall physical reliability of the generated structures.

The complex structure representation, analysis, and optimization methods based on implicit approaches proposed in this research have advantages such as high computational efficiency, high design efficiency, and strong applicability. They are expected to be widely applied in the field of engineering design, promoting technological progress in related fields.

Keywords: Topology Optimization; Implicit Representations; Variational Auto-Encoder; Thin-Shell Structures; Self-Supporting Structures

目 次

插图清单.....	V
附表清单.....	VI
第 1 章 基于隐式表示的薄壳结构雕刻设计	1
1.1 引言	1
1.2 研究方法	2
1.2.1 参数化设计	2
参考文献.....	8
致 谢.....	10
声 明.....	11
个人简历、发表的学术论文与科研成果.....	12

插图清单

图 1.1	基于隐式表示的薄壳（对偶）雕刻设计优化方法	1
图 1.2	薄壳雕刻设计方法流程图	2
图 1.3	规则图案模板示例	3
图 1.4	基于 Voronoi 结构的非规则图案模板构造示意图	4
图 1.5	个性化图案模板构造示意图	5
图 1.6	薄板（对偶）雕刻算法流程示意图	6

附表清单

符号表

PI	聚酰亚胺
E_a	化学反应的活化能 (Activation Energy)

第1章 基于隐式表示的薄壳结构雕刻设计

1.1 引言

薄壳结构以其纤薄和弯曲的形状承载载荷，这种结构特别优雅和高效。它们在我们的生活环境中以各种尺寸广泛存在，在满足力学性能的同时提供了艺术美感的视觉体验^[1-2]。近年来，基于壳体结构的曲面设计受到艺术家和研究人员的广泛关注^[3-5]。其中，雕刻是设计壳体结构的一种流行方式^[6-7]。经过精巧的雕刻设计，壳体结构可以具有更高的艺术感，并在医疗和轻量化应用中得到广泛实践^[8-9]。

现代计算机图形学技术的发展已经引领了壳体结构雕刻设计方法的日益多样化，例如基于纹理合成的方法^[10]，基于镶嵌的方法^[3]和基于重复模板的方法^[11]。作为一种材料减少过程，雕刻设计的核心问题是在设计过程中维持壳体结构的力学性能和功能。现有的大多数方法都侧重于显式表示，如多边形网格等，这不利于结构分析和参数优化。由于雕刻壳体结构的拓扑和几何结构高度复杂，采用传统有限元方法 (FEM)^[12-13] 进行力学响应分析非常耗时。此外，在现有的设计技术中，设计、分析和优化通常是分离的，在不同阶段经常需要重复重新划分网格^[14]。由于缺乏统一的表示方法和有效的优化技术，在壳体结构上进行雕刻设计并非易事。

本文研究提出了一种隐式参数化方法来设计轻量级薄壳结构，并通过参数优化保证结构的物理可靠性，如图 1.1 所示。具体地，通过在输入薄壳结构上分布重复模板图案并对其进行雕刻来完成设计，用隐式表示的薄壳结构的模板图案可以直接用函数进行设计、分析和优化，本文通过优化模板图案的尺寸和方向等属性，在雕刻设计的同时最大化壳体结构的刚度。与基于传统有限元的网格方法相比，本文方法由于避免了显式模型的生成和分析过程中的重新网格剖分，在保证足够精度的前提下大大提高了计算效率。此外，本文还通过对图案模板的不同函数操作，实现了对偶雕刻设计，进一步增强了薄壳结构设计的丰富性。本文通过在多种薄壳结构模型上的测试，并实施了仿真和对比试验来证明该方法的有效性和高效性。

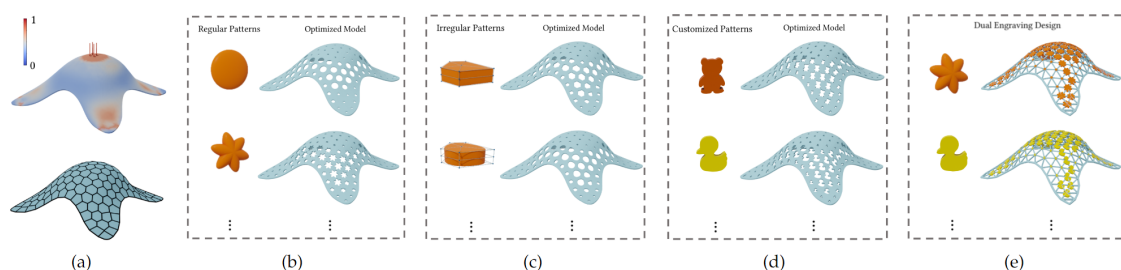


图 1.1 基于隐式表示的薄壳（对偶）雕刻设计优化方法

1.2 研究方法

本方法基于结构的隐式表示设计了一种用于薄壳结构雕刻设计的参数化方法, 算法流程如图 1.2 所示。首先, 使用函数表示构建三种类型的图案模板, 包括规则图案、不规则图案和用户指定的个性化图案。这些图案模板具有可调整的属性, 例如位置、方向和大小, 可以通过参数控制 (第 1.2.1 节)。然后, 将这些模板图案用于壳体结构的雕刻。由于使用有向距离场 (SDF) 表示输入壳体, 因此可以在图案模板和壳体模型之间执行函数布尔运算。最后, 为了确保雕刻壳体结构的完整性, 引入了结构力学问题的优化模型。以最小应变能为目标, 给定体积为约束, 该框架可以根据结构响应分析优化图案的属性变量。优化后的 (对偶) 雕刻壳体结构可以简单地用函数的零等值面表示 (第 ?? 节)。在各种壳体模型上成功实现了该算法, 并进行了多组实验, 验证了该框架的有效性和鲁棒性 (第 ?? 节)。

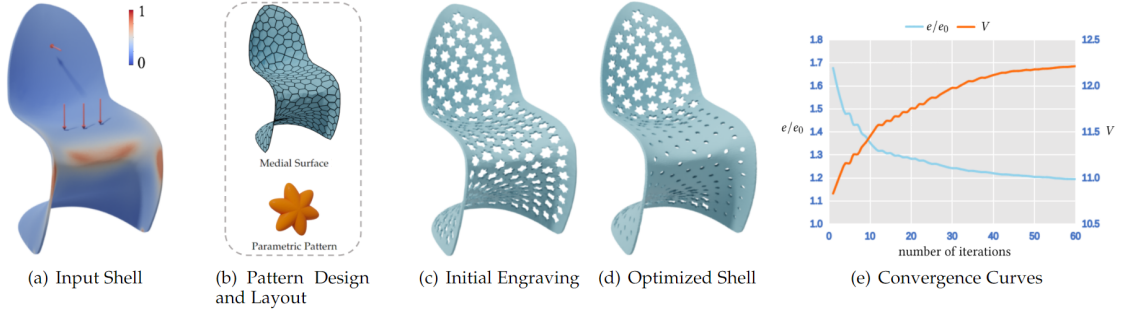


图 1.2 薄壳雕刻设计方法流程图

1.2.1 参数化设计

本文算法采用隐式函数来表示输入模型和图案模板, 从而将复杂的结构优化转化为可控参数设计问题, 如此便可以高效、鲁棒和可扩展的方式进行结构的设计和优化。

1.2.1.1 图案模板设计

本文提出了三种用于薄壳结构雕刻设计的图案模板类型, 包括规则图案、非规则图案和个性化图案, 所有这些图案都可以用隐式函数表示。

规则图案模板。 首先考虑旋转对称的规则图案, 并使用超椭球方程构造它们,

$$E(\mathbf{r}) = \left(\frac{\hat{x}}{L_1} \right)^p + \left(\frac{\hat{y}}{L_2} \right)^p + \left(\frac{\hat{z}}{L_3} \right)^p - 1, \quad (1.1)$$

其中 $\mathbf{r} = (x, y, z)^\top \in \Omega$ 为三维空间 \mathbb{R}^3 中的设计域, $\mathbf{c}_0 = (x_0, y_0, z_0)^\top$ 是超椭球的中心坐标。定义 $\hat{\mathbf{r}} = (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})^\top = \mathbf{R}(\mathbf{r} - \mathbf{c}_0)$, 其中 $\mathbf{R} = \{\mathbf{R}_{ij}\}_{3 \times 3}$ 为旋转矩阵用于调整超椭球的方向。 L_1 , L_2 , 和 L_3 是超椭球的三个轴长, p 是形状因子, 是一个大于零

的偶数。当 p 增大时，超椭球逼近一个长方体。

通过控制少量参数，多个超椭球可以构成丰富复杂的图案结构。可以在局部坐标系中围绕其中心点旋转一个超椭球，以获得新的图案，如图 1.3 所示。具体地，假设一个规则图案模板是由 n 个超椭球 $\{E_i\}_{i=1}^n$ 组成，第 k 个超椭球的旋转角度为 $\frac{k\pi}{n}$ ， $k = 1, 2, \dots, n$ 。因此，可通过旋转矩阵 $\Lambda(\frac{k\pi}{n})\mathbf{R}$ 计算超椭球 E_k 的方向，其中 $\Lambda(\theta)$ 是绕 z 轴旋转矩阵：

$$\Lambda(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

最终，规则图案模板就表示为这些超椭球 $\{E_i\}_{i=1}^n$ 的布尔并，即函数形式：

$$P(\mathbf{r}) = \min(E_1, E_2, \dots, E_n). \quad (1.3)$$

总的来说，一个规则图案模板具有可设计变量 $\{\mathbf{c}_0, L_1, L_2, L_3, \mathbf{R}, n, p\}$ ，可以根据应用需求优化这些参数来控制雕刻壳体结构的艺术和物理属性。

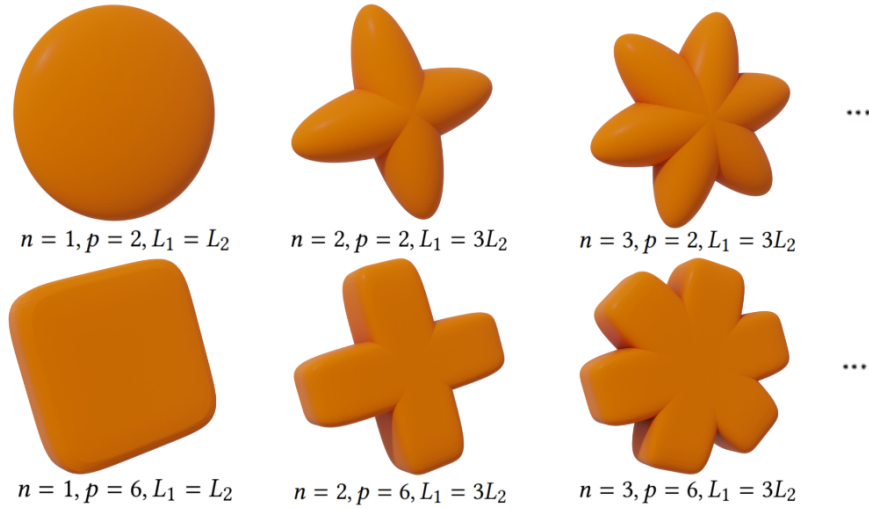


图 1.3 规则图案模板示例

非规则图案模板。 非规则图案具有自由的轮廓，本文用连续函数表示这些图案。具体地，采用被广泛使用的 Voronoi 结构图案，将 Voronoi 图的顶点设置为初始控制点，利用 B-样条来表示非规则图案。如图 1.4 所示，给定一个 Voronoi 单元，其顶点为 $\{\mathbf{p}_i^0\}_{i=1}^m$ ，质心为 $\mathbf{c}_0 = (x_0, y_0, z_0)^\top$ ，外法向量为 \mathbf{n} ，则可以设置新的图案控制点为

$$\mathbf{p}_i = s\mathbf{p}_i^0 + (1-s)\mathbf{c}_0, \quad (1.4)$$

其中 $0 < s < 1$ 是一个偏移因子。为了使用 B 样条构造一个封闭的模板曲面，设计

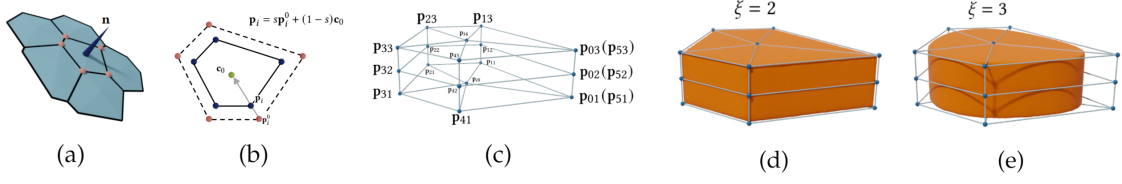


图 1.4 基于 Voronoi 结构的非规则图案模板构造示意图

控制网格如下 (见图 1.4(c)):

$$\begin{aligned}
 \mathbf{p}_{i0} &= \mathbf{c}_0 - \frac{h_0}{2} \mathbf{n}, \quad i = 0, 1, \dots, m, \\
 \mathbf{p}_{i1} &= \mathbf{p}_i - \frac{h_0}{2} \mathbf{n}, \quad i = 1, \dots, m, \quad \mathbf{p}_{01} = \mathbf{p}_{m1}, \\
 \mathbf{p}_{i2} &= \mathbf{p}_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad \mathbf{p}_{02} = \mathbf{p}_{m2}, \\
 \mathbf{p}_{i3} &= \mathbf{p}_i + \frac{h_0}{2} \mathbf{n}, \quad i = 1, \dots, m, \quad \mathbf{p}_{03} = \mathbf{p}_{m3}, \\
 \mathbf{p}_{i4} &= \mathbf{c}_0 + \frac{h_0}{2} \mathbf{n}, \quad i = 0, 1, \dots, m,
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

其中 h_0 是输入薄壳结构的厚度。然后，一个非规则图案模板就可以隐式表示为:

$$P(\mathbf{r}) = \|\mathbf{r} - \mathbf{c}_0\| - d(u, v) = 0, \tag{1.6}$$

其中 $d(u, v)$ 是距离函数，可以按如下插值形式:

$$d(u, v) = \left\| \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^4 N_{i,\xi}(u) N_{j,\eta}(v) \mathbf{p}_{ij} - \mathbf{c}_0 \right\|, \tag{1.7}$$

其中 $\|\cdot\|$ 是 \mathbb{R}^3 上的欧几里得范数， $N_{i,\xi}(u)$ 和 $N_{j,\eta}(v)$ 是带有曲面参数 u 和 v 的 B 样条基函数^[15]。方法中设置 $u \in [-\pi, \pi]$ ， $v \in [0, \pi]$ 并采用均匀间隔的结点。 ξ 和 η 是 B 样条基函数的阶数。在实验中， $\eta = 2$ ， ξ 用于控制非规则图案的光滑度。对于非规则图案，可控制的设计变量是 $\{\mathbf{c}_0, s, \xi\}$ 。

个性化图案模板。 个性化图案模板具有用户可自定义的轮廓，它们应该是一个薄片平面模型，其厚度与输入壳结构的厚度有关。为了以标准化的方式构建定制图案，本文计算了包围图案二维轮廓的最小圆^[16]，并通过圆的半径限制图案的尺寸。以最小圆的圆心为局部坐标系的中心，通过沿 z 轴偏移平面模型，可以获得厚度为 h_0 的个性化图案。为了统一函数表示，本文使用径向基函数拟合定制图案。类似地，本文应用缩放因子 $\mathbf{s} = (s_x, s_y, s_z)^T$ 和旋转矩阵 \mathbf{R} 来控制图案的大小和方

向。最后，将定制图案表示为拟合函数的零等值面

$$P(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^m \omega_i \varphi(\|\hat{\mathbf{r}} - \mathbf{r}_i\|) + Q(\hat{\mathbf{r}}) = 0, \quad (1.8)$$

其中 $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{s}^\top \mathbf{R}(\mathbf{r} - \mathbf{c}_0)$, $\mathbf{c}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ 是模板的中心坐标, $\{\mathbf{r}_i\}_{i=1}^m$ 是图案模板所占空间均匀采样得到的点 (默认 $m = 1000$), $\varphi(t) = t^2 \log(t)$ 是薄板样条基函数, $Q(\mathbf{r}) = \omega_{m+1}x + \omega_{m+2}y + \omega_{m+3}z + \omega_{m+4}$, $\{\omega_i\}_{i=1}^{m+4}$ 是拟合系数。如图 1.5 所示, 个性

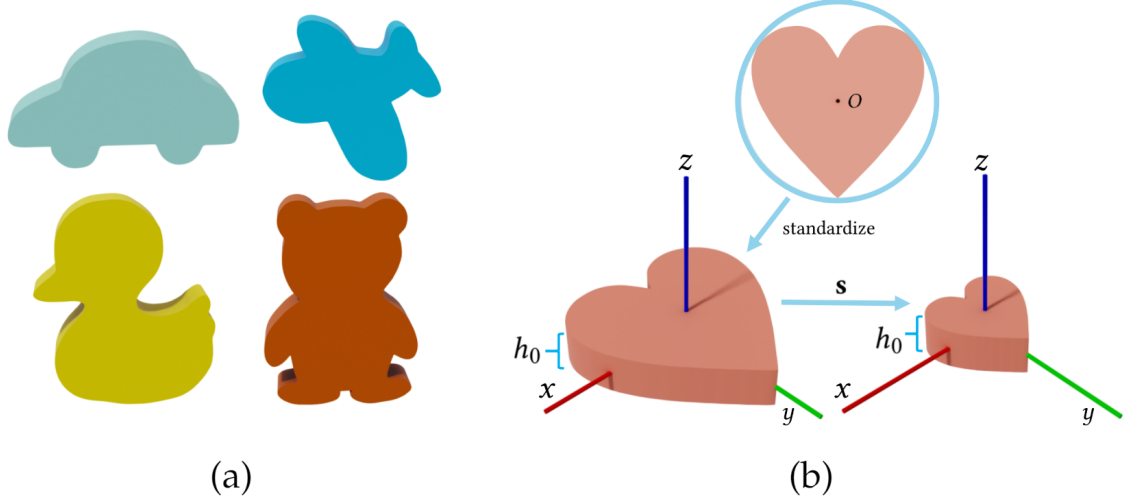


图 1.5 个性化图案模板构造示意图

化图案模板的设计变量是 $\{\mathbf{c}_0, s_x, \mathbf{R}\}$ 。其中, 模板的厚度不会随着缩放而改变, 即 $s_x = s_y$ 和 $s_z = 1$ 。

1.2.1.2 雕刻设计

在薄壳上雕刻图案模板, 是通过输入壳体与图案模板之间布尔运算的实现。得益于基于函数的表示, 复杂的布尔运算可以简化为函数的最小值计算。图案模板的主要特征有位置、定向和尺寸等。具体的:

图案模板的位置。 在薄壳结构上分配图案模板的位置是至关重要的, 如图 1.6 (b) 所示, 首先在薄壳结构的中心表面上利用 Lloyd 算法^[17]计算一个受限的 Voronoi 图, 然后将图案模板放置在 Voronoi 单元的质心处 $\{\mathbf{c}_0^i = (x_0^i, y_0^i, z_0^i)\}_{i=1}^{N_p}$, N_p 是图案模板的数量。Voronoi 镶嵌已广泛应用于壳体设计, 并与设计的非规则图案模板兼容。本文提出的框架可以用于直接优化图案的位置, 然而, 优化变量和计算成本将急剧增加。因此, 本文利用 Voronoi 图来简化算法的计算。未来将研究探索一种更高效、更优化的方法来确定图案的位置。

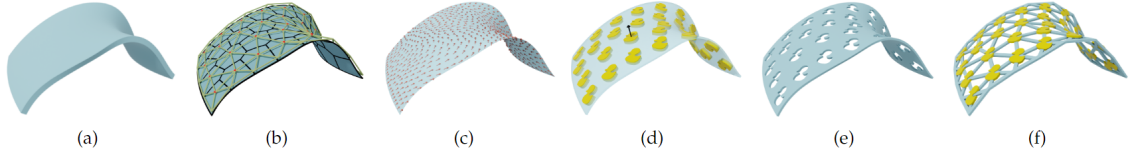


图 1.6 薄板（对偶）雕刻算法流程示意图

图案模板的定向。 图案的方向包括两个步骤: 分别设置局部坐标系中 z 轴方向和 xy 平面上的旋转方向。首先, 通过方向矩阵 \mathbf{R}_i^z 旋转图案, 使局部坐标系的 z 轴方向与中心面上相应 Voronoi 单元的法向量 $\{\mathbf{n}_c^i\}_{i=1}^{N_p}$ 对齐。特别地, 如果 $\mathbf{n}_c^i = \mathbf{z}_0$, 其中 $\mathbf{z}_0 = (0, 0, 1)^T$, 则方向矩阵 $\mathbf{R}_i^z = \mathbf{I}_{3 \times 3}$; 否则, \mathbf{R}_i^z 可以计算为

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_z^i &= \mathbf{n}_c^i, \\ \mathbf{n}_x^i &= \frac{\mathbf{n}_x^i \times \mathbf{z}_0}{\|\mathbf{n}_x^i \times \mathbf{z}_0\|}, \\ \mathbf{n}_y^i &= \frac{\mathbf{n}_z^i \times \mathbf{n}_x^i}{\|\mathbf{n}_z^i \times \mathbf{n}_x^i\|}, \\ \mathbf{R}_i^z &= (\mathbf{n}_x^i, \mathbf{n}_y^i, \mathbf{n}_z^i)^T. \end{aligned} \quad (1.9)$$

然后, 根据旋转角度旋转图案模板, 确定局部坐标系中 xy 平面上模板的方向。因此, 图案模板的方向可以通过旋转矩阵确定, 如下所示:

$$\mathbf{R}_i = \Lambda(\alpha_i) \mathbf{R}_i^z, \quad (1.10)$$

其中, $\{\alpha_i\}_{i=1}^{N_p}$ 是可设计的旋转角度。此外, 本文提出的方法允许通过生成方向场^[18]来确定旋转角度, 如图 1.6 (c) 所示, 规则的方向场可以实现更美观的图案模板分布。

图案模板的尺寸。 图案模板应限制在相应的 Voronoi 单元内, 以避免相交。此外, 相邻图案模板不应太近以保证可打印性和可用性。因此, 算法将第 i 个图案的最大尺寸长度设置为

$$L_{\max}^i = e_b^i - \epsilon/2, \quad (1.11)$$

其中, e_b^i 是当前中心点与 Voronoi 单元边界之间的最小距离, ϵ 是最小打印精度。图案的最小尺寸长度可根据应用需求指定。在本文的实验中, 默认设置第 i 个图案的最小尺寸长度 L_{\min}^i 为输入壳体厚度的一半。

薄壳雕刻操作。 为了隐式设计薄壳结构, 本文使用有向距离函数 $\phi_{\text{shell}}(\mathbf{r})$ 表示输入的壳体模型。在壳体上进行雕刻设计就是要移除壳体的部分区域, 由于图案和

输入壳体都用函数表示，复杂的布尔运算可以转化为以下简单计算：

$$\Phi^E(\mathbf{r}) = \min(\phi_{\text{shell}}(\mathbf{r}), P_1(\mathbf{r}), P_2(\mathbf{r}), \dots, P_{N_p}(\mathbf{r})), \quad (1.12)$$

其满足：

$$\Phi(\mathbf{r}) \begin{cases} > 0, & \text{如果 } \mathbf{r} \text{ 在雕刻模型的内部,} \\ = 0, & \text{如果 } \mathbf{r} \text{ 在雕刻模型的边界,} \\ < 0, & \text{如果 } \mathbf{r} \text{ 在雕刻模型的外部.} \end{cases} \quad (1.13)$$

雕刻后的壳体结构是函数 $\Phi(\mathbf{r})$ 的零等值面，如图 1.6(e) 所示。

薄壳对偶雕刻操作。 与所提出的算法相容另一种薄壳结构设计方式是，将与壳体相交的图案模板部分保留为实体而不是挖空，我们称之为对偶雕刻设计。在本研究中，通过简单的函数修改实现对偶雕刻，所有保留的实体部分可表示为：

$$\begin{aligned} \phi_{\text{retain}} &= \max(\tilde{P}_1(\mathbf{r}), \tilde{P}_2(\mathbf{r}), \dots, \tilde{P}_{N_p}(\mathbf{r})), \\ \tilde{P}_i(\mathbf{r}) &= \min(\phi_{\text{shell}}(\mathbf{r}), -P_i(\mathbf{r})), \quad i = 1, 2, \dots, N_p. \end{aligned} \quad (1.14)$$

为了将各个图案模板之间连接起来，算法使用 Voronoi 镶嵌的对偶 Delaunay 三角形的边构建一组桁架结构，如图 1.6(b) 所示。对于开放曲面，还需要添加边来连接 Delaunay 三角形的边界点和 Voronoi 镶嵌的边界点。假设 Delaunay 三角形具有边集 $\{e_i\}_{i=1}^{N_e}$ ，使用公式 (1.1) 中描述的超椭球方程构建桁架结构：

$$\begin{aligned} \phi_{\text{truss}} &= \max(\tilde{E}_1(\mathbf{r}), \tilde{E}_2(\mathbf{r}), \dots, \tilde{E}_{N_e}(\mathbf{r})), \\ \tilde{E}_i(\mathbf{r}) &= \min(\phi_{\text{shell}}, E_i(\mathbf{r})), \quad i = 1, 2, \dots, N_e, \end{aligned} \quad (1.15)$$

其中， $E_i(\mathbf{r}) i = 1^{N_e}$ 是一系列超椭球，将每条边的中点设置为相应超椭球的中心，边的方向决定了旋转矩阵 $\mathbf{R} = \mathbf{R}i j_{3 \times 3}$ ， L_2 设置为边长的一半， L_1 和 L_3 被释放以优化调整桁架结构的局部厚度。对于桁架的构建，设置 $p = 8$ 。在本文的实验中， L_1 和 L_3 根据输入壳体在外部载荷下的应变能分布来分配。最终，对偶雕刻可以隐式表示为

$$\Phi^{DE}(\mathbf{r}) = \max(\phi_{\text{retain}}, \phi_{\text{truss}}). \quad (1.16)$$

类似地，提取函数 $\Phi^{DE}(\mathbf{r})$ 的零等值面以获得对偶雕刻壳体结构，如图 1.6(f) 所示。

参考文献

- [1] Adriaenssens S, Block P, Veenendaal D, et al. Shell structures for architecture: form finding and optimization[M]. Routledge, 2014.
- [2] Melaragno M. An introduction to shell structures: The art and science of vaulting[M]. Springer Science & Business Media, 2012.
- [3] Pietroni N, Tonelli D, Puppo E, et al. Statics Aware Grid Shells[J]. Computer Graphics Forum, 2015, 34(2): 627-641.
- [4] Chen W, Zhang X, Xin S, et al. Synthesis of Filigrees for Digital Fabrication[J]. ACM Transactions on Graphics, 2016, 35(4): 1-13.
- [5] Liu X, Lu L, Sharf A, et al. Fabricable dihedral Escher tessellations[J]. Computer-Aided Design, 2020, 127: 1-10.
- [6] Yang J, He S, Lin L. Binary Image Carving for 3D Printing[J]. Computer-Aided Design, 2019, 114: 191-201.
- [7] Stadlbauer P, Mlakar D, Seidel H P, et al. Interactive Modeling of Cellular Structures on Surfaces with Application to Additive Manufacturing[J]. Computer Graphics Forum, 2020, 39(2): 277-289.
- [8] Zhang X, Fang G, Dai C, et al. Thermal-Comfort Design of Personalized Casts[C]// Proceedings of the 30th Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology. ACM, 2017: 243-254 [2021-09-07].
- [9] Rao C, Tian L, Yan D M, et al. Consistently fitting orthopedic casts[J]. Computer Aided Geometric Design, 2019, 71: 130-141.
- [10] Dumas J, Lu A, Lefebvre S, et al. By-Example Synthesis of Structurally Sound Patterns[J]. ACM Transactions on Graphics, 2015, 34(4): 1-12.
- [11] Schumacher C, Thomaszewski B, Gross M. Stenciling: Designing Structurally-Sound Surfaces with Decorative Patterns[J]. Computer Graphics Forum, 2016, 35(5): 101-110.
- [12] Bucalem M, Bathe K J. Finite element analysis of shell structures[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 1997, 4(1): 3-61.
- [13] Cirak F, Scott M J, Antonsson E K, et al. Integrated modeling, finite-element analysis, and engineering design for thin-shell structures using subdivision[J]. Computer-Aided Design, 2002, 34(2): 137-148.
- [14] Panetta J, Konaković-Luković M, Isvoranu F, et al. X-shells: A new class of deployable beam structures[J]. ACM Transactions on Graphics, 2019, 38(4): 1-15.
- [15] Cohen E, Riesenfeld R F, Elber G. Geometric modeling with splines: an introduction[M]. CRC Press, 2001.
- [16] Skyum S. A simple algorithm for computing the smallest enclosing circle[J]. Information Processing Letters, 1991, 37(3): 121-125.

- [17] Lévy B, Liu Y. L p centroidal voronoi tessellation and its applications[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2010, 29(4): 1-11.
- [18] Vaxman A, et al. Directional: A library for Directional Field Synthesis, Design, and Processing [EB/OL]. 2021. <https://doi.org/10.5281/zenodo.3338174>.

致 谢

衷心感谢导师 ××× 教授和物理系 ×× 副教授对本人的精心指导。他们的言传身教将使我终生受益。

在美国麻省理工学院化学系进行九个月的合作研究期间，承蒙 Robert Field 教授热心指导与帮助，不胜感激。

感谢 ××××× 实验室主任 ××× 教授，以及实验室全体老师和同窗们学的热情帮助和支持！

本课题承蒙国家自然科学基金资助，特此致谢。

声 明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签 名：_____ 日 期：_____

个人简历、发表的学术论文与科研成果

个人简历

197×年××月××日出生于四川××县。

1992年9月考入××大学化学系××化学专业，1996年7月本科毕业并获得理学学士学位。

1996年9月免试进入清华大学化学系攻读××化学博士至今。

在学期间完成的相关学术成果

学术论文：

- [1] Yang Y, Ren T L, Zhang L T, et al. Miniature microphone with silicon-based ferroelectric thin films[J]. Integrated Ferroelectrics, 2003, 52:229-235.
- [2] 杨轶, 张宁欣, 任天令, 等. 硅基铁电微声学器件中薄膜残余应力的研究 [J]. 中国机械工程, 2005, 16(14):1289-1291.
- [3] 杨轶, 张宁欣, 任天令, 等. 集成铁电器件中的关键工艺研究 [J]. 仪器仪表学报, 2003, 24(S4):192-193.
- [4] Yang Y, Ren T L, Zhu Y P, et al. PMUTs for handwriting recognition. In press[J]. (已被 Integrated Ferroelectrics 录用)

专利：

- [5] 任天令, 杨轶, 朱一平, 等. 硅基铁电微声学传感器畴极化区域控制和电极连接的方法: 中国, CN1602118A[P]. 2005-03-30.
- [6] Ren T L, Yang Y, Zhu Y P, et al. Piezoelectric micro acoustic sensor based on ferroelectric materials: USA, No.11/215, 102[P]. (美国发明专利申请号.)