

Proyecto DL: Wavelets para ST

José Sebastian Ramírez Jiménez

4 de noviembre de 2023

“Wavelets and time Series Modeling” de Guy-Michel Cloarec trata sobre el uso de la transformada wavelet y el análisis de frecuencia-tiempo para el modelado de series de tiempo no estacionarias. Estos métodos proporcionan herramientas de análisis más precisas y permiten la modelización de múltiples resoluciones. Además, se discute cómo estos métodos pueden ser utilizados para abordar problemas de determinación de complejidad y generalización en el modelado de series de tiempo.

Series de tiempo

Las series de tiempo son conjuntos de datos que se recopilan a lo largo del tiempo y se utilizan para analizar y predecir patrones y tendencias en un fenómeno en particular. Estos datos se recopilan en intervalos regulares y se utilizan para analizar cómo cambia el fenómeno a lo largo del tiempo. Las series de tiempo se utilizan en una amplia variedad de campos, como la economía, la meteorología, la ingeniería y la ciencia de datos, entre otros. El análisis de series de tiempo implica el uso de técnicas estadísticas y matemáticas para identificar patrones y tendencias en los datos y para predecir futuros valores de la serie.

Series de tiempo no estacionarias

Las series de tiempo estacionarias son aquellas en las que las propiedades estadísticas, como la media y la varianza, son constantes a lo largo del tiempo. Esto significa que la serie de tiempo no muestra tendencias o patrones sistemáticos a lo largo del tiempo y es más fácil de analizar y predecir.

Por otro lado, las series de tiempo no estacionarias son aquellas en las que las propiedades estadísticas cambian a lo largo del tiempo. Esto puede deberse a tendencias, patrones

estacionales o ciclos que se repiten a lo largo del tiempo. Estas series de tiempo son más difíciles de analizar y predecir, ya que los patrones y tendencias pueden cambiar con el tiempo. Para analizar y modelar series de tiempo no estacionarias, se utilizan técnicas avanzadas como la transformada wavelet y el análisis de frecuencia-tiempo.

Espacio de frecuencia y espacio tiempo

El espacio de frecuencia se refiere a la representación de una señal en términos de sus componentes de frecuencia. En otras palabras, es una forma de descomponer una señal en sus diferentes frecuencias y amplitudes. El espacio de frecuencia se utiliza comúnmente en el análisis de señales y series de tiempo, y se puede obtener mediante técnicas como la transformada de Fourier.

Por otro lado, el espacio time domain se refiere a la representación de una señal en términos de su amplitud en función del tiempo. Es decir, es una forma de representar una señal en su forma original, sin descomponerla en sus componentes de frecuencia. El espacio time domain se utiliza comúnmente en el análisis de series de tiempo y se puede obtener mediante técnicas como la regresión lineal y la descomposición de series de tiempo.

Transformada de Fourier

La transformada de Fourier es una técnica matemática utilizada para descomponer una señal en sus componentes de frecuencia. Esta técnica se utiliza comúnmente en el análisis de señales y series de tiempo, y permite analizar cómo se distribuyen las diferentes frecuencias en una señal.

La transformada de Fourier se define como la integral de una función en el dominio del tiempo, que se convierte en una función en el dominio de la frecuencia. En otras palabras, la transformada de Fourier convierte una señal en el dominio del tiempo en una señal en el dominio de la frecuencia.

La transformada de Fourier se utiliza para analizar señales periódicas y no periódicas, y se puede utilizar para identificar patrones y tendencias en una señal. También se utiliza para filtrar señales y eliminar ruido de una señal.

Wavelets

Las wavelets son una técnica matemática utilizada para analizar señales y series de tiempo en el dominio de la frecuencia y el tiempo simultáneamente. A diferencia de la transformada de Fourier, que descompone una señal en sus componentes de frecuencia, las wavelets descomponen una señal en diferentes escalas de tiempo y frecuencia.

La transformada wavelet se utiliza para analizar señales no estacionarias, es decir, señales que cambian en el tiempo. La técnica de wavelets permite analizar cómo cambian las diferentes frecuencias en una señal a lo largo del tiempo, lo que la hace especialmente útil para el análisis de series de tiempo.

La transformada wavelet se utiliza para identificar patrones y tendencias en una señal, así como para filtrar señales y eliminar ruido. También se utiliza para comprimir señales y reducir su tamaño sin perder información importante.

Ejemplos de transformadas Wavelets

Wavelet de Haar: Esta es la wavelet más simple y a menudo se utiliza como un ejemplo introductorio. Es una función constante por tramos que es cero fuera de un intervalo específico.

Wavelet de Daubechies: Esta es una familia de wavelets ampliamente utilizada en el procesamiento de señales. Están diseñados para tener un número específico de momentos desvanecientes, lo que afecta su capacidad para capturar diferentes tipos de características de señales.

Wavelet Coiflet: Esta es otra familia de wavelets que son casi simétricos y tienen buenas propiedades de localización. A menudo se utilizan en el procesamiento de imágenes y compresión.

Wavelet Morlet: Esta es una wavelet compleja que se utiliza comúnmente en el análisis de representaciones tiempo-frecuencia de señales no estacionarias. Es similar a una wavelet de Gabor y a menudo se utiliza en el análisis de señales de EEG.

Wavelet mexican hat: Esta es una wavelet que se utiliza comúnmente en el análisis de señales en neurociencia. También se conoce como wavelet de Ricker y se utiliza para detectar picos en una señal.

Transformada Wavelet Continua (CWT)

La transformada wavelet continua es una técnica matemática utilizada para analizar señales y series temporales en simultáneo en los dominios de frecuencia y tiempo. A diferencia de la transformada de Fourier, que descompone una señal en sus componentes de frecuencia, las wavelets descomponen una señal en diferentes escalas de tiempo y frecuencia.

La transformada wavelet continua se utiliza para analizar señales no estacionarias, es decir, señales que cambian con el tiempo. La técnica de wavelet permite analizar cómo diferentes frecuencias en una señal cambian con el tiempo, lo que la hace especialmente útil para el análisis de series temporales.

La transformada wavelet continua está definida por una ecuación integral que involucra una función wavelet y un parámetro de escala. La función wavelet es una función pequeña y oscilante que está localizada en tiempo y frecuencia, mientras que el parámetro de escala controla el tamaño de la wavelet.

La transformada wavelet continua se puede utilizar para identificar patrones y tendencias en una señal, así como para filtrar señales y eliminar ruido. También se utiliza para la compresión de señales y reducción del tamaño de una señal sin perder información importante.

Transformada Discreta de Wavelet (DWT)

En cuanto a tu pregunta, la transformada discreta de wavelet (DWT) es una técnica matemática utilizada para analizar señales y series temporales en simultáneo en los dominios de frecuencia y tiempo. Es una técnica de procesamiento de señales digitales que descompone una señal en diferentes bandas de frecuencia, cada una con un nivel de detalle diferente.

La DWT se utiliza para analizar señales no estacionarias, es decir, señales que cambian con el tiempo. La técnica de wavelet permite analizar cómo diferentes frecuencias en una señal cambian con el tiempo, lo que la hace especialmente útil para el análisis de series temporales.

La DWT está definida por un conjunto de filtros que se aplican a la señal en diferentes escalas. Los filtros están diseñados para capturar diferentes componentes de frecuencia de la señal, con el filtro de paso alto capturando las componentes de alta frecuencia y el filtro de paso bajo capturando las componentes de baja frecuencia.

La DWT se puede utilizar para identificar patrones y tendencias en una señal, así como para filtrar señales y eliminar ruido. También se utiliza para la compresión de señales y reducción del tamaño de una señal sin perder información importante.

Espectro de Potencia de Wavelet

El espectro de potencia de wavelet es una representación gráfica de la distribución de potencia en una señal en diferentes escalas y frecuencias. Se obtiene aplicando la transformada wavelet a una señal y luego calculando la potencia en cada escala y frecuencia.

El espectro de potencia de wavelet proporciona un análisis más detallado de una señal que el análisis de Fourier tradicional, que solo proporciona información sobre el contenido de frecuencia de una señal. El espectro de potencia de wavelet permite identificar características localizadas en una señal, como cambios bruscos o discontinuidades, que pueden no ser visibles en un análisis de Fourier.

El espectro de potencia de wavelet a menudo se representa como un gráfico de contorno, con las escalas en el eje y y las frecuencias en el eje x. El color de cada contorno representa la potencia en esa escala y frecuencia, con colores más cálidos indicando mayor potencia.

Scale Averaging

La técnica de promedio de escala es un método utilizado en el análisis de wavelets para

obtener una representación más suave y precisa de una señal en una escala particular. Implica promediar los coeficientes de wavelet en un rango de escalas para obtener un único coeficiente que represente la señal en esa escala.

El promedio de escala puede ser útil para características no oscilatorias o características extremadamente grandes que se descomponen extensamente en un conjunto de escalas. Esto permite reducir el ruido y extraer características importantes de una señal.

En el análisis de wavelets, el promedio de escala a menudo se realiza utilizando una técnica llamada "agrupación de frecuencias". Esto implica definir grupos de frecuencias superpuestas compuestos por expansiones de wavelets y realizar un promedio de escala. El resultado de la wavelet promediada puede proporcionar una representación más precisa de la señal en una escala particular.

Preprocesamiento en series de tiempo

En el artículo, se presenta una técnica de preprocesamiento de señales basada en la transformada de wavelet y el Análisis de Componentes Principales (PCA, por sus siglas en inglés). El método propuesto permite mejorar el proceso de extracción de características, especialmente para características de múltiples escalas, y también mejora aún más la comprensión de la regularización del espacio de entrada. Esta técnica puede ser útil para una variedad de aplicaciones, incluyendo la eliminación de ruido de señales, la extracción de características y el reconocimiento de patrones.

La expansión de wavelet, el filtrado y el Análisis de Componentes Principales (PCA) son todas técnicas utilizadas en la modelización y análisis de series temporales.

La expansión de wavelet implica descomponer una señal en un conjunto de coeficientes de wavelet en diferentes escalas. Esto permite un análisis más detallado del contenido de frecuencia de la señal y puede ser útil para la extracción de características y la eliminación de ruido.

El filtrado implica seleccionar un subconjunto de los coeficientes de wavelet que corresponden a un rango o banda de frecuencia particular. Esto puede ser útil para eliminar el ruido o extraer características específicas de una señal.

El PCA, o Análisis de Componentes Principales, es una técnica utilizada para la reducción de dimensionalidad y la extracción de características. Implica encontrar las combinaciones lineales de variables que explican la mayor varianza en los datos. En el contexto del análisis de wavelets, el PCA se puede utilizar para identificar los coeficientes de wavelet más importantes y reducir la dimensionalidad del espacio de entrada.

Sunspot Time Series example

La serie temporal de manchas solares se utiliza como ejemplo en el artículo para demostrar la aplicación del análisis de wavelets y el PCA en la extracción de características y

modelado de series temporales no estacionarias.

La serie temporal de manchas solares es un promedio anual de un número (R) de manchas solares arbitrariamente definido que expresa la cantidad de manchas o grupos de manchas en la superficie del sol.

Se realiza un análisis de wavelets para descomponer la serie temporal de manchas solares en un conjunto de coeficientes de wavelet en diferentes escalas. Luego se usó el PCA para identificar los coeficientes de wavelet más importantes y reducir la dimensionalidad del espacio de entrada. Finalmente, se usa el espacio de entrada reducido para modelar la serie temporal y evaluar el rendimiento del modelo.

El ejemplo de la serie temporal de manchas solares demuestra la eficacia del análisis de wavelets y el PCA en la extracción de características y el modelado de series temporales no estacionarias. Estas técnicas pueden ser útiles para una variedad de aplicaciones, incluyendo la eliminación de ruido de señales, la extracción de características y el reconocimiento de patrones.